

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

*Д.В. Левандо*

**ПОВЕДЕНИЕ «БОЛЬШОГО»  
ЭКОНОМИЧЕСКОГО АГЕНТА  
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

Препринт WP12/2007/03  
Серия WP12

Научные доклады лаборатории  
макроэкономического анализа

Москва  
ГУ ВШЭ  
2007

Редактор серии WP12

«Научные доклады лаборатории макроэкономического анализа»

*Л.Л. Любимов*

Л 34 **Левандо Д.В.** Поведение «большого» экономического агента в условиях неопределенности: Препринт WP12/2007/03. — М.: ГУ ВШЭ, 2007. — 36 с.

Работа посвящена задаче о принятии решения в условиях неопределенности, если участник наделен возможностью влиять на неопределенность с целью увеличения ожидаемого результата. Обзорный стиль работы направлен на то, чтобы показать недооцененную частоту появления подобных задач и привлечь к ним внимание.

Отдельные новые научные результаты представлены в соответствующих разделах обзора. Главный результат состоит в новом взгляде на постановку задачи — исследование случая, когда два основных действия борьбы с потерями (снижение размера риска и снижение вероятности риска) не могут быть разделены эмпирически. Невозможность разделения становится совместимой с явлением, которое в работе названо «самообманом», т.е. одно использование одного действия вызывает ухудшение другого, хотя рост ожидаемой полезности будет иметь место.

УДК 330.4  
ББК 65.050

*Д. Левандо* — кандидат экономических наук, доцент кафедры макроэкономического анализа ГУ ВШЭ.

Автор выражает благодарность за поддержку исследования Льву Любимову, Фуаду Алескерову, Льву Гельману, Алексею Белянину, за обсуждение и советы по работе — Цви Сафра, за частичную помощь в работе — Ольге Кузьминой, а Научному фонду ГУ ВШЭ за частичное финансирование.

Препринты ГУ ВШЭ размещаются на сайте:  
<http://new.hse.ru/C3/C18/preprintsID/default.aspx>.

© Д.В. Левандо, 2007  
© Оформление. ГУ ВШЭ, 2007

В рамках традиционного представления об экономическом поведении агента в условиях неопределенности предполагается, что он не может влиять на неопределенность. Такое предположение неадекватно положению Робинзона Крузо, который не может не заботиться о себе (повысив вероятность своего выживания или снижая размер своих потерь от непогоды). Его рациональность и мотивированность состоят в следующем — только он сам сможет позаботиться о себе.

В обыденной жизни схожие примеры встречаются довольно часто. Самый известный результат — это неопределенный итог образования, если требуется распределять время между работой и учебой, жизнью и учебой. Наличие денег расширяет возможности студента потреблять и учиться (расходы на учебники), но отнимает время, которое он мог бы потратить на учебу и/или на восстановление сил. Студенты из более состоятельных семей сразу имеют доступ к более качественному образованию. Остальным приходится преодолевать дополнительные препятствия, перераспределяя свое время.

В настоящей работе основное внимание будет уделено поведению экономического агента (его можно назвать Робинзоном Крузо), который сталкивается с неопределенностью и старается преодолеть ее сложности с опорой исключительно на собственные силы (собственные ресурсы). Рациональность поведения состоит в том, что результат позволит ему улучшить свое положение. Приведем примеры таких случаев.

*Пример 1.* Фирма «Мерседес» проводит сертификацию своих поставщиков. Ориентация на качество заставляет ее постоянно исследовать причины и источники брака. В теории менеджмента такое поведение фирм привело к развитию «концепции 6-сигма» для оценки эффективности контроля качества. Статистический подход становится важным при 6—7-значном значении выпуска. Для такого производителя как «Мерседес», работающего при большом объеме производства и огромном числе поставщиков, производство бракованного автомобиля ставит под угрозу репутацию и будущие продажи.

Для снижения брака фирма разработала стандарты качества, используемые для анализа предприятий, претендующих на право быть поставщиком. Процедуры сертификации, проверки, контроля требуют постоянных вложений, но позволяют поддерживать репутацию товаров, их качество, снижая риск брака. Фирма не может застраховать свои риски производства или причинение ущерба при его использовании, но может предпринять меры по изучению причин брака и их устранению.

*Пример 2.* Подготовка студента к экзамену. Риск провала на экзамене застрахован быть не может, но студент всегда имеет возможность лучше подготовиться. Для этого ему нужно потратить больше времени, найти лучшие учебники, лучших консультантов, изменить систему занятий и т.д. Подготовка будет происходить за счет перераспределения времени от развлечений к занятиям. Если принять, что студент инвестирует в свой человеческий капитал, то сходная задача была рассмотрена Nitzan — Parush<sup>1</sup> (1980).

Вернемся к Робинзону Крузо, который, зная о предстоящих опасностях, старается их предотвратить. Попав на необитаемый остров, он тщательно собирает все предметы, выброшенные морем. Он знает, что на острове нет столярного инструмента и любых других предметов, которые помогут ему выжить. У него ограниченное время на сборы, скоро начнется прилив, и все несобранное унесет в море. У него есть немного сил и световой день, когда он может собрать то, что осталось после кораблекрушения. Лучшее, что он может сделать, — это перераспределить время от отдыха в пользу поиска. Такое поведение можно интерпретировать в терминах инвестиций — ожидается, что действие, которое предпринимается сейчас, принесет результат в следующем периоде времени.

Такое поведение делает неопределенность в задаче эндогенной. *Ex ante* действие способно влиять на результат *ex post*. **Результат становится стохастической функцией от затраченных усилий.**

Ключевую роль в таком поведении играет мотив избегания ожидаемых потерь. Стандартное описание отношения к потерям требует несклонности к риску и страхования. Несклонность к риску принято интерпретировать в терминах готовности заплатить за то, чтобы избежать риска. Расходы на снижение риска описывают в терминах спроса на страхование. В случае изолированного агента экономическому агенту остается надеяться только на себя. Выше приводились примеры рисков, которые не могут быть застрахованы.

Подобные идеи давно укоренились в обыденном оптимистическом сознании. Например, «Если не я за себя, то кто будет за меня, а если я за себя, то кто я? И если не теперь, то когда?»<sup>2</sup>. Фактически это постановка задачи о том, как можно улучшить свое положение при вероятности наступления отрицательного исхода, используя доступные ресурсы.

Для пассивного экономического агента поведение в условиях неопределенности принято называть «игрой с природой» («game with nature»). В настоящем контексте агент пытается изменить влияние неопределенности, взяв ситуацию под контроль, повлиять на случайный исход.

<sup>1</sup> Nitzan S., Parush J. Investments in Human Capital and Social Self-Protection under Uncertainty // International Economic Review. Oct. 1980. Vol. 21. No. 3. P. 547—557.

<sup>2</sup> Эти мысли можно найти еще в Талмуде.

Анализ человеческого поведения в условиях неопределенности в неоклассической литературе сводится к двум вопросам (Штиглиц, 1970): что означает большая рискованность и как ее измерить? почему разные люди в условиях одной неопределенности ведут себя по-разному? Если агент пытается что-то предпринять, то добавляется еще один вопрос: насколько человек способен повлиять на неопределенность? Последний вопрос нашел отражение в литературе, которая обсуждает вопросы **self-insurance и self-protection** (расшифровку см. далее). Одним из итогов настоящей статьи является вывод о том, что традиционный инструмент анализа поведения в условиях неопределенности — функция ожидаемой полезности создает плохо интерпретируемые результаты.

Для более полной иллюстрации того, что обсуждаемые случаи возникают намного чаще, чем можно ожидать, приведем дополнительные примеры. Они показывают, что рассмотренная проблема встречается намного чаще, чем можно себе это представить. Следует подчеркнуть, что в любом случае экономический агент не может застраховать свои риски, но имеет ресурсы, чтобы снизить их влияние. Появление страхования создает дополнительные сложности для анализа.

**Кредитный риск.** Банк всегда имеет риск, что выданный кредит не будет возвращен. Он может инвестировать в изучение заемщика, что влечет затраты для кредитных подразделений. Результаты их работы влияют на круг получателей кредита и его размер.

**Банковский мониторинг.** После выдачи кредита банку следует осуществлять контроль за использованием кредита, чтобы предотвратить оппортунистическое поведение (нецелевое использование, недостаточные усилия для реализации поставленных целей...). Мониторинг позволяет достичь сразу двух целей — создать мотивацию для заемщика выполнять условия контракта и снизить вероятность невозврата долга. Одновременно мониторинг позволяет обнаружить потенциально плохой кредит на ранней стадии. Несложно предположить, что для банка, выдающего даже несколько десятков кредитов, задача мониторинга является весьма затратной.

**Выбор участников для кооперации.** Эта проблема возникает в случае необходимости принятия кооперативного решения для группы агентов. Критическим условием является то, что проблема одного становится проблемой всех. Например, банкротство одного из банков, допущенных в систему страхования вкладов, ведет к потере репутации всей системы страхования вкладов. Или, если проблемы одного партнера создают проблемы для третьего лица, единого для всех участников. На практике это характерно для биржи/платежных систем/депозитариев-регистраторов/страховых систем. Они устанавливают специальные финансовые требования к участникам и создают страховую фонд. Это снижает вероятность потерь и их размер. Расходы

на разработку подобных мер весьма значительны, а совершенствование технологий и финансовой отчетности требует постоянного развития.

Приведем еще несколько примеров разного масштаба.

1. Фармакологическая фирма проводит испытание нового препарата, чтобы избежать исков от побочных эффектов. Затраты на испытания весьма значительны в финансовом и во временном аспектах. Государственные агентства по контролю за лекарственными препаратами и здоровью населения устанавливают стандарты тестирования.

2. Покупка подержанного автомобиля в ситуации, когда требуется консультация специалиста. При отсутствии таких затрат рынок подержанных автомобилей разрушается и возникает рынок «лимонов», описанный Акерлофом.

3. Выбор инвестиционных инструментов. Частный инвестор тратит время на сбор и анализ информации об эмитентах ценных бумаг. Инвестиционный банк содержит отдел управления рисками, которые в ежедневном режиме передают в торговые подразделения об ограничениях по сделкам (лимиты на сделки).

4. Общественная коммуникация. Широко распространенный пример — подготовка офиса к приему руководства. Создание потемкинской деревни отвлекает ресурсы от выполнения основных задач, но повышает вероятность положительного исхода проверки.

Очень часто задача снижения нестрахуемых рисков возникает при работе государственных органов по созданию общественного товара. Разработка правил, нормативов, требований, экологических норм (Shogren, Crocker<sup>3</sup> 1991) призвана снизить возможные потери общества, но для этого общество должно понести расходы. Например, создание требований к проверке медицинских препаратов для массового применения или правила дорожного движения. Часть задач военного планирования также может быть рассмотрена с этой точки зрения.

## Как анализировать снижение неопределенности

Стандартное решение (общепринятое) задачи связано с использованием функции ожидаемой полезности, определенной на вероятностях и исходах. Представление о неопределенностях связано с  $L$  — размером начальных потерь и  $p$  — вероятностью наступления этих событий. Отсутствие потерь

<sup>3</sup> Shogren J.F., Crocker T.D. Risk, Self-Protection and Ex Ante Economic Value // Journal of Environmental Economics and Management. 1991. Vol. 20. P. 91—111.

интерпретируется как выигрыш и желательное событие, потери — нежелательное.

Отсюда следуют два способа максимизации ожидаемой полезности, если участник может самостоятельно предпринимать действия (Becker, Echlich, 1973). Их ответ состоит из двух частей — экономический агент может тратить свой доход на снижение размера потерь  $dL < 0$  или/и снижение вероятности неблагоприятного исхода  $dp < 0$ . Операцию по снижению размера потерь они назвали самострахованием (**self-insurance**), по снижению вероятности — самопротекцией (**self-protection**)<sup>4</sup>.

Обсудим отличия этих стратегий от стратегии снижения рисков с помощью страхования.

1. Страхование предполагает существование третьих лиц, которые собирают риски (страховщиков, предложения по услугам страхования), формализованных контрактов и т.д.), а также государственного регулирования.

2. Страхование изменяет распределение выигрышей между разными состояниями мира с помощью третьего лица. Самострахование изменяет размеры потерей/выигрышей за счет самостоятельных действий.

3. Относительные цены состояний (цены страховых контрактов) определяются рынком страхования, соотношением спроса и предложения. Теорема Arrow — Lind (1970) утверждает, что при бесконечном росте числа страхователей, каждый из которых изначально несклонен к риску, на рынке устанавливаются актуарно справедливые ставки страхования. Исчезновение прибыли в отрасли заставляет всех проявлять нейтральность к риску. Эта теорема создает ограничение для решения одной из задач.

Поведение, изучаемое в настоящей работе, отличается от описанного.

Самострахование (**self-insurance**) — самостоятельное действие с целью распределения потерь между состояниями. Снижение происходит за счет того, что экономический агент тратит часть своих ресурсов на их снижение. С формальной точки зрения самострахование можно интерпретировать как сдвиг функции распределения. Способ изменения распределения при самостраховании будем называть «технологией самострахования».

Свойством сдвига распределения является сохранение относительных цен состояний. Мы исключаем из рассмотрения ситуацию беспечности, когда вследствие того, что неблагоприятное событие не произошло, экономический агент пересматривает свои ожидания. Перестройка индивидуального поведения в ответ на накапливаемый опыт — отдельная и активно разрабатываемая тема.

Самопротекция (**self-protection**) — способ изменения относительных цен состояний в пользу благоприятного. Это означает изменение вероятностей

<sup>4</sup> Существует возможность комбинировать их с рыночным страхованием, но оно предполагает существование рынка.

событий, что соответствует операции «сжатия» функции плотности. Относительные вероятности событий влияют на относительные цены риска, что делает задачу похожей на задачу олигополии.

Затраты на операции всегда создают нежелательный сдвиг функции распределения в сторону меньших исходов.

Эмпирически эти два действия бывает весьма сложно различить.

### Задача о самостраховании потребителя

Пусть  $L^0$  — первоначальный размер потерь, который желательно снизить. Мы считаем, что размер потерь равен разности между доходом в разных состояниях  $L^e = I_1^e - I_0^e$ , где  $I_0^e$  — доход после наступления неблагоприятного события,  $I_1^e$  — доход после наступления благоприятного события. Здесь использованы следующие обозначения состояний: 0 — неблагоприятный исход, 1 — благоприятный.

Величина априорного дохода (имевшегося запаса) уже включена в размер дохода обоих состояний. При этом мы делаем предположение, что величина первоначального ресурса может быть преобразована к размерности выигрышей/потерь. Например, имеющийся резерв времени может быть оценен в денежном выражении с помощью альтернативных издержек и добавлен ко всем прочим ресурсам.

$L(L_0, y)$  — величина потерь, которая появляется после расходов  $y$ . Эту функцию можно считать технологией снижения потерь, которая преобразует расходы  $y$  в выпуск (снижение потерь), равный  $L_0 - L(L_0, y) > 0$ , т.е.  $L_y(L_0, y) < 0$  — рост расходов на самострахование снижает потери, но не полностью. Темпы снижения потерь сейчас мы не специфицируем.

Мы рассматриваем задачу частного равновесия. Это означает, что расходы на самострахование не изменяют поведение агента на других рынках. Ожидаемая полезность в рассматриваемой задаче записывается следующим образом:

$$\max_y EU = (1-p)U(I_0 - y) + pU(I_0^e - L(L_0, y) - y).$$

Целью рационального поведения экономического агента является выбор размера расходов  $y$ , которые требуются для максимизации ожидаемой полезности.

Условие первого порядка было впервые получено BE (1972):

$$-\frac{1}{L_y(L_0, y) + 1} = \frac{p}{(1-p)} \frac{U_0'}{U_1'}.$$

Очевидно, что необходимое условие для положительного спроса на самострахование принимает вид  $L_y(L_0, y^*) + 1 < 0$ . Если учесть, что  $L_y(L_0, y) < 0$ ,  $L_y(L_0, y) < -1$ . Из этого следует, что задача имеет право на существование при весьма жестких ограничениях на технологию снижения издержек. Она должна иметь возрастающий масштаб отдачи.

В правой части условия первого порядка записано отношение ожидаемых предельных полезностей исходов. В левой части — модификация условия безразличия между ними, достигаемая с помощью технологии снижения потерь.

Условие второго порядка записывается следующим образом<sup>5</sup>:

$$(1-p)U_1'' - pL_{yy}(L_0, y)U_0' + p(L_y(L_0, y) + 1)^2 U_0'' < 0.$$

Его можно преобразовать к следующему виду, используя определение

$$\text{склонности к риску } \sigma_i = -\frac{U_i''}{U_i'}:$$

$$\sigma_1 > \frac{p}{1-p} \frac{U_0'}{U_1'} \left( L'' - (L' + 1)^2 \sigma_0 \right).$$

Таким образом, условия второго порядка накладывают ограничения на отношение к риску в задаче. Если склонность к риску с размером дохода снижается, т.е.  $\sigma_1 < \sigma_0$ , то желание снизить размер потерь встречается с дополнительным ограничением. Участник может его преодолеть, выбрав подходящую технологию борьбы с потерями.

### Снижение потерь через изменение вероятности неблагоприятного события для потребителя

Вторым способом снижения ожидаемых потерь является снижение вероятности их наступления:

$$\max_x EU = (1-p(p_0, x))U_1(I_0 - x) + p(p_0, x)U_0(I_0^e - L - x).$$

<sup>5</sup> С математической точки зрения его выполнение следует из свойств участвующих функций.



В этой задаче экономический агент желает снизить свои потери за счет уменьшения вероятности неблагоприятного события. Выбор происходит между вероятностью неблагоприятного исхода и результатом от его снижения.

$p_0$  — первоначальное значение вероятности, которое экономический агент пробует изменить. Изменение описывается технологией снижения  $p(p_0, x)$ . Мы считаем, что рост расходов ведет к снижению вероятности неблагоприятного события, т.е.  $\frac{\partial p(p_0, x)}{\partial x} < 0$ . В общем случае результат зависит от начальной вероятности  $p_0$  и размера расходов.

Условие первого порядка имеет вид

$$(U_0 - U_1)p'(p_0, x) + (U_1' - U_0')p(p_0, x) = U_1'$$

Условия второго порядка можно записать следующим образом:

$$2p'(U_1' - U_0') + p''(U_0 - U_1) + pU_0'' < -(1-p)U_1'':$$

$$\sigma_1 > \frac{2p'}{(1-p)} \frac{(U_1' - U_0')}{U_1'} + \frac{p''}{(1-p)U_1'} \frac{(U_0 - U_1)}{U_1'} - \sigma_0 \frac{1}{(1-p)} \frac{U_0'}{U_1'}$$

Отсюда следует, что самострахование может быть полезно любому несклонному к риску экономическому агенту, если у него имеется возможность выбрать соответствующую технологию снижения вероятности неблагоприятного события.

В литературе приводятся интересные свойства самопротекции. McGuire, Pratt, Zeckhauser<sup>6</sup> (1991) изучали влияние несклонности к риску на самопротекцию. Они показали, что результат существенно зависит от начальных условий. Более склонный к риску агент меньше готов платить за обеспечение малого шанса для хорошего исхода, но больше для того, чтобы избежать малого шанса плохого исхода. При этом самопротекция превращается в азартную игру, где первоначально несклонный к риску агент готов платить за увеличение малых шансов хороших исходов. На этой основе Pratt, Zeckhauser вводят пороговый уровень вероятности, который зависит от свойств самого агента и размеров исхода.

<sup>6</sup> McGuire M., Pratt J., Zeckhauser R. Paying to Improve Your Chances: Gambling or Insurance // Journal of Risk and Uncertainty. 1991. Vol. 4. P. 329—338.

Chui<sup>7</sup> (2000) показал, что если начальная вероятность ниже некоторой пороговой величины, то более несклонный к риску экономический агент будет иметь более высокую склонность к самопротекции.

Sweeney, Beard<sup>8</sup> (1992) попробовали упорядочить экономических агентов на основе их расходов на самопротекцию, предполагая, что более осторожный будет тратить больше. Они показали, что в рамках модели ожидаемой полезности это сделать невозможно. Это фундаментальный результат, поскольку из него следует невозможность упорядочивания поведения только на основе размера дохода. В другой работе Sweeney, Beard<sup>9</sup> (1992) было показано, что интервал вероятностей, внутри которого самопротекция является нормальным товаром, сложным образом зависит от распределения богатства вдоль всего интервала. Однозначно можно сказать, что самопротекция будет нормальным товаром только для убывающей средней несклонности к риску и достаточно большой начальной вероятности неблагоприятного исхода.

Объяснение неоднозначному результату самострахования было дано Briys, Schlesinger (1990)<sup>10</sup>. Они рассмотрели изменение доходов в результате самопротекции при сохранении среднего значения дохода. Это критическое ограничение, которое позволяет сравнивать исходы двух лотерей в смысле первого стохастического доминирования. В случае положительного исхода правая граница доступного дохода всегда сдвигается влево. Левая граница находится под одновременным влиянием двух величин. Во-первых, она сдвигается влево за счет расходов. Во-вторых, снижение вероятности потерь сдвигает левую границу как влево, так и вправо. Таким образом, самопротекция может как увеличивать разрыв между предельными значениями дохода в абсолютном выражении, так и снижать. Результатом является неоднозначность естественной процедуры снижения риска неблагоприятного исхода.

В то же время при самостраховании диапазон дохода, на котором определена функция полезности, сужается. Правая граница сдвигается влево за счет расходов, левая — сдвигается вправо за счет снижения потерь.

Как видно из этого краткого обзора, существующие методы анализа не позволяют четко представить структуру поведения. Возможно, это связано с использованием инструментария.

<sup>7</sup> Chiu W.H. On the Propensity to Self-Protect // The Journal of Risk and Insurance. Dec. 2000. Vol. 67, No. 4. P. 555—577.

<sup>8</sup> Sweeney G., Beard R. Self-Protection in the Expected Utility of Wealth Model: an Impossibility Theorem. The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory. 1992. Vol. 17. No. 2. P. 147—158.

<sup>9</sup> Sweeney G., Beard R. The Comparative Statics of Self-Protection // The Journal of Risk and Insurance. Jun. 1992. Vol. 59. No. 2. P. 301—309.

<sup>10</sup> Briys E., Schlesinger H. Risk Aversion and the Propensities for Self-Insurance and Self-Protection // Southern Economic Journal. 1990. Vol. 57. No. 2. P. 458—467.

## Снижение потерь для фирмы

Рассмотрим, как можно построить задачу о борьбе с неопределенностью для фирмы. Здесь наблюдается гораздо больше случаев возможного поведения. Потери от неопределенности возникают вследствие внутренних причин (неопределенность в работе самой фирмы) и внешних — влияния смежных рынков — факторов (поставщиков) и конечных товаров. На каждом из этих этапов могут существовать неблагоприятные исходы, влияние которых желательно предотвращать.

Как и раньше, действия экономического агента (в данном случае фирмы) делают неопределенность эндогенной. Действия могут быть направлены на снижение размера убытков или/и на снижение их вероятности. Подобные задачи были рассмотрены Paroush<sup>11</sup> (1981), Hiebert<sup>12</sup> (1983).

В настоящее время эта тема весьма перспективна для теоретических исследований, например, с точки зрения НИОКР или исследования рынка. Приведем основные известные на сегодняшний день результаты.

### Задача о маркетинге цены Paroush<sup>13</sup> (1981)

Рассмотрим задачу о влиянии затрат на маркетинг и выпуск. Пусть на рынке торгуется однородный товар  $y$ , цена которого  $\tilde{p}$  в точности неизвестна. Фирма имеет отдаленное представление о ней, равное  $p$ . Степень незнания описывается величиной стандартного отклонения  $\gamma$  и случайной величиной  $\epsilon$ .

$$\tilde{p} = p + \gamma\epsilon, \text{ где } E\epsilon = 0, E\epsilon^2 = 1 \text{ Pr}\{\gamma\epsilon > -p\} = 1.$$

Последнее условие означает, что цена никогда не станет равной 0.

Пусть величина  $s$  — расходы на маркетинговые исследования,  $c(y)$  — затраты на производство,  $F$  — фиксированные издержки производства. Тогда прибыль фирмы равна:

$$\tilde{\Pi} = \tilde{p}y - c(y) - F - s.$$

<sup>11</sup> Paroush J. Market Research as Self-Protection of a Competitive Firm under Price Uncertainty // International Economic Review. Jun. 1981. Vol. 22. No. 2. P. 365—375.

<sup>12</sup> Hiebert L.D. Self-Insurance, Self-Protection and the Theory of the Competitive Firm // Southern Economic Journal. Jul. 1983. Vol. 50. No. 1. P. 160—168.

<sup>13</sup> Paroush J. Market Research as Self-Protection of a Competitive Firm under Price Uncertainty.

$c'(y) > 0$  пусть производство происходит на возрастающем участке линии предельных издержек,  $c''(y) > 0$ .

Маркетинговые исследования позволяют фирме лучше понять рыночную цену и назначить цену, более выгодную для себя и приемлемую для клиентов.

*Замечание.* В отличие от широкой постановки задачи, здесь делается очень точное ограничение. Среднее цены не изменяется, изменяется только точность, с которой она известна. Поэтому все допустимые распределения задачи могут быть упорядочены на основе второго стохастического доминирования. На этой основе все формируемые цены можно строго ранжировать и задачу интерпретировать как задачу самострахования (ожидаемое значение остается прежним, изменяется его точность). В задаче потребителя сходный механизм ранжирования был использован Chui (2000). Далее будет рассмотрена задача о влиянии расходов на исследование рынка со стороны инвестора.

Неопределенность в задаче описывается параметром  $\gamma$ , среднем квадратичном отклонении. Сделаем некоторые предположения об организации неопределенности в задаче.

$\gamma_0 = \gamma(0)$  — начальное среднеквадратичное отклонение, начальная неопределенность.

$\gamma = \gamma(s)$   $\gamma'(s) < 0$   $\gamma''(s) > 0$ ,  $\lim_{s \rightarrow \infty} \gamma(s) = 0$  — устранимая неопределенность, бесконечные затраты позволяют достичь сколь угодно большей точности.

$\gamma = \gamma(s)$   $\gamma'(s) < 0$   $\gamma''(s) > 0$ ,  $\lim_{s \rightarrow \infty} \gamma(s) > 0$  — неустраняемая неопределенность, любые затраты не позволяют точно узнать цену.

Задача фирмы состоит в максимизации ожидаемой прибыли  $\max_{y,s} Eu(\tilde{\Pi})$ .

Для принятия решения фирме доступны две переменные — выпуск  $y$  и расходы на информацию (маркетинговые исследования)  $s$ .

Выпуск в некотором смысле можно рассматривать как обратную сторону потерь. Если фирма производит недостаточно много вследствие незнания рынка, то это будет ее упущенная выгода, что дает возможность интерпретировать выбор выпуска как самострахование.

Условия первого порядка выглядят следующим образом:

$$V_y = Eu'(\tilde{p} - c'(s)) = (p - c'(s))Eu' + \gamma Eu' \epsilon = 0$$

$$V_s = Eu'(\gamma' \epsilon y - 1) = \gamma' y Eu' \epsilon - Eu' = 0$$

По определению  $Eu'\epsilon < 0$ , поэтому цена продажи единицы товара превышает расходы на его производство:  $p - c'(s) > 0$ .

Дальнейшее решение строится из условия равновесия — какой выпуск  $y^*$  будет соответствовать каким расходам на изучение рынка  $s^*$ . Условия равновесия рынка записываются равновесием в выборе двух переменных — выпуском и маркетинговыми исследованиями:

$$f(y) = g(s),$$

$$\text{где } f(y) = y(p - c'), \quad g(s) = \left( -\frac{\gamma'}{\gamma} \right)^{-1}.$$

Условия второго порядка выглядят следующим образом и при традиционных условиях на функцию полезности гарантируют существование экстремума:

$$V_{yy} = Eu''(\tilde{p} - c')^2 - c'' Eu' < 0$$

$$V_{ss} = Eu''(\gamma'\epsilon y - 1)^2 + \gamma'' y Eu'\epsilon < 0$$

$$V_{yy} V_{ss} - V_{sy}^2 > 0$$

Все полученные в статье результаты предполагают убывающую абсолютную склонность к риску. Результат модели чувствителен к предположению о том, как изменяется функция затрат на покупку информации (рыночные исследования). В зависимости от этого модель порождает три разных варианта поведения фирмы.

### Случайность в технологическом процессе

Снижение случайностей в производственном процессе рассмотрел Hiebert<sup>14</sup> (1983). Случайность меняет производственный процесс. В этом смысле неопределенность может рассматриваться как фактор производства, комплементарный к тем, которые фирма покупает на рынке. Фирма может предпринять действия, чтобы снизить потери от неожиданностей. Для борьбы со случайными потерями фирме требуется выделение ресурсов, что в точности эквивалентно задаче о самостраховании. Фирма также может влиять на вероятность наступления потерь, что также было рассмотрено Hiebert (1983). Рассмотрим эти задачи по очереди.

<sup>14</sup> Hiebert L.D. Self-Insurance, Self-Protection and the Theory of the Competitive Firm // Southern Economic Journal. Jul. 1983. Vol. 50. No. 1. P. 160—168.

Пусть производство описывается следующей функцией  $q = f(x, c, \epsilon)$ , где  $q$  — выпуск,  $x$  — количество обычного фактора, использованного в производстве,  $c$  — расходы на снижение потерь в производственном процессе,  $\epsilon$  — случайная величина, описывающая потери производства. Причины случайностей могут быть самыми разными — от поломки оборудования до недостаточной квалификации персонала.

На производственную функцию накладываются следующие ограничения — убывание с ростом потерь  $f_\epsilon < 0$ . Рост количества фактора позволяет увеличить выпуск с убывающим масштабом  $f_x > 0$  и  $f_{xx} < 0$ . Борьба с потерями позволяет увеличить выпуск, но снижающимся темпом  $f_c > 0$  и  $f_{cc} < 0$ .

Для учета взаимодействия двух событий — роста количества фактора и влияния случайности — сделаем предположение, что  $f_{xc} < 0$ , что означает — все случайности нежелательны, поскольку нарушают технологический процесс. Будем считать, что влияние неожиданностей снижается в ответ на борьбу с ними, поэтому  $f_{c\epsilon} > 0$ . Для определенности в состоянии, отсутствия случайностей их влияние должно быть нулевым  $f_c(x, c, 0) = 0$ .

До начала производственного процесса фирма должна принять решение о количестве фактора  $x$ , который используется в производстве, и размере расходов  $c$  на снижение рисков. Фирма может иметь два состояния.

*Состояние 1.* Потерь от случайности нет.  $\pi_0 = f(x, c, 0) - wx - rc$ , где  $w$  и  $r$  — цены фактора производства и мер по снижению потерь. Для простоты цена товара принята равной 1.

*Состояние 2.* Случайность происходит и снижает выпуск и прибыль:  $\pi_1 = f(x, c, \epsilon) - wx - rc$ .

Задачей фирмы является выбор уровня выпуска и расходов на снижение риска для максимизации ожидаемой полезности от прибыли. Функция полезности имеет традиционные свойства  $U' > 0$  и  $U'' < 0$ , считая, что фирма является несклонной к риску. Ожидаемая полезность от прибыли равна:

$$EU = (1 - p)U(f(x, c, 0) - wx - rc) + pU(f(x, c, \epsilon) - wx - rc),$$

где  $p$  — вероятность неблагоприятного исхода.

Условия первого порядка в такой задаче записываются традиционным образом:

$$\begin{pmatrix} U_0'(f_x(x, c, 0) - w) & EU_1'(f_x(x, c, \epsilon) - w) \\ U_0'(f_c(x, c, 0) - r) & EU_1'(f_c(x, c, \epsilon) - r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - p \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

При введенных требованиях к производственной функции и функции полезности решение будет внутренним. Свойства решения при изменениях рискованности и отношения к риску (убывающая абсолютная склонность к риску) могут быть определены однозначно. В то же время эффект роста



цены фактора зависит от того, являются ли они стохастически заменяемыми или дополняющими.

Hiebert (1983) приводит анализ решения на чувствительность к изменениям склонности к риску и вероятности. Он заключает, что при определенных условиях рост несклонности к риску увеличивает оптимальный уровень расходов на самострахование, но далеко не всегда.

Рассмотрим комплементарную задачу о снижении вероятности потерь в результате специализированных расходов (фактически это задача самопротекции). Цель фирмы — максимизация ожидаемой полезности от прибыли:

$$EU = (1 - p(c))U(f(x, c, 0) - wx - rc) + p(c)U(f(x, c, \epsilon) - wx - rc).$$

Рост расходов снижает вероятность неблагоприятного исхода  $p'(c) < 0$  с возрастающим темпом  $p''(c) > 0$ . Мы считаем, что действия фирмы влияют исключительно на вероятность потерь, но не на их величину. Тем самым исключается взаимозависимость между самострахованием и самопротекцией.

$$\begin{pmatrix} U_0'(c)(f_x(x, c, 0) - w) & EU_1'(\pi_1)(f_x(x, c, \epsilon) - w) & 0 \\ U_0'(c)(f_c(x, c, 0) - r) & EU_1'(\pi_1)(f_c(x, c, \epsilon) - r) - [U(\pi_0) - E[U(\pi_1)]] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - p(c) \\ p(c) \\ p'(c) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Условие первого порядка для выпуска аналогично предыдущей модели. Второе уравнение утверждает, что предельные затраты на самопротекцию равны предельному выигрышу от нее. В этой задаче рост вероятности потерь одновременно снижает оптимальный спрос на фактор производства и оптимальный уровень расходов на самопротекцию.

Однако очевидно отличие от задачи самопротекции — несклонный к риску экономический агент не имеет однозначного желания больше вкладывать в эту операцию. Кроме того, условие существования результатов требует, чтобы факторы производства были комплементарны, а не взаимозаменяемы, как при самостраховании.

### Управление инвестиционным портфелем при затратах на сбор информации

Гроссман и Штиглиц показали, что понятие информационно-эффективного рынка внутренне противоречиво, если информация сколько-то стоит. Предположим, что задачей участника является инвестирование, но у него недостаточно информации. Участник попадает в ситуацию Робинзона Кру-

зо, когда нужно поменять неопределенности, если не всего мира вокруг, то, по крайней мере, своих представлений. Соответственно возникает вопрос: как должна быть модифицирована задача об инвестициях в ценные бумаги?

Raoush и Peles (1978) рассмотрели задачу об инвестициях при формировании инвестиционного портфеля. За основу была взята модель портфельных инвестиций Марковица — Тобина. Изначально предполагалось, что инвестор не имеет полной информации о ценных бумагах. Неточность знаний отражается в рискованности ценной бумаги в том виде, в котором о ней известно инвестору. Неточность измеряется с помощью среднеквадратичного отклонения. Расходы на изучение ценной бумаги делают зависимыми размер инвестиций и информационные расходы.

Мы считаем, что информация влияет исключительно на точность доходности (среднеквадратичное отклонение), но не на ее уровень (самопротекцию). Тем самым сразу определяется упорядоченность на множестве допустимых распределений. Для упрощения принимается, что ценные бумаги имеют нулевую корреляцию.

Как и в традиционной модели инвестиционного портфеля, инвестор создает целевую функцию. Здесь целевой функцией инвестора является минимальная дисперсия целевого инвестиционного портфеля:

$$\min_{\lambda, n_i} \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^m \lambda_i^2 \sigma_i^2$$

При ограничении на доходность портфеля

$$Ex - c(n_1, \dots, n_m) = \sum \lambda_i \mu_i + r(1 - \sum \lambda_i) - c(n_1, \dots, n_m) = A$$

- $\sigma_x^2$  — вариация доходности всего портфеля,
- $\lambda_i$  — доля инвестиций на ценную бумагу  $i$ ,
- $\mu_i$  — ожидаемая доходность ценной бумаги  $i$ ,
- $n_i$  — расходы на приобретение информации по ценной бумаге  $i$ ,
- $\sigma_i^2$  — дисперсия доходности ценной бумаги  $i$  после того, как были проведены расходы  $n_i$ ,
- $r$  — доходность безрискового актива,
- $c(n_1, \dots, n_m)$  — полные расходы на приобретение информации по всем ценным бумагам.

Решение задачи находится из условий первого порядка для следующего Лагранжиана:

$$L = \sum \lambda_i \sigma_i^2 - 2\gamma \left[ \sum \lambda_i \mu_i + r(1 - \sum \lambda_i) - c(n_1, \dots, n_m) \right]$$

Условие первого порядка выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 2[\lambda_i \sigma_i^2 - \gamma \mu_i + \gamma r] = 2[\lambda_i \sigma_i^2 - \gamma(\mu_i - r)] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_i} = \lambda_i^2 \frac{d\sigma_i^2}{dn_i} + 2\gamma c_i = 0,$$

$$\text{где } c_i = \frac{\partial c}{\partial n_i}.$$

Промежуточный результат долей актива  $i$  в портфеле равен  $\lambda_i = \gamma \frac{\mu_i - r}{\sigma_i^2(n_i)}$ .

Если отказаться от предположения о зависимости дисперсии от расходов на информацию, то это в точности формула модели о портфельных инвестициях.

Пусть для определенности дисперсия изменяется от объема расходов по следующему закону:

$$\sigma_i^2 = \sigma_{i0}^2 n_i^{-\alpha} \quad \alpha > 0 \quad \sigma_{i0}^2 \text{ — априорная дисперсия}$$

$c_i = d_i n_i^\delta$ ,  $\delta \geq 0$ ,  $d_i$  — константа затрат, специфическая для каждой ценной бумаги  $i$ .

В этом случае объем расходов на ценную бумагу  $i$  будет зависеть от доходности  $\frac{(\mu_i - r)^2}{\sigma_{i0}^2}$  с учетом затрат:

$$n_i = \left[ \frac{\gamma (\mu_i - r)^2 \alpha}{2 \sigma_{i0}^2 d_i} \right]^{\frac{1}{1+\delta-\alpha}}$$

А доля ценной бумаги  $i$  будет равна:

$$\lambda_i = \gamma \frac{\mu_i - r}{\sigma_{i0}^2} \left[ \frac{\gamma (\mu_i - r)^2 \alpha}{2 \sigma_{i0}^2 d_i} \right]^{\frac{1}{1+\delta-\alpha}}$$

Таким образом индивидуальные затраты на поиск информации и возможность ее обработки корректируют долю в портфеле.

## Взаимодействие самострахования и самопротекции

Выше уже отмечалось, что самопротекция требует затрат, поэтому неизбежно сдвигает распределение вероятностей в сторону меньших величин. Рассмотрим, как эти два действия связаны между собой.

ВЕ отмечали, что эмпирически очень сложно различить самострахование и самопротекцию. Главная причина этого заключается в сложности сравнения произвольных распределений на основании малого количества наблюдений. Кроме того, подход на основе первого (на основе среднего), второго (дисперсии) стохастического доминирования не задает полной упорядоченности между случайными исходами.

С другой стороны, не ясно, как учитывать влияние (изменения) всех остальных моментов функции распределения. Существует единственное распределение, которое однозначно задается своими моментами — нормальное. С другой стороны, в экономике хорошую поведенческую интерпретацию имеют лишь среднее и дисперсия, что требует новых идей для анализа.

Поясним сложность различения самострахования и самопротекции на примере.

*Пример 1.* Покупка оборудования для разговора по телефону во время движения понижает вероятность ДТП, увеличивая свободу движения рук. Это позволяет водителю сохранять большую маневренность и не увеличивает рискованности в поведении водителя. Покупка такого снаряжения — расход на снижение риска. С другой стороны, во время разговора внимание водителя раздваивается между управлением автомобилем и разговором. Поэтому освобождение рук водителя от телефонной трубки создает иллюзию безопасности, водитель может себе позволить ехать более беспечно.

*Пример 2.* Центральный банк проводит сертификацию банков на вхождение в пул сертифицированных для страхования. Банк должен выполнить ряд процедур для соответствия требованиям, которые предъявляются к банкам, принимающим депозиты от населения. Это повышает уверенность клиентов в том, что их вклады будут застрахованы. С другой стороны, экономический агент, получив страховку, начинает вести себя более рискованно<sup>15</sup>. Соответственно коммерческий банк может начать проводить более рискованную политику. Привлекая новые депозиты, банк увеличивает свои обязательства, проводя более рискованную политику, он повышает вероятность банкротства.

<sup>15</sup> Иногда такое поведение называют «задачей самаритянина».

*Пример 3.* Вернемся к примеру с фирмой «Мерседес», которая выбрала российский завод в Павловске в качестве своего поставщика. Для того чтобы стать поставщиком для требовательного покупателя, Павловский завод сделал большие инвестиции, чтобы удовлетворить всем требованиям и получить выгодный и престижный контракт. Его желание снизить вероятность отказа заставило тратить средства на переоборудование производства, обучение персонала и т.д.

Обсудим взаимодействие между самострахованием и самопротекцией. Общей характеристикой обоих подходов является снижение *ожидаемых* потерь. Пусть  $y$  — расходы на самострахование,  $x$  — расходы на самопротекцию. Формулировка «расходы на» означает, что эта переменная является целевой в определении расходов. Если выбирается  $y$ , то целью является снижение размера потенциальных потерь, если выбирается  $x$ , то цель — снижение вероятности неблагоприятного исхода. Описанное влияние расходов на переменные будем называть прямыми эффектами. Их знаки заданы экзогенно — рост  $y$  снижает размер потерь, рост  $x$  снижает неблагоприятную вероятность.

**Таблица 1.** Соответствие переменных и целей их использования

Переменная	Целевая задача
Размер потерь	Рост расхода $y$ снижает размер потерь, сдвигает распределение $L'_y$
Вероятность неблагоприятного исхода	Рост расходов $x$ снижает вероятность для каждого из исходов, «сжимает» функцию плотности распределения, $p'_x < 0$

Взаимодействие возникает от косвенных эффектов, когда рост расходов, изначально предназначенных для одной цели, влияет на результат другой. Такие эффекты будем называть косвенными или наведенными, а описывать частными производными  $L'_x < 0$  и  $p'_y < 0$ .

Предположим, что имеют место сразу обе операции — самострахование и самопротекция. Знаки частных производных заслуживают отдельного обсуждения. Во всех примерах из статей выше предполагалось полное отсутствие таких косвенных эффектов:  $L'_x = 0$  и  $p'_y = 0$ .

Пусть размер полных потерь равен  $L(L^0, y, x)$ ,  $L^0$  — величина потерь, которые произойдут, если ничего не делать  $x = 0, y = 0$ :  $L^0 = L(L^0, 0, 0)$ . Эндогенный размер потерь мы также будем называть производственной функцией снижения затрат  $L(L^0, y, x)$ . Она является отображением из множества расходов на множество затрат.

Естественно, что следует предположить, что  $L'_y < 0$ . Однако может иметь место изменение величины расходов на самопротекцию как  $L'_x > 0$ , так и  $L'_x < 0$ .

В первом случае результат самопротекции направлен против снижения затрат, во втором — на снижение затрат.

Другим управляющим параметром является вероятность наступления неблагоприятного исхода —  $p(p_0, y, x)$ ,  $p_0$  — вероятность наступления неблагоприятного исхода, если экономический агент не станет ничего предпринимать. Эту же функцию мы будем называть технологией снижения вероятности неблагоприятного исхода. Мы считаем, что рост расходов  $x$  ведет к снижению вероятности потерь  $\frac{\partial p(p_0, y, x)}{\partial x} < 0$ . Вероятность неблагоприятного события будет больше, если изначально вероятность была выше:  $p_1(p_0, y, x) > 0$ .

Интерпретация производных накладывает ограничения на знаки производных:

$$|L'_y| > |L'_x|, \text{ откуда следуют два возможных случая:}$$

$L'_y < L'_x < 0$  — сонаправленные эффекты от нецелевых расходов. Расходы  $x$  на снижение вероятности также снижают размер потерь. Можно считать, что в этом случае имеют место взаимодополнения самострахования и самопротекции.

$L'_y < 0 < L'_x < |L'_y|$  — противонаправленные эффекты, частичный самообман. Снижение вероятности ведет к росту размера потерь. В терминах распределений это означает, что операция «сжатия» распределения *одновременно* ведет к его сдвигу в нежелательном направлении. Можно считать, что имеет место замещение между самострахованием и самопротекцией.

Сходные ограничения можно сформулировать для задачи управления вероятностью. Мы считаем, что  $|p'_y| < |p'_x|$  — расходы  $x$  на увеличение вероятности желательного события всегда дают больший по модулю эффект, чем косвенные от расходов  $y$  на снижение потерь целевые расходы, откуда следуют два возможных случая:

$0 < p'_y < p'_x$  — целевые расходы создают сонаправленный (комплементарный) результат.

$-p'_x < p'_y < 0 < p'_x$  — целевые расходы создают противонаправленный (взаимозаменяющий) результат.

Оба случая  $-p'_x < p'_y < 0 < p'_x$  и  $L'_y < 0 < L'_x < |L'_y|$  мы будем интерпретировать как самообман. Действие по управлению неопределенностью вызывает противонаправленный эффект. В принципе эти операции независимы друг от друга.

Поскольку самострахование и самопротекция — две независимые операции, то понятия взаимодополнение и взаимозамещение оказываются некорректными. Оба понятия описывают симметричные отношения. Поэтому для точности терминологии мы будем говорить, что самопротекция мо-

жет быть взаимодополняющей (взаимозамещающей) по отношению к наведенному самострахованию и наоборот.

В литературе описано сходное явление, которое носит название «принципа самаритянина». Оно состоит в следующем: после того как экономический агент получает страховку, он может начать вести себя более рискованно. В нашем случае экономический агент, позаботившись об одной стороне дела, может начать вести себя более беспечно. Если беспечность касается только одной стороны поведения (или вероятности, или размера потерь), то его можно назвать частичным самообманом. Если участник не принимает во внимание оба эффекта, то такое поведение будем называть полным самообманом.

Описываемое здесь состояние самообмана можно по-разному квалифицировать в психологических терминах — вера в удачу, излишняя самоуверенность, магическое мышление, непоследовательность в принятии решений и действиях.

Описанное снижение ожидаемых потерь можно записать в виде следующего матричного неравенства:

$$\begin{pmatrix} L & L_x \\ L & L_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_x & p_y \\ p & p \end{pmatrix} < 0.$$

Отсюда следует:

1. Наведенные эффекты  $L_x$  и  $p_y$  могут иметь любые знаки, что согласуется в введенными выше ограничениями. Достаточным условием является лишь выполнение неравенства.

2. Из условия невырожденности задачи следует, что наведенные эффекты не должны быть равными, т.е.  $|L_x| \neq |L_y|$  и  $|p_y| \neq |p_x|$ .

Схематически управляющее воздействие на снижение размера потерь представлено на рис. 1.

Расход на прямую переменную может иметь прямо противоположный эффект на другую (см. примеры выше). Два разных случая выделены в третьем столбце табл. 2.

Сонаправленность эффектов интуитивно понятна — мы получаем дополнительный вклад в целевой результат, а самообман требует комментариев. Если человек считает, что уже предпринял усилия по снижению ожидаемых потерь (приобрел автомобиль с подушками безопасности), то он может думать, что более быстрая езда ему меньше угрожает. Другими словами, это эффект, который связан с безмятежностью от предпринятых затрат.

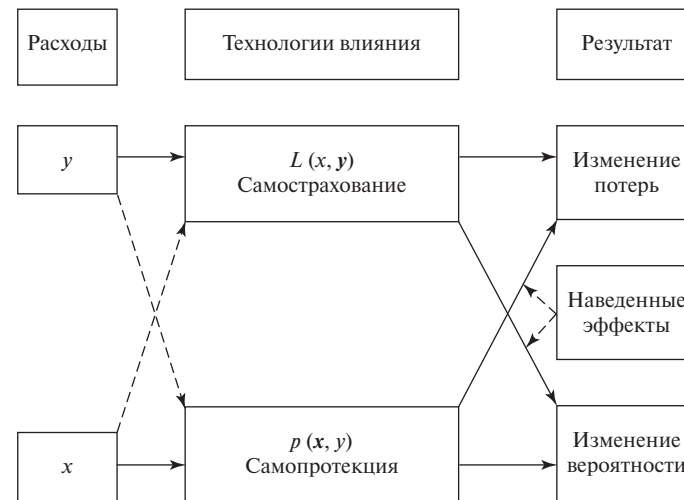


Рис. 1. Взаимодействие эффектов самострахования и самопротекции (целевая и управляющая переменные выделены)

Таблица 2. Классификация случаев взаимодействия самострахования и самопротекции

	Целевой эффект	Наведенный эффект
Самострахование, $y$	$L'_y < 0$ (самострахование снижает потери)	$p'_y < 0$ (сонаправленный) или $p'_y > 0$ (эффект частичного самообмана)
Самопротекция, $x$	$p'_x < 0$ (самопротекция уменьшает вероятность неблагоприятного исхода)	$L'_x < 0$ (сонаправленный) или $L'_x > 0$ (эффект частичного самообмана)

Формальная сторона может быть описана в виде максимизации ожидаемой полезности<sup>16</sup>. Добавим изменения в использованные выше обозначения.

Технология увеличения вероятности зависит от двух типов расходов  $x$  и исходной вероятности  $p_0 - p = p(p_0, x, y)$ . Параметр  $x$  — управляющий параметр.

Технология снижения потерь зависит от двух типов расходов  $y$  и размера исходных потерь  $L_0 : L = L(L_0, x, y)$ . Параметр  $y$  — управляющий параметр.

<sup>16</sup> Формально эта формула была получена в дипломной работе О. Кузьминой (2005), выполненной в Международном институте экономики и финансов и представлена в статье Levan-do D., Kuzmina O. Self-Protection and Self-Insurance with Interacting Technologies на XII Между-народной конференции Utility, Uncertainty and decision making, Rome, June, 2006.

Тогда задача максимизации ожидаемой полезности записывается следующим образом:

$$\max EU = (1 - p(p_0, x, y))U(I_0 - x - y) + p(p_0, x, y)U(I_0 - L(L_0, x, y) - x - y).$$

В точке равновесия условие первого порядка выглядит следующим образом:

$$\frac{U(I_1) - U(I_0)}{U'(I_0)[L_y(x, y) - L_x]} = \frac{p}{p_y - p_x}.$$

Полученные условия первого порядка удобно выписать в другом виде:

$$\frac{U_1 - U_0}{U_0' p} = \frac{L'_y - L'_x}{p'_x - p'_y}.$$

Удобство такой записи следует из ее структуры. В левой части записано отношение разницы полезности между двумя событиями («плохим» и «хорошим») и ожидаемой предельной полезностью. В правой части записаны результаты управления, которые, согласно определениям, больше нуля каждое.

Числитель левой части положителен, так как представляет собой разность полезности «желательного» и «нежелательного» состояний. Предельная полезность положительна согласно определению функции полезности. Правая часть положительна согласно определениям целевых действий. Отсюда следует несколько возможных случаев соотношений между знаками предельных эффектов в их влиянии на неопределенность.

Частный случай был рассмотрен Chang и Ehrlich<sup>17</sup> (1985), где  $L'_x = 0$  и  $p'_y = 0$ :

$$\frac{U(I_1) - U(I_0)}{U'(I_0)L'_y(y^*)} = \frac{p(x^*, y^*)}{p'_x(x^*)}.$$

Таблица 3. Различные эффекты взаимодействия снижения вероятности неблагоприятного события и потерь от него

	$L'_y < L'_x < 0$	$L'_y < 0 < L'_x <  L'_x $
$0 < p'_y < p'_x$	Полное дополнение между эффектами	Частичный самообман
$ p'_x  < p'_y < 0 < p'_x$	Частичный самообман	Полный самообман

<sup>17</sup> Chang Y.-M., Ehrlich I. Insurance, Protection from Risk, and Risk-Bearing // The Canadian Journal of Economics. Aug. 1985. Vol.18. No. 3. P. 574—586.

Мы можем классифицировать эффекты поведения согласно знакам производных. Из условий отрицательных ожидаемых потерь

$dEL = pdL + Ldp = dx(p_x + L_x) + dy(p_y + L_y) < 0$  принципиально допустимы все приведенные варианты.

Полный самообман возникает вследствие того, что оба действия — влияние на вероятность и размер потерь — взаимодействуют нежелательным образом. Причем такой эффект может существовать в рамках оптимального поведения, максимизирующего ожидаемую полезность. Он основан на непоследовательности в поведении — человек одновременно совершает два действия и полностью полагается на удачу. Частичный самообман основан на выполнении одного действия по улучшению результата и вере в удачу, что все остальное сложится само собой.

Из условия первого порядка следует, что существование самообмана может не мешать достижению.

С одной стороны, это противоречит рациональному поведению, с другой — заданность технологий позволяет достичь улучшения. Поэтому при заданных технологиях указанный результат вполне рационален.

Условия первого порядка определяются из свойств вторых производных:

$$EU_{xx} < 0 \text{ и } \begin{vmatrix} EU_{xx} & EU_{xy} \\ EU_{yx} & EU_{yy} \end{vmatrix} > 0.$$

Исследование вторых производных дает весьма сложные результаты:

$$(1 - p)U_1'' + pU_0''(-1 - L_x)^2 + 2p_x U_1' + 2p_x U_0'(-1 - L_x) - pL_{xx} U_0' + p_{xx}(U_0 - U_1) < 0$$

$$\begin{aligned} & - \left( (1 - p)U_1'' + U_1' p_y + p(-1 - L_y)^2 U_0'' + p_y(-1 - L_x)U_0' + \right. \\ & \left. p_x(-1 - L_x)U_1' + p_x U_1' + p_x U_0'(-1 - L_y) - pL_{xy} U_0' + p_{xy} U_0 - p_{xy} U_1 \right)^2 + \\ & \left( (1 - p)U_1'' + 2U_1' p_y + 2p_y(-1 - L_y)U_0' + \right. \\ & \left. + p \left( (-1 - L_y)^2 U_0'' - L_{yy} U_0' \right) + p_{yy}(U_0 - U_1) \right) \\ & \left( (1 - p)U_1'' + 2U_1' p_x + 2p_x(-1 - L_x)U_0' + \right. \\ & \left. + p \left( (-1 - L_x)^2 U_0'' \right) - L_{xx} U_0' + p_{xx}(U_0 - U_1) \right) > 0 \end{aligned}$$



## Совместное влияние рыночного страхования и самостоятельных действий по снижению риска

Изучение совместимости самостоятельных действий по снижению риска и рыночного страхования представляет интерес с точки зрения их взаимодействия.

*Пример.* Дачный поселок может снизить потери от воровства разными способами — заключив договор на охрану, поставив сигнализацию или застраховав имущество. В контексте настоящей работы интерес представляет вопрос: насколько появление новой альтернативы — страхования через рынок — способно изменить расходы на самостоятельное обеспечение защиты?

Появление страхования через рынок несколько меняет ситуацию. Рынок страхования предполагает конкуренцию фирм. Мы принимаем во внимание только «справедливое» страхование, когда конкуренция на рынке страховых услуг сводит прибыль от такой деятельности к 0, т.е. предельно упрощаем организацию отраслевого рынка страхования. Это означает, что ни одна фирма не сможет самостоятельно влиять ни на условия страхования, ни на поведение клиентов.

Условие нулевой прибыли позволяет записать, что ожидаемый доход  $a$  (для клиентов это страховая премия) от страховых взносов равен ожидаемому расходу  $z$  (для клиентов это страховая компенсация)  $a = z \frac{p}{1-p}$ .

С другой стороны, в случае совершенной конкуренции и необманными однородных клиентов им предложат такие контракты, при которых доходы в обоих состояниях будут равны.

Доход клиентов при благополучном исходе —  $I_0 - x - y - a$ .

При неблагоприятном  $I_0 - x - y - L(x, y) + z$ .

Отсюда следует  $L(x, y) = a + z$ , т.е. величина потерь в точности равна сумме страховой премии и страхового возмещения.

Поскольку в исследуемой постановке получатель страховых услуг имеет возможность влиять на вероятность исходов, то у поставщика услуг имеется два варианта действий.

*Случай 1.* Если число таких «сверхнесклонных к риску» участников невелико и они не оказывают влияния на рынок, то на них можно не обращать внимания. Тогда фирмы будут в своей политике ориентироваться на условия, где размер потерь равен первоначальному, т.е.

$L_0 = a + z = z \left( 1 + \frac{p_0}{1-p_0} \right) = \frac{z}{1-p_0}$ , откуда следует, что величина страхового покрытия будет равна  $z = L_0(1-p_0)$ , а размер страховой премии  $a = p_0 L_0$ .

Все величины с индексом 0 соответствуют начальным значениям параметра, которые не изменяются в результате индивидуальных действий. Действия страховой компании в этом случае определяются исключительно начальными условиями, но агент учитывает ее услуги в своих действиях.

Его задача формулируется следующим образом:

$$\max EU = (1 - p(p_0, x, y))U(I_0 - x - y - p_0 L_0) + p(p_0, x, y)U(I_0 - L(L_0, x, y) - x - y + (1 - p_0)L_0).$$

Все переменные, которые соответствуют действиям фирмы, имеют индекс 0, так как фирма не принимает в расчет действия агента.

Полученная задача по структуре в точности повторяет задачу о взаимодействии самострахования и самопротекции при отсутствии рыночного страхования. Отличие состоит в дополнительных слагаемых обоих состояний.

*Случай 2.* В этом случае каждая фирма рынка страховых услуг ведет себя стратегически и учитывает влияние самострахования и самопротекции на изменения размера потерь и вероятности потерь по всему рынку. Соответственно все величины должны быть скорректированы:

$$L(x, y) = a + z = \frac{z}{(1 - p(x, y))}, \text{ и } a = p(x, y) * L(x, y). \text{ Подставим эти значения}$$

в целевую функцию агента:

$$\begin{aligned} & (1 - p(x, y))U(I_0 - x - y - p(x, y)L(x, y)) + \\ & + p(x, y)U(I_0 - L(Lx, y) - x - y + (1 - p(x, y))L(x, y)) = \\ & (1 - p(x, y))U(I_0 - x - y - p(x, y)L(x, y)) + \\ & + p(x, y)U(I_0 - x - y - p(x, y)L(x, y)) = \\ & = U(I_0 - x - y - p(x, y)L(x, y)). \end{aligned}$$

Задача о максимизации полезности сводится к поиску максимума функции  $U(I_0 - x - y - p(x, y)L(x, y))$  по двум аргументам:

$$\max_{(x, y)} U(I_0 - x - y - p(x, y)L(x, y)).$$

Для нас представляют интерес условия взаимодействия между самострахованием и самопротекцией.

Запишем условия первого порядка для каждой из переменных:

$$U'(I_0 - x - y + p(x, y)L(x, y))(-1 - p_x L - p L_x) = 0$$

$$U'(I_0 - x - y + p(x, y)L(x, y))(-1 - p_y L - p L_y) = 0$$

На основе условий первого порядка мы проведем несколько видов анализа.

### Исследование влияния самообмана на достижимость снижения вероятности потерь и размера потерь

Из условия первого порядка следует, что  $-1 - p_x L - p L_x = 0$  и  $-1 - p_y L - p L_y = 0$ . Согласно определению самострахования и самопротекции нам известны знаки  $p_x < 0$ ,  $L_y < 0$ . Воспользуемся этими условиями для определения допустимых знаков наведенных эффектов, совместимых с задачей.

Условия первого порядка будут выполнены при следующих ограничениях на знаки наведенных (косвенных) эффектов:

$$-1/L_0 < p_y \text{ и } -1/p_0 < L_x.$$

Верхняя граница для наведенных эффектов может быть получена из условия невозрастания ожидаемых потерь:

$$p_y L_0 + p_0 L_x \leq -(p_x L_0 + p_0 L_y).$$

В правой части заведомо положительное число, которое ограничивает сверху допустимый набор значений производных от прямых эффектов самострахования и самопротекции.

На рис. 2 показаны необходимые условия, при которых существует решение задачи. Видно, что возможно такое сочетание технологий снижения размера и вероятностей потерь, при котором все равно будет наблюдаться улучшение в положении человека. Улучшение может иметь место даже при самообмане, т.е. когда косвенное воздействие способно ухудшить результат.

Возникает вопрос: как можно улучшить результат (максимизировать ожидаемую полезность) наилучшим образом? Получаемое улучшение ожидаемой полезности заставляет думать, что результат уже достигнут и сделано все, что можно. Причем каждый человек обычно не имеет выбора в стратегиях снижения потерь или/и их вероятности. Поэтому представляется, что улучшение результата может быть связано с выбором технологий.

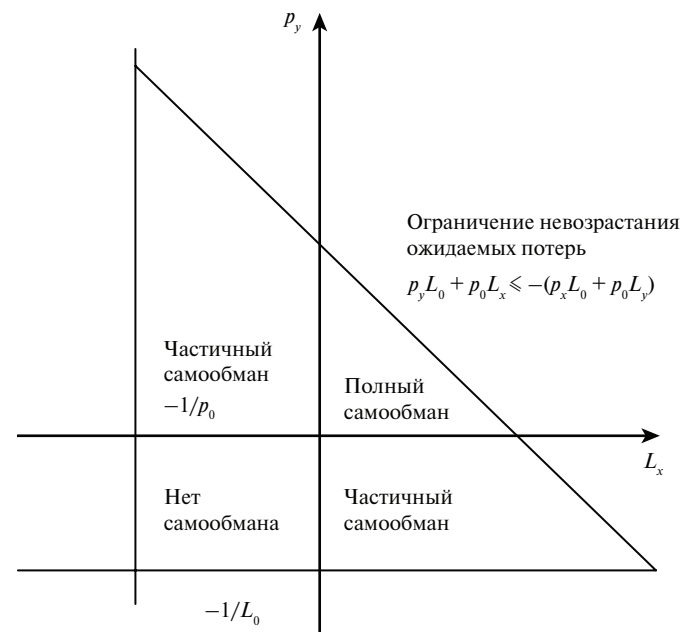


Рис. 2

### Соответствие задачи снижения потерь и метода анализа на основе ожидаемой полезности

Анализ рисков с помощью ожидаемой полезности имеет противоречие по сравнению с аксиомами выбора случайных величин. Первое и второе стохастические доминирования устанавливают лишь частичное упорядочивание на множестве распределений. Поэтому их совмещение весьма проблематично. В задачах из теории фирмы, приведенных выше, этого удалось избежать за счет предположений о фиксации среднего.

Выше было продемонстрировано, что удобная постановка задачи о самостраховании и самопротекции при наличии рыночного страхования теряет удобство интерпретации. Получаемая формула для анализа взаимодействия самострахования и самопротекции оказывается весьма сложной и не дает однозначного ответа на вопрос.

В рассматриваемой задаче о взаимодействии самострахования и самопротекции распределение изменяется под воздействием каждой из операций (рис. 3).

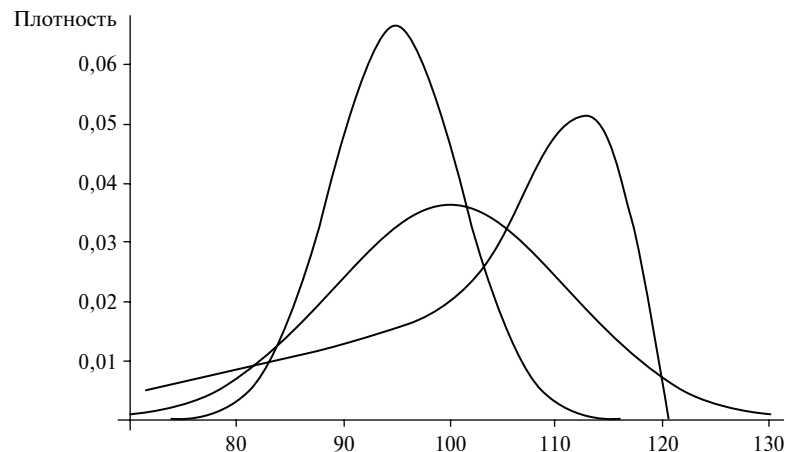


Рис. 3. Изменение функции плотности при самостраховании и самопротекции

Первоначальная исходная функция плотности АВ события преобразуется под воздействием самострахования (плотность вероятности — CD) и самопротекции (плотность вероятности — EF). Задача самострахования — повысить определенность результата, т.е. функция плотности должна стать более «узкой». Расходы на снижение издержек нужно компенсировать, что создает сдвиг влево.

Задача самопротекции — сдвинуть вправо как можно большую часть линии плотности. Расходы на эту операцию естественно будут противодействовать такой операции.

Любое начальное распределение однозначно задается последовательностью значений центральных и начальных моментов. Поэтому в общем случае и самопротекция, и самострахование могут изменять любые моменты исходной функции плотности. Это ставит вопрос о допустимости получаемого результата по следующей причине.

Задача сравнения распределений в общем случае не решена на сегодняшний день. Известные способы их упорядочивания — первое, второе, третье стохастические доминирования — определяют лишь частичное отношение на множестве всех распределений. Поэтому «оптимальное» распределение может оказаться несравнимым с исходным. Мы сможем сравнивать только результат — ожидаемую полезность для старого и нового распределения. При этом новое распределение может оказаться несравнимым с исходным. В задачах фирмы, приведенных выше, это обходилось работой только с дисперсией случайной величины. В задачах потребителя в общем виде сравнение распределений представляется сложным.

Поставленная задача — поиск «оптимального» распределения — делает зависимыми две операции, которые производятся с распределениями — сдвиг и «сужение» распределения. Поэтому без специальных ограничений мы не можем сразу получить заведомо предпочтительное распределение.

Самопротекция неизбежно нарушает симметрию распределения, что выводит новое распределение за пределы множества нормальных распределений. Поэтому в этом месте экономической теории имеется спрос на адекватный математический аппарат — алгебраические структуры, определенные на стохастических распределениях.

### Практическая сторона самостоятельного предотвращения неблагоприятных исходов

В качестве иллюстрации применения идей настоящего раздела рассмотрим два примера. Первый взят из профессиональной литературы, второй — из антропологии.

На основании понятия самострахования Martin<sup>18</sup> (2002) сформулировал рекомендации по ведению бизнеса.

«Некоторые советы, как фирмы могут сохранить деньги и защитить себя при переговорах.

1. Два поставщика лучше чем один. Разделение поставок между несколькими подрядчиками позволяет сохранить поставки, если один из них имеет сложности или уходит из бизнеса.

2. Необходимо иметь обновленный список поставщиков. Фирмы постоянно входят и выходят из бизнеса, поэтому нужно иметь самые свежие данные о контрагентах.

3. Имейте как можно меньше обязательств перед каждым поставщиком. Каждому поставщику не предоставляйте контракта больше, чем на половину суммы всех расходов. Если появится лучшая альтернатива, то Вы сможете ею воспользоваться.

4. Имейте основания считать, что вы получите отрицательный ответ. Чем больше отрицательных ответов Вы получите, тем более выгодные условия сможете выторговать.»

Все советы имеют целью снизить потери от неблагоприятного исхода, который связан с неопределенным контрагентом.

<sup>18</sup> Martin M. Self-Protection: Reliance on Financial Troubled Service Providers Requires Special Contract Care // Network World. 2002.

Второй пример заимствован из антропологии языковых структур<sup>19</sup>. Человеческий опыт накапливается в текстах. Тексты служат для переноса знаний и стереотипов поведения между поколениями. Покажем, каким образом идея снижения потерь нашла отражение в сходных пословицах разных языков. Русским аналогом выступает пословица «Семь раз отмерь — один раз отрежь». Идея пословицы состоит в том, что при подготовке к важному событию следует специально готовиться, так как можно испортить результат.

**Таблица 3.** Пословицы, эквивалентные русской «Семь раз отмерь — один раз отрежь»

<b>Русский</b>	
Семь раз отмерь — один раз отрежь	
<b>Французский</b>	
Il faut tourner sa langue sept fois dans sa bouche avant de parler	Поверни язык семь раз во рту прежде чем что-то сказать
<b>Английский</b>	
Second thoughts are best	Вторая мысль лучше первой
Measure thy cloth ten times	Проверь свою одежду десять раз
Look before you leap	Посмотри прежде чем прыгать
Score twice before you cut once	Дважды посчитай перед тем как однажды отрезать
<b>Испанский</b>	
Dormiréis sobre ello, y tomaréis acuerdo	Сначала выспись, затем принимай решение
<b>Итальянский</b>	
Pensarci prima per non pentirsi poi	Сначала подумай, чтобы потом не сожалеть
Andare (procedere) coi piedi di piombo	Продолжай не торопясь
<b>Немецкий</b>	
Besser zweimal messen, als einmal vergessen	Лучше сосчитать дважды, чем забыть один раз
<b>Литовский</b>	
Devynis kartus pamatuok, dešimta — pjauk	Сосчитай девять раз, а отрежь на десятый
<b>Финский</b>	
Parempi virsta vääraä kuin vaaka vaaraa	Лучше обойди одну милю, чем прими риск в один дюйм
<b>Турецкий</b>	
Bin ölçüp bir bicmeli	Измерь 1000 раз и один раз отрежь

Несложно заметить, что все пословицы говорят об одном — прежде чем что-то предпринять, следует провести подготовку. Масштаб подготовки и

<sup>19</sup> Выражаю благодарность О. Кузьминой за помощь в сборе языкового материала.

ее образное описание различаются между языками, но можно выделить общие характеристики, приведенные в табл. 4.

**Таблица 4.** Интерпретация действий, отраженная в пословицах

<b>Описание обычного языка</b>	<b>Экономическая интерпретация</b>
Целевое действие	Достижение цели
Способность совершить предварительную подготовку	Способность что-то повторить до начала действия
Результат желательного действия	Выигрыш
Результат неправильного действия	Потеря или меньший выигрыш
Предварительная подготовка	Инвестиции и затраты

Из пословиц непосредственно не следует, каким способом снижения неопределенности следует воспользоваться — самостраховкой или самопротекцией. Многократное повторение перед началом действия можно интерпретировать как самообучение.

Важной деталью рассматриваемых пословиц является полное отсутствие апелляции к страхованию и к рынку. Массовый доступ к страховым услугам сравнительно недавнее изобретение, что дает возможность предположить, что указанные рекомендации по действиям в условиях неопределенности сформировались много раньше.

## Заключение

В настоящей работе исследовалось поведение экономического агента, способного принимать решения, которые влияют на исходы неопределенности. В терминах традиционного анализа, это поведение «большого» агента, который способен изменить ситуацию для себя даже в условиях неопределенности. Такое поведение может влиять на размер исходов или на их вероятности. Несмотря на немногочисленность работ по данной теме и сравнительно позднее оформление направления, примеры такого поведения встречаются весьма часто. Оно может быть присуще как потребителям, производителям, так и третьим агентам. Примеры моделей потребителей и производителей приведены в тексте.

Анализ принятия решения, которое способно снизить неопределенность, может рассматриваться в рамках двух подходов к описанию неопределенности — через случайные состояния и через распределения. Общим является то, что невозможно установить полную упорядоченность между случая-

ми. Концепции первого и второго стохастического доминирования вводят лишь частичный порядок. В задаче производителя это ограничение обходится за счет фиксации цены и перехода к инвестированию в получение информации, которая позволяет снизить дисперсию.

В то же время особенность результатов поведения «большого» экономического агента состоит в том, что конечный результат может иметь изменения в моментах любого порядка. Это позволяет предположить, что требуемое решение может строиться как результат смешанных стратегий — приложения разных усилий в разных случаях.

Работа построена по принципу обзора. Насколько известно автору, на сегодняшний день отсутствуют другие обзоры, которые выстраивают горизонтальные связи — где возникают сходные задачи снижения потерь с опорой на собственные средства, и которые описывают основные способы решения таких задач. В работе были развиты некоторые известные результаты по самострахованию и самопротекции для экономического агента с убывающей склонностью к риску.

В центре внимания исследования находились эффекты взаимодействия самострахования и самопротекции. Было введено понятие самообмана, когда косвенный эффект одного действия вызывал нежелательное снижение другого результата. Показано, что улучшение может существовать даже при таких условиях. Причем самообман может быть полным, т.е. побочный эффект самострахования снижает результат самопротекции и наоборот. Однако разделить эффекты не представляется возможным.

Тема перспективна для дальнейшего изучения как с точки зрения математического аппарата экономической теории, так и с точки зрения приложений. Самое главное ограничение в подобных работах состоит в том, что применение ожидаемой полезности не позволяет разделить требуемые эффекты. Но на сегодняшний день другого адекватно разработанного инструмента анализа не существует.

*Препринт WP12/2007/03*

*Серия WP12*

*Научные доклады лаборатории макроэкономического анализа*

Левандо Дмитрий Владимирович

## **Поведение «большого» экономического агента в условиях неопределенности**

Публикуется в авторской редакции

Зав. редакцией *А.В. Заиченко*  
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.

Отпечатано в типографии ГУ ВШЭ с представленного оригинал-макета.

Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>, Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 2,2.

Усл. печ. л. 2,1. Заказ № . Изд. № 697.

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3  
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3  
Тел.: (495) 772-95-71; 772-95-73



Для заметок

---

---