

### Список используемой литературы:

1. Анисимов Е.Ф., Королев В.В., Иванов Е.Б. Точность мерного реза на летучих ножницах с электрическим выравниванием скоростей Accuracy of measuring cut at flying shears with electric equalization of speeds *Металлург*. 2011. № 10. С. 87-88.

2. Anisimov E.F., Korolev V.V., Ivanov E.B. Accuracy of cutting metal to measured lengths on flying shears with electrical equalization of speeds *Metallurgist*. 2012. Т. 55. № 9-10. С. 758-760.

© Е.Ф. Анисимов, В.В. Королев, А.В. Манкевич, 2014

УДК 51 : 621 : 891

**К.С.Ахвердиев, Н.С.Задорожная, Е.В.Поляков**  
ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный  
университет путей сообщения»

### МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ УПРУГОЙ ОПОРЫ КАЧЕНИЯ В ДЕМПФЕРЕ СО СДАВЛИВАЕМОЙ ПЛЕНКОЙ И НЕОДНОРОДНОЙ ОБОЙМОЙ С УЧЕТОМ КОМБИНИРОВАННОЙ ПОДАЧИ СМАЗКИ

Исследованию передаточных характеристик центрально нагруженного демпфера со сдавливаемой пленкой и пористой обоймой, в котором установлен подшипник качения, посвящена работа [1]. Основной недостаток этой работы заключается в том, что в приведенной расчетной модели проницаемость пористого слоя считается постоянной и, кроме того, не учитывается влияние источника подачи смазки. Обобщение рассмотренной в [1] задачи дается в работе [2], где отдельно рассматриваются случаи подачи смазки в осевом и перпендикулярном оси направлениях, а анизотропия проницаемости пористого слоя учитывается в осевом направлении. В настоящей работе решена задача, рассмотренная в [2], приводится для случая комбинированной подачи смазки, т.е. одновременно как в осевом, так и в перпендикулярном оси, направлениях. Кроме того, здесь учитывается влияние анизотропии проницаемости пористого слоя в осевом и радиальном направлениях.

Уравнения движения ротора в направлениях  $r$  и  $t$  (рис. 1 и рис. 2) могут быть записаны, соответственно, в виде [2]

$$m \left[ \frac{d^2 e}{dt^2} - e \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] = F_r - [W - K_Y (Y + \delta_Y)] \sin \varphi - K_X (X + \delta_X) \cos \varphi + \omega^2 \cos(\varphi - \omega t), \quad (1)$$

$$m \left[ e \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \left( \frac{de}{dt} \right) \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \right] = F_t - [W - K_Y (Y + \delta_Y)] \cos \varphi + K_X (X + \delta_X) \sin \varphi - u \omega^2 \sin(\varphi - \omega t). \quad (2)$$

Здесь  $m$  – масса ротора, приходящаяся на подшипник, кг;  $e$  – эксцентриситет, м;  $\varphi$  – угол между линиями центров и положительным направлением оси  $x$ , отсчитываемой против часовой стрелки, рад;  $F_t$  – составляющая усилия пленки, нормальная к линии центров, Н;  $F_r$  – составляющая усилия пленки вдоль линии центров, Н;  $W$  – вес ротора, приходящийся на подшипник, Н;  $K_X$ ,  $K_Y$  – жесткость пружин, удерживающих подшипник в направлении

$X$  и  $Y$ , соответственно, Н/м;  $\delta_X, \delta_Y$  - начальные смещения удерживающих пружин, соответственно, в направлениях  $X$  и  $Y$ , м;  $\omega$  - угловая частота ротора, рад/с;  $t$  - время, с;  $C$  - радиальный зазор в демпфере,  $\varepsilon = \frac{e}{C}$  - относительный эксцентриситет;  $u$  - момент дисбаланса, Н·с<sup>2</sup>.

Замечая, что  $X = e \cos \varphi$  и  $Y = e \sin \varphi$ , переписываем уравнения (1) и (2), соответственно, в виде

$$m \left[ \frac{d^2 e}{dt^2} - e \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] = F_r - [W + K_Y (e \sin \varphi - \delta_Y)] \sin \varphi - K_X (e \cos \varphi + \delta_X) \cos \varphi + u \omega^2 \cos(\varphi - \omega t), \quad (3)$$

$$m \left[ e \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \left( \frac{de}{dt} \right) \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \right] = F_t - [W + K_Y (e \sin \varphi - \delta_Y)] \cos \varphi + K_X (e \cos \varphi + \delta_X) \sin \varphi - u \omega^2 \sin(\varphi - \omega t). \quad (4)$$

Примем, что нагрузка  $W$  не вращается и направлена, как показано на рис. 2. Тогда условие центральной пригрузки демпфера со сдавливаемой пленкой требует  $\delta_X = 0$  и  $\delta_Y = \frac{W}{K_Y}$ . Полагая  $K_X = K_Y = K$ ,  $T = \omega_r \cdot t$ , можно представить уравнения (3) и (4) следующим образом

$$\ddot{\varepsilon} - \varepsilon \dot{\varphi}^2 = \frac{F_r}{mC\omega_r^2} - \frac{K_\varepsilon}{m\omega_r^2} + \frac{u}{mC} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \cos \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right], \quad (5)$$

$$\ddot{\varepsilon} + 2\dot{\varepsilon}\dot{\varphi} = \frac{F_t}{mC\omega_r^2} - \frac{u}{mC} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \sin \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right], \quad (6)$$

где точкой обозначено дифференцирование по  $T$ .

Силы  $F_r$  и  $F_t$  получаются интегрированием давления масляной пленки по площади обоймы, соответственно, в направлениях  $r$  и  $t$ . Для определения давления масляной пленки нужно решить уравнения для давлений в пористой обойме и в пленке и согласовать решение вдоль общей поверхности раздела. Силы  $F_r$  и  $F_t$  определяются по методике, предложенной в работе [2], при следующей постановке задачи.

**Постановка задачи.** Рассматривается неустановившееся течение вязкой несжимаемой жидкости в зазоре пористого радиального подшипника конечной длины. Подшипник с неоднородным пористым слоем считается неподвижным, а движение вала считается заданным. Проницаемость пористого слоя задается следующей зависимостью

$$k' = A_0 e^{k_1 \left( \frac{z}{L} \right) \frac{y}{H}} \quad (7)$$

Здесь  $A_0$  - заданная постоянная величина,  $k_1 \left( \frac{z}{L} \right)$  - известная безразмерная функция,  $L$  - длина подшипника,  $H$  - толщина пористого слоя.

В дальнейшем будем считать, что на поверхности  $y = -H$  проницаемость пористого слоя в направлении оси  $z$  меняется по нормальному закону, а комбинированная подача смазки осуществляется как в осевом, так и перпендикулярном оси направлениях (рис. 1).

Уравнение, определяющее течение смазки в пористой матрице, представляется в виде

$$\frac{\partial^2 p^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^*}{\partial z^2} + k_1 \left( \frac{z}{L} \right) \frac{1}{H} \frac{\partial p^*}{\partial y} + \frac{y}{H} \frac{\partial p^*}{\partial z} \frac{\partial k_1}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

где  $y, z$  - прямоугольные координаты,  $p^*$  - гидродинамическое давление в пористом слое.

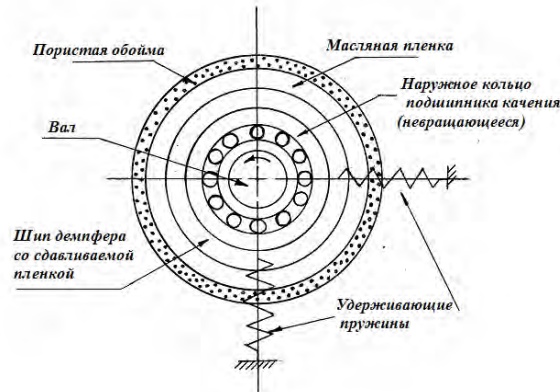


Рис. 1. Схема демпфера со сдвливаемой пленкой и пористой обоймой.

Для определения распределения давления в пленке смазки между шипом и подшипником будем исходить из модифицированного уравнения Рейнольдса в рамках модели короткого подшипника [1].

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \varepsilon \mu \left( \left( \omega_b + \omega_j - 2\omega_L - 2 \frac{d\varphi}{dt} \right) \frac{dh}{d\theta} + 2 \frac{de}{dt} \cos \theta \right) - 12\mu v_0 \Big|_{y=0}, \quad (9)$$

где  $h = C(1 + \varepsilon \cos \theta)$  - толщина пленки смазки,  $C$  - радиальный зазор,  $\varepsilon = \frac{e}{C}$  - относительный эксцентриситет,  $e$  - эксцентриситет,  $\theta$  - угловая координата,  $p$  - давление в пленке смазки,  $\mu$  - динамический коэффициент вязкости,  $\omega_b, \omega_j, \omega_L$  - угловые скорости соответственно подшипника, шипа и нагрузки,  $\varphi$  - угол положения,  $t$  - время,  $V_0$  - компонента скорости в направлении  $Oy$  на внутренней границе пористого слоя, прилегающая к зазору:

$$v_0 = - \frac{k'}{\mu} \left( \frac{\partial p^*}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad (10)$$

где  $k'$  - проницаемость материала пористого слоя.

Система уравнений (8)-(10) в случае подачи смазки через поры пористого слоя в направлении оси  $Oy$  решается при граничных условиях (рис. 2)

$$\begin{aligned} p^* = p \text{ при } y = 0; \quad p^* = p_g \text{ при } y = -H; \\ p^* = p = p_H \text{ при } z = -\frac{L}{2}; \quad p^* = p = p_K \text{ при } z = \frac{L}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

где  $p_g$  - давление подачи смазки,  $p_H$  - давление в начальном сечении,  $p_K$  - давление в конечном сечении.

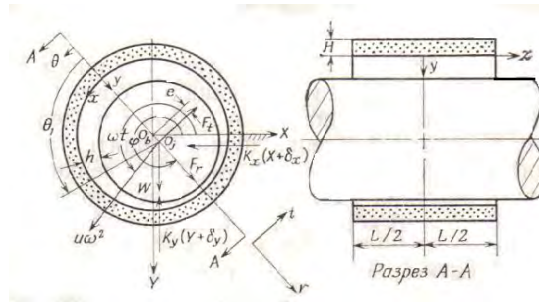


Рис. 2. Радиальный подшипник конечной длины с пористой обоймой.

В результате найдено поле скоростей и давлений в смазочном слое и в пористой обойме и получены аналитические выражения для составляющих усилий масляной пленки вдоль линии центров ( $F_r$  и  $F_t$ ). С учетом найденных выражений для  $F_r$  и  $F_t$  вводятся следующие обозначения

$$B = \frac{\mu R^3 L}{2m\omega_r C^3}, \quad U = \frac{u}{mC}, \quad \omega_s = \sqrt{K/m}, \quad \Omega_s = \frac{\omega_s}{\omega_r}, \quad \Omega = \frac{\omega_j}{\omega_r}, \quad \beta = \varphi - \Omega T, \quad (12)$$

где  $B$  – параметр демпфера;  $U$  – безразмерный дисбаланс;  $\omega_s$  – собственная частота ротора на удерживающей пружине;  $\Omega_s$  – безразмерная собственная частота;  $\Omega$  – безразмерная рабочая угловая частота. С учетом аналитических выражений для  $F_r$  и  $F_t$  уравнения (5) и (6) решались численным методом, предложенным в работе [3].

Коэффициент передачи определяется как отношение модуля силы, передаваемой на корпус (за вычетом пригрузки), к модулю силы дисбаланса. При жестком опирании, коэффициент передачи равен единице. При некоторых условиях работы демпфер со сдвливаемой пленкой может даже усиливать действие силы дисбаланса. Поэтому важно определить рабочий режим и проницаемость обоймы, которые приводили бы к ослаблению передаваемого усилия.

Пусть  $i$  и  $j$  – единичные векторы, соответственно, в направлениях  $X$  и  $Y$ . Согласно рис. 1, силу  $F_{mp}$ , передаваемую на корпус, можно записать в виде

$$F_{mp} = (-K_x X + F_r \cos \varphi - F_t \sin \varphi)i + (-K_y Y - F_r \sin \varphi - F_t \cos \varphi)j. \quad (13)$$

Учитывая, что  $X = e \cos \varphi$ ,  $Y = -e \sin \varphi$ ,  $K_x = K_y = K$ , получаем

$$F_{mp} = (-Ke \cos \varphi + F_r \cos \varphi - F_t \sin \varphi)i + (Ke \sin \varphi - F_r \sin \varphi - F_t \cos \varphi)j. \quad (14)$$

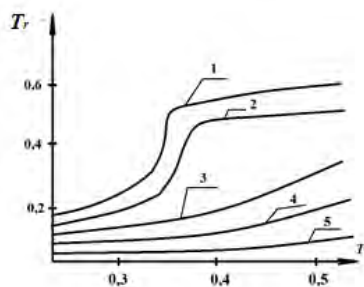
Извлекая квадратный корень из суммы квадратов составляющих  $F_{mp}$ , получим модуль передаваемого усилия

$$|F_{mp}| = \left[ (F_r - Ke)^2 + F_t^2 \right]^{1/2}. \quad (15)$$

Поскольку модуль дисбаланса равен  $u\omega^2$ , то коэффициент передачи  $T_r$  равен

$$T_r = \frac{|F_{mp}|}{u\omega^2} = \frac{\left[ (F_r - Ke)^2 + F_t^2 \right]^{1/2}}{u\omega^2}. \quad (16)$$

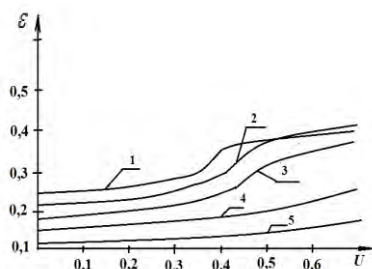
Полагая в формулах для  $F_r$  и  $F_t$   $\dot{\varepsilon} = 0$ ,  $\dot{\varphi} = 0$ , получим стационарные значения  $F_r$  и  $F_t$  при установившемся движении в случае подачи смазки, соответственно, в направлении оси  $Oy$  и при осевой подаче.



- 1– $\Phi=0.001$  (осевая подача смазки)
- 2– $\Phi=0.001$  (комбинированная подача смазки)
- 3  $\Phi = 0.01$  (комбинированная подача смазки)
- 4– $\Phi=0.02$  (комбинированная подача смазки)
- 5– $\Phi = 0.03$  (комбинированная подача смазки)

Рис. 3. Зависимость нестационарного коэффициента передачи

от параметра  $T$  ( $B = 0,11$ ;  $\Omega = 1$ ;  $H/L = 0,1$ ;  $\Phi = \frac{k_1 H}{L^3}$ )



- 1– $\Phi=0.001$  (осевая подача смазки)
- 2– $\Phi=0.001$  (комбинированная подача смазки)
- 3– $\Phi=0.01$  (осевая подача смазки)
- 4– $\Phi=0.01$  (комбинированная подача смазки)
- 5– $\Phi = 0.02$  (комбинированная подача смазки)

Рис. 4. Зависимость стационарного эксцентриситета демпфера от эксцентриситета дисбаланса ( $B = 0,12$ ,  $\Omega = 1$ ,  $H/L = 0,1$ ).

Результаты численного анализа, приведенного на рис. 3 и 4 показывают:

1. Из зависимости нестационарного коэффициента передачи от параметра  $T$  следует, что при малых значениях безразмерного параметра  $\Phi$  ( $\Phi \approx 0,001$ ) в этих условиях наблюдается «скачок» при комбинированной подаче смазки. При больших значениях параметра  $\Phi$  ( $\Phi \geq 0,01$ ) в этой зависимости отсутствует «скачок» как при осевом и перпендикулярном оси направления подачи смазки, так и при комбинированной подаче.

2. Из зависимости стационарного эксцентриситета демпфера от эксцентриситета дисбаланса следует, что увеличение проницаемости обоймы, прилегающей к смазочному слою, двигает вправо «скачок» в этой зависимости, особенно ощутимо проявляясь при комбинированной подаче смазки. При этом максимальное значение скачка меньше при комбинированной подаче, нежели при подаче смазки в осевом и перпендикулярном оси направлениях.

#### Список использованной литературы:

1. Конри, Кузано. Об устойчивости пористых радиальных подшипников. Конструирование и технология машиностроения, 1974, № 2. С. 206-216.

2. Ахвердиев К.С., Задорожная Н.С., Мукутадзе М.А., Флек Б.М.. Аналитическое прогнозирование передаточных характеристик центрально нагруженного демпфера со сдвливаемой пленкой и пористой обоймой с учетом влияния анизотропии проницаемости пористого слоя и источника смазки // Вестник РГУПС, № 4 (52), Ростов-на-Дону, 2013. - С.131-142.

3. Gear C.W., Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs N.J., 1972.

© К.С. Ахвердиев, Н.С. Задорожная, Е.В. Поляков, 2014