

## РЕЗОНАНСНЫЕ ТРЕХВОЛНОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРАЕВЫХ ВОЛН СТОКСА

© 2006 г. В. А. Дубинина\*, А. А. Куркин\*, Е. Н. Пелиновский\*\*, О. Е. Полухина\*

\**Нижегородский государственный технический университет  
603600 Нижний Новгород, ул. Минина, 24  
E-mail: kurkin@kis.ru*

\*\**Институт прикладной физики РАН  
603600 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46*

Поступила в редакцию 26.01.2005 г., после доработки 31.05.2005 г.

Рассматриваются нелинейные трехволновые взаимодействия краевых волн Стокса, распространяющихся как в одном, так и в противоположных направлениях на шельфе постоянного уклона. Определены условия синхронизма и рассчитаны коэффициенты взаимодействия для случаев, когда во взаимодействии участвуют волны четырех низших мод. Показано, что коэффициенты взаимодействия между модами краевых волн, распространяющихся в одном направлении, обращаются в ноль для некоторых триад. Исследована пространственно–временная динамика одной триады краевых волн. Приведены также выражения для коэффициентов резонансного взаимодействия краевых волн над дном произвольного профиля.

### ВВЕДЕНИЕ

Краевые волны большой амплитуды являются неотъемлемой частью волнового режима прибрежной зоны, и их существование многократно подтверждалось данными наблюдений [1, 2]. Именно они ответственны за появление периодических форм береговой линии, часто наблюдаемых в природе [3]. Резонансные нелинейные взаимодействия краевых волн рассматриваются как один из основных механизмов перераспределения энергии волновых движений в прибрежной зоне. Исследования в этом направлении проводятся уже более 30 лет. Так, существование резонансных триад краевых волн Стокса над откосом постоянного уклона было доказано еще в работе [4], и затем подтверждено в последующих статьях [5, 6]. Трехволновые резонансы возникают для краевых волн и над подводным рельефом сложной формы [7, 8]. Возможности нелинейного взаимодействия краевых волн на реальных шельфах представляются более широкими, поскольку дисперсионные характеристики могут иметь гораздо более сложную структуру, и условия синхронизма могут допускать большее разнообразие решений, кроме того, вдольбереговая неоднородность рельефа прибрежной зоны будет вносить свой вклад в процессы взаимодействия.

Более сложной задачей является вычисление коэффициентов нелинейного взаимодействия краевых волн. Имеющиеся попытки их вычисления связаны обычно с выбором конкретных триад, причем часть коэффициентов взаимодействия оказались равными нулю [6]; так что роль трех-

волновых нелинейных взаимодействий в динамике поля краевых волн остается неясной. Целью настоящей работы является анализ возможных нелинейных эффектов при взаимодействии триад краевых волн, удовлетворяющих условиям синхронизма. Коэффициенты нелинейного взаимодействия вычислены для триад краевых волн Стокса, соответствующих четырем нижним модам, распространяющихся как в одном, так и в противоположных направлениях над линейно наклонным шельфом.

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Основные уравнения, описывающие длинноволновые движения идеальной несжимаемой нестратифицированной жидкости в бассейне с цилиндрическим рельефом, задаваемым профилем глубины  $h(x)$ , имеют вид:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (hu)_x + (hv)_y = -(\eta u)_x - (\eta v)_y, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (hu)}{\partial t} + gh\eta_x = -huu_x - hvu_y, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (hv)}{\partial t} + gh\eta_y = -huv_x - hvv_y, \quad (3)$$

где  $x, y$  – поперечная и вдольбереговая координаты,  $t$  – время,  $\eta(x, y, t)$  – смещение поверхности жидкости,  $u(x, y, t)$  и  $v(x, y, t)$  – поперечная и вдольбереговая компоненты скорости частиц жидкости, индексы обозначают дифференцирование по соответствующим пространственным

координатам. Исключая  $u$  и  $v$  из линейных частей уравнений (1)–(3), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - g(h\eta_x)_x - gh\eta_{yy} = \\ & = -\frac{\partial((\eta u)_x + (\eta v)_y)}{\partial t} + (huu_x + hvu_y)_x + \\ & \quad + (huv_x + hvv_y)_y, \end{aligned} \quad (4)$$

где правая часть содержит нелинейные слагаемые. Введем малый параметр  $\varepsilon$ , характеризующий малость амплитуды волновых движений:  $\eta = \varepsilon \tilde{\eta}$ ,  $u = \varepsilon \tilde{u}$ ,  $v = \varepsilon \tilde{v}$ . Тогда уравнение (4) примет вид (тильды опущены):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - g(h\eta_x)_x - gh\eta_{yy} = \\ & = \varepsilon \left( -\frac{\partial((\eta u)_x + (\eta v)_y)}{\partial t} + (huu_x + hvu_y)_x + \right. \\ & \quad \left. + (huv_x + hvv_y)_y \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Изложим сначала известные результаты линейной теории краевых волн, получаемые из уравнения (5) при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Решение линейной задачи имеет следующую форму:

$$\eta = F(x)e^{i(ky - \omega t)}, \quad (6)$$

$$u = G(x)e^{i(ky - \omega t)}, \quad G(x) = -\frac{ig}{\omega} F'(x), \quad (7)$$

$$v = H(x)e^{i(ky - \omega t)}, \quad H(x) = \frac{gk}{\omega} F(x). \quad (8)$$

Подставляя (6)–(8) в линейризованное уравнение (5), получим задачу на собственные значения, которая может быть записана в самосопряженной форме:

$$(ghF')' + (\omega^2 - ghk^2)F = 0, \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad (9)$$

$F$  ограничена при  $x = 0$ ,  $F \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ . (10)

Решение задачи (9), (10) для заданных  $h(x)$  и  $k$  представляет собой бесконечную последовательность собственных функций и собственных значений:  $\{F^n(x), \omega^n\}$ , соответствующих различным модам краевых волн.

Возвращаясь к полной формулировке нелинейной задачи, будем следовать стандартной процедуре вывода эволюционных уравнений, описывающих изменения амплитуд отдельных мод в медленных масштабах по времени и вдольбереговой координате [9]:

$$T = \varepsilon t, \quad Y = \varepsilon y. \quad (11)$$

Далее будем искать решение  $\eta(x, y, t)$  в виде асимптотического ряда:

$$\eta = \eta^{(1)} + \varepsilon \eta^{(2)} + \varepsilon^2 \dots, \quad (12)$$

где  $\eta^{(1)}$  представляет собой ряд Фурье линейных мод (как мы увидим дальше, во взаимодействии участвует дискретное число волновых компонент в силу резонансных условий)

$$\begin{aligned} \eta^{(1)} &= \sum_r \sum_n \frac{1}{2} A_r^n(T) F_r^n(x) E_r^n + K.C., \\ E_r^n &= e^{i(k_r y - \omega_r^n t)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где мы вводим амплитуды  $A(T)$ , медленно изменяющиеся во времени. Выделяя в (5) (после подстановки в него (11)–(13)) слагаемые при одинаковых степенях  $\varepsilon$ , в каждом приближении получим неоднородные задачи для каждой комбинации  $(n, r)$ . Условие разрешимости этих задач является ортогональность их правых частей и решения задачи, сопряженной с исходной задачей на собственные значения (9), (10). Нелинейные слагаемые можно упростить, используя резонансные условия:

$$\pm k_p \pm k_q - k_r = 0, \quad (14)$$

$$\pm \omega_p^l \pm \omega_q^m - \omega_r^n = 0. \quad (15)$$

В результате эволюционное уравнение для каждой дискретной моды в системе имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_r^n}{\partial T} &= i \sum_p \sum_q \sum_l \sum_m \{ {}_+T_{pqr}^{lmn} A_p^l A_q^m \theta(k_p + k_q, k_r) \times \\ & \times \theta(\omega_p^l + \omega_q^m, \omega_r^n) + {}_-T_{pqr}^{lmn} A_p^l A_q^m \theta(k_p - k_q, k_r) \times \\ & \times \theta(\omega_p^l - \omega_q^m, \omega_r^n) + {}_-T_{qpr}^{lmn} A_p^l A_q^m \times \\ & \times \theta(k_q - k_p, k_r) \theta(\omega_q^m - \omega_p^l, \omega_r^n) \}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $l, m, n$  – номера мод;  $p, q, r$  – номера волн;  $\theta(a, b) = 0$  при  $a \neq b$ ,  $\theta(a, b) = 1$  при  $a = b$ ,  ${}_+T$  и  ${}_ -T$  – коэффициенты взаимодействия для суммарных и разностных взаимодействий соответственно:

$$\begin{aligned} {}_{\pm}T_{pqr}^{lmn} &= -\frac{1}{4\omega_r^n \omega_p^l \omega_q^m \int_0^\infty (F_r^n)^2 dx} \int_0^\infty \frac{F_r^n}{h} \times \\ & \times \left\{ g\omega_p^l \omega_q^m \frac{dh}{dx} \frac{dF_p^l}{dx} \frac{dF_q^m}{dx} \mp g^2 \frac{dh^2}{dx^2} \left[ k_p^2 F_p^l \frac{dF_q^m}{dx} + k_q^2 F_q^m \frac{dF_p^l}{dx} \right] + \right. \\ & + 2ghF_p^l F_q^m [k_p k_q ((\omega_r^n)^2 \pm \{2ghk_p k_q - \omega_p^l \omega_q^m\}) \mp \\ & \quad \mp ((\omega_p^l)^2 k_q^2 + (\omega_q^m)^2 k_p^2)] + \\ & \quad \left. + \omega_p^l \omega_q^m F_p^l F_q^m [(\omega_r^n)^2 \pm 2\omega_p^l \omega_q^m] \pm \right. \\ & \quad \left. \pm 4g \frac{dh}{dx} \left[ (\omega_p^l)^2 F_p^l \frac{dF_q^m}{dx} + (\omega_q^m)^2 F_q^m \frac{dF_p^l}{dx} \right] \mp \right. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mp 2gh \frac{dF_p^l}{dx} \frac{dF_q^m}{dx} [(\omega_r^n)^2 \pm \{2ghk_p k_q - \omega_p^l \omega_q^m\}] \pm \pm 2g^2 \frac{dF_p^l}{dx} \frac{dF_q^m}{dx} \left( 2 \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 - h \frac{d^2 h}{dx^2} \right) dx.$$

Далее процесс нелинейного взаимодействия для краевых волн с заданными длинами (или фиксированными волновыми числами  $k$ ) может быть проанализирован в условиях конкретной формы шельфа  $h(x)$ , что определяет форму собственных мод и собственные значения задачи (9)–(10). Аналитически эта краевая задача может быть решена лишь для некоторых шельфов с простейшей геометрией [2]. Далее мы исследуем нелинейные эффекты на примере одной модели шельфа, для которой возможно аналитически вычислить коэффициенты нелинейного взаимодействия, определяемые громоздкими выражениями (17).

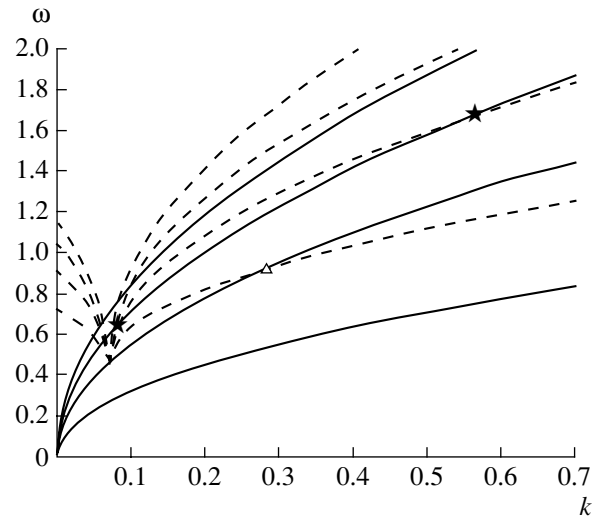
### ЛИНЕЙНО НАКЛОННЫЙ БЕСКОНЕЧНЫЙ ШЕЛЬФ

Модель бесконечного откоса с  $h(x) = \alpha x$  является идеализированной и в принципе противоречивой приближению мелкой воды, однако детальный анализ решений полной задачи показал, что длинноволновое приближение хорошо работает для откосов малого уклона [10]. В этой модели краевая задача (9) и (10) решается просто, и структура  $n$ -й моды определяется через полиномы Лагерра  $L_n$ :

$$F_n(k, x) = \exp(-kx) L_n(2kx), \quad (18)$$

$$\sqrt{k_2} = \sqrt{k_1} \frac{2(n_3 - n_1)}{\sqrt{(2n_1 + 1)(2n_2 + 1) \pm \sqrt{(2n_1 + 1)(2n_2 + 1) - 4(n_3 - n_1)(n_3 - n_2)}}}. \quad (21)$$

Важно отметить, что резонансное условие (21) не зависит от угла наклона откоса, поэтому одно из волновых чисел, например  $k_1$ , можно использовать как параметр для обезразмеривания соответствующих величин, и далее на рисунках мы будем пользоваться относительными единицами. Подчеркнем также, что для положительных волновых чисел в зависимости от соотношения между номерами мод в триаде возможен один либо два пути энергетического обмена (рис. 1). В статье [5] рассматривался пример нелинейного взаимодействия краевых волн в триаде на самых низших модах:  $n_1 = 1, n_2 = 0, n_3 = 1$  и приведены коэф-



**Рис. 1.** Геометрическая интерпретация условий синхронизма триад краевых волн, распространяющихся в одну сторону: треугольником показана единственная точка, определяющая взаимодействующую триаду с  $n_1 = 1, n_2 = 0, n_3 = 1$ ; в триаде с  $n_1 = 1, n_2 = 1, n_3 = 2$  возможны две различных ветви энергетического обмена (звездочки) (на рисунке использованы безразмерные переменные  $\omega/(\alpha g k_1)^{1/2}$  и  $k/k_1$ ).

а дисперсионное соотношение имеет вид

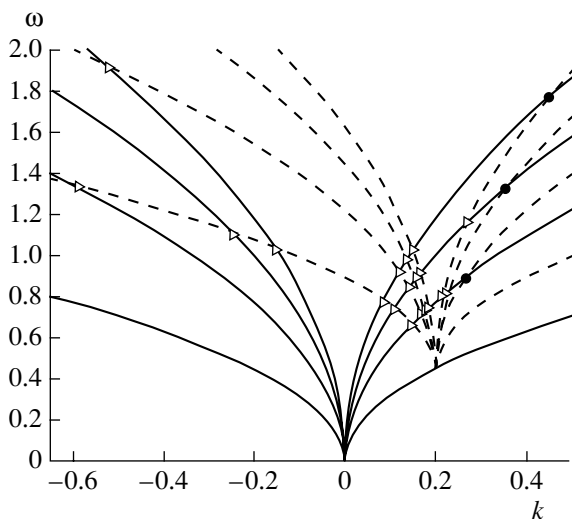
$$\omega_n = \sqrt{\alpha g k (2n + 1)}. \quad (19)$$

Рассмотрим одну резонансную триаду волн с волновыми числами  $k_1, k_2, k_3$  ( $k_3 = k_1 + k_2$ ), соответствующих модам  $n_1, n_2, n_3$ . Уравнения связи  $k_2$  и  $k_1$ , обеспечивающие выполнение условия синхронизма частот

$$\omega_{n_3}(k_3) = \omega_{n_1}(k_1) + \omega_{n_2}(k_2), \quad (20)$$

были выписаны в работах [5, 7] и имеют вид:

фициенты взаимодействия в этой триаде. Однако в более поздней работе [6] было показано, что волны, распространяющиеся в одном направлении, в этой триаде не взаимодействуют: коэффициенты взаимодействия оказались равными нулю, отсутствие энергетического обмена подтвердили также прямые численные расчеты. На основании этого в работе был сделан вывод о том, что краевые волны, распространяющиеся в одном направлении над линейным откосом, не взаимодействуют, однако этот вывод не был доказан для произвольных номеров мод.



**Рис. 2.** Геометрическая интерпретация условий синхронизма триад краевых волн, принадлежащих четырём низшим модам с  $n_1 = 0$ . Значками показаны точки, удовлетворяющие условиям синхронизма; при этом темными кружками отмечены те, для которых коэффициенты взаимодействия обращаются в ноль, а треугольниками – те, где коэффициенты взаимодействия ненулевые (на рисунке использованы безразмерные переменные  $\omega/(\alpha g k_1)^{1/2}$  и  $k/k_1$ ).

Мы рассмотрели взаимодействия в триадах с участием волн четырех низших мод, поскольку высшие моды имеют большую частоту и должны быстро затухать. Расчеты коэффициентов нели-

**Таблица 1.** Возможности взаимодействия в триадах краевых волн, распространяющихся в одну сторону

$n_1 = 0$					
$n_3$	$n_2$	0	1	2	3
1		–	0	+	+
2		–	–	0	+
3		–	–	–	0 (и 0–4–4)
$n_1 = 1$					
$n_3$	$n_2$	0	1	2	3
1		0	–	–	–
2		–	0 (2)	+	+
3		–	–	0 (2)	+
4		–	–	–	0 (2)
$n_1 = 2$					
$n_3$	$n_2$	0	1	2	3
1		+	–	–	–
2		0	+	–	–
3		–	0 (2)	+(2)	+
4		–	–	0 (2)	+

Примечание. “–” – взаимодействие невозможно; “0” – взаимодействие возможно, но коэффициенты взаимодействия нулевые; “+” – взаимодействие возможно, коэффициенты взаимодействия отличны от нуля. Запись “(2)” означает, что уравнение (20) имеет два положительных корня.

нейного взаимодействия для триад краевых волн, распространяющихся над линейным откосом, проведенные нами с использованием пакета символьных вычислений Maple, показали, что выводы [6] оказались неточными: эти коэффициенты не обращаются в ноль для любых триад, включающих волны, бегущие в одну сторону, лишь узкий класс триад среди всех допустимых удовлетворяет этому условию. Демонстрацией наших расчетов служат:

– рис. 2, где отмечены точки на дисперсионных кривых, удовлетворяющие соотношениям (20), (21), для случая  $n_1 = 0$  и выделены те из них, в которых взаимодействия не происходят вследствие обращения в ноль коэффициентов (17).

– табл. 1, показывающая возможности взаимодействия в триадах краевых волн с положительными волновыми числами, принадлежащих четырём низшим модам. В ней отмечены триады с нулевыми коэффициентами взаимодействия: “0–1–1” (“1–0–1”), “0–2–2” (“2–0–2”), “0–3–3” (“3–0–3”), “1–1–2”, “1–2–3” (“2–1–3”), “2–2–4”. Здесь можно заметить закономерность расположения таких триад в таблице – по диагонали, которая с увеличением номера  $n_1$  смещается вниз и влево. Другими словами, если известны номера мод  $(N_1, N_2, N_3)$  триады, коэффициенты нелинейного взаимодействия для которой обращаются в ноль, то следующие такие триады будут существовать на модах с номерами  $(N_1, N_2 + 1, N_3 + 1)$  и  $(N_2, N_1 + 1, N_3 + 1)$ .

– Приложение, в котором приведены зависимости  $k_2$  от  $k_1$ , обеспечивающие выполнение условия (20) для допускаемых триад на четырех нижних модах, а также выражения для коэффициентов взаимодействия в системе уравнений

$$\begin{aligned} A_{1T} &= i\mu_1 A_2^* A_3, \\ A_{2T} &= i\mu_2 A_1^* A_3, \\ A_{3T} &= i\mu_3 A_1 A_2, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $A_j$  – амплитуда волны моды  $n_j$ , “\*” обозначает комплексное сопряжение,  $i$  – мнимая единица. Система уравнений (22) получается из системы (16), когда волновое поле (13) представлено только одной триадой резонансно взаимодействующих волн. Система (22), как известно, имеет два интеграла

$$\frac{|A_1|^2}{\mu_1} - \frac{|A_2|^2}{\mu_2} = \text{const}, \quad (23)$$

$$\frac{|A_1|^2}{\mu_1} - \frac{|A_3|^2}{\mu_3} = \text{const}, \quad (24)$$

и полностью интегрируется в эллиптических функциях Якоби; см., например, [11, 12]. Процессы, описываемые подобными системами уравне-

**Таблица 2.** Зависимости  $k_2$  от  $k_1$ , обеспечивающие выполнение условия (20) для допускаемых триад на четырех нижних модах и выражения для коэффициентов взаимодействия в системе уравнений (22)

Номера мод			Волновые числа		Коэффициенты ( $\mu = k_1 \sqrt{gk_1/\alpha}$ )		
$n_1$	$n_2$	$n_3$	$k_2/k_1$	$k_3/k_1$	$\mu_1/\mu$	$\mu_2/\mu$	$\mu_3/\mu$
0	0	1	-1/4	3/4	0.125	0.01563	0.1406
0	0	1	-4	-3	0.125	1	9/8
0	0	2	-4/9	5/9	0.1317	0.03902	0.1219
0	0	2	-9/4	-5/4	0.1317	0.4444	0.4115
0	0	3	-9/16	7/16	0.1335	0.0563	0.1022
0	0	3	-16/9	-7/9	0.1335	0.3164	0.2422
0	1	1	1/3	4/3	0	0	0
0	1	1	-0.127	0.873	0.125	0.0058	0.1046
0	1	2	-0.274	0.726	0.0751	0.0186	0.1039
0	1	2	-7.854	-6.854	0.0536	2.0435	2.1507
0	1	3	-0.385	0.615	0.0746	0.0309	0.0951
0	1	3	-3.656	-2.656	0.0607	0.7344	0.6946
0	2	1	0.146	1.146	0.0205	0.0026	0.0435
0	2	2	4/5	9/5	0	0	0
0	3	1	0.094	1.094	0.0276	0.0021	0.0547
0	3	2	0.377	1.377	0.0144	0.0088	0.0521
0	3	3	9/7	16/7	0	0	0
0	4	4	16/9	25/9	0	0	0
1	1	2	6.854	7.854	0	0	0
			0.146	1.146			
1	2	2	1/15	16/15	0.0153	0.00034	0.0218
1	2	3	10.623	11.623	0	0	0
			0.377	1.377			
1	3	2	0.044	1.044	0.0206	0.00029	0.0284
1	3	3	4/21	25/21	0.0068	0.0015	0.0233
1	3	4	14.374	15.374	0	0	0
			0.626	1.626			
2	2	3	22.956	23.956	0.0129	1.4167	1.7869
			0.044	1.044		0.00012	0.0162
2	2	4	1/4	5/4	0	0	0
			4	5			
2	3	3	1/35	36/35	0.0173	0.000099	0.0214
2	3	4	30.870	31.870	0.0096	1.9443	2.3127
			0.1296	1.1296	0.0103	0.00057	0.0165

ний, активно исследуются в нелинейной оптике, где измеряемой величиной является интенсивность поля  $|A|^2$ . В океанологии измеряемыми величинами является поле скоростей и смещения, которые в данном случае зависят от двух горизонтальных координат. В результате даже при наличии одной резонансной триады должна возникать сложная интерференционная структура волнового поля. Рассмотрим, например, триаду “001” с кратными волновыми числами, описанную в первой строчке табл. 2 (Приложение). Для этой триады  $\mu_1 = 8\mu_2$ ,  $\mu_3 = 9\mu_2$ ,  $k_1 = 4K$ ,  $k_2 = -K$ ,  $k_3 = 3K$ . Здесь  $K$  – произвольное число, на которое можно безразмерить волновые числа, частоты и коэффициенты взаимодействия. Устойчивое состояние рав-

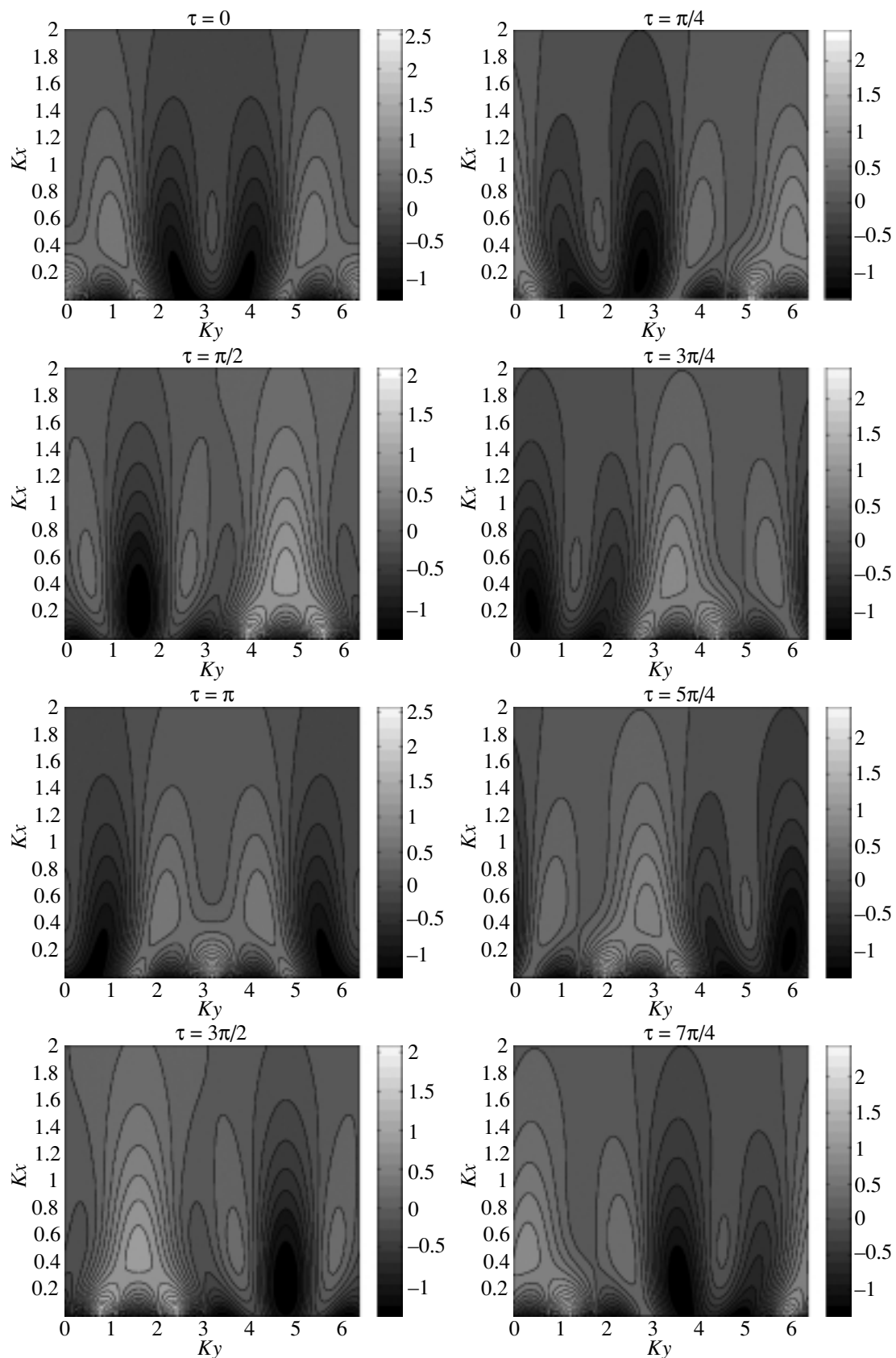
новесия в системе (22) соответствует триаде с постоянными амплитудами:

$$A_1 = A_2 = A, \quad A_3 = A \sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1 + \mu_2}}, \quad A = \text{const.}$$

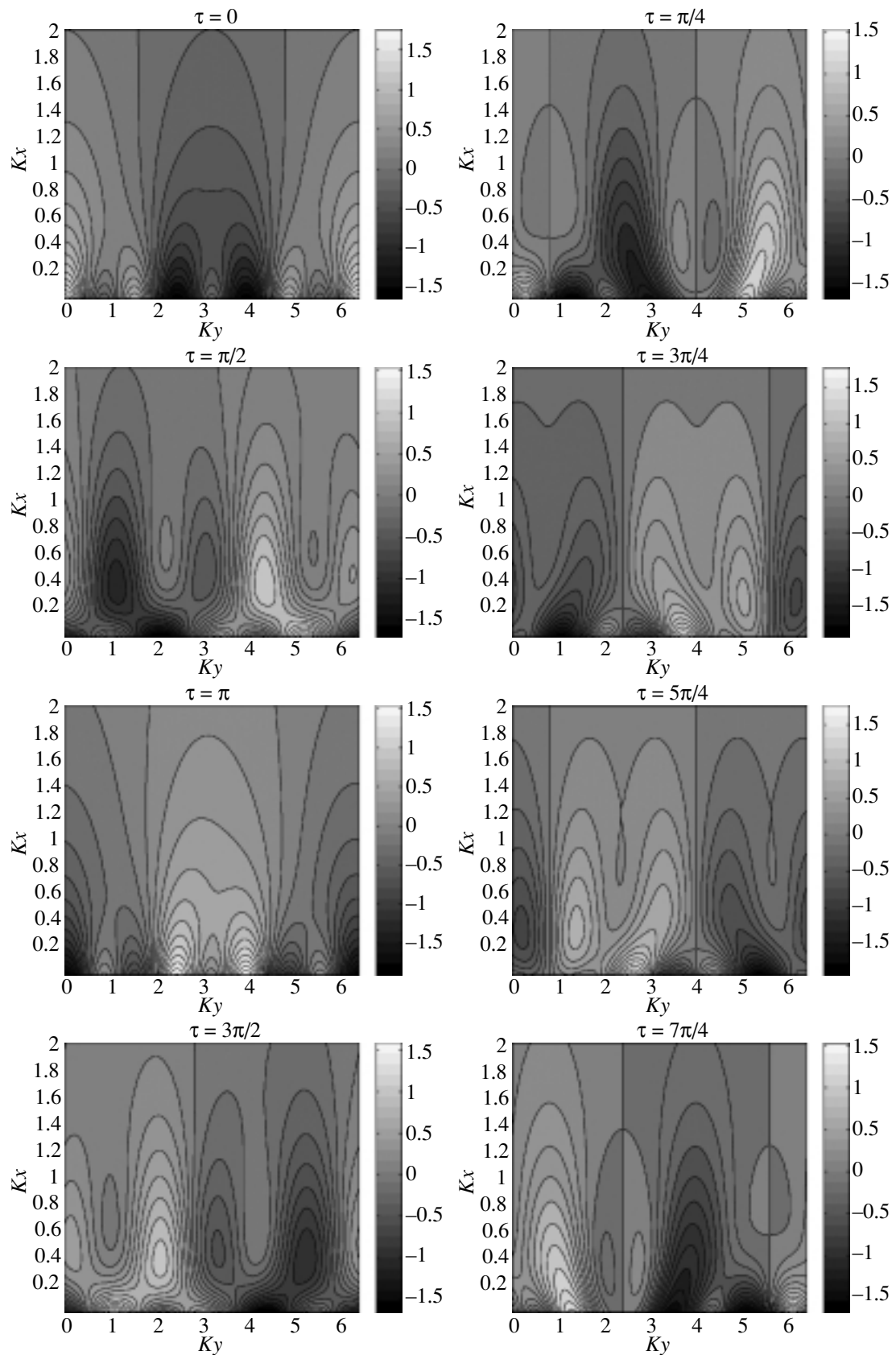
Для указанной триады “001” волновое поле, нормированное на амплитуду  $A$ , в безразмерных переменных  $\tilde{x} = Kx$ ,  $\tilde{y} = Ky$ ,  $\tau = \sqrt{agK} T$  имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tau) = & F_1^0(4\tilde{x}) \cos(4\tilde{y} - 2\tau) + \\ & + F_2^0(\tilde{x}) \cos(\tilde{y} + \tau) + F_3^1(3\tilde{x}) \cos(3\tilde{y} - 3\tau). \end{aligned} \quad (25)$$

Рис. 3 демонстрирует волновое поле в разные моменты времени. Видно, что поле обладает доста-



**Рис. 3.** Волновое поле, соответствующее стационарному решению системы (22) для триады "001" (в первой строке табл. 2) в различные моменты безразмерного времени  $\tau = \sqrt{gK} T$ .



**Рис. 4.** Волновое поле, соответствующее нестационарному решению системы (22) для триады "001" (в первой строке табл. 2) в различные моменты безразмерного времени  $\tau = \sqrt{\alpha g K} T$ .

точно сильной временной изменчивостью, и форма его существенно зависит от расстояния от берега. Так, из-за затухания вдали от берега представлена только вторая волна (с наименьшим волновым числом), и волновое поле там практически синусоидально по вдольбереговой координате.

Волновое поле, отвечающее нестационарному решению системы (22) с начальными условиями  $A_1(0) = A_2(0) = 1$ ,  $A_3(0) = 0$ , еще более нерегулярно. Его структура показана на рис. 4.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены трехволновые процессы взаимодействия краевых волн в прибрежной зоне. Определена структура коэффициентов нелинейного взаимодействия для произвольного профиля дна. Детальные вычисления даны для краевых волн Стокса, распространяющихся над откосом постоянного уклона. Показано, что резонансные триады не зависят от угла наклона дна, они найдены количественно для четырех низших мод. Подтверждено, что для некоторых триад краевых волн, распространяющихся в попутном направлении, коэффициенты взаимодействия оказываются равными нулю, однако этот вывод не распространяется на все попутные волны, как это можно было заключить из предыдущих работ. Коэффициенты резонансного трехволнового взаимодействия определяются степенными функциями частоты и угла наклона; для фиксированной частоты они возрастают с уменьшением угла наклона откоса. Исследована пространственная и временная структура резонансной триады; даже в случае постоянных амплитуд (равновесные значения) выявлена сложная интерференционная структура волнового поля.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (№№ 03–05–64975, 05–05–64265, 05–05–

64333), ИНТАС (№ 03–51–4286) и научной школы член-корр. РАН Б.В. Левина НШ–2104.2003.5.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. М.: Мир, 1981. 845 с.
2. *Рабинович А.Б.* Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. СПб.: Гидрометеоздат. 1993. 325 с.
3. *Masselink G.* Alongshore variation in beach cusp morphology in a coastal embayment // *Earth Surface Processes and Landforms*. 1999. V. 24. P. 335–347.
4. *Kenyon K.E.* A note on conservative edgewave interaction // *Deep Sea Res.* 1970. V. 17. P. 197–201.
5. *Кочергин И.Е., Пелиновский Е.Н.* Нелинейное взаимодействие триады краевых волн // *Океанология*. 1989. Т. 29. № 6. С. 899–903.
6. *Kirby J.T., Asce M., Putrevu U. et al.* Evolution equations for edge waves and shear waves on longshore uniform beaches // *Proc. 26<sup>th</sup> Int. Conf. Coastal Engineering (Copenhagen. June 1998)*. 1998. P. 203–216.
7. *Кочергин И.Е.* Триады нелинейно взаимодействующих краевых волн для различных типов прибрежной топографии // *Межвузовский сб. научн. тр.: Колебания и волны в механике сплошной среды (аналитические и численные методы)*. Горький: ГПИ, 1989. С. 79–83.
8. *Galletta V., Vittori G.* Nonlinear effects on edge wave development // *European J. Mech. B\Fluids*. 2004. V. 23. P. 861–878.
9. *Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е., Энгельбрехт Ю.К.* Нелинейные эволюционные уравнения. Таллин: Валгус, 1984. 154 с.
10. *Minzoni A., Witham G.B.* On the excitation of edge waves on beaches // *J. Fluid Mech.* 1977. V. 79. P. 273–277.
11. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976. 576 с.
12. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 832 с.