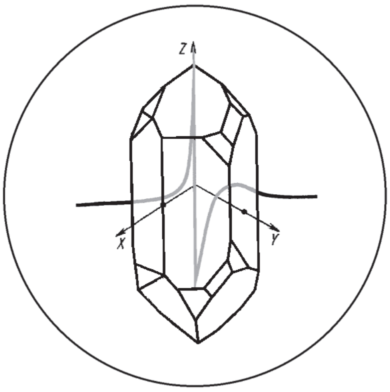
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК



ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ РАДИОЭЛЕКТРОННОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

Материалы Международной научно-технической конференции «INTERMATIC – 2014»
1 – 5 декабря 2014 г., Москва

Под редакцией
академика РАН А.С. Сигова

Часть 4

Москва – 2014

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ РАДИОЭЛЕКТРОННОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

Материалы Международной научно-технической конференции «INTERMATIC – 2014»
1–5 декабря 2014 г., Москва

Под редакцией
академика РАН А.С. Сигова

Часть 4

FUNDAMENTAL PROBLEMS OF RADIOENGINEERING AND DEVICE CONSTRUCTION

Proceedings of the International Scientific and Technical Conference «INTERMATIC – 2014»
December 1–5, 2014, Moscow

Edited by A. Sigov

Part 4

Москва - 2014

УДК 539.1: 621.315.5: 621.382:

Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения / Материалы Международной научно-технической конференции «INTERMATIC–2014», 1–5 декабря 2014 г., Москва. / Под ред. академика РАН А.С. Сигова. – М.: МГТУ МИРЭА, 2014, часть 4. – 208 с.

ISBN 978-5-7339-1059-8 (ч. 4)
978-5-7339-1055-0

В настоящий сборник включены материалы Международной НТК «INTERMATIC–2014», отражающие новые результаты научных и инженерных исследований в области радиоэлектронного приборостроения.

Сборник рассчитан на специалистов в области физической электроники и технологии радиоэлектронного приборостроения. Он также может быть использован преподавателями, аспирантами и студентами при изучении соответствующих курсов.

В настоящий сборник также включены соответствующие теме материалы VI Всероссийской научно-технической школы-конференции молодых ученых «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения – 2014», 2–5 декабря 2014 г., Москва.

Выполнено при финансовой поддержке РФФИ

Научное издание

Компьютерная верстка – *Д.С. Серегин*

Редакционно-издательский отдел МГТУ МИРЭА
119454, Москва, Проспект Вернадского, д. 78, тел. +7 495 950-53-81

Подписано в печать с оригинал-макета 26.11.2014 г.
Формат 84x108/16. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 21,84. Уч.изд. л. 20,66.
Тираж 250 экз.

Отпечатано в типографии ООО «Галлея-Принт»

ISBN 978-5-7339-1059-8 (ч. 4)
978-5-7339-1055-0

ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ:

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ РАН

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ

МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ

ПРИ УЧАСТИИ:

ГОМЕЛЬСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМ. Ф. СКОРИНЫ

НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ТОМСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ЖУРНАЛА «НАНОМАТЕРИАЛЫ И НАНОСТРУКТУРЫ»

ЖУРНАЛА «НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ»

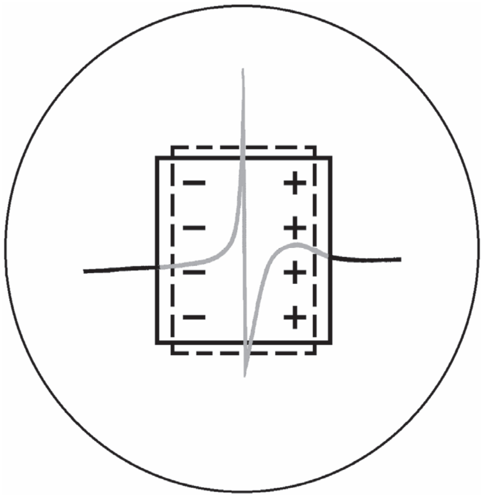
ЖУРНАЛА «РАДИОТЕХНИКА»

О Р Г К О М И Т Е Т

Гуляев Ю.В.	**- (Россия) - председатель**
Сигов А.С.	**- (Россия) - зам. председателя**
Аджемов А.С.	**- (Россия) - зам. председателя**
Лучников П.А.	**- (Россия) - ученый секретарь**
Бержанский В.Н.	**- (Украина)**
Ибраев Н.Х.	**- (Казахстан)**
Камильджанов Б.И.	**- (Узбекистан)**
Кудж С.А.	**- (Россия)**
Мальцев П.П.	**- (Россия)**
Перно Ф.	**- (Франция)**
Рогачев А.В.	**- (Беларусь)**
Скотт Дж.	**- (Великобритания)**

П Р О Г Р А М М Н Ы Й К О М И Т Е Т

Никитов С.А.	**– председатель,**
Орлов В.Г.	**– ученый секретарь,**
Безруков В.Н.,	**Воротилов К.А.,**
Захаров А.К.,	**Есаулов Н.П.,**
Капустин В.И.	**Крашенинников А.И.,**
Лось В.П.,	**Морозов А.И.,**
Нефедов В.И.,	**Ивашов Е.Н.,**
Резниченко Л.А.,	**Санников В.Г.,**
Сидорин В.В.,	**Соколов В.В.,**
Соловьев И.В.,	**Суржиков А.П.,**
Фетисов Ю.К.,	**Шаврин С.С.**



Приборы и компоненты РЭА

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ШТРАФНОЙ ФУНКЦИИ И ФЛЕТЧЕРА-РИВСА В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПЬЕЗОПРИВОДОВ

© 2014 г. Е.Н. ИВАШОВ, К.Д. ФЕДОТОВ, В.О. ЯГОВЦЕВ

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва
e-mail: ienmiem@mail.ru, zenflak@gmail.com

Применение пьезоприводов в нанотехнологии позволяет достигать высоких результатов в плане точности позиционирования зонда, что в свою очередь позволяет достичь высокого качества снимков поверхности подложки или модификации поверхности подложки для достижения определенных функциональных результатов. С целью оптимизации конструкции пьезопривода целесообразно использовать методы штрафной функции и Флетчера-Ривса.

Основная идея метода штрафной функции состоит в преобразовании задачи минимизации функции $z = f(x)$ с соответствующими ограничениями, наложенными на x, в задачу поиска минимума без ограничений функции$Z = f(x) + P(x)$, где функция P(x) является штрафной. Необходимо, чтобы при нарушении ограничений она «штрафовала» функцию Z, т. е. увеличивала ее значение. В этом случае минимум Z будет находиться внутри области ограничений. Функция $P(x)$, удовлетворяющая этому условию, может быть не единственной. Задачу минимизации можно сформулировать следующим образом: минимизировать функцию $z = f(x)$ при ограничениях $c_j(x) > 0, j = 1, 2, \dots, m$.

Функцию $P(x)$ удобно записать следующим образом:

$$P(x) = r\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{c_j(x)},$$

где r – положительная величина. Функция $Z = \varphi(x, r)$ принимает вид

$$Z = \varphi(x,r) = f(x) + r\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{c_j(x)}.$$

В таком случае, если x принимает допустимые значения, для которых $c_j(x) \geq 0$, то Z принимает значения, которые больше соответствующих значений $f(x)$ (истинной целевой функции задачи), разность можно уменьшить за счет того, что r может быть очень малой величиной. Но если x принимает значения, которые хотя и являются допустимыми, но близки к границе области ограничений, и, по крайней мере, одна из функций $c_j(x)$ близка к нулю, тогда значения функции $P(x)$ и, следовательно, значения Z станут очень велики. Таким образом, влияние функции $P(x)$ состоит в создании «гребня с крутыми краями» вдоль каждой границы области ограничений. Следовательно, если поиск начинается из допустимой точки и осуществляется поиск минимума функции $\varphi(x, r)$ без ограничений, то минимум, конечно, будет достигаться внутри допустимой области для задачи с ограничениями. Полагая r достаточно малой величиной, для того, чтобы влияние $P(x)$ было малым в точке минимума, мы можем сделать точку минимума функции $\varphi(x, r)$ без ограничений совпадающей с точкой минимума функции $f(x)$ с ограничениями. В общем случае невозможно аналитически определить положение минимума функции $\varphi(x, r)$, рассматривая ее как обычную функцию от r. Для его определения следует обратиться к численным методам. Следует отметить, что если целевая функция $f(x)$ выпукла, а функция $c_j(x)$ вогнута, то функция $\varphi(x, r)$, заданная вышеприведенным уравнением, также является выпуклой функцией в области ограничений, которая сама является выпуклой. Следовательно, $\varphi(x, r)$ имеет для данного значения r единственный минимум.Если x_1 и x_2 – точки, принадлежащие допустимой области, т.е. $c_j(x_1) \geq 0$ и $c_j(x_2) \geq 0$для $j = 1, 2, \ldots, m$, то при $0 < \theta < 1$ справедливо неравенство $c_j(\theta x_2 + (1 + \theta)x_1) \geq \theta c_j(x_2) + (1 - \theta)c_j(x_1) \geq 0$, так как функция $c_j(x)$ выпукла. Допустимая область так же является выпуклой.

Таким образом, точка $x_2 + (1 - \theta)x_1$ при $0 < \theta < 1$ также является допустимой. Кроме того, функция $1/c_j(x)$является выпуклой для всех x, которые удовлетворяют неравенству $c_j(x) \geq 0$. Если $h(x) = 1/c_j(x)$, то

$$\nabla h(x) = \frac{-\nabla c_j(x)}{\left[c_j(x)\right]^2}.$$

Следовательно, гессиан функции $h(x)$ имеет вид

$$H(x) = -\frac{C(x)}{\left[c_j(x)\right]^2} + \frac{2\nabla c(x)\nabla c(x)^T}{\left[c_j(x)\right]^3},$$

где $C(x)ik = \partial^2 c_j(x)/\partial x_i \partial x_k$ есть гессиан функции $c_j(x)$. Тогда, если p – произвольный вектор, тогда справедливо равенство

$$p^T H(x)p = -\frac{p^T C(x)p}{\left[c_j(x)\right]^2} + \frac{2\left[p^T \nabla c_j(x)\right]^2}{\left[c_j(x)\right]^3},$$

где всегда $p^T H(x)p > 0$, так как $C(x)$ – матрица с отрицательным определителем, так как $c_j(x)$ – выпуклая функция и $c_j(x) \geq 0$. Тогда матрица $H(x)$ положительно определена и $1/c_j(x)$ выпукла во всей области.

Предположим, что $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_k^*$ - минимальные точки функции $\varphi(x,r)$ для убывающей последовательности значений $r_1, r_2, \ldots, r_k, \ldots$, стремящейся к нулю. Тогда последовательность точек$x_1^*, x_2^*, \ldots, x_k^*, \ldots$ сходится к оптимальному решению задачи с ограничениями при $r_k \to 0$, следовательно,

$$\lim_{r_k \to 0}[\min \varphi(x, r_k)] = f(x^*),$$

где x^* - минимальная точка функции $f(x)$ при наличии ограничений.

Таким образом, при $k \to \infty$ $(r_k \to 0)$

$$\lim_{r_k \to 0} \varphi(x_k^*, r_k) = f(x^*), \qquad f(x_k^*) \to f(x^*),$$

$$r_k \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{c_j(x_k^*)} \to 0.$$

Очевидно, что если функция $f(x)$ выпукла, а функция $c_j(x)$ при $j=1, \ldots, n$ вогнута, то функция $f(x)$ при наличии ограничений имеет единственный минимум. Выбор начального значения r может оказаться важным с точки зрения сокращения числа итераций при минимизации функции $\varphi(x,r)$. Если сначала r выбрано очень малым, для того, чтобы функция $\varphi(x,r)$ мало отличалась от функции $f(x)$, то метод будет сходиться очень быстро. Однако такой выбор может привести к серьезным осложнениям при вычислениях. Для малых r функция $\varphi(x,r)$ будет быстро меняться в окрестности минимума, что может вызвать затруднения при использовании градиентного метода. Слишком большое значение r может привести к тому, что штрафная функция $P(x)$ в уравнении станет доминирующей. Поэтому «разумный» выбор начальной точки очень важен.Для многих задач «разумных» значением для начальной точки является значение $r_0 = 0$. Более рациональный подход состоит в том, чтобы понять, что если начальная точка x будет лежать вблизи минимума функции

$$\varphi(x,r) = f(x) + r\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{c_j(x)} = f(x) + rP(x),$$

то градиент функции $\varphi(x,r)$ будет мал:

$$\nabla\varphi(x,r) = \nabla f(x) + r\nabla P(x).$$

Квадрат нормы этого вектора

$$\nabla f(x)^T \nabla f(x) + 2r\nabla f(x)^T \nabla P(x) + r^2 \nabla P(x)^T \nabla P(x)$$

и минимум будет достигнут при

$$r = \frac{-\nabla f(x)^T \nabla P(x)}{\nabla P(x)^T \nabla P(x)}.$$

Метод Флетчера-Ривса основан на том, что для квадратичной функции n переменных n одномерных поисков вдоль взаимно сопряженных направлений позволяют найти минимум.Функция *f(x)*, зависящая от N-мерного вектора переменных *x*, называется сепарабельной, если она представляется в виде суммы функций, каждая из которых зависит только от одной из N переменных. Таким образом,

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} f_i(x_i).$$

Записывая для удобства $f_i^{(k)} = f_i(x_i^{(k)})$, можно следующим образом представить выражение для аппроксимирующей функции:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{K_1} \lambda_1^{(k)} f_1^{(k)} + \sum_{k=1}^{K_2} \lambda_2^{(k)} f_2^{(k)} + \cdots + \sum_{k=1}^{K_N} \lambda_N^{(k)} f_N^{(k)},$$

где

$$x_i = \sum_{k=1}^{K_i} \lambda_i^{(k)} x_i^{(k)}, i = 1, \ldots, N,$$

причем при всех i=1, …, N

$$\sum_{k=1}^{K_i} \lambda_i^{(k)} = 1, \lambda_i^{(k)} \geq 0, k = 1, \ldots, K_i, \lambda_i^{(i)} \lambda_i^{(j)} = 0, i > j + 1$$

$$i = 1, 2, \ldots, K_i - 1.$$

Рассмотрим функцию, описанную выражением $f(x) = a + b^T x + \frac{1}{2} x^T G x$

Одномерный поиск будем вести вдоль направлений, взаимно сопряженных по отношению к матрице G. В качестве первого направления поиска из первой точки x_1 возьмем направление наискорейшего спуска $d_1 = -g_1$, и найдем значение λ_1, минимизирующее функцию $f(x_1 + \lambda d_1)$. Положим $x_2 = x_1 + \lambda_1 d_1$ и произведем поиск в направлении d_2, сопряженном направлению d_1 (выберем вектор d_2 как линейную комбинацию векторов d_1 и $-g_2$), и найдем $x_3 = x_2 + \lambda_2 d_2$ минимизацией функции $f(x_2 + \lambda d_2)$. Направление поиска d_3 из точки x_3 выбирается сопряженной направлениям d_1 и d_2. На($k+1$) шаге выбираем d_{k+1} в виде линейной комбинации $-g_{k+1}, d_1, d_2, \ldots, d_k$, сопряженной всем направлениям $d_1, d_2, \ldots, d_k$.

Таким образом,$d_{k+1} = -g_{k+1} + \sum_{r=1}^{k} \alpha_r d_r, k = 1,2, \ldots$

Оказывается, что все α_rравны нулю, за исключением α_k, так что

$$d_{k+1} = -g_{k+1} + \alpha_k d_k \text{ и } \alpha_k = g^2_{k+1}/g^2_k.$$

Прежде чем перейти к индуктивным рассуждениям, докажем справедливость предыдущих отношений при $k = 1$. Поскольку $f(x_2) = f(x_1 + \lambda_1 d_1)$ является минимумом функции $f(x_1 + \lambda d_1)$ на прямой, то $g^T_2 d_1 = -g^T_2 g_1 = 0$. Данный результат так же справедлив для квадратичных функций $g_2 = b + Gx_2$, $g_1 = b + Gx_1$.Тогда, если d_1 и $d_2 = -g_2 + \alpha_1 d_1$ сопряжены, то $d^T_2 G d_1 = 0$, т.е. $-g^T_2 G d_1 + \alpha_1 d^T_1 G d_1$, следовательно, $\frac{(-g_2^T - \alpha_1 g_1^T) G (x_2 - x_1)}{\lambda_1} = 0$,

Откуда$(-g^T_2 - \alpha_1 g^T_1)(g_2 - g_1) = 0$. Таким образом, $-g^2_2 + \alpha_1 g^2_1 = 0$. Из чего следует $\alpha_1 = g^2_2/g^2_1$, что и требовалось доказать. Это и есть соотношение при $k = 1$. Для доказательства соотношений $d_{k+1} = -g_{k+1} + \alpha_k d_k$ и $\alpha_k = g^2_{k+1}/g^2_k$ по индукции, полагая, что векторы $d_1, d_2, \ldots, d_k$ получены описанным выше способом и являются взаимно сопряженными.Точка $x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k$ является минимумом функции $f(x_k + \lambda d_k)$ на прямой $x_k + \lambda_k d_k$. Тогда $g^T_{k+1} d_k = 0$.Имеем $x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k = x_{k-1} + \lambda_{k-1} d_{k-1} + \lambda_k d_k$ и т.д.

Таким образом, $x_{k+1} = x_{j+1} + \sum_{i=j+1}^{k} \lambda_i d_i$, при $1 \leq j \leq k-1$, следовательно, $G x_{k+1} = G x_{j+1} + \sum_{i=j+1}^{k} \lambda_i G d_i$, тогда $g_{k+1}^T = g_{j+1}^T + \sum_{i=j+1}^{k} \lambda_i d_i^T G$, при $1 \leq j \leq k-1$, откуда $g_{k+1}^T d_j = g_{j+1}^T d_j + \sum_{i=j+1}^{k} \lambda_i d_i^T G d_i$.

В результате преобразований получим $g^T_{j+1}d_j = 0$ и из-за взаимной сопряженности$d^T_iGd_j = 0$ при $j<i$. Таким образом, каждое слагаемое в правой части равно нулю. Следовательно, $g^T_{k+1}d_j = 0$ при $j = 1, 2, \ldots, k-1$ и по причине $g^T_{k+1}d_k = 0$ окончательно получаем $\boldsymbol{g^T_{k+1}d_j = 0}$ при $j = 1, 2, \ldots, k$. Таким образом, вектор g_{k+1} ортогонален векторам $d_1, d_2, \ldots, d_k$, а так же векторам $g_1, g_2, \ldots, g_k$.

Так как в начале доказательства по индукции было предположено $d_j = -g_j + \alpha_{j-1}d_{j-1}$, то приведенное выше соотношение принимает вид:

$$-g^T_{k+1}g_j + \alpha_{j-1}g^T_{k+1}d_{j-1} = 0,$$

следовательно, $-g_{k+1}g_j = 0$, поскольку $g^T_{k+1}d_{j-1} = 0$, таким образом, $\boldsymbol{g^T_{k+1}g_j = 0}$ при $j = 1, 2, \ldots, k$. Необходимо так же показать, что вектор d_{k+1}, определенный ранее, сопряжен с векторами $d_1, d_2, \ldots, d_k$

Для $j = 1, 2, \ldots, k-1$ имеем $d^T_{k+1}Gd_j = -g^T_{k+1}Gd_j + \alpha_k d^T_k Gd_j = -g^T_{k+1}Gd_j$ в силу взаимной сопряженности.

Тогда

$$-g^T_{k+1}Gd_j = -g^T_{k+1}G\frac{(x_{j+1}-x_j)}{\lambda_i} = -g^T_{k+1}\frac{(g_{j+1}-g_j)}{\lambda_j} = 0.$$

Таким образом, $d^T_{k+1}Gd_k = 0$ при $j= 1, 2, \ldots, k-1$, и это справедливо для любого α_k так, чтобы выполнялось равенство $d^T_{k+1}Gd_k = 0$, а именно: $d^T_{k+1}Gd_k = -g^T_{k+1}Gd_k +$ $+ \alpha_k d^T_k G d_k = -g^T_{k+1}\frac{(g_{k+1}-g_k)}{\lambda_k} + \alpha_k\left(-g^T_k + \alpha_{k-1}d^T_{k-1}\right)\frac{(g_{k+1}-g_k)}{\lambda_k}$.

Следовательно, $d^T_{k+1}Gd_k = \frac{-g^2_{k+1}+\alpha_k g^2_k}{\lambda_k}$ в силу соотношений $\boldsymbol{g^T_{k+1}d_j = 0}$ и $\boldsymbol{g^T_{k+1}g_j = 0}$ при $j = 1, 2, \ldots, k$.Направления d_{k+1} будет сопряжено с направлением d_k, если $\alpha_k = g^2_{k+1}/g^2_2$, что и требовалось доказать.

Из всего этого следует, что направления поиска в методе Флетчера-Ривса являются взаимно сопряженными и в данном методе минимум квадратичной функции n переменных можно найти не более, чем за n шагов. Это значит, что одномерный поиск производится с нужной точностью, и устраняются любые ошибки округления, которые могут возникнуть. Вышеописанный метод будет применим и к неквадратичным функциям, так как если поиск осуществляется вблизи минимума, то можно надеяться на достижение квадратичной сходимости, когда имеет место квадратичная аппроксимация. Флетчер и Ривс полагают, что в этой ситуации каждое n-ное направление поиска должно быть направлением наискорейшего спуска и при построении сопряженных направлений необходимо обнулить поиск и начать заново.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васильев Ф.П.* О градиентных методах решения задач оптимального управления системами, описываемыми параболическими уравнениями. В кн. Оптимальное управление. – М.: Знание. – 197 с. С. 118-143.
2. *Ивашов Е.Н.*, Федотов К.Д. Подсистема автоматизированного проектирования элементов пьезоэлектрических устройств / Вестник машиностроения. – 2014. – №6. – с. 30-36.