

# АНОМАЛЬНАЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

Г. Э. Норман<sup>a,b\*</sup>, В. В. Стегайлов<sup>a,b\*\*</sup>, А. В. Тимофеев<sup>b,a\*\*\*</sup>

<sup>a</sup>Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия

<sup>b</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)  
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 30 января 2011 г.

Сформулирована система уравнений движения пылевых частиц в приэлектродном слое газового разряда с учетом флуктуаций заряда пылевой частицы и особенностей приэлектродного слоя разряда. Проведено молекулярно-динамическое моделирование системы пылевых частиц. На основе теоретического анализа результатов моделирования предложен механизм увеличения средней кинетической энергии пылевых частиц в газоразрядной плазме: разогрев вертикальных колебаний пылевых частиц инициирован вынужденными колебаниями, вызванными флуктуациями заряда пылинок; процесс передачи энергии от вертикальных колебаний к горизонтальным может быть основан на явлении параметрического резонанса. Комбинация параметрического и вынужденного резонансов позволяет объяснить anomalно высокие значения кинетической энергии пылевых частиц. Оценки частоты, амплитуды и кинетической энергии пылевых частиц близки к экспериментальным значениям.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Явление разогрева колебаний пылевых частиц в плазме газового разряда до anomalно больших кинетических энергий вызывает большой интерес [1–3]. В лабораторных экспериментах [4–14] было обнаружено, что пылевые частицы при определенных условиях приобретают кинетическую энергию порядка 10 эВ и выше, что значительно превышает температуру вещества пылевой частицы, а также температуру ионов и электронов в рассматриваемом разряде. Несмотря на такие кинетические энергии, пылевые частицы могут продолжать формировать кристаллическую структуру [7, 8, 14, 15].

Поскольку явление anomalного разогрева колебаний пылевых частиц в плазме известно с 1996 г., был сделан ряд попыток найти механизм этого явления [10, 11, 16–26]. Например, влияние флуктуаций электрического поля [11, 19] приводит к разогреву колебаний пылевых частиц до кинетической температуры выше температуры окружающего газа, но

на два и более порядков меньше экспериментальных значений; к тому же в работе [11] экспериментально показано отсутствие корреляции между кинетической температурой пылевой компоненты плазмы и флуктуациями электрического поля. В работе [10] на основе ланжевеновского подхода рассматривается влияние флуктуаций заряда пылевой частицы на кинетическую температуру, но оценка кинетической температуры оказывается ниже экспериментальных значений. Пространственные колебания заряда пылинки [9, 12] также могут приводить к разогреву колебаний пылевых частиц. Механизм, основанный на пространственных колебаниях значения заряда пылинки и на конечном времени зарядки пылинки, дает оценку кинетической температуры на несколько порядков ниже экспериментального значения. Таким образом, причина эффекта разогрева колебаний пылевых частиц до anomalно высоких энергий остается невыясненной. Основные трудности в решении этой задачи заключаются в невозможности аналитической оценки воздействия различных стохастических и нелинейных явлений на систему пылевых частиц и в отсутствие методов измерения точных значений некоторых параметров системы. Авторы

\*E-mail: norman@ihed.ras.ru

\*\*E-mail: stegailov@gmail.com

\*\*\*E-mail: timofeevalvl@gmail.com

перечисленных выше работ рассматривали лишь отдельные явления, а не их совокупность.

В данной работе сделана попытка объяснить эффект аномального разогрева колебаний пылевых частиц на основе учета флуктуаций заряда пылинок и особенностей приэлектродного слоя газового разряда. При этом использованы работы [23, 27–32] для учета особенностей приэлектродного слоя газового разряда и литература по теории вынужденных колебаний и параметрического резонанса [33, 34] для учета эффектов колебательного движения пылинок и возможных неустойчивостей. Использование метода молекулярной динамики [19, 22, 35–38] позволяет учесть влияние всех известных явлений, включая нелинейные и стохастические, на движение пылинок. Варьирование параметров уравнений движения пылевых частиц позволяет обойти проблему отсутствия точных значений ряда параметров плазменно-пылевой системы. Кроме того, варьирование параметров позволяет найти зависимость средней кинетической энергии и других характеристик системы от ее параметров. Эта методика позволяет также исследовать процесс передачи энергии от газового разряда к колебаниям пылевых частиц.

В разд. 2 вводятся силы и явления, определяющие движение пылевых частиц, и формулируется система уравнений, описывающая движение пылевых частиц в приэлектродном слое газового разряда. В разд. 3 обсуждаются начальные условия и приводятся результаты численного моделирования системы пылевых частиц. Анализ этих результатов и предложенного механизма разогрева вертикального и горизонтального движения частиц представлены в разд. 4. В разд. 5 проводится сравнение результатов моделирования и экспериментальных данных.

## 2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим  $N$  пылевых частиц, формирующих один горизонтальный слой в приэлектродном слое газового разряда. Будем считать частицу шаром радиуса  $a$  с зарядом  $Q_i = Z_i e$ , где  $i$  — номер пылевой частицы,  $Z_i$  — зарядовое число,  $e$  — заряд электрона. Вначале перечислим силы, которые традиционно учитываются при молекулярно-динамическом моделировании системы пылевых частиц [19, 22, 35–38].

1. Пылевые частицы в плазме газового разряда приобретают значительный отрицательный заряд и зависают в приэлектродном слое, где электрическое поле  $\mathbf{E}(z)$  оказывается достаточно сильным, чтобы

компенсировать силу тяжести,  $\mathbf{r} = x, y, z$  — радиус-вектор пылевой частицы. Величина гравитационной силы определяется выражением  $\mathbf{F}_{grav} = m\mathbf{g}$ , где  $m$  — масса пылевой частицы,  $g$  — ускорение свободного падения. За начало отсчета  $z$  считаем точку, где сила тяжести уравнивается электрической силой  $\mathbf{F}^{el} = Q(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}(z)$ ,

$$Q_{eq}(\mathbf{r})E_z(0) = mg, \quad (1)$$

где  $Q(\mathbf{r}, t)$  — заряд пылевой частицы, зависящий от  $\mathbf{r}$  и времени  $t$ ,  $Q_{eq}(\mathbf{r})$  — заряд, усредненный по времени.

2. На движущуюся частицу действует сила трения со стороны окружающей среды. В случае слабоионизированной плазмы основной вклад в силу трения дают нейтральные частицы плазмы. Таким образом, для случая малых давлений воздействие нейтрального газа на пылинки можно моделировать с помощью ланжевеновского термостата. Тогда сила, действующая на частицу со стороны нейтрального газа, может быть записана в виде

$$\mathbf{F}^{fr} = -2m\gamma\dot{\mathbf{r}}_i + \sqrt{\frac{2m\gamma k_B T_{room}}{dt}} \mathbf{h}(t),$$

где  $\gamma$  — коэффициент трения,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\mathbf{r}_i = \{x, y, z\}$  — трехмерный радиус-вектор  $i$ -й частицы,  $\dot{\mathbf{r}}_i$  — скорость пылевой частицы,  $T_{room}$  — температура нейтрального газа, которая для рассматриваемых условий приблизительно равна 300 К,  $dt$  — шаг интегрирования,  $\mathbf{h}(t)$  — нормально распределенная случайная величина.

3. Для оценки потенциала взаимодействия пылевых частиц был выбран экранированный кулоновский потенциал

$$U_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = \frac{Q_i Q_j \exp(-\kappa |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}, \quad (2)$$

где  $\kappa$  — параметр экранирования. В этом случае сила взаимодействия заряженных пылевых частиц оценивается по формуле

$$\mathbf{F}^{inter}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = - \sum_j \frac{\partial U_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{\partial \mathbf{r}_i}.$$

4. Потенциал-ловушка, удерживающий одноименно заряженные пылевые частицы от разлета по горизонтали, считается параболическим,  $U_{trap} = 2\varepsilon r^2$ , где  $\varepsilon$  — параметр потенциала-ловушки.

А теперь перечислим силы и явления, которые предлагается учитывать при моделировании системы дополнительно к уже перечисленным стандартным. Авторы предлагают учесть их совместно, а ранее [19, 22, 23], если они учитывались, то по отдельности.

5. В приэлектродном слое газового разряда электрическое поле  $E$  сильно зависит от вертикальной координаты  $z$ . Для рассматриваемых давлений буферного газа электрическое поле зависит от вертикальной координаты линейно [19, 23],

$$E(z) = E_0(1 + e'z), \quad (3)$$

где  $e'$  — нормированный градиент вертикальной компоненты электрического поля приэлектродного слоя газового разряда.

6. Заряд пылевой частицы не является фиксированной величиной, а определяется локальными параметрами плазмы вблизи частицы. При возмущениях последних ее заряд также испытывает возмущения. В приэлектродном слое газового разряда концентрация электронов и концентрация ионов значительно меняются по высоте, что приводит к зависимости усредненного по времени заряда частицы от высоты [19, 23]:

$$Q_{eq}(\mathbf{r}) = Q_0(1 + q'_z z + \dots), \quad (4)$$

где  $q'_z$  — нормированный градиент заряда пылевой частицы, вызванный изменением концентраций электронов и ионов в приэлектродном слое в вертикальном направлении. В силу того что рассматривается монослой пылевых частиц и относительное изменение заряда из-за смещения по вертикали не велико, квадратичным и другими членами разложения можно пренебречь.

7. Заряд пылевой частицы флуктуирует из-за флуктуаций локальных параметров плазмы вблизи этой частицы. Более того, даже в изотропной пространственно-однородной невозмущенной плазме заряд пылевых частиц будет испытывать случайные флуктуации около своего равновесного значения. Это связано с тем, что ионы и электроны поглощаются (испускаются) поверхностью макрочастиц в случайные моменты времени и в случайной последовательности. Таким образом, поскольку заряд пылевой частицы в плазме определяется потоками компонент плазмы на поверхность пылинки, он флуктуирует во времени [22] из-за флуктуаций и дискретности потоков ионов и электронов на поверхность пылевой частицы:

$$Q(\mathbf{r}, t) = Q_{eq}(\mathbf{r}) + Q_0 \delta q(t), \quad (5)$$

где  $Q_0$  — среднее значение заряда пылевой частицы, нормированные флуктуации заряда  $\delta q(t)$  описываются корреляционной функцией

$$\langle \delta q(t) \delta q(t') \rangle = \delta q^2 \exp(-\Omega(t - t')), \quad (6)$$

где  $\Omega^{-1}$  — характерное время релаксации малых отклонений заряда. Нормированная амплитуда флуктуаций заряда  $\delta q$  пылевой частицы для стандартного лабораторного эксперимента оценивается по формуле  $\delta q_i = 1/2\sqrt{Z_i}$  [2].

8. Пылевая частица в плазме газового разряда приобретает большой заряд и начинает влиять на окружающую плазму. Таким образом, заряд двух соседних пылевых частиц зависит от расстояния между ними:

$$Q_{eq}(\mathbf{r}) = Q_0 [1 + q'_z z + q'_r (|r_i - r_j| - l)], \quad (7)$$

где  $q'_r$  — нормированный градиент заряда пылевой частицы, вызванный изменением концентраций электронов и ионов около заряженной пылевой частицы,  $l$  — среднее расстояние между частицами.

Заметим, что усредненный заряд без учета последнего эффекта для всех пылевых частиц полагается одним и тем же. Такое предположение допустимо, потому что рассматривается один горизонтальный слой пылевых частиц. Последний эффект вносит небольшое различие между усредненными значениями.

Таким образом, с учетом выражений (3)–(7) сила  $F^{el}$  представляется в виде

$$\begin{aligned} F^{el} &= Q(\mathbf{r}, t)E(z) = Q_0 E_0 [1 + q'_r (|r_i - r_j| - l) + \\ &\quad + q'_z z + \delta q(t)] (1 + e'z) = \\ &= Q_0 E_0 [1 + (q'_z + e'_z)z + q'_z e'_z z^2 + q'_r (|r_i - r_j| - l) + \\ &\quad + q'_r (|r_i - r_j| - l) e'_z z + \delta q(t) + \delta q(t) e'_z z]. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, движение системы пылевых частиц описывается системой уравнений

$$m\ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i^{inter} + \mathbf{F}_i^{trap} + \mathbf{F}_i^{fr} + \mathbf{F}_i^{grav} + \mathbf{F}_i^{el}. \quad (9)$$

Эта система отличается от рассмотренных в других работах наличием нескольких различных независимых флуктуирующих процессов. Другое различие заключается в учете влияния всех нелинейных членов. Для рассматриваемой задачи, где пылинки размером от 1 до 50 мкм формируют один горизонтальный слой и приобретают большую скорость, сила вязкого трения преобладает над силой ионного влечения и термофоретической силой [28], поэтому влиянием этих сил на движение пылевых частиц пренебрегается в данной конкретной задаче.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

#### 3.1. Модель

Система уравнений (9), построенная для описания движения системы пылевых частиц в плазме, содержит 12 параметров: количество частиц  $N$ , массу  $m$  пылевой частицы, ускорение свободного падения  $g$ , коэффициент трения  $\gamma$  пылевой частицы о нейтральный газ, заряд  $Q$  пылинки, нормированные градиенты заряда по вертикали и по радиусу,  $q'_z$  и  $q'_r$ , нормированную амплитуду флуктуаций заряда  $\delta q$ , нормированный градиент  $e'_z$  электрического поля приэлектродного слоя, характерное время  $\Omega^{-1}$  релаксации малых отклонений заряда, параметр экранирования  $\kappa$  и параметр потенциала-ловушки  $\varepsilon$ .

Система пылевых частиц моделируется для двух базовых наборов данных (табл. 1). Значения параметров в базовых наборах данных соответствуют стандартным параметрам лабораторного плазменно-пылевого эксперимента [1]. Варьирование всех параметров системы по очереди позволяет исследовать характер зависимости различных характеристик системы от ее параметров.

Движение системы пылевых частиц в приэлектродном слое газового разряда моделируется с помощью численного интегрирования системы уравнений (9) подобно тому, как это делается методом молекулярной динамики. Для численного интегрирования используется схема Верле второго порядка точности. Шаг интегрирования  $dt$  выбирается так, чтобы он оказался как минимум на порядок меньше характерного времени самого быстрого процесса в моделируемой системе. Самым быстрым процессом в рассматриваемой модели плазменно-пылевой системы оказалась релаксация малых возмущений заряда к его равновесному значению. Характерное время этого процесса может составлять 1 мкс и больше. При такой методике выбора шага интегрирования характеристики системы пылевых частиц не зависят от шага интегрирования. В то же время общее время расчета выбирается таким, чтобы система пылевых частиц в плазме успела придти к стационарному состоянию. Второй причиной, приводящей к необходимости большого времени расчета, является требование к набору статистики по вычисляемым характеристикам. В связи с тем, что рассматривается небольшое число частиц, достаточная статистика накапливается с помощью разбиения траектории на участки и усреднения вычисляемых характеристик по этим участкам. Этот шаг является обоснованным

из-за того, что колебания пылевых частиц достаточно быстро хаотизируются, забывают о своем прошлом, что, в свою очередь, происходит из-за наличия стохастических членов в уравнениях движения пылевых частиц. Таким образом, для условий стандартного лабораторного эксперимента общее время расчета может составлять сотни секунд. Это приводит к тому, что один расчет плазменно-пылевой системы на стационарном участке траектории занимает больше  $10^9$  шагов, на каждом из которых рассчитываются все силы, влияющий на пылевые частицы.

На стационарном участке траектории системы пылевых частиц рассчитывались кинетическая температура  $K$  движения пылевых частиц, кинетическая температура движения пылинок в горизонтальном  $K_h$  и вертикальном  $K_v$  направлениях, кинетическая температура  $K_{cm}$  движения центра масс системы пылевых частиц, среднее расстояние  $\langle \Delta r_{i,j} \rangle$  между пылинками, параметр неидеальности  $\Gamma = U/K$ , где  $U$  — потенциальная энергия системы, а также спектр колебаний пылевых частиц и спектр колебаний центра масс пылевых частиц. Кинетическая температура  $K$  вычисляется из выражения  $\langle mv^2/2 \rangle = k_B K f/2$ , где  $\langle mv^2/2 \rangle$  — средняя кинетическая энергия,  $k_B$  — константа Больцмана,  $f$  — число степеней свободы.

#### 3.2. О применимости термина «температура» к системе пылевых частиц

Последние пятнадцать лет среднюю кинетическую энергию движения пылевых частиц регулярно и очень осторожно пытаются назвать температурой пылевой компоненты. Явная открытость пылевой подсистемы не позволяет утверждать, что система пылевых частиц находится в термодинамическом равновесии. А по определению, температура — это физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. Кроме того, непонятно, в какой момент система становится равновесной и можно использовать понятие температуры. Величина кинетической температуры пылевых частиц может превышать десятки электронвольт, а это вызывает недоумение у физического сообщества, так как не совпадает с интуитивным понятием температуры конденсированного вещества. Кроме того, в лабораторных экспериментах в условиях сильной гравитации имеется выделенное направление по вертикали, и средние кинетические энергии горизонтального движения и вертикального движения могут различаться.

Таблица 1. Значения параметров системы пылевых частиц для численного моделирования

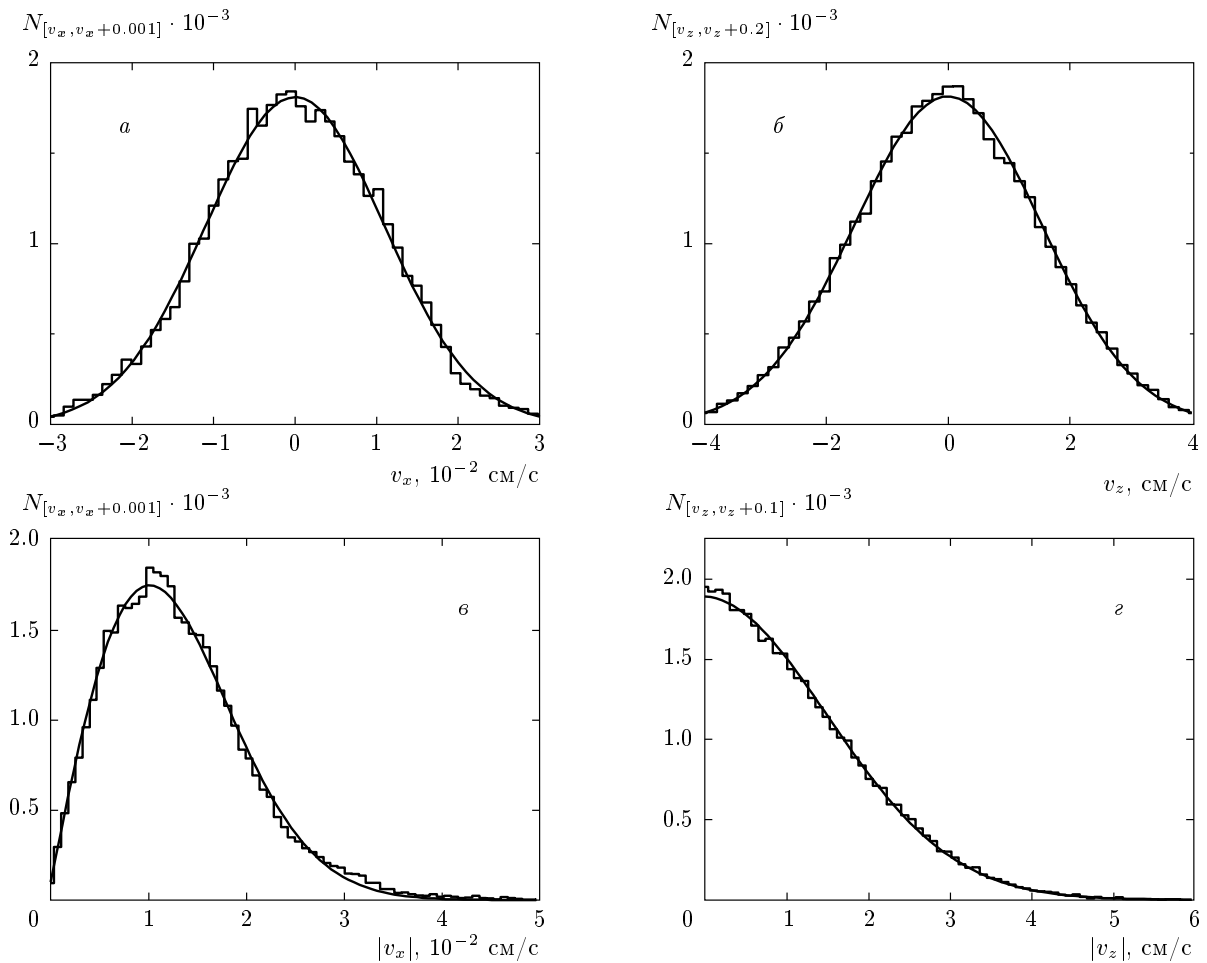
Параметры	Набор № 1	Набор № 2
Количество частиц $N$	7	7
Шаг интегрирования $dt$ , с	$10^{-6}$	$10^{-6}$
Радиус пылинки $a$ , $10^{-4}$ см	10.0	8.0
Плотность пылинки $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	1.5	1.5
Ускорение свободного падения $g$ , см/с <sup>2</sup>	980	980
Коэффициент трения $\gamma$ , с <sup>-1</sup>	1.0	3.0
Заряд пылинки $Q$	$1 \cdot 10^4 e$	$2 \cdot 10^3 e$
Градиент заряда по вертикали $q'_z$ , см <sup>-1</sup>	0.10	0.1
Градиент заряда по радиусу $q'_r$ , см <sup>-1</sup>	-0.1	-0.1
Амплитуда флуктуаций заряда $\delta q$	0.005	0.011
Градиент электрического поля $e'_z$ , см <sup>-1</sup>	-40.0	-10.0
Частота перезарядки пылинки $\Omega$ , с <sup>-1</sup>	$4 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^4$
Параметр экранирования $\kappa$ , см <sup>-1</sup>	30.0	3.0
Параметр потенциала-ловушки $\varepsilon$ , ед. СГСЭ	$8 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$

Достаточно давно было обнаружено, что скорости пылевых частиц в лабораторных экспериментах распределены по Максвеллу [10, 12, 39–41]. В работе [41] рассматривается монослой пылевых частиц в приэлектродном слое ВЧ-разряда. Для трех различных степеней нагрева системы пылевых частиц, от кристаллического состояния до жидкостного, измерены скорости пылевых частиц. Во всех случаях распределение скоростей пылевых частиц оказывается максвелловским, причем для некоторых случаев распределение вертикальных скоростей отличается от распределения горизонтальных скоростей. Заметим, что оба распределения являются максвелловскими, однако параметры распределений различаются. Таким образом, если вводить понятие кинетической температуры как характеристику распределения скоростей, то для «разогретой» системы пылевых частиц необходимо вводить понятие кинетической температуры для вертикального и горизонтального движений пылевых частиц.

Моделирование системы пылевых частиц позволяет решить часть проблемы. В ходе моделирования было обнаружено, что система пылевых частиц приходит к частичному равновесию, а скорости пылевых частиц подчиняются распределению Максвел-

ла за время, меньшее нескольких периодов колебаний пылинок (время нужно для набора статистики и проверки распределения), рис. 1а,б. Максвеллизация распределения скоростей пылевых частиц объясняется воздействием двух стохастических процессов на систему: стохастической силы из термостата Ланжевена и стохастических флуктуаций заряда пылевой частицы. Для рассматриваемых условий основную роль играют стохастические флуктуации заряда пылевой частицы, так как именно они приводят к такой быстрой максвеллизации распределения пылевых частиц.

Особое внимание следует обратить на то, что и в моделировании распределение вертикальных скоростей пылевых частиц отличается от распределения горизонтальных скоростей, но оба распределения являются максвелловскими (рис. 1а,б). Распределение модулей скоростей также соответствуют распределению Максвелла (рис. 1в,г). Таким образом, система пылевых частиц разделяется на две подсистемы, находящиеся в частичном равновесии. Соответственно, для каждой подсистемы можно ввести понятие температуры. Подобная ситуация с разделением температур для различных подсистем достаточно часто встречается в неравновесных системах, на-



**Рис. 1.** Распределения горизонтальных (*a*) и вертикальных (*б*) скоростей пылевых частиц, а также их модулей (*в, г*): гистограммы — значения, полученные с помощью моделирования, линии — аппроксимация распределением Максвелла. Распределения соответствуют кинетическим температурам пылевых частиц 0.026 эВ (*a, в*) и 538 эВ (*б, г*),

пример, в неравновесной низкотемпературной плазме выделяют поступательную, колебательную, вращательную и другие виды температуры. При определенных параметрах системы температуры горизонтального и вертикального движений уравниваются, распределения скоростей также начинают совпадать, и тогда становится возможным говорить о температуре пылевой подсистемы без деления на дополнительные подсистемы.

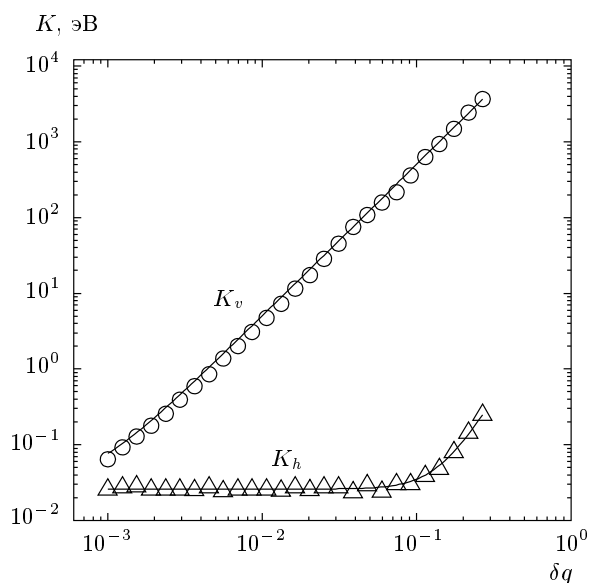
**3.3. Результаты моделирования: вертикальная и горизонтальная температура**

Выбор параметров системы уравнений (9) и последующее численное интегрирование позволяет определить влияние этих параметров на характеристики системы. В качестве характеристик определя-

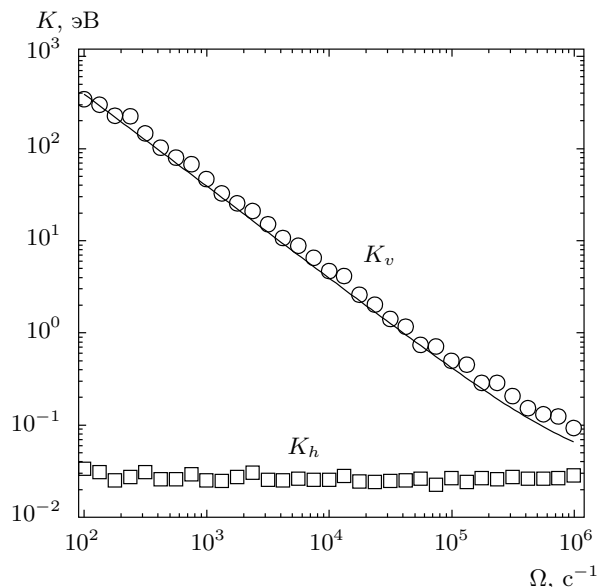
лись параметр неидеальности, кинетические температуры горизонтального и вертикального движений, кинетическая температура центра масс системы и среднее межчастичное расстояние.

Все параметры системы были разделены на две группы, влияющие на рассматриваемую характеристику и не влияющие. Рассмотрим влияние параметров системы на кинетическую температуру *K* вертикального движения пылевых частиц. Перечислим факторы, определяющие среднюю кинетическую энергию вертикального движения:

- 1) нормированная амплитуда флуктуаций заряда  $\delta q$  (рис. 2);
- 2) коэффициент трения  $\gamma$  пылевой частицы об окружающий газ (рис. 3);
- 3) характерная частота  $\Omega$  релаксации малых отклонений заряда (рис. 4);

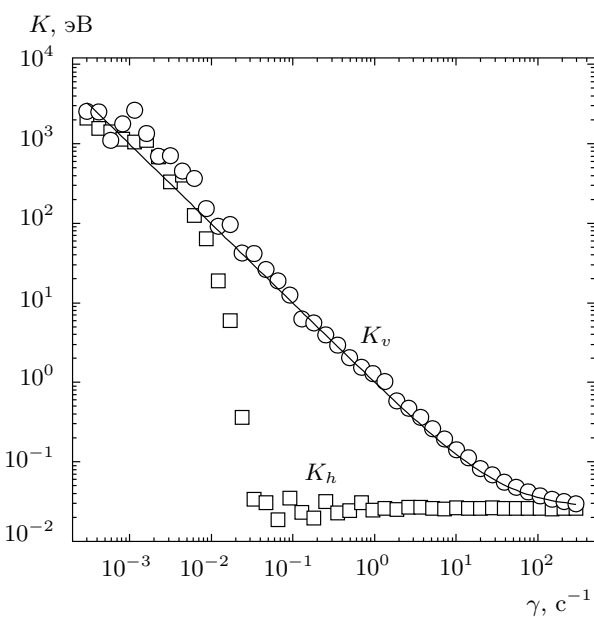


**Рис. 2.** Зависимости кинетических температур вертикального  $K_v$  и горизонтального  $K_h$  движений пылевых частиц от нормированной амплитуды флуктуаций заряда частицы для набора параметров № 1 (см. табл. 1): точки — расчетные значения, кривые — аппроксимация степенными зависимостями  $K_v = 0.026 + (505 \pm 3) \cdot 10^2 (\delta q)^{0.1}$  и  $K_h = 0.026 + (11.3 \pm 0.3) (\delta q)^{3.0 \pm 0.2}$

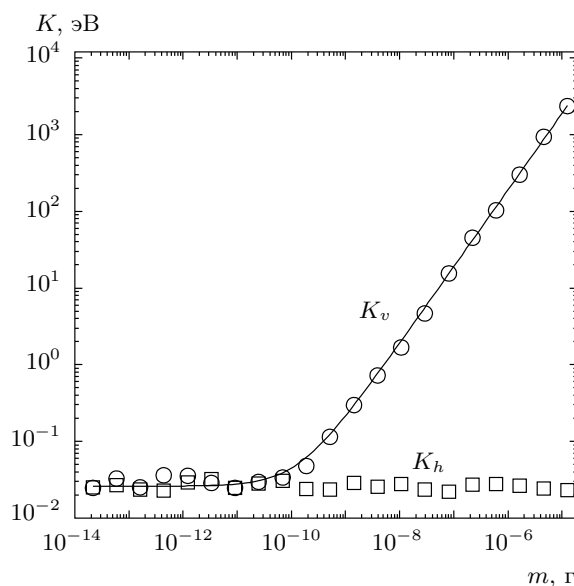


**Рис. 4.** То же, что на рис. 2, но в зависимости от характерной частоты перезарядки пылевой частицы.

Кривая —  $K_v = 0.026 + (39 \pm 1) \cdot 10^3 \Omega^{-1.0}$

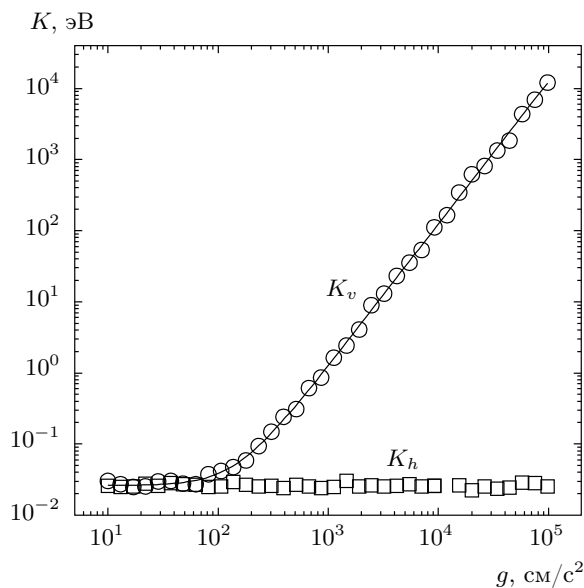


**Рис. 3.** То же, что на рис. 2, но в зависимости от коэффициента силы трения пылевой частицы о нейтральный газ. Кривая —  $K_v = 0.026 + (1.0 \pm 0.1) \gamma^{-1.0}$



**Рис. 5.** То же, что на рис. 2, но в зависимости от массы пылевой частицы. Кривая —  $K_v = 0.026 + (190 \pm 2) \cdot 10^6 m^{1.0 \pm 0.1}$

- 4) масса  $m$  пылевой частицы (рис. 5);
- 5) ускорение свободного падения  $g$  (рис. 6);
- и факторы, не влияющие на среднюю кинетическую энергию вертикального движения;
- 6) нормированный градиент электрического поля  $e'_z$  приэлектродного слоя;



**Рис. 6.** То же, что на рис. 2, но в зависимости от ускорения свободного падения. Кривая —  $K_v = 0.026 + (125 \pm 1) \cdot 10^{-8} g^{2.0 \pm 0.1}$

- 7) параметр  $\varepsilon$  потенциала-ловушки;
- 8) заряд  $Q$  пылинки;
- 9) количество  $N$  пылевых частиц;
- 10) нормированный градиент заряда по вертикали  $q'_z$ ;
- 11) нормированный градиент заряда по расстоянию между частицами  $q'_r$ ;
- 12) параметр экранирования  $\kappa$ .

Собрав все зависимости вертикальной кинетической температуры пылевых частиц от параметров системы, получим формулу

$$K_v \approx T_{room} + (1.0 \pm 0.1) \frac{m(g\delta q)^2}{\gamma\Omega}, \quad (10)$$

где все параметры имеют размерность СГСЭ, а кинетическая температура и температура нейтрального газа выражены в энергетических единицах СГСЭ. Для наглядности на графиках кинетическая температура переведена в электронвольты. Зависимости кинетической температуры вертикального движения пылевых частиц от параметров системы могут помочь определить механизм ее увеличения. Заметим, что формула (10) с хорошей точностью одинакова для всех рассмотренных наборов данных. В таком виде эта формула получена впервые. Аналогичные зависимости кинетической температуры вертикального движения пылевых частиц от параметров системы были ранее получены в некоторых теоретических работах [10, 22] в другом виде.

Условия отличия кинетической температуры пылевых частиц от температуры нейтрального газа оцениваются по формуле

$$\frac{(\delta q)^2}{\gamma\Omega} \approx \frac{T_{room}}{mg^2}.$$

Рассматриваемое явление происходит уже при  $\gamma < 90 \text{ с}^{-1}$ , или  $\delta q > 0.0006$ , или  $\Omega < 3.6 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ . Кинетическая температура пылевых частиц при моделировании не опускается ниже температуры нейтрального газа, потому что в модели учитывается влияние нейтрального газа с помощью термостата Ланжевена.

Кинетическая температура горизонтального движения пылевых частиц обычно оказывается меньше кинетической температуры вертикального движения. Численное моделирование показало, что набор параметров, который определяет среднюю кинетическую энергию горизонтального движения, значительно отличается от набора параметров, определяющих среднюю кинетическую энергию вертикального движения частиц.

Перечислим факторы, определяющие среднюю кинетическую энергию горизонтального движения:

- 1) нормированная амплитуда флуктуаций заряда  $\delta q$  (см. рис. 2);
- 2) коэффициент трения  $\gamma$  пылевой частицы об окружающий газ (см. рис. 3);
- 3) нормированный градиент электрического поля  $e'_z$  приэлектродного слоя;
- 4) параметр  $\varepsilon$  потенциала-ловушки;
- 5) заряд  $Q$  пылинки.

Заметим, что средняя кинетическая энергия горизонтальных колебаний в основном определяется первыми двумя факторами, а следующие три фактора влияют на кинетическую температуру в гораздо меньшей степени.

Перечислим факторы, не влияющие на среднюю кинетическую энергию горизонтального движения:

- 6) характерное частота  $\Omega$  релаксации малых отклонений заряда (см. рис. 4);
- 7) масса  $m$  пылевой частицы (см. рис. 5);
- 8) ускорение свободного падения  $g$  (см. рис. 6);
- 9) параметр экранирования  $\kappa$ ;
- 10) количество  $N$  пылевых частиц;
- 11) нормированный градиент заряда по вертикали  $q'_z$ ;
- 12) нормированный градиент заряда по расстоянию между частицами,  $q'_r$ .

Другим отличием горизонтальной кинетической температуры от вертикальной является пороговый характер зависимости от параметров в случае



горизонтальной температуры. Для значительного диапазона параметров она сохраняет приблизительно постоянное значение (температуры нейтрального газа), а при достижении определенного значения параметра начинает резко увеличиваться.

### 3.4. Другие результаты моделирования

Аналогичным методом получены зависимости параметра неидеальности  $\Gamma$ , средней кинетической энергии  $K_{cm}$  движения центра масс системы пылинок и среднего межчастичного расстояния  $\langle \Delta r_{i,j} \rangle$ . Зависимости этих характеристик от параметров системы получены для двух наборов параметров (см. табл. 1):

$$\Gamma \approx 1.0 + (1.4 \pm 0.1) \cdot 10^{-13} \times \frac{N^{0.7} \varepsilon^{0.5} Q^{1.5}}{\kappa + 24} \frac{\gamma \Omega}{m(g\delta q)^2}, \quad (11)$$

$$\Gamma \approx 1.0 + (8.4 \pm 0.7) \cdot 10^{-13} \times \frac{N^{0.7} \varepsilon^{0.65} Q^{1.33}}{\kappa + 27} \frac{\gamma \Omega}{m(g\delta q)^2}.$$

Восстановление зависимости параметра неидеальности пылевой подсистемы (11) представляет собой сложную задачу, так как не всегда удается аппроксимировать полученную зависимость простой функцией. Поэтому в данной работе полученные зависимости аппроксимируются степенной функцией в окрестности точки, соответствующей набору параметров (см. табл. 1). Основная причина различия формул для разных наборов данных заключается в сложности системы — наличии стохастических и нелинейных членов. В процессе изменения произвольного параметра зависимость характеристики от этого параметра может менять характер, причем переход от одной зависимости к другой проходит вблизи характерных условий лабораторных экспериментов. Размерность параметров соответствует системе единиц СГСЭ, а численный коэффициент имеет такую размерность, чтобы в итоге характеристика получалась нужной размерности.

Зависимость средней кинетической энергии центра масс системы пылинок (12) от параметров очень точно аппроксимируется и совпадает для двух наборов параметров:

$$K_{cm} \approx (1.0 \pm 0.1) \frac{T_{room} + m(g\delta q)^2}{N\gamma\Omega}, \quad (12)$$

$$K_{cm} \approx (1.0 \pm 0.1) \frac{T_{room} + m(g\delta q)^2}{N\gamma\Omega}.$$

Средняя кинетическая энергия центра масс, приходящаяся на одну пылевую частицу, с хорошей точностью оказывается равной средней кинетической энергии вертикального движения пылевых частиц, поделенной на число частиц.

Зависимость среднего межчастичного расстояния от параметров системы согласуются для двух наборов параметров гораздо хуже. По тем же причинам, что и для параметра неидеальности, зависимости среднего межчастичного расстояния от параметров системы аппроксимируются степенной функцией в окрестности точки, соответствующей набору параметров (см. табл. 1):

$$\langle \Delta r_{i,j} \rangle \approx (0.36 \pm 0.02) \frac{N^{-0.18} Q^{0.3} \varepsilon^{-0.33}}{\kappa + 156}, \quad (13)$$

$$\langle \Delta r_{i,j} \rangle \approx (0.8 \pm 0.1) \frac{Q^{0.17} \varepsilon^{-0.3}}{\kappa + 169}.$$

Основная причина различия формул для разных наборов данных заключается в сложности системы.

Кроме того, определенный интерес представляет зависимость спектра и кинетической температуры пылевых частиц от параметров потенциала взаимодействия. В моделировании были использованы потенциал Юкавы и сумма двух экранированных кулоновских потенциалов [42]. Оказалось, что спектр колебаний пылевых частиц и средняя кинетическая энергия вертикальных колебаний практически не зависят от параметра экранирования в выбранном диапазоне параметров. Это может быть связано с тем, что при наличии вынужденных колебаний в системе с трением собственные колебания затухают. Таким образом, моделирование показывает независимость спектра колебаний пылевых частиц от потенциала взаимодействия пылинок в рамках выбранной модели для случая «разогретых» пылевых частиц в рассматриваемом диапазоне параметров.

## 4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Система уравнений (9) описывает движение пылевых частиц в плазме приэлектродного слоя газового разряда. Решить эту систему уравнений аналитически не позволяет наличие различных стохастических и нелинейных членов, поэтому разделим

систему на части и упростим до доступного для анализа вида. Анализ упрощенной системы уравнений движения пылевых частиц приводит к выявлению основных физических факторов и явлений, которые обуславливают полученные нами результаты моделирования. В отличие от работ [19, 22, 35–37], мы выделяем не отдельные слагаемые, а рассматриваем возможность их совместного влияния. Отдельно рассматриваем вертикальное движение одиночной пылевой частицы, находим оценку для частоты и кинетической температуры колебаний пылевых частиц и приводим возможные причины различий с формулой, полученной на основе моделирования. Затем рассматриваем модельную задачу о переносе энергии от вертикальных колебаний пылевых частиц к горизонтальным колебаниям. Обнаруживаем возможность возникновения параметрического резонанса как механизма эффективного переноса энергии между этими степенями свободы и делаем оценку соотношения амплитуд вертикальных и горизонтальных колебаний для случая развившегося параметрического резонанса. В итоге формируем схему переноса энергии от газового разряда к вертикальным и горизонтальным колебаниям пылевых частиц и далее в нейтральный газ.

#### 4.1. Вертикальное движение одиночной пылевой частицы

Сначала рассмотрим движение одиночной пылевой частицы в приэлектродном слое газового разряда по вертикали:

$$m\ddot{z} = F_z^{inter} + F_z^{trap} + F_z^{fr} + F_z^{grav} + F_z^{el}, \quad (14)$$

для чего учтем проекции сил только на вертикальную ось. Флуктуации заряда пылевой частицы удобно представить в виде  $\delta q(t) = p(t)\delta q$ , где  $p(t)$  — нормально распределенная случайная величина. С учетом пространственных и временных флуктуаций заряда (7) и особенностей приэлектродного слоя разряда (3) электрическую силу (8) и гравитационную силу, действующие на одиночную пылевую частицу, можно представить в виде

$$F^{el} + F^{grav} = Q(z, t)E(z) - mg \approx mg [(q'_z + e'_z)z + q'_z e'_z z^2 + \delta q(t) + \delta q(t)e'_z z]. \quad (15)$$

При подстановке выражений (15) в уравнение (14) получаем уравнение

$$\ddot{z} = g [(q'_z + e'_z)z + q'_z e'_z z^2 + \delta q(t) + \delta q(t)e'_z z] + 2\gamma\dot{z}. \quad (16)$$

Рассмотрим правую часть этого уравнения подробнее. Первое и последнее слагаемые формируют линейный осциллятор с трением, второе слагаемое — нелинейный член, третье слагаемое является полным аналогом внешней случайной силы, четвертое слагаемое — член, случайный по времени и линейный по координате.

1. Первое слагаемое уравнения (16) определяет частоту колебаний пылевой частицы:

$$\omega_z = \sqrt{-g(e'_z + q'_z)}. \quad (17)$$

2. Второе слагаемое  $gq'_z e'_z z^2$  является просто нелинейным слагаемым, которое дает поправку к частоте колебаний, приводит к появлению колебаний на комбинационных частотах и изменению амплитуд колебаний. В частности, благодаря этому нелинейному члену появляются колебания с кратными частотами  $\omega_z, 2\omega_z, \dots$

3. Третье слагаемое  $g\delta q(t)$  пропорционально флуктуирующей компоненте заряда пылевой частицы и зависит только от времени. Флуктуации заряда пылинки характеризуются широким спектром. Когда частота вынуждающей силы близка к собственной частоте системы, появляется резонанс, приводящий к увеличению средней кинетической энергии системы [33, 34]. Собственная частота колебаний пылевой частицы попадает в спектральный диапазон флуктуаций заряда пылинки, что приводит к возможности развития резонансных явлений. Рассмотрим влияние стохастической силы, не зависящей от координаты, на классический осциллятор с трением:

$$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_z^2 z \approx gp(t)\delta q. \quad (18)$$

Стохастическое уравнение (18) с учетом нормального распределения величины  $p(t)$  позволяет оценить кинетическую температуру системы:

$$K_z = \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle \approx \frac{m(g\delta q)^2}{\gamma\Omega}. \quad (19)$$

Полученная формула (19) практически совпадает с аппроксимационной формулой (10), полученной с помощью моделирования. Однако аппроксимационная формула справедлива не для всего диапазона параметров. Это связано с влиянием тех слагаемых, которые не были учтены в уравнении (18).

4. Четвертое слагаемое правой части уравнения (16),  $e'_z \delta q(t)z$ , при определенных условиях приводит к развитию параметрического резонанса. Упростим уравнение (16):

$$\ddot{z} = g [(q'_z + e'_z)z + \delta q(t)e'_z z] + \gamma\dot{z}, \quad (20)$$

и оценим условия возникновения параметрического резонанса [33, 34]:

$$\gamma < (\delta q e'_z g)^2 / 4\Omega. \quad (21)$$

Для условий стандартного лабораторного эксперимента параметрический резонанс может возникнуть при достаточно малых давлениях порядка 1 Па и ниже. При моделировании системы пылевых частиц при крайне низких давлениях параметрический резонанс обнаруживается и приводит к повышению кинетической температуры более чем на порядок для набора параметров № 1 (см. табл. 1).

Совместное влияние нелинейного слагаемого  $gq'_z e'_z z^2$  и стохастической силы  $g\delta q(t)$  на линейный осциллятор может привести к развитию стохастического резонанса. Отдельно отметим возможность взаимодействия резонансных явлений. Все эти явления практически не поддаются аналитической оценке, но численное моделирование позволяет учесть все эти явления в совокупности, что и было сделано в предыдущем разделе.

Решение уравнения (18) позволяет получить формулы для оценки частоты  $\omega_z$  (17) и средней кинетической энергии  $K_z$  (19) колебаний пылевой частицы. Для оценки амплитуды флуктуаций заряда  $\delta q$  пылевой частицы в данной работе используется формула  $\delta q \approx 0.5/\sqrt{Q/e}$  [2, 27, 29, 30]. Для случая многослойной пылевой структуры амплитуду флуктуаций заряда пылинки следует оценивать с учетом дополнительных флуктуаций концентраций электронов и ионов, вызываемых флуктуациями пылевых частиц [2]. Этот эффект приводит к увеличению оценки амплитуды флуктуаций заряда пылевой частицы. Учет флуктуаций, вызванных коллективным эффектом, также может привести к значительно большим оценкам кинетической температуры. Учет нелинейного члена уравнения (16) приводит к появлению кратных частот  $\omega_z, 2\omega_z, \dots$  в спектре колебаний пылевой частицы и изменению амплитуды колебаний.

Таким образом, изложенный механизм объясняет разогрев вертикального движения пылевых частиц в плазме и позволяет получить основные характеристики вертикального движения пылевой частицы.

#### 4.2. Связь горизонтальных и вертикальных колебаний пылевых частиц

Приведенные выше слагаемые не позволяют объяснить аномально высокую кинетическую температуру горизонтального движения пылинок в плазме

газового разряда, поэтому рассмотрим все силы, действующие на систему пылевых частиц в совокупности. Для описания трехмерного движения пылевой частицы используя  $r_i^{xy}$  — проекцию  $r_i$  на горизонтальную плоскость  $xy$  — представим систему уравнений (9) в виде

$$\begin{aligned} m\ddot{r}_i^{xy} &= F_i^{inter} + F_i^{trap} + F_i^{fr}, \\ m\ddot{z}_i &= F_i^{inter} + F_i^{fr} + F_i^{grav} + F_i^{el}. \end{aligned} \quad (22)$$

Для оценки потенциала взаимодействия возьмем потенциал Юкавы (2). Взаимодействие с другими пылинками моделируем взаимодействием частицы с двумя неподвижными заряженными точками, расположенными на одной горизонтальной линии с положением равновесия рассматриваемой пылинки. Ловушка, удерживающая пылевые частицы от разлета, описывается параболическим потенциалом. Остальные силы, действующие на частицу, приведены выше. В силу симметрии осей  $x$  и  $y$  оставим уравнение движения пылинки только вдоль оси  $x$ . Учитывая малость колебаний, разложим силы, действующие на пылинку, в ряд Тейлора. Оставляя только значимые члены разложения [26], получаем систему уравнений, описывающую движение системы взаимодействующих пылевых частиц в приэлектродном слое газового разряда:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i &= -a_1 x + a_2 x z + a_3 x^3 + a_4 x z^2 + \dots - \gamma \dot{x}_i, \\ \ddot{z}_i &= -b_1 z + b_2 z^2 + b_3 z^3 + b_4 z x^2 + \dots - \gamma \dot{z}_i + g\delta q(t), \end{aligned} \quad (23)$$

где  $g\delta q(t)$  — внешняя сила, приводящая к разогреву вертикальных колебаний, что рассматривается в разд. 4.1.

Наличие нелинейных слагаемых и многомерность системы уравнений приводит к расширению диапазона собственных частот колебаний пылевых частиц по горизонтали и вертикали. Численная оценка коэффициентов разложения показывает, что самое значительное влияние на систему оказывают линейные члены, а следующими по значимости слагаемыми являются  $a_4 x z^2$  и  $b_4 z x^2$ , причем коэффициенты  $a_4$  и  $b_4$  равны и зависят от параметров потенциала взаимодействия. Для рассматриваемых параметров можно выделить слагаемые, определяющие величину этих коэффициентов:

$$\begin{aligned} a_4 = b_4 &\approx \frac{Q_0^2 \exp[-\kappa \langle \Delta r_{i,j} \rangle]}{m \langle \Delta r_{i,j} \rangle^5} \times \\ &\times \left[ 12 + 12\kappa \langle \Delta r_{i,j} \rangle + 5(\kappa \langle \Delta r_{i,j} \rangle)^2 + (\kappa \langle \Delta r_{i,j} \rangle)^3 \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Преобладание этих слагаемых и пересечение диапазонов частот вертикальных и горизонтальных ко-

лебаний приводит к возможности развития параметрического резонанса [33, 34], перекачивающего энергию из вертикальных колебаний в горизонтальные, причем горизонтальные колебания будут разогреваться в основном на кратных частотах  $2\omega_z$ ,  $\omega_z/2, \dots$  вертикальных колебаний. Таким образом, амплитуда горизонтальных колебаний  $A_x$  увеличивается за счет вертикальных колебаний. Условие развития параметрического резонанса представляется в виде

$$\gamma < a_4 A_z^2 / 8\omega_z. \tag{25}$$

Оценка этого условия достаточно точно совпадает с условием развития резонанса, полученным моделированием пылевой системы (см. рис. 3). Полученное согласие позволяет утверждать, что данный механизм может реализоваться и в реальной системе пылевых частиц в плазме. При раскачке колебаний пылевых частиц по механизму, наблюдаемому в моделировании, условие (25) можно преобразовать к виду

$$\gamma < \frac{a_4 g \delta q^2}{8\gamma \Omega e'_z{}^{0.5}}.$$

Результаты моделирования (см. рис. 3) подтверждают полученную формулу.

Заметим, что при приближении амплитуды горизонтальных колебаний к значению амплитуды вертикальных колебаний появляется второй параметрический резонанс, который перекачивает энергию из горизонтальных колебаний в вертикальные. Это явление останавливает разогрев горизонтальных колебаний и приводит систему к равновесию. Условие равновесия потоков энергии позволяет обнаружить связь амплитуд вертикальных и горизонтальных колебаний:

$$A_z^2 - A_x^2 \approx \gamma \omega_z / b_4 > 0. \tag{26}$$

Следует обратить внимание на то, что данное соотношение амплитуд выполняется только тогда, когда действует рассмотренный механизм обмена энергией между вертикальными и горизонтальными колебаниями. Результаты моделирования (см. рис. 2–4) удовлетворительно согласуются с полученной формулой.

Таким образом, для случая пылевых частиц с большой кинетической температурой явление преобладания амплитуды вертикальных колебаний над амплитудой горизонтальных колебаний [12] получило объяснение.

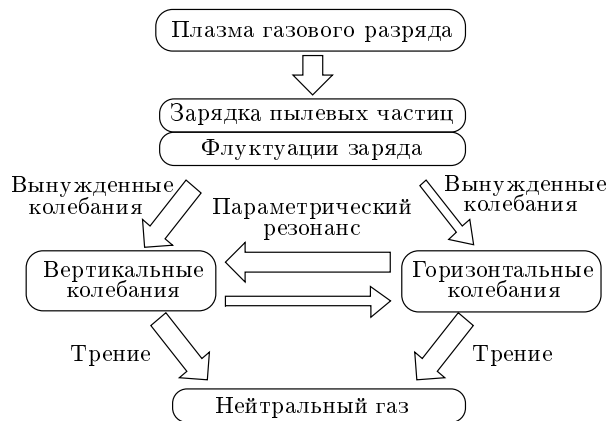


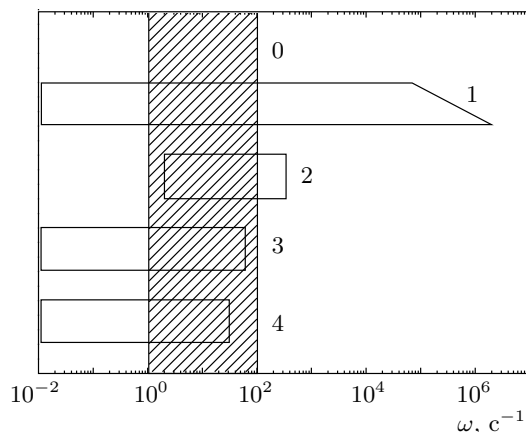
Рис. 7. Схема переноса энергии в системе пылевых частиц в плазме приэлектродного слоя газового разряда. Толщина стрелок соответствует интенсивностям процессов

### 4.3. Схема переноса энергии в плазменно-пылевой системе

Общая схема разогрева представлена на рис. 7. Внешний источник поддерживает газовый разряд и плазму, которая в свою очередь обеспечивает флуктуации заряда пылевой частицы. Флуктуации заряда приводят к появлению эффективной вынуждающей силы. Для вертикального движения пылевых частиц вынуждающая сила  $Q_0 E_0 \delta q(t)$  возникает как результат воздействия электрического поля на пылинку с флуктуирующим зарядом. Для горизонтального движения пылинок вынуждающая сила

$$Q_0^2 \exp(-\kappa \langle \Delta r_{i,j} \rangle) (\kappa \langle \Delta r_{i,j} \rangle + 1) \delta q(t) / \langle \Delta r_{i,j} \rangle^2$$

возникает как результат воздействия заряженной пылевой частицы на пылевую частицу с флуктуирующим зарядом. Благодаря пересечению частотных диапазонов (рис. 8) соответствующей вынуждающей силы и собственных вертикальных и горизонтальных колебаний пылинки, становится возможна накачка вынуждающей силой энергии в вертикальное и горизонтальное движение пылевых частиц. Большие амплитуды колебаний пылевой частицы приводят к появлению нелинейных членов в разложении сил, действующих на частицы. В силу ближнего порядка системы пылевых частиц, нелинейных эффектов, пересечения частотных диапазонов вертикальных и горизонтальных колебаний появляется параметрический резонанс, поддерживающий обмен энергией между горизонтальными и вертикальными колебаниями. Заметим, что накачка горизонтальных колебаний происходит на частоте вертикальных ко-



**Рис. 8.** Диапазоны частот различных колебательных процессов в пылевой плазме: 0 — колебания пылинок в лабораторном эксперименте; 1 — флуктуации заряда пылевой частицы; 2 — вертикальные колебания пылинок в приэлектродном слое газового разряда; 3 — горизонтальные колебания пылинок в поле-ловушке; 4 — колебания взаимодействующих пылевых частиц (результат моделирования методом молекулярной динамики)

лебаний и на частоте, отличающейся от нее в два раза, а частота вертикальных колебаний определяется в основном параметрами приэлектродного слоя. Потеря энергии движения пылевых частиц происходит из-за столкновений с частицами окружающего газа. Столкновения пылевых частиц и частиц газа не приводят к нагреву газа, так как из-за малого значения давления газа его частицы теряют лишнюю энергию при столкновениях со стенкой. Баланс потери энергии пылевой частицы за счет трения о нейтральный газ и притока энергии из-за резонансных явлений определяет амплитуду и кинетическую энергию пылевой частицы.

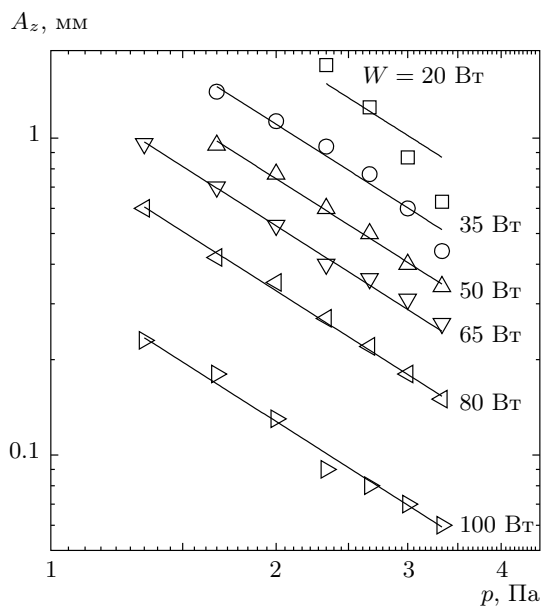
## 5. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

### 5.1. Зависимость амплитуды колебаний пылинок от давления газа разряда

Амплитуду вертикальных колебаний пылевых частиц можно оценить на основе формул (17), (19):

$$A_z \approx \frac{v_z}{\omega_z} \approx \sqrt{\frac{2g(\delta q)^2}{\gamma\Omega(-e'_z)}}. \quad (27)$$

Зависимость амплитуды от давления  $p$  нейтрального газа определяется зависимостями от давления параметров, входящих в выражение для амплитуды.



**Рис. 9.** Амплитуда вертикальных колебаний пылевой частицы при различных давлениях  $p$  нейтрального газа разряда и различных мощностях  $W$  разряда: точки — экспериментальные данные; сплошные кривые — аппроксимация экспериментальных данных с помощью формулы (28)

ды. Коэффициент трения  $\gamma$ , частота перезарядки  $\Omega$  и нормированный градиент электрического поля  $e'_z$  пропорциональны давлению. Подстановка полученных зависимостей в выражение (27) позволяет обнаружить степенную зависимость амплитуды колебаний пылевой частицы от давления нейтрального газа:  $A_z \propto p^{-1.5}$ .

В работе [12] была измерена зависимость амплитуды колебаний пылевых частиц от давления нейтрального газа и мощности газового разряда. Аппроксимация экспериментальных данных [12] (рис. 9) подтверждает полученную зависимость  $A_z \propto p^{-1.5}$  и дает интересную зависимость амплитуды колебаний от мощности разряда

$$A_z(p, W) [\text{мм}] \approx (-0.9 + 145W^{-1.0} [\text{Вт}]) \cdot p^{-1.5} [\text{Па}]. \quad (28)$$

Экспериментальные точки для наименьшей мощности разряда отклоняются от предсказанной зависимости. Авторы предполагают, что при малой мощности разряда зависимость параметров плазменно-пылевой системы от давления нейтрального газа изменяется.

Кроме того, в статье [12] было обнаружено преобладание вертикальной амплитуды над горизонталь-

ной. Это явление согласуется с результатами моделирования (см. рис. 2–6) и формулой (26), полученной с помощью теоретического анализа системы уравнений движения пылевых частиц в плазме газового разряда.

### 5.2. Частота колебаний пылевых частиц

В формулу для частоты (17) входит ускорение свободного падения  $g$ , которое можно считать одинаковым во всех земных лабораторных экспериментах. Метод точного измерения параметра  $e'_z + q'_z$  из эксперимента на данный момент авторам неизвестен. Теория приэлектродного слоя газового разряда позволяет только приблизительно оценить параметр  $e'_z + q'_z$ . Сделав необходимые оценки, получаем диапазон значений частоты колебаний  $\omega_z \approx 20\text{--}170$  рад/с, который может быть уменьшен при более детальном анализе приэлектродного слоя для конкретного газового разряда. Экспериментальные данные по частотам колебаний пылевых частиц попадают в диапазон, полученный на основе формулы (17).

### 5.3. Кинетическая температура пылевых частиц

Экспериментальная зависимость кинетической температуры пылевой компоненты плазмы от давления газа явно разделяет лабораторные эксперименты на две группы: эксперименты с однослойной пылевой структурой [10, 13] и эксперименты с многослойной структурой [4, 25]. В данной работе рассматриваются эффекты, возникающие в однослойной структуре, поэтому сравнение нужно прежде всего проводить с экспериментами для однослойных структур. Сравнение с экспериментами для многослойных структур проводится в основном для обнаружения наличия дополнительных неучтенных эффектов, возникающих в таких структурах.

Полученная формула (10) для кинетической температуры содержит пять параметров. Из них три можно определить экспериментальными методами, а метод точного определения двух оставшихся параметров (амплитуды флуктуаций заряда  $\delta q$  и частоты перезарядки  $\Omega$ ) авторам неизвестен. Известны только приближенные оценки этих величин, позволяющие предложить диапазон их возможных значений. Сравнение численной оценки кинетической температуры по формуле (10) с экспериментальными данными позволяет оценить значение множителя  $\delta q^2/\Omega$  в формуле (10) (табл. 2). Сравнение проводит-

ся с экспериментами работ [4, 10, 13, 25]. Все предложенные эксперименты проводятся в ВЧ-разряде с частотой 13.56 МГц с пылевыми частицами плотности  $1.5$  г/см<sup>3</sup>. Значения кинетической температуры пылевых частиц и параметра  $\delta q^2/\Omega$ , полученные из эксперимента, сравниваются с диапазонами возможных значений этих величин (табл. 2). Для случая однослойной структуры [10, 13] значения средней кинетической энергии  $K$  и параметра  $\delta q^2/\Omega$  оказываются в рамках теоретически полученного диапазона возможных значений.

Для многослойной пылевой структуры кинетическая температура порядка десятка электронвольт достигается при гораздо больших давлениях нейтрального газа. В статьях [4, 7, 13, 14] предложен механизм, который может быть объяснением этого явления, но точного совпадения полученных результатов с экспериментом показано не было. Расхождение оценки значения  $\delta q^2/\Omega$  по формуле (10) и диапазона возможных значений, полученного с помощью теоретических оценок, показывает наличие различий между механизмом, рассмотренным в данной работе, и механизмом, реализующимся в многослойной пылевой структуре. Рассматриваемое явление разогрева пылевой структуры также может объясняться увеличением амплитуды флуктуаций заряда пылевой частицы в многослойной пылевой структуре за счет коллективных эффектов [2]. При учете влияния этих коллективных эффектов [2] на амплитуду флуктуаций заряда пылевой частицы экспериментальные значения кинетической температуры и параметра  $\delta q^2/\Omega$ , полученные по формуле (10), попадают в диапазон возможных значений этих величин.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены уравнения движения пылевых частиц в газовом разряде с учетом флуктуаций заряда и особенностей строения приэлектродного слоя. С их помощью проведено молекулярно-динамическое моделирование системы пылевых частиц. Получены следующие результаты.

1. Построен механизм передачи энергии от газового разряда к вертикальному движению пылевых частиц, далее к горизонтальному и далее в окружающий газ.

2. Выявлено пять параметров, определяющих вертикальную кинетическую температуру, и пять параметров, определяющих горизонтальную кинетическую температуру колебаний пылевых частиц, для случая «горячих» пылевых частиц.

Таблица 2. Сравнение кинетических температур, полученных из теории и из эксперимента

	[13]	[10]	[25]	[4]
Мощность разряда, Вт	3	3	12	12
Газ разряда	Ar	Kr	He	He
Радиус частицы, мкм	9.55	9.4	9.4	4.7
Давление газа, Па	4	10.4	39	50
$K$ (эксперимент), эВ	6	9	48	20
$\delta q^2/\Omega$ , $10^{-9}$ с при $T_{theor} = T_{exp}$	3.2	18	85	707
$\delta q^2/\Omega$ , $10^{-9}$ с (независ. оценка)	$7.5 \cdot 10^{-3}$ –52	$7.6 \cdot 10^{-3}$ –53	$7.6 \cdot 10^{-3}$ –53	$15 \cdot 10^{-3}$ –106
$K$ (независ. оценка), эВ	$1.4 \cdot 10^{-2}$ –100	$3.8 \cdot 10^{-3}$ –26	$4.3 \cdot 10^{-3}$ –30	$4.3 \cdot 10^{-4}$ –3

3. Получена формула, описывающая вертикальную кинетическую температуру практически во всей области значений рассматриваемых параметров.

4. Обнаружены диапазоны параметров, для которых горизонтальная кинетическая температура совпадает с вертикальной, и диапазоны, для которых они отличаются.

5. Получены формулы, связывающие параметр неидеальности пылевой подсистемы и межчастичное расстояние с параметрами системы пылевых частиц.

6. Показана независимость динамических свойств системы пылевых частиц от потенциала взаимодействия для случая «разогретых» пылевых частиц.

Полученные оценки частоты, амплитуды и кинетической температуры колебаний пылевых частиц удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Авторы благодарят С. И. Попеля, обратившего наше внимание на необходимость учета флуктуаций заряда, и И. В. Швейгерта, указавшую на вынужденные колебания частиц в пылевой плазме, а также А. Н. Старостина и А. В. Филиппова за полезное обсуждение работы. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке программ РАН № 1, № 12, № ОЭ-12, Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (Госконтракт 02.740.11.0236) и поддержке гранта Президента РФ для молодых ученых (В. В. С.).

Расчеты проведены на вычислительном кластере МФТИ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Фортгов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак и др., УФН **174**, 495 (2004).
2. V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, and H. M. Thomas, *Elementary Physics of Complex Plasmas, Lecture Notes in Physics*, Vol. 731, Springer, Berlin–Heidelberg, (2008).
3. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортгов, С. А. Храпак, А. Г. Храпак, *Пылевая плазма: эксперимент и теория*, Физматлит, Москва (2009).
4. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer et al., Phys. Rev. E **54**, 4155 (1996).
5. A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, Phys. Rev. E **53**, 2757 (1996).
6. В. В. Жаховский, В. И. Молотков, А. П. Нефедов и др., Письма в ЖЭТФ **66**, 392 (1997).
7. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 5345 (1998).
8. И. В. Швейгерта, В. А. Швейгерта, В. М. Беданов и др., ЖЭТФ **114**, 1672 (1998).
9. S. Nunomura, T. Misawa, N. Ohno, and S. Takamura, Phys. Rev. Lett. **83**, 1970 (1999).
10. R. A. Quinn and J. Goree, Phys. Rev. E **61**, 3033 (2000).

11. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Plasmas* **7**, 3904 (2000).
12. A. A. Samarian, B. James, S. V. Vladimirov, and N. Cramer, *Phys. Rev. E* **64**, 1 (2001).
13. Y. Ivanov and A. Melzer, *Phys. Plasmas* **12**, 072110 (2005).
14. V. Schweigert, I. Schweigert, V. Nosenko, and J. Goree, *Phys. Plasmas* **9**, 4465 (2002).
15. D. Samsonov, S. K. Zhdanov, R. A. Quinn et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 1 (2004).
16. A. V. Ivlev, U. Konopka, and G. E. Morfill, *Phys. Rev. E* **62**, 2739 (2000).
17. Y.-N. Wang, L.-J. Hou, and X. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 1 (2002).
18. U. de Angelis, A. Ivlev, G. Morfill, and V. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **12**, 052301 (2005).
19. О. Ваулина, А. Репин, О. Петров, К. Адамович, *ЖЭТФ* **129**, 1118 (2006).
20. A. V. Ivlev, S. K. Zhdanov, B. A. Klumov, and G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **12**, 092104 (2005).
21. C. Marmolino, U. de Angelis, A. Ivlev, and G. Morfill, *Phys. Plasmas* **16**, 033701 (2009).
22. O. Vaulina, S. Khrapak, A. Nefedov, and O. Petrov, *Phys. Rev. E* **60**, 5959 (1999).
23. О. Ваулина, А. Самарян, Б. Джеймс и др., *ЖЭТФ* **123**, 1179 (2003).
24. O. Vaulina, S. Vladimirov, A. Repin, and J. Goree, *Phys. Plasmas* **13**, 012111 (2006).
25. A. Melzer, V. A. Schweigert, I. V. Schweigert et al., *Phys. Rev. E* **54**, 46 (1996).
26. G. Norman, V. Stegailov, and A. Timofeev, *Contributions to Plasma Phys.* **50**, 104 (2010).
27. C. Cui and J. Goree, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22**, 151 (1994).
28. T. Nitter, *Plasma Sources Sci. and Technol.* **5**, 93 (1996).
29. S. A. Khrapak, A. P. Nefedov, O. F. Petrov, and O. S. Vaulina, *Phys. Rev. E* **59**, 6017 (1999).
30. L. Couedel, A. A. Samarian, M. Mikikian, and L. Boufendi, *Europhys. Lett.* **84**, 35002 (2008).
31. S. V. Vladimirov and N. Cramer, *Phys. Rev. E* **62**, 2754 (2000).
32. Ю. П. Райзер, М. Н. Шнейдер, Н. А. Яценко, *Высокочастотный емкостной разряд*, Изд-во МФТИ, Наука-Физматлит, Москва (1995).
33. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Физматлит, Москва (2007).
34. М. И. Рабинович Д. И. Трубецкой, *Введение в теорию колебаний и волн*, Наука, Москва (1984).
35. S. V. Vladimirov, S. A. Maierov, and O. Ishihara, *Phys. Plasmas* **10**, 3867 (2003).
36. H. Totsuji, C. Totsuji, and K. Tsuruta, *Phys. Rev. E* **64**, 1 (2001).
37. A. M. Ignatov, S. A. Maierov, and S. A. Trigger, in *Proc. of 33 EPS Conf. on Plasma Phys.*, ECA, Vol. 30 I, P-4.034 (2006).
38. Б. А. Клумов, Г. Е. Морфилл, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 489 (2007).
39. V. Nosenko, S. Zhdanov, A. V. Ivlev et al., *Phys. Rev. Lett.* **100**, 1 (2008).
40. M. Wolter and A. Melzer, *Phys. Rev. E* **71**, 36414 (2005).
41. V. Nosenko, J. Goree, and A. Piel, *Phys. Plasmas* **13**, 032106 (2006).
42. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., *ЖЭТФ* **131**, 164 (2007).