

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛОСОВЫХ СВОЙСТВ ЛОКАЛЬНОГО
ИМПЕДАНСА СВЯЗИ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

© 2008 г. С. В. Мухин, Д. Ю. Никонов, В. А. Солнцева

Поступила в редакцию 08.04.2008 г.

Исследованы свойства локального импеданса связи, определяющего эффективность дискретного электронно-волнового взаимодействия в периодических замедляющих системах. Рассмотрены варианты его определения через характеристики электромагнитного поля замедляющей системы и через параметры цепочки четырехполюсников, моделирующей систему. С помощью волноводно-резонаторной модели подтверждена непрерывность изменения локального импеданса связи в полосах пропускания, на границе и вне полос пропускания замедляющих систем.

ВВЕДЕНИЕ

В исследованиях взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем резонаторных замедляющих систем (ЗС) мощных ламп бегущей волны (ЛБВ) часто применяется представление ЗС эквивалентными RLC-схемами или цепочками многополюсников, возбуждаемых током, наведенным электронным пучком. Это позволяет исследовать характеристики взаимодействия внутри, а в ряде случаев и вне полос прозрачности ЗС и получить приемлемое время расчета приборов. Однако выбор эквивалентных схем ЗС и определение параметров этих схем является особой задачей, требующей применения более строгих теоретических методов.

Прямое совместное численное решение неоднородных уравнений Максвелла и уравнений электродинамики по разработанным в настоящее время программам Karat, Mafia и Magic позволяет проводить анализ и моделирование отдельных вариантов приборов. Однако применение этих уравнений к расчету мощных ЛБВ представляет значительные трудности из-за сложности реальных резонаторных ЗС и необходимости использования больших вычислительных ресурсов.

Теория возбуждения периодических волноводов позволяет в значительной степени преодолеть указанные трудности, поскольку в ней используется решение неоднородных уравнений Максвелла для возбуждаемых током пучка полей в виде разложения по собственным волнам периодического волновода с выделением квазистатического электромагнитного поля [1]. При этом достаточно учесть поля только синхронных с электронным потоком волн, квазистатическое поле пространственного заряда и в некоторых случаях динамические поправки к нему в виде небольшого числа несинхронных волн. В уравнения возбуждения волн входят параметры, которые можно рассчитать по результатам точного трехмерного моделирова-

ния ЗС, либо приближенно при использовании других методов расчета холодных ЗС без электронного пучка [2]. Обычно в уравнениях возбуждения используются такие параметры, как фазовая скорость и сопротивление связи рабочей пространственной гармоники поля. Однако их применение при работе ЛБВ на частотах вблизи полосы прозрачности ЗС и при переходе в полосу непрозрачности становится невозможным из-за обращения сопротивления связи в бесконечность на границе полосы. Известно, что эту трудность можно устранить, если рассматривать суммарное возбуждаемое поле прямой и встречной волн ЗС, имеющих синхронные с пучком пространственные гармоники вблизи границы полосы.

Наиболее общим является переход к уравнению возбуждения ЗС в конечных разностях второго порядка для суммарного поля [3, 4]. В это уравнение вместо обычного сопротивления связи для пространственных гармоник входит локальный импеданс связи, характеризующий величину поля в зазорах взаимодействия. Проведенный в [4, 5] анализ общих свойств этого импеданса показал его непрерывность на границах полос пропускания ЗС. Простой пример расчета этого импеданса приведен в работе [5].

В настоящей работе показана возможность определения локального импеданса связи как через характеристики электромагнитного поля замедляющей системы, так и через параметры цепочки четырехполюсников, моделирующей ЗС. С использованием волноводно-резонаторной модели ЗС исследованы частотные свойства локального импеданса связи для применяемых в мощных ЛБВ ЗС петляющего типа, к которым относятся встречные штыри, петляющий волновод, цепочки связанных резонаторов со щелями связи, повернутыми на 180° , и подобные им системы, где поток энергии электромагнитной волны многократно пересекает ось системы. Показана

непрерывность и конечность величины локального импеданса связи внутри, на границе и вне полосы прозрачности рассмотренных ЗС.

1. ЛОКАЛЬНЫЙ ИМПЕДАНС СВЯЗИ В РАЗНОСТНОМ УРАВНЕНИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

Рассмотрим сумму $\vec{E}(x, y, z, t)$ электрических полей прямой (+s) и встречной (-s) волн одного s-го типа периодического волновода, имеющего период L:

$$\vec{E}(x, y, z) = C_s(z)\vec{E}_s(x, y, z) + C_{-s}(z)\vec{E}_{-s}(x, y, z). \quad (1)$$

Согласно теореме Флоке в периодическом волноводе поле собственной волны имеет вид

$$\vec{E}_{\pm s}(x, y, z) = E_{\pm s}^0 \vec{e}_{\pm s}(x, y, z) \exp(\pm i h_s z), \quad (2)$$

где h_s – волновые числа, $E_{\pm s}^0$ – амплитуда выбранной компоненты поля в точке (x^0, y^0, z^0) , где функция распределения этой компоненты равна единице, $\vec{e}_{\pm s}(x, y, z)$ – периодические по z функции распределения, временной множитель $\exp(-i\omega t)$ не приводится. Согласно теории возбуждения периодических волноводов [1, 3] коэффициенты возбуждения удовлетворяют уравнениям

$$\frac{dC_{\pm s}}{dz} = \pm \frac{1}{N_s} \int_{S(z)} \vec{j}(x, y, z) \vec{E}_{\mp s}(x, y, z) dS, \quad (3)$$

где $N_s = \int_{S(z)} \{ [\vec{E}_s \vec{H}_{-s}] - [\vec{E}_{-s} \vec{H}_s] \} \vec{z}_0 dS$ – норма собственной волны, $S(z)$ – поперечное сечение системы, $\vec{j}(x, y, z)$ – плотность возбуждающего тока на частоте ω .

Разностное уравнение второго порядка, связывающее полные поля в трех отстоящих на период сечениях волновода $z, z \pm L$, можно получить, вводя конечные разности первого и второго порядков с помощью соотношений

$$\begin{aligned} \Delta_{\pm} \vec{E} &= \vec{E}(x, y, z \pm L) - \vec{E}(x, y, z), \\ \Delta^2 \vec{E} &= \Delta_+ \vec{E} - \Delta_- \vec{E} = \vec{E}(x, y, z + L) - \\ &- 2\vec{E}(x, y, z) + \vec{E}(x, y, z - L), \\ \pm \Delta_{\pm} C_{\pm s} &= C_{\pm s}(z \pm L) - C_{\pm s}(z), \\ \pm \Delta_{\pm} C_{-s} &= C_{-s}(z \pm L) - C_{-s}(z). \end{aligned} \quad (4)$$

Вычисляя разности с помощью (1)–(3), найдем [3]:

$$\Delta^2 \vec{E} + 2\vec{E}(1 - \cos \phi_s) = \vec{G}, \quad (5)$$

где $\phi_s = h_s L$ – в общем случае комплексный фазовый сдвиг на период, а функция возбуждения \vec{G} имеет вид

$$\begin{aligned} \vec{G} &= (\Delta_+ C_{+s} \exp(i\phi_s) - \Delta_- C_{+s} \exp(-i\phi_s)) \vec{E}_{+s} + \\ &+ (\Delta_+ C_{-s} \exp(-i\phi_s) - \Delta_- C_{-s} \exp(i\phi_s)) \vec{E}_{-s}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для исследования возбуждения ЗС в полосах прозрачности и непрозрачности ограничимся одномерной моделью взаимодействия электронного потока и поля. В этом случае возбуждающий ток направлен вдоль продольной оси ЗС, и его функция распределения $\psi(x, y)$ в поперечном сечении пучка S_e задана

$$\vec{j}(x, y, z) = J(z) \psi(x, y) \vec{z}_0 \quad (7)$$

и нормирована соотношением

$$\int_{S_e} \psi(x, y) dS = 1. \quad (8)$$

Тогда $J(z)$ – ВЧ-ток пучка, а $S = 1 / (\int_{S_e} \psi^2(x, y) dS)^{-1}$ – эффективная площадь его поперечного сечения.

В одномерной модели поле и другие величины усредняются с помощью соотношения

$$\bar{E}_z(z) = \int_{S_e} \psi(x, y) E_z(x, y, z) dS. \quad (9)$$

Вывод разностного уравнения возбуждения для усредненного таким образом поля был дан несколько отличными способами в работах [3, 5]. Запишем здесь это уравнение при дискретном взаимодействии электронного пучка и поля в зазорах ЗС. Есть системы, в которых на полном периоде L расположен один зазор взаимодействия, например гребенка, диафрагмированный волновод, а для ЗС петляющего типа – два зазора взаимодействия с шагом $D = L/2$, причем в пределах каждого шага поле, взаимодействующее с электронным пучком, можно считать синфазным вдоль оси ЗС. Усредняя поле (2), запишем на q-м шаге

$$\begin{aligned} \bar{E}_{\pm s, z}(z) &= E_{\pm s}^0 \bar{e}_{\pm s}(z) \exp(\pm i h_s z) = \\ &= E_{\pm s}^0 \bar{e}(z) \exp(\pm i q \phi_s), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\bar{e}(z)$ – вещественная усредненная по сечению функция распределения, одинаковая (например, из соображений симметрии) для прямой и встречной волн.

Усредняя также (5), можно показать [3, 4], что усредненное полное продольное поле на q-м шаге будет иметь вид

$$\bar{E}_q(z) = \bar{e}(z) E_q, \quad (12)$$

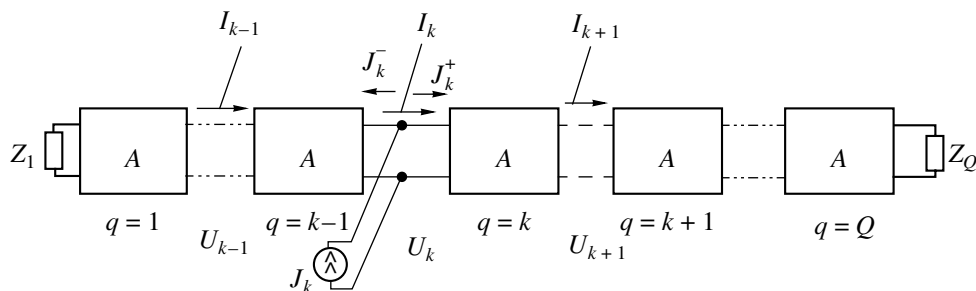


Рис. 1. Цепочка четырехполосников, моделирующая отрезок ЗС из Q -шагов, U_q – напряжение на зазоре взаимодействия, расположенном между $q-1$ -м и q -м-четыреполосником; Z_1, Z_Q – импедансы нагрузок в начале и в конце цепочки.

где E_q удовлетворяет разностному уравнению

$$\Delta^2 E_q + 2E_q(1 - \cos \varphi_s) = -iR_s^0 \sin \varphi_s J_q d. \quad (13)$$

В этом уравнении

$$R_s^0 = -\frac{2E_{+s}^0 E_{-s}^0}{N_s} \quad (14)$$

– удельное сопротивление связи в точке (x^0, y^0, z^0) ,

$$d = \int_{z_q - D/2}^{z_q + D/2} \bar{e}(z) dz \quad (15)$$

– эффективная ширина эквивалентного плоского зазора, выбранная таким образом, чтобы напряжение на зазоре равнялось напряжению на шаге

$$U_q = -E_q d = -E_q \int_{z_q - D/2}^{z_q + D/2} \bar{e}(z) dz = - \int_{z_q - D/2}^{z_q + D/2} \bar{E}(z) dz, \quad (16)$$

где z_q – координата середины q -го зазора.

Величина

$$J_q = \frac{1}{d} \int_{z_q - D/2}^{z_q + D/2} J(z) \bar{e}(z) dz \quad (17)$$

имеет смысл наведенного на q -м шаге тока.

Разностное уравнение для напряжения получается из (13) простым умножением на $-d$

$$\Delta^2 U_q + 2U_q(1 - \cos \varphi_s) = iR_s^0 J_q d^2 \sin \varphi_s. \quad (18)$$

Локальный импеданс связи зазора вводится посредством соотношения

$$Z_s = R_s^0 d^2 \sin \varphi_s. \quad (19)$$

Он входит в правую часть разностного уравнения (18) и характеризует интенсивность возбуждения поля током. Подчеркнем также, что локальный импеданс учитывает распределение поля и ВЧ-тока через эффективную ширину зазора d и позволяет рассмотреть возбуждение ЗС еди-

нообразно внутри, вне и на границе полосы прозрачности, так как не имеет особенностей на границе. В общем случае локальный импеданс связи Z_s можно рассчитать с помощью приведенных выше соотношений при обработке результатов трехмерного моделирования полей ЗС или более простых моделей.

2. ЛОКАЛЬНЫЙ ИМПЕДАНС СВЯЗИ ЦЕПОЧКИ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Рассмотрим поведение $Z_s(\omega)$ и дисперсионных характеристик $\varphi_s(\omega)$ с помощью представления ЗС цепочкой последовательно включенных четырехполосников (рис. 1), что широко используется во многих работах по теории и расчету ЛБВ. Для определения Z_s через параметры четырехполосников выведем разностное уравнение возбуждения вида (18) непосредственно из эквивалентной схемы рис. 1. При решении задачи возбуждения заданным током движение электронов в зазоре считается известным, не зависящим от величины напряжения, т.е. ток возбуждения пучка $J(z)$ задан. При этом токи возбуждения цепочки четырехполосников совпадают с заданными наведенными токами, что показано на схеме рис. 1. Тогда имеем следующую связь токов и напряжений на одном периоде:

$$\begin{aligned} U_k &= A_{11} U_{k+1} + A_{12} I_{k+1}, \\ U_{k-1} &= A_{11} U_k + A_{12} (I_k - J_k), \\ I_k + J_k^+ &= A_{21} U_{k+1} + A_{22} I_{k+1}, \\ I_{k-1} &= A_{11} U_k + A_{22} (I_k - J_k^+), \\ J_k &= J_k^- + J_k^+. \end{aligned} \quad (20)$$

Отсюда, составляя конечные разности второго порядка $\Delta^2 U = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$ с учетом условий

обратимости четырехполюсников $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$ и уравнения дисперсии

$$\cos \varphi_s = \frac{A_{11} + A_{12}}{2}, \quad (21)$$

придем к уравнению, аналогичному (18):

$$\Delta^2 U_k + 2U_k(1 - \cos \varphi_s) = -A_{12}J_k. \quad (22)$$

Сравнивая (18) и (22), получим элементарное выражение

$$Z_s = iA_{12}. \quad (23)$$

Подчеркнем, что четырехполюсники, входящие в цепочку (см. рис. 1), могут описывать ячейки ЗС сложной формы, а соответствующие им матрицы передачи могут иметь сложные выражения для коэффициентов A_{ij} , удовлетворяющие, однако, условию обратимости.

Обычно используемое в теории ЛБВ сопротивление связи m -й пространственной гармоники s -й волны $K_{s,m}$ связано с Z_s следующим соотношением [5]:

$$K_{s,m} = |Z_s| \frac{|e_{s,m}|^2}{\varphi_{s,m}^2 \sin \varphi_s}, \quad (24)$$

где $\varphi_{s,m} = 2\varphi_s + 2\pi m$ – сдвиг фазы поля m -й гармоники на полный период L , $|e_{s,m}|$ – амплитуды пространственных гармоник.

В нелинейной теории ЛБВ при моделировании ЗС цепочкой четырехполюсников напряжение в q -м зазоре записывают часто в виде

$$U_q = U_1 \exp(i(q-1)\varphi_s) + \sum_{k=1}^Q Z_{qk} J_k, \quad (25)$$

где взаимные импедансы Z_{qk} определяют вклад тока k -го зазора в напряжение q -го зазора. Эти импедансы вычисляются через параметры четырехполюсников и импедансы входной и выходной нагрузок Z_1, Z_Q с помощью рекуррентных формул пересчета. Используя эти формулы и образуя с помощью (25) конечную разность второго порядка $\Delta^2 U = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$, можно показать, что запись U_q в виде (25) точно удовлетворяет разностному уравнению второго порядка (22) с заданными граничными условиями, определяемыми нагрузками Z_1, Z_Q . Поэтому можно рассматривать (25) как запись решения уравнения (22) через дискретную функцию источника (дискретную функцию Грина), определяемую совокупностью импедансов Z_{qk} . Возможны и другие методы решения системы линейных уравнений (22), в том числе методом прогонки. Выбор того или иного метода в нелинейной теории ЛБВ определяется

возможностями минимизации времени расчетов и необходимых вычислительных ресурсов.

3. ПРИМЕНЕНИЕ ВОЛНОВОДНО-РЕЗОНАТОРНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОЛОСОВЫХ СВОЙСТВ ЛОКАЛЬНОГО ИМПЕДАНСА СВЯЗИ

Согласно предложенной в [6] волноводно-резонаторной модели (ВРМ) замедляющая система заменяется эквивалентной системой, составленной из отрезков волноводов. В отличие от [7], в ВРМ отрезки волноводов могут быть направлены вдоль и поперек оси ЗС, соответственно направлению потока энергии на данном участке ЗС. Опыт применения ВРМ в программе “VEGA” для моделирования ЛБВ показал возможность хорошего качественного, а при надлежащем выборе размеров волноводов по опорным точкам и количественного описания свойств ЗС. Здесь свойства локального импеданса связи и дисперсии в полосах прозрачности и непрозрачности ЗС рассмотрены с помощью ВРМ простейшего вида из двух-трех отрезков волноводов (рис. 2) при учете в каждом из них только одной волны с волновым числом h и волновым сопротивлением Z .

Для прямоугольного волновода это волна типа H_{10} с компонентами электрического поля

$$\begin{aligned} H_z &= C \cos k_{\text{кр}} x \exp(ihz), \\ H_x &= -i \frac{h}{k_{\text{кр}}} C \sin k_{\text{кр}} x \exp(ihz), \end{aligned} \quad (26)$$

$$E_y = iC \frac{k}{k_{\text{кр}}} Z_0 \sin k_{\text{кр}} x \exp(ihz),$$

$$E_x = E_z = 0, \quad H_y = 0,$$

где $k = \omega/c$, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ – волновое число и импеданс в свободном пространстве, $k_{\text{кр}} = \pi/a$ – критическое волновое число волны H_{10} волновода, $h = \sqrt{k^2 - k_{\text{кр}}^2}$, оси x, y, z направлены соответственно вдоль широкой стенки размером “ a ”, узкой стенки размером “ b ” и продольной оси рассматриваемого отрезка волновода. В общем случае для составления ВРМ можно использовать отрезки волноводов любого сечения, Н- и П-образных или др.

Такая ВРМ приближенно описывает основные свойства ЗС, по крайней мере, в первых двух полосах прозрачности и непрозрачности для ЗС петляющего типа (петляющий волновод, встречные штыри, цепочка связанных резонаторов со щелями связи, повернутыми на 180°), а также для спирального скрученного волновода.

Используем определение волнового сопротивления прямоугольного волновода Z как отноше-

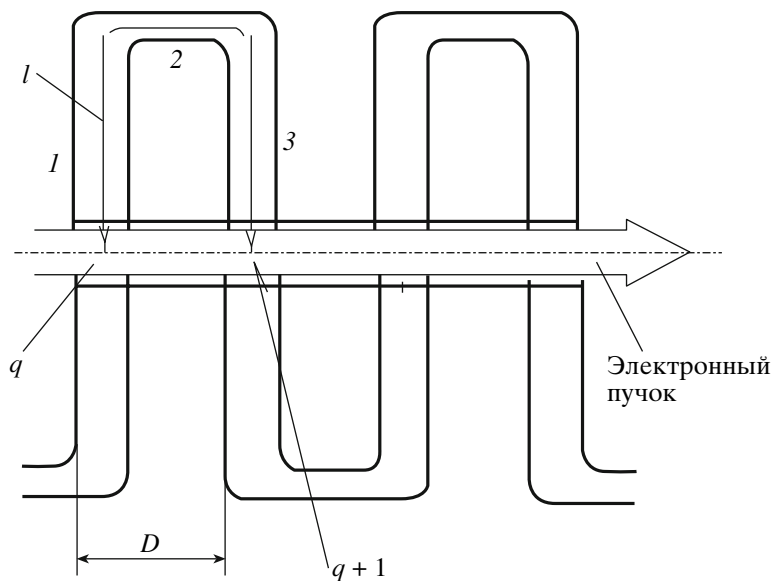


Рис. 2. Схематическое изображение петляющей ЗС с электронным потоком: 2 – отрезок волновода длиной $l_2 = D$, соответствующий щели связи, 1, 3 – отрезки волноводов суммарной длины $l-D$ с зазорами взаимодействия.

ние среднего по x напряжения U к поверхностному току J вдоль оси волновода [8]:

$$Z = \frac{U}{J} = \frac{-\frac{1}{a} \int_0^a E_y b dx}{\int_0^a H_x dx} = Z_0 \frac{bk}{ah}. \quad (27)$$

В пренебрежении потерями волновое сопротивление Z вещественно в полосе прозрачности волновода, когда $k > k_{кр}$, и мнимо вне полосы прозрачности, когда $k < k_{кр}$. При этом оно имеет индуктивный характер для затухающей волны $h = i\sqrt{k_{кр}^2 - k^2}$.

Тогда матрица передачи j -го отрезка волновода геометрической длины l_j и электрической длины $\theta_j = h_j l_j$ имеет вид

$$\|A_j\| = \left\| \begin{array}{cc} \cos(\theta_j) & -iZ_j \sin(\theta_j) \\ -\frac{i}{Z_j} \sin(\theta_j) & \cos(\theta_j) \end{array} \right\|, \quad (28)$$

а матрица передачи участка ЗС между соседними зазорами взаимодействия (см. рис. 2) получается как произведение трех матриц $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3$. Первый и третий отрезки волноводов одинаковы, так что $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_3$ и получаем следующее выражение для компонент:

$$A_{11} = A_{22} = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \sin \theta_1 \sin \theta_2,$$

$$A_{12} = -iZ_1 \sin \theta_1 \left(2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \frac{Z_1}{Z_2} \sin \theta_1 \sin \theta_2 \right) - iZ_2 \cos^2 \theta_1 \sin \theta_2, \quad (29)$$

$$A_{21} = -\frac{i}{Z_1} \sin \theta_1 \left(2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \frac{Z_2}{Z_1} \sin \theta_1 \sin \theta_2 \right) - \frac{i}{Z_2} \cos^2 \theta_1 \sin \theta_2,$$

где θ_1 – суммарная электрическая длина первого и третьего отрезков волноводов.

Полученные с помощью ВРМ выражения (29) вместе с (21), (23) и (27) позволяют провести анализ дисперсии и локального сопротивления связи в полосе частот. Рассматривались ЗС петляющего типа с учетом геометрического поворота фазы поля в соседних зазорах, что в линейной ВРМ, представляемой цепочкой четырехполосников (см. рис. 1), можно учесть включением наведенного тока в соседних зазорах в противоположных направлениях. Расчет дисперсии проводился для используемой в ЛБВ первой пространственной гармоники таких систем по формулам

$$\begin{aligned} \cos \varphi_s &= A_{11}, \quad \varphi_{s,1} = \varphi_s + \pi, \\ \frac{c}{V_{s,1}} &= \frac{h_{s,1}}{k} = \frac{\varphi_{s,1}}{kD}, \end{aligned} \quad (30)$$

где φ_s – набег фазы на шаге D , $\varphi_{s,0} = \varphi_s - \pi \leq 0$ – набег фазы основной пространственной гармоники с учетом геометрического поворота, $\varphi_{s,1} = \varphi_{s,0} + 2\pi -$

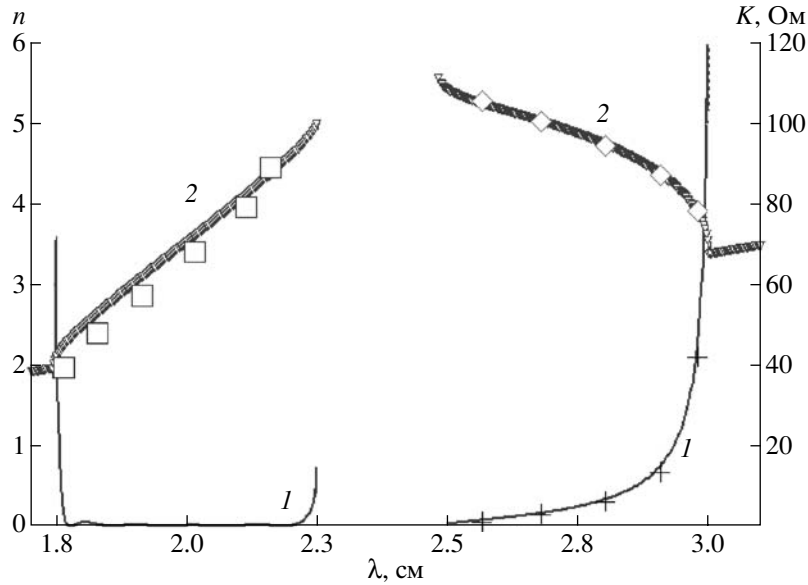


Рис. 3. Результаты расчета сопротивления связи K (кривые 1) и замедления n (кривые 2) через параметры матрицы передачи (сплошная линия) и по программе ISFEL-3D (точки).

набег фазы первой пространственной гармоники, $h_{s,1} = \varphi_{s,1}/D$ – ее волновое число.

Для вычисления локального сопротивления связи Z_s использовалось выражение (23) при расчете A_{12} либо по формуле (29), либо непосредственно при перемножении трех матриц передачи $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1$. Правильность использования одноволнового описания отрезков волноводов (26) и их волнового сопротивления (27) контролировали путем расчета матрицы передачи трех соединенных последовательно отрезков по программе ISFEL-3D. Для примера результаты расчета сопротивления связи K и замедления n через параметры матрицы передачи (сплошная линия) и по программе ISFEL-3D (точки) представлены на рис. 3.

Рассмотрим ряд вариантов, характеризующих основные закономерности изменения свойств ЗС петляющего типа.

Однородный петляющий волновод постоянного сечения. В этом случае из (29), (30) получаем

$$A_{11} = \cos(\theta_1 + \theta_2), \quad \varphi_s = \theta_1 + \theta_2 = hl, \\ \varphi_{s,1} = \theta + \pi, \\ \frac{c}{V_{s,1}} = \frac{\varphi_{s,1}}{kD} = \frac{l}{D} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_\pi}\right)^2} + \frac{\lambda}{2D} = \quad (31) \\ = \frac{c}{V_{1,\pi}} \left(\frac{2l}{\lambda_\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_\pi}\right)^2} + \frac{\lambda}{\lambda_\pi} \right).$$

Здесь λ_π – низкочастотная граница основной полосы пропускания, которой соответствует $\varphi_{s,1} = \pi$,

определяется критической частотой петляющего волновода

$$\lambda_\pi = \lambda_{кр}, \quad h = 0, \quad \frac{c}{V_{1,\pi}} = \frac{\lambda_\pi}{2D}. \quad (32)$$

Высокочастотная граница основной полосы пропускания $\lambda_{2\pi}$, которой соответствует $\varphi_{s,1} = 2\pi$, в идеальной ВРМ без отражений отсутствует, однако в реальной системе она возникает из-за отражений от изгибов волновода и от стыков отрезков волноводов.

Используем соотношение (31) для оценки максимально возможной ширины основной полосы пропускания системы. Полагая в (31) $\varphi_{s,1} = 2\pi$, с учетом (32) получим

$$\frac{1}{\lambda_{2\pi}^2} - \frac{1}{\lambda_\pi^2} = \frac{1}{(2l)^2}, \quad \frac{c}{V_{1,2\pi}} = 2 \frac{\lambda_{2\pi}}{\lambda_\pi} \frac{c}{V_{1,\pi}}, \quad (33)$$

т.е. всегда $\lambda_{2\pi} < \lambda_\pi$.

Рассмотрим возможность получения одинакового замедления на краях основной полосы пропускания, что реализуется при

$$\frac{c}{V_{1,2\pi}} = \frac{c}{V_{1,\pi}}, \quad \lambda_\pi = 2\lambda_{2\pi}, \quad l = \frac{\lambda_\pi}{2\sqrt{3}}, \quad (34) \\ D = \frac{\sqrt{3}l}{c/V_{1\pi}}.$$

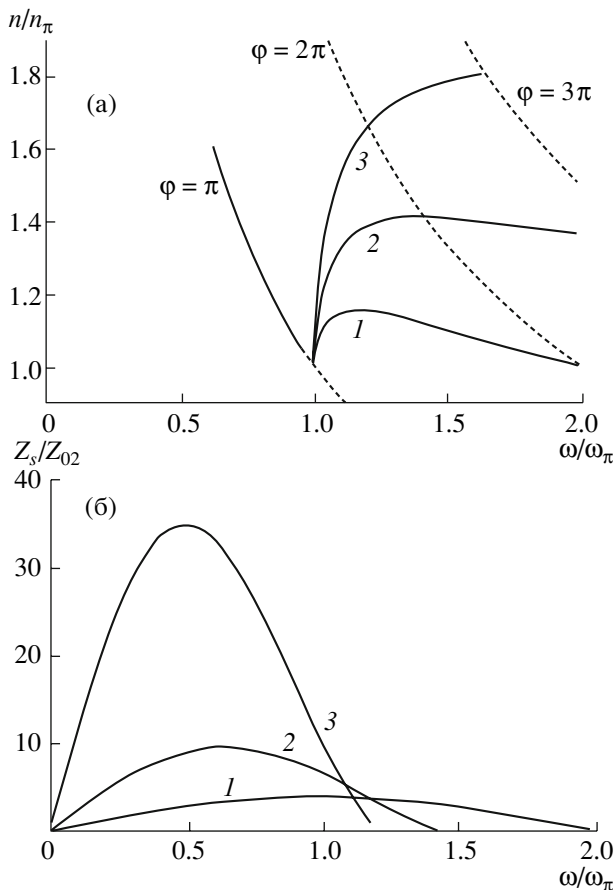


Рис. 4. Зависимости нормированного замедления первой пространственной гармоники (а) и локального импеданса связи (б) от частоты для однородного петляющего волновода при $l/\lambda_\pi = 0.29$ (1), 0.5 (2), 0.75 (3).

В этом случае ширина основной полосы пропускания составляет октаву

$$f_{2\pi} = 2f_\pi, \quad \Delta f/f_0 = 2 \frac{f_{2\pi} - f_\pi}{f_{2\pi} + f_\pi} = 66.6\%,$$

а замедление определяется соотношением

$$\frac{c}{V_1} = \frac{c}{V_{1\pi}} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_\pi}\right)^2} + \frac{\lambda}{\lambda_\pi} \right].$$

Соответствующая дисперсионная характеристика приведена на рис. 4а, кривая 1, где построены также кривые дисперсии петляющего волновода без учета отражений при разных $l/\lambda_\pi = \frac{k_\pi l}{2\pi}$ в нормированных переменных замедления $n/n_\pi = V_{1\pi}/V_1$ и частоты $\omega/\omega_\pi = \lambda_\pi/\lambda$.

Для локального импеданса связи однородного петляющего волновода из (23), (27), (29), (31) при

$Z_2 = Z_1$ найдем элементарное выражение, совпадающее с полученным в [5]

$$Z_s = Z_1 \sin \varphi_s = Z_{01} \frac{k}{h} \sin lh. \quad (35)$$

Зависимости локального импеданса связи от частоты, приведенные на рис. 4б, показывают его непрерывное изменение при переходе из полосы прозрачности в полосу непрозрачности, причем максимум Z_s может находиться в той или иной полосе при изменении размеров волновода. Абсолютная величина Z_s зависит от формы петляющего волновода, в частности $Z_{01} = \frac{b}{a} Z_0 = \frac{2b}{\lambda_{кр}}$ для прямоугольного волновода, а для H -образного волновода или щелевой линии возможно существенное увеличение Z_{01} , так как $a \ll \lambda_{кр}/2$.

Неоднородный петляющий волновод с одинаковой критической частотой и разным волновым сопротивлением отрезков: $k_{кр2} = k_{кр1} = k_{кр}$, $Z_2 \neq Z_1$.

Этот случай соответствует петляющему волноводу, у которого может изменяться только ширина узкой стенки b , если рассматриваются отрезки прямоугольных волноводов; он описывает также свойства ЗС типа “встречные штыри”.

Тогда имеем

$$\frac{1}{2} \left(\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{Z_{01}}{Z_{02}} + \frac{Z_{02}}{Z_{01}} \right) = \beta = \text{const} \geq 1,$$

и уравнение дисперсии примет вид

$$\cos \varphi_s = \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - \beta \sin(\theta_1) \sin(\theta_2). \quad (36)$$

В этом случае появляются разрывы полосы пропускания при $\varphi_{s,1} = 2\pi$, ширина первой полосы пропускания уменьшается одновременно с уменьшением замедления в ней, причем можно получить как нормальную, так и аномальную дисперсии (рис. 5а). Локальный импеданс связи остается непрерывной функцией частоты при переходе в появляющуюся полосу непрозрачности, физически возникающую из-за сложения отражений от стыков отрезков волноводов, т.е. продольного (брегговского) резонанса в ЗС (рис. 5б). Дисперсия ЗС не меняется при перемене мест первого и второго отрезков волноводов, т.к. β одинаково при $Z_1 \longleftrightarrow Z_2$. Однако частотные зависимости и величина локального импеданса связи изменяются, так как возбуждающий ток электронного пучка включается в разные отрезки волноводов. Этот эффект рассматривался ранее при исследовании частотных зависимостей сопротивления связи [9].

Неоднородный петляющий волновод с разной критической частотой и разным волновым сопротивлением отрезков: $k_{кр2} \neq k_{кр1}$, $Z_2 = Z_1$.

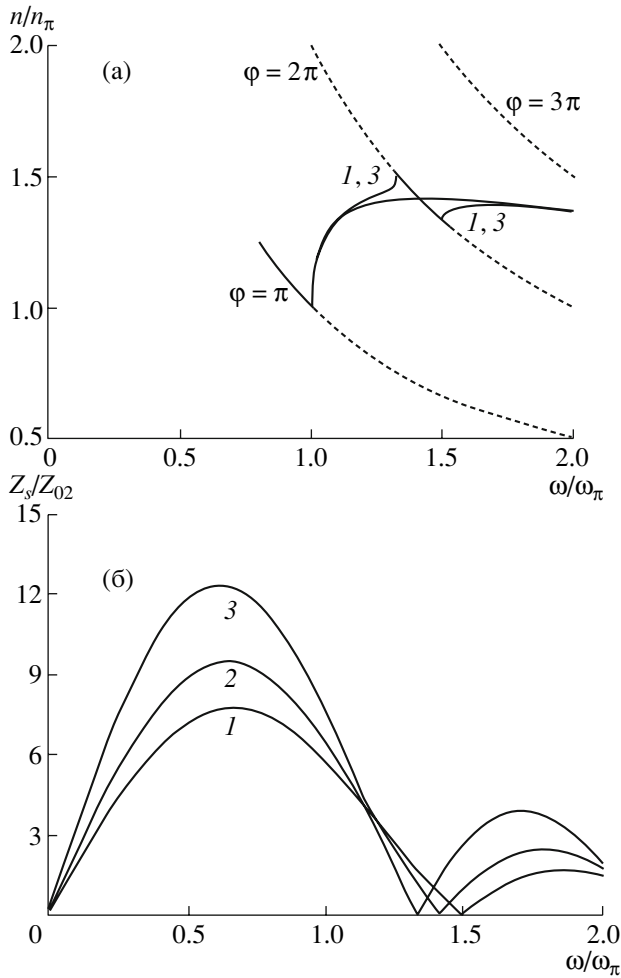


Рис. 5. Зависимости нормированного замедления первой пространственной гармоники (а) и локального импеданса связи (б) от частоты для неоднородного петляющего волновода при одинаковых критических частотах $l/\lambda_\pi = 0.5$, $l/D = 1.875$ и разных волновых соотношениях отрезков волноводов: $Z_1/Z_2 = 2/3$ (1), 1 (2), $3/2$ (3).

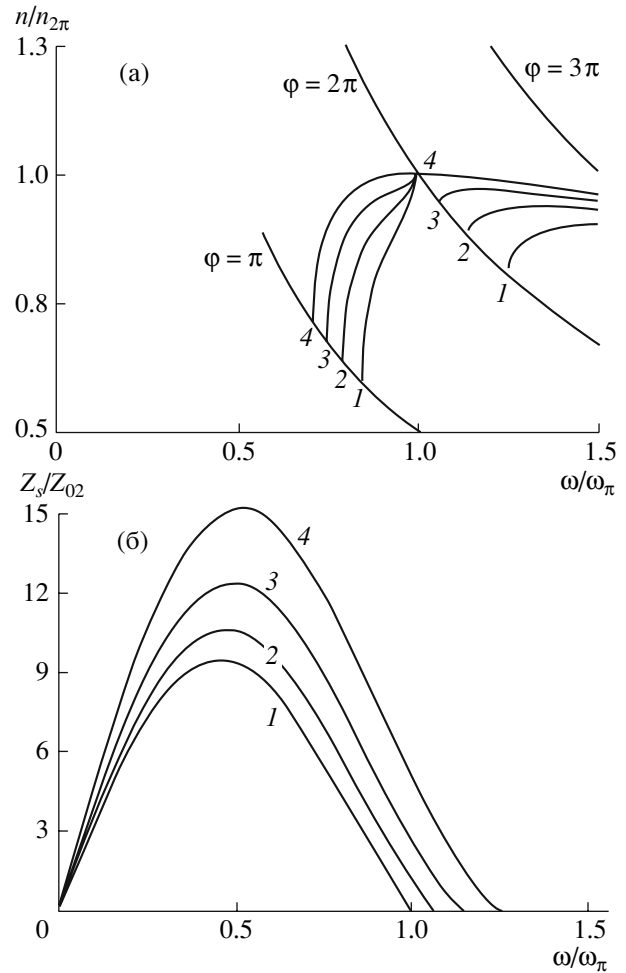


Рис. 6. Зависимости нормированного замедления первой пространственной гармоники (а) и локального импеданса связи (б) от частоты для неоднородного прямоугольного петляющего волновода при изменении размера ширины щели связи a_2 : $l/\lambda_{кp1,3} = 0.5$, $l/D = 1.875$ и $a_2/a_{1,3} = 0.5$ (1), 0.8 (2), 0.9 (3), 1.0 (4). Кривые 1 соответствуют узкой щели связи, запредельной для всех частот основной полосы пропускания однородного петляющего волновода, которому соответствует кривая 4.

Этот наиболее общий случай описывает переход от ЗС типа “встречные штыри” с прозрачной щелью связи к ЗС типа ЦСР с запредельной индуктивной щелью связи.

Граничным частотам первой полосы пропускания соответствуют значения $\varphi_s = 0$, $\varphi_{s,1} = \pi$ (поперечный резонанс) и $\varphi_s = \pi$, $\varphi_{s,1} = 2\pi$ (продольный резонанс). Расчет проводился для ВРМ из отрезков прямоугольных волноводов. Ширина щели связи “ a_2 ” уменьшалась по сравнению с шириной щели связи, использованной на рис. 4 (кривая 2), при сохранении остальных параметров. Соответственно, увеличивалась критическая частота $\omega_{кp2}$ описывающего щель второго отрезка волновода, т.е. $\omega_{кp2} > \omega_{кp1}$. Приведенные на рис. 6 результаты расчета показывают уменьшение полосы пропускания при увеличении $\omega_{кp2}$, но и в этом случае ло-

кальный импеданс связи меняется непрерывно при переходе в полосу непропускания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Локальный импеданс связи определяет эффективность дискретного электронно-волнового взаимодействия в периодической замедляющей системе, с учетом прямой и встречной волн системы, синхронных с электронным потоком вблизи частот отсечки. Рассмотрены варианты его определения через характеристики электромагнитного поля при использовании 3D и более простых моделей ЗС или же через параметры цепочки четырехполюсников, моделирующей ЗС. Подтвер-

ждена непрерывность изменения локального импеданса связи в полосах пропускания, на границе и вне полос пропускания замедляющих систем. Это открывает возможность единого описания линейного и нелинейного взаимодействия электронного пучка и поля внутри и вне полос пропускания ЗС в широкой полосе частот и может служить основой 1D–3D моделирования мощных ЛБВ с периодическими ЗС.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-02-00947).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.
2. *Силин Р.А.* Периодические волноводы. М.: ФАЗИС, 2002.
3. *Солнцев В.А., Мухин С.В.* // РЭ. 1991. Т. 36. № 11. С. 2161.
4. *Солнцев В.А.* Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. 10-я зимняя школа-семинар: Кн. 1(І). Саратов: Изд-во ГосУНЦ “Колледж”, 1996. С. 9.
5. *Солнцев В.А., Колтунов Р.П.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 6. С. 738.
6. *Мухин С.В., Ломакин О.Е., Солнцев В.А.* // РЭ. 1988. Т. 33. № 8. С. 1637.
7. *Силин Р.А., Чепурных И.П.* // РЭ. 1990. Т. 35. № 5. С. 939.
8. *Лебедев И.В.* Техника и приборы СВЧ. М.: Высшая школа, 1970. Т. 1.
9. *Мухин С.В., Никонов Д.Ю., Солнцев В.А.* // Тез. докл. 54-й Научной сессии, посвященной Дню радио. М., 1999. С. 42.