



**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ,
КОМПЛЕКСНОМУ АНАЛИЗУ
И
КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЕ**

Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
Лаборатория алгебраической геометрии и ее приложений
Национального исследовательского университета
"Высшая школа экономики"
Лаборатория комплексного анализа и дифференциальных
уравнений Сибирского федерального университета
Кафедра прикладной математики и компьютерной
безопасности Сибирского федерального университета
Филиал Северного (Арктического) федерального
университета им. М. В. Ломоносова в г. Коряжме
Архангельской области

Международная конференция
по алгебраической геометрии,
комплексному анализу
и компьютерной алгебре

г. Коряжма Архангельской области,
Филиал С(А)ФУ им. М. В. Ломоносова,
3–9 августа 2016 года

УДК 512.7+517.53+519.61

ББК 22.1я43

М 43

Международная конференция по алгебраической геометрии,
М 43 комплексному анализу и компьютерной алгебре: тезисы
докладов (Коряжма, 3 – 9 августа 2016 г.): М. МИАН, 2016 –
130 с.

ISBN 978-5-906619-08-02

Конференция проводится при поддержке РФФИ (грант № 16-01-20425 Г), гранта Правительства Российской Федерации государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых 14.Y26.31.0006, гранта Минобрнауки РФ в рамках проектной части государственного задания 1.1462.2014/К, а также на средства субсидии на государственную поддержку ведущих университетов Российской Федерации “5-100”.

ISBN 978-5-906619-08-02

© Математический институт
им. В.А. Стеклова
Российской академии наук, 2016
© Коллектив авторов, 2016

РАЦИОНАЛЬНОСТЬ (КО)ПРИСОЕДИНЕННЫХ ОРБИТ

В. Л. Попов²⁸ (Москва)

popovvl@mi.ras.ru

Рассматриваемые далее алгебраические многообразия считаются определенными над алгебраически замкнутым полем нулевой характеристики. Пусть G — *связная* редуکتивная алгебраическая группа и H — ее замкнутая подгруппа. Вопрос о рациональности алгебраического многообразия G/H является известной старой проблемой, тесно связанной с проблемой рациональности полей инвариантов линейных представлений алгебраических групп, см. [Po94, 1.5], [Po13, Thm. 1, Cor. 2]. Известно, см. [Po11, Example 1.22], [Po13, Thm. 2], [Po94, Rem. 1.5.9], что многообразии G/H нерациональны (и даже стабильно нерациональны) для некоторых *конечных* групп H . Вопрос же о существовании нерациональных многообразий вида G/H со *связной* группой H до сих пор открыт и является одной из центральных проблем бирациональной теории действий алгебраических групп. Вместе с тем, для многих пар (G, H) со *связной* группой H доказана либо рациональность, либо стабильная рациональность многообразия G/H (см., в частности, недавнюю публикацию [CZ15]). В [Ba15₁] вопрос о рациональности орбит коприсоединенного представления группы G (ввиду редуکتивности группы G , это представление эквивалентно присоединенному представлению) исследовался в контексте построения бирациональных координат Дарбу на таких орбитах. В [Ba15₂], [Ba16], [BD10] такие координаты были построены и рациональность орбит доказана для классических групп $G = GL_n, SO_n, Sp_n$. Метод канонической параметризации восходит к работе И. М. Гельфанда и М. И. Наймарка по унитарным представлениям классических групп (1950 г.). Параметризация коприсоединенных орбит интересовала многих авторов в связи с задачами теории интегрируемых систем (см. введение и соответствующие ссылки в [Ba16]).

Нашим результатом является следующая

Теорема. *Всякая орбита присоединенного представления произвольной связной редуکتивной алгебраической группы является рациональным алгебраическим многообразием.*

В качестве следствия получается

²⁸Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-50-00005).

Теорема. *Всякое односвязное симплектическое алгебраическое многообразие, однородное относительно связной комплексной редуктивной алгебраической группы, рационально.*

Список литературы

- [Ba15₁] М. В. Бабич, О бирациональной параметризации (ко)присоединенных орбит комплексных классических групп, доклад на ежегодной мемориальной конференции памяти А. Н. Тюрина, 26 октября 2015 г., Москва, МИАН, http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus&presentid=12717.
- [Ba15₂] M. V. Babich, On birational Darboux coordinates on coadjoint orbits of classical complex Lie groups, *Zap. Nauchn. Sem. POMI*, 2015, 432, 36–57.
- [Ba16] М. В. Бабич, Бирациональные координаты Дарбу на (ко)присоединенных орбитах группы $GL(N, \mathbb{C})$, *Функц. анализ и его прил.*, 2016, 50, вып. 1, 20–37.
- [BD10] М. В. Бабич, С. Э. Деркачев, О рациональной симплектической параметризации коприсоединенной орбиты $GL(N, Ba15_1 \mathbb{C})$, диагонализуемый случай, *Алгебра и анализ*, 2010, 22, вып. 3, 16–31.
- [CZ15] C. Chin, D.-Q. Zhang, Rationality of homogeneous varieties, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 2015, DOI:10.1090/tran/6728, arXiv:1504.05402.
- [Po94] V. L. Popov, Sections in invariant theory, *Proc. Sophus Lie Memorial Conf. (Oslo, 1992)*, Scandinavian University Press, Oslo, 1994, 315–361.
- [Po11] V. L. Popov, On the Makar-Limanov, Derksen invariants, and finite automorphism groups of algebraic varieties, *CRM Proceedings and Lecture Notes*, Amer. Math. Soc., 2011, 54, 289–311.
- [Po13] V. L. Popov, Rationality and the FML invariant, *J. Ramanujan Math. Soc.*, 2013, 28A, 409–415.