ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

О.Ю. Бондаренко, Д.А. Веселов

ОПТИМАЛЬНОЕ НАКОПЛЕНИЕ КАПИТАЛА В РЕСУРСНОЙ ЭКОНОМИКЕ

Препринт WP12/2009/06
Серия WP12
Научные доклады лаборатории
макроэкономического анализа ГУ ВШЭ

Москва
Государственный университет – Высшая школа экономики
2009

УДК 330.322
ББК 65.28-5
Б 81

Редактор серии WP12
«Научные доклады лаборатории
макроэкономического анализа»
Л.Л. Любимов

Б 81 **Бондаренко О.Ю., Веселов Д.А.** Оптимальное накопление капитала в ресурсной экономике: Препринт WP12/2009/06. – М.: Изд. дом Государственного университета — Высшей школы экономики, 2009. – 32 с.

Мы определяем оптимальное правило накопления физического капитала и финансовых активов в малой открытой экономике с природными ресурсами и экзогенным техническим прогрессом. Мы показываем, что при положительных темпах технического прогресса результат Хартвика не выполняется: инвестиции в капитал могут быть существенно ниже природной ренты от использования ресурсов в течение длительного времени для поддержания постоянного уровня потребления. В нашей модели внутренние инвестиции определяются темпом роста остатка Солоу, т.е. наличием инвестиционных возможностей. Размер сырьевой ренты влияет лишь на темпы накопления финансовых активов.

Ключевые слова: правило Хартвика, истощаемые ресурсы, накопление капитала, природная рента, открытая экономика

Препринты Государственного университета — Высшей школы экономики размещаются по адресу: http://new.hse.ru/C3/C18/preprintsID/default.aspx

Введение[1]

Перед сырьевыми экономиками стоит задача оптимального распределения ренты от добычи и экспорта природных ресурсов. В большинстве нефтедобывающих стран эта задача решается не рыночными, а административными механизмами. Экономическая теория призвана дать ответ политикам на вопрос, как распределять ренту между потреблением (в виде трансфертов домашним хозяйствам, госзакупок) и накоплением капитала (физического капитала и активов за рубежом).

Простое правило распределения ренты было предложено Хартвиком [Hartwick 1977]. Он предположил, что всю ренту можно направлять на накопление капитала. В этом случае уровень потребления на душу населения в экономике будет постоянным при условии, что производственная функция характеризуется постоянной отдачей от масштаба и отсутствует технический прогресс. Вместе с тем в большинстве сырьевых стран темпы накопления физического капитала гораздо ниже, чем предполагает правило Хартвика [Hamilton et al. 2006]

Недостатком правила Хартвика, как классического, так и обобщенного, является то, что оно игнорирует рост производительности труда в экономике, не обусловленный накоплением капитала. Солоу показал, что в долгосрочном периоде экономический рост не может быть объяснен накоплением капитала. Правило Хартвика описывает долгосрочные процессы в экономике и при этом игнорирует вывод Солоу. Это одна из причин того, что правило Хартвика неприменимо как инструмент для проведения экономической политики.

Мы строим модель малой открытой экономики с экзогенным техническим прогрессом. Мы показываем, что правило Хартвика лишь частный случай более общего правила, и не является на практике оптимальным, так как не учитывает технический прогресс.

---

[1] Авторы выражают глубокую благодарность Фуаду Алескерову (ГУ ВШЭ), Николаю Арефьеву (ГУ ВШЭ) и Бертрану Виньолю (Париж-1, Сорбонна), а также участникам научного семинара лаборатории макроэкономического анализа ГУ ВШЭ за ценные замечания на стадии подготовки работы.

Другой проблемой сырьевых стран является выбор между инвестициями в физический и в финансовый капитал. В частности, этот выбор был крайне актуален для России 2000-х гг., когда многие требовали от правительства увеличить инвестиции в физический капитал за счет перераспределения сырьевой ренты. Правительство же накапливало финансовые активы (стабилизационный фонд).

Накопление стабилизационного фонда можно рассматривать в качестве сбережений из мотива предосторожности или сбережений, необходимых для сглаживания расходов на общественные блага [Bems, Filho 2009]. В нашей модели накопление финансовых активов происходит из-за ограниченных инвестиционных возможностей экономики.

Мы показываем, что выбор между инвестициями в физический и финансовый капитал должен определяться, в первую очередь, не желанием правительства, а состоянием экономики, наличием в ней возможностей для инвестиций. Данный вывод следует из парадигмы Солоу, согласно которой накопление физического капитала не может объяснить долгосрочный экономический рост. Таким образом, размер сырьевой ренты не должен прямо влиять на накопление физического капитала, но должен влиять на накопление финансовых активов.

В первой части работы обсуждаются результат Хартвика и его современные модификации, во второй части рассматривается модель открытой сырьевой экономики. В третьей части выводим оптимальное правило накопления капитала в рамках модели. В четвертой части рассматриваем детерминанты выбора между физическим и финансовым капиталом. В Заключении подводятся итоги.

1. Правило Хартвика и его современные модификации

В сырьевой экономике возникает рента от добычи и экспорта природных ресурсов. При распределении ренты при помощи рыночных механизмов привлекательность инвестиций в несырьевые сектора снижается, и возникают условия для темпов замедления роста в будущем. Данное явление носит название голландской болезни и описано в ряде эмпирических и теоретических исследований [Auty 2001; Sachs, Warner 1995, 2001]. При вмешательстве государства в процесс

распределения ренты создаются предпосылки для рентоориентированного поведения, что может повлиять на устойчивое развитие экономики в будущем. Доходы от экспорта сырья искажают стимулы в экономике и способствуют закреплению неэффективных институтов [Isham 2003; Salai-i-Martin, Полтерович 2007]. В большинстве сырьевых экономик значительная часть ренты изымается государством. Таким образом, можно поставить вопрос, по какому принципу следует выбирать объем государственных инвестиций в физический капитал и размер инвестиционного фонда.

Хартвик [Хартвик 1977, 1978] нашел правило сбережений-инвестиций для закрытой экономики, при котором уровень потребления будет постоянным на длительном временном горизонте. Согласно данному правилу рента от добычи природного ресурса полностью тратится на инвестиции в капитал, и если выполняется ряд условий, а именно:

1) производственная функция в экономике характеризуется постоянной отдачей от масштаба,

2) технический прогресс отсутствует,

3) темп роста населения равен нулю,

то потребление остается постоянным в течение времени. Доказательство классического правила Хартвика представлено в Приложении 1.

[Dixit, Hammond 1980] обобщили результат Хартвика в классе производственных функций с постоянной отдачей от масштаба и нашли все возможные способы поддержания потребления на постоянном уровне. Их вывод таков: для поддержания постоянного уровня потребления необходимо, чтобы дисконтированный поток чистых инвестиций равнялся постоянной величине, не обязательно нулю.

И классическое, и обобщенное правило Хартвика не учитывает рост производительности труда в экономике, не обусловленный накоплением капитала. Таким образом, несмотря на то что правило Хартвика описывает долгосрочные процессы в экономике, оно игнорирует вывод Солоу, согласно которому экономический рост не обусловлен накоплением капитала. [Солоу 1986] замечает, что появление технического прогресса в модели Хартвика приведет к тому, что простое правило Хартвика будет гарантировать рост потребления с постоянным темпом.

По этой же причине правило Хартвика не является оптимальным и в открытой экономике, так как не учитывает положительный эффект от изменения условий торговли. [Asheim 1986] показывает, что если с ростом редкости ресурса он постоянно дорожает (данный результат носит название правила Хотеллинга [Hotelling 1931], то оптимальный размер инвестиций должен быть меньше, чем предсказывает правило Хартвика.

[D'Autume, Schubert 2008] вывели оптимальное правило инвестирования в модели, в которой запас ресурса включен прямо в функцию полезности. Они показали, что в случае, когда агенты ценят запас сырья, траектории потребления, накопления капитала и использования ресурса выглядят реалистичнее: выпуск и потребление растут во времени.

Правило Хартвика должно учитывать инвестиции во все виды капитала, физический капитал, финансовые активы за рубежом, человеческий капитал и т.д.

Ряд исследований ставит задачу оценить объем «истинных» инвестиций в капитал, т.е. инвестиций за вычетом стоимости истраченного запаса природного ресурса. С точки зрения классического правила Хартвика, объем «истинных» инвестиций должен равняться нулю. Оценки истинных инвестиций в отдельных странах, а также в группах стран приведены в книге [Auty et al. 2001, ch. 2], а также в статье [Arrow et al. 2004], они показывают, что большинство сырьевых стран живет в условиях отрицательных истинных инвестиций. Вместе с тем данные оценки игнорируют такой вид инвестиций, как инвестиции в финансовые активы за рубежом. Наша модель показывает, что в условиях низких темпов роста инвестиции в иностранные активы могут значимо превышать накопление капитала внутри страны. Простой анализ платежных балансов также показывает, что сальдо счета текущих операций для большинства сырьевых экономик значимо больше нуля на протяжении десятилетий.

Оценка правила Хартвика только для физического капитала приведена в статье [Hamilton et al. 2006]. В большинстве сырьевых стран инвестиции в физический капитал значительно ниже, чем предсказывает правило Хартвика. При этом разброс велик: в Нигерии и Венесуэле разрыв между целевым и фактическим значением составляет 250%, в Алжире и Конго лишь 50–60%.

[Okumura, Cai 2007] рассмотрели оптимальное правило накопления капитала в ресурсной экономике, при условии, что существует возможность инвестирования не только в физический, но и в финансовый капитал (покупка активов на международном рынке).

В этом случае по мере истощения необходимого в производстве ресурса страна накапливает финансовый капитал и впоследствии становится государством-рантье, в котором основным источником дохода являются проценты от вложений в иностранные активы. Однако они использовали стандартную гипотезу об отсутствии технического прогресса. Мы модифицируем модель Okumura — Cai, включив в нее предпосылку о существовании экзогенного технического прогресса. Мы показываем, что наличие технического прогресса в модели с двумя видами активов — физическим и финансовым капиталом — существенно меняет результаты. Модель государства-рантье является оптимальной лишь в случае низких темпов прироста технического прогресса.

2. Базовая модель

Рассмотрим малую открытую экономику, производящую один однородный товар. В производстве используется физический капитал и исчерпаемый ресурс. Экономика малая, так как ставка процента задается извне. Экономика открытая, так как она имеет доступ на международные товарные рынки и рынки капитала. Существует возможность обменивать однородный товар на финансовый актив, в то же время торговля природным ресурсом отсутствует.

Производственная функция в экономике имеет вид Кобба — Дугласа:

$$Y = AF(K, R, L) = AK^{\beta} R^{\gamma} L^{1-\beta-\gamma},$$

где A — экзогенный технический прогресс, K — капитал, R — природный ресурс, L — труд.

Величина трудовых ресурсов постоянна и равна единице. Тогда производственная функция демонстрирует отрицательную отдачу от масштаба и выглядит как

$$Y = AF(K_t, R_t) = AK^{\beta} R^{\gamma} \quad \beta + \gamma < 1. \tag{1}$$

Предпосылка об убывающей отдаче от масштаба связана с тем, что количество труда неизменно.

Производственная функция обладает стандартным набором свойств.

$$F_K > 0,\ F_R > 0,\ F_{KK} < 0,\ F_{RR} < 0,\ F_{KR} > 0,$$

$$\lim_{K\to 0} F_K = \infty,\ \lim_{R\to 0} F_R = \infty,\ \lim_{K\to\infty} F_K = 0,\ \lim_{R\to\infty} F_R = 0.$$

Темп прироста остатка Солоу (A) постоянен и равен g_A.

Целевой функцией в модели является межвременная аддитивно-сеперабельная функция полезности

$$Max\int_0^\infty U\left[C_t\right]e^{-\delta t}dt,$$

где C — потребление.

Допустим, что мгновенная функция полезности имеет вид CIES (constant intertemporal elasticity of substitution):

$$U(C) = \frac{C_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \tag{2}$$

Тогда задача командного оптимума в экономике может быть представлена как

$$Max\int_0^\infty U\left[C_t\right]e^{-\delta t}dt \tag{3}$$

при следующих ограничениях

$$\dot{B}_t = rB_t + AF(K_t, R_t) - C_t - I_t \tag{4}$$

$$\dot{K}_t = I_t \tag{5}$$

$$\dot{S}_t = -R_t \tag{6}$$

$$\frac{\dot{A}}{A} = g_A \tag{7}$$

$$\int_0^\infty R_t dt = S_0 \tag{8}$$

$$\lim_{t\to\infty} B(t)e^{-rt} = 0 \tag{9}$$

B_0, K_0, S_0 изначально заданы.

Уравнение (4) представляет собой бюджетное ограничение и определяет динамику финансовых активов экономики (B_t). Уравнение (5) задает связь между капиталом и инвестициями. Уравнение (6) определяет изменение запаса исчерпаемого ресурса (S_t), уравнение (7) задает темп роста остатка Солоу. Уравнение (8) — это ограничение на количество используемого ресурса. Уравнение (9) представляет собой условие трансверсальности (условие отсутствия пузыря на финансовом рынке). Оно гарантируют единственность оптимальной траектории.

Чтобы решить задачу оптимизации, выпишем гамильтониан

$$H = U(C_t) + \lambda_t(AF(K_t, R_t) + rB_t - C_t - I_t) + \mu I_t - \nu R_t, \tag{10}$$

где λ_t, μ_t и ν_t — теневые цены сбережений, чистых инвестиций и природного ресурса.

Тогда условия первого порядка в задаче динамической оптимизации выглядят как

$$\frac{\partial H}{\partial C_t} = U'(C_t) - \lambda_t = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial H}{\partial I_t} = -\lambda_t + \mu_t = 0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial H}{\partial R_t} = \lambda_t A_t F_R - \nu_t = 0 \tag{13}$$

$$\dot{\lambda} = \delta\lambda - r\lambda \tag{14}$$

$$\dot{\mu} = \delta\mu - A\lambda F_K \tag{15}$$

$$\dot{\nu} = \delta\nu \tag{16}$$

При преобразовании уравнений (11) и (14) мы можем выразить классическое правило Рамсея — Кейнса оптимальной траектории потребления:

$$\frac{\dot{C}}{C} = -\frac{U'(C)}{U''(C)C}(r - \delta). \tag{17}$$

Для мгновенной функции полезности (2) правило Рамсея — Кейнса оптимальной траектории потребления можно переписать как[2]

$$\frac{\dot{C}}{C}=\frac{1}{\theta}(r-\delta)\,.$$

Оптимальные темпы накопления капитала и использования природного ресурса

Из условий первого порядка задачи мы можем получить оптимальные темпы накопления капитала (g_K) и использования природного ресурса (g_R).

Из уравнения (12) следует, что λ_t и μ_t одинаковы. Так как физический капитал и финансовый капитал — абсолютные заменители, их теневые стоимости совпадают. Тогда из уравнений (15) и (16) следует, что

$$AF_K=r \tag{18}$$

Предельная доходность физического капитала (внутри страны) и доходность финансовых активов (за рубежом) совпадает.

Из уравнения (13)

$$AF_R=\frac{\nu}{\lambda} \tag{19}$$

Производительность природного ресурса совпадает с его теневой стоимостью (ν) в единицах полезности. Из уравнений (14), (16) и (19) следует, что

$$\frac{(A\dot{F}_R)}{AF_R}=r \tag{20}$$

[2] В зависимости от наших предположений относительно вида функций полезности, мы получим разные результаты относительно оптимальной траектории потребления. Для функции полезности (3), рассмотренной выше, наклон траектории зависит от соотношения между процентной ставкой (*r*) и субъективной нормой межвременных предпочтений (ρ). Такой случай Чичильницки назвала «диктатурой настоящего», так как потребление будущих поколений учитывается с меньшим весом в совокупной полезности

В 1974 г. Солоу предложил использовать в качестве функции полезности функцию maxmin *U*(*C*). Для этой функции совокупная полезность определяется полезностью наибеднейшего поколения. [D'Autume, Schubert 2008] показали, что задача (1) сводится к задаче maxmin в случае, когда $\theta\to\infty$.

Производительность ресурса должна расти с темпом роста, равным процентной ставке. Из уравнений (20) и (18) следует, что предельный продукт капитала и приращение предельного продукта ресурса совпадают во времени (это аналог правила Хотеллинга).

Найдем темпы роста капитала и объема используемого природного ресурса, и выразим их через параметры модели. Используя уравнения (19) и (20) и то, что

$$F_K=\beta K^{\beta-1}R^{\gamma},$$

$$F_R=\gamma K^{\beta}R^{\gamma-1},$$

получаем следующие выражения:

$$g_A+(\beta-1)\frac{\dot{K}}{K}+\gamma\frac{\dot{R}}{R}=0 \tag{21}$$

$$g_A+\beta\frac{\dot{K}}{K}+(\gamma-1)\frac{\dot{R}}{R}=r. \tag{22}$$

Отсюда темпы роста капитала и добываемого ресурса:

$$\frac{\dot{K}}{K}=g_K=\frac{g_A-\gamma r}{1-\beta-\gamma} \tag{23}$$

$$\frac{\dot{R}}{R}=g_R=\frac{g_A-r(1-\beta)}{1-\beta-\gamma} \tag{24}$$

$$\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{R}}{R}=r. \tag{25}$$

Оптимальный уровень инвестиций в физический капитал зависит от темпов роста остатка Солоу и процентной ставки. Чем выше темп роста остатка Солоу, тем выше должны быть инвестиции. Этот вывод является существенным, правило Хартвика предполагает, что уровень инвестиций определяется размером сырьевой ренты. На практике страны с высоким уровнем сырьевой ренты не осуществляют значимых инвестиций в физический капитал [Hamilton et al. 2006]. Вероятно, это просто не является для них оптимальной политикой. Примечателен пример Нигерии: с 1965 г. по 2000 г. средние темпы прироста физического капитала составляли 6,5%, в то время как средние темпы прироста общей факторной производительности составляли −1,2% (!). Темпы роста ВВП на душу населения были близки к нулю в течение 35 лет. [Sala-i-Martin, Sabramanian 2003]. Пример Нигерии — это явный пример неоптимальной политики. При этом значительная часть природной ренты шла на государственные инвестиции в физический капитал, значительная часть которого, согласно исследованию тех же авторов, не используется.

Действительно, согласно парадигме Солоу, инвестиции в физический капитал определяются не сырьевой рентой, но другими факторами, влияющими на остаток Солоу: техническим прогрессом и инновациями, ожиданиями относительно будущего, наличием информации о конкурентных преимуществах экономики и т.д.

Другой фактор, помимо темпа роста остатка Солоу, влияющий на оптимальное накопление физического капитала, это процентная ставка по финансовым активам. Чем выше процентная ставка, тем ниже должны быть инвестиции в физический капитал, так как более выгодными становятся вложения в финансовые активы за рубежом.

Из производственной функции (1) темп роста выпуска в экономике (g_Y) равен

$$g_Y = g_A + \beta g_K + \gamma g_Y .$$

Тогда темп роста экономики совпадает с темпами накопления капитала

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \beta\frac{\dot{K}}{K} + \gamma\frac{\dot{R}}{R} + \frac{\dot{A}}{A} = g_K . \qquad (26)$$

Уравнения (23), (24) задают оптимальные темпы роста капитала и добываемого ресурса, которые зависят от темпа роста экзогенно заданного технического прогресса. В связи с этим мы можем рассмотреть разные случаи, когда капитал и ресурс будут характеризоваться положительной и отрицательной динамикой. Найдем два возможных уровня технического прогресса, при которых темпы роста капитала (ресурса) равны нулю:

$$g^L{}_A = r\gamma$$

$$g^H{}_A = r(1-\beta).$$

Всегда выполняется следующее неравенство

$$g^L{}_A < g^H{}_A ,$$

так как в модели производственная функция характеризуется убывающей отдачей от масштаба: $\beta + \gamma < 1$.

Тогда если $g_A < g^L{}_A$, темпы роста капитала и ресурса будут отрицательными. Если $g^L{}_A < g_A < g^H{}_A$, то темп роста капитала и выпуска положительный, а темп роста ресурса — отрицательный. Наконец, при $g_A > g^H{}_A$ темпы роста капитала и ресурса будут положительными. В последнем случае ресурсное ограничение не выполняется, так как ресурс исчерпаемый.

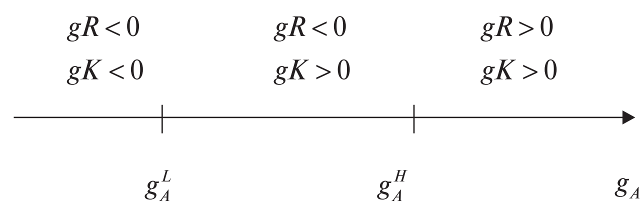

Рис. 1. Взаимосвязь между темпом роста остатка Солоу, накоплением капитала и использованием ресурса

При этом из уравнения (4) мы можем выразить оптимальный уровень потребления в начальный момент времени. (Подробный вывод дан в Приложении 2)

$$C(0) = (r - g_C)\left(\int_0^\infty [AF(K,R) - I]e^{-rs}ds + B(0)\right). \qquad (27')$$

3. Оптимальное правило сбережений-инвестиций

В нашей модели существует два типа активов: физический капитал и финансовый капитал. Уравнение (34) описывает оптимальные для экономики темпы накопления лишь физического капитала, но не учитывает инвестиции в финансовые активы за рубежом. Для получения оптимального правила сбережений-инвестиций для малой полуоткрытой экономики с экзогенным техническим прогрессом, продифференцируем по времени уравнение (4):

$$\dot{B}_t = rB_t + AF(K_t, R_t) - C_t - I_t$$

$$\ddot{B} = r\dot{B} + AF_K\dot{K} + AF_R\dot{R} + \dot{A}F(K,R) - \dot{C} - \dot{I}. \qquad (28)$$

Переставим слагаемые в уравнении (28)

$$\ddot{B} + \dot{I} - AF_R\dot{R} = r\dot{B} + AF_K\dot{K} + \dot{A}F(K,R) - \dot{C}. \qquad (29)$$

Учитывая выражения (5), (18), (20) и то, что

$$\frac{d(AF_R R)}{dt} = A\dot{F}_R R + AF_R\dot{R} + \dot{A}F_R R, \qquad (30)$$

проделаем с выражением необходимые преобразования.

Учитываем уравнение (18) и правило Хотеллинга (20):

$$AF_K = r$$

$$\frac{(A\dot{F}_R)}{AF_R} = r.$$

Получим

$$\ddot{B} + \dot{I} - \frac{d(AF_R R)}{dt} = r\dot{B} + rI + \dot{A}F(K,R) - rAF_R R - \dot{C}. \qquad (31)$$

Выражение $\dot{B} + I - AF_R R$ — инвестиции в физический и финансовый капитал за вычетом ренты от использования сырья. Пользуясь терминологией [Arrow et al. 2004], мы будем называть этот показатель *«истинные инвестиции»* (*genuine investment* (GI)). Выражение $\ddot{B} + \dot{I} - \frac{d(AF_R R_t)}{dt}$ в левой части уравнения (31) — изменение во времени истинных инвестиций. Тогда уравнение (31) можно представить как

$$\dot{GI} = rGI + \dot{A}F(K,R) - \dot{C}. \qquad (32)$$

Для заданной динамики потребления (17) уравнение (32) есть оптимальное правило сбережений-инвестиций (аналог правила Хартвика).

Мы можем найти оптимальную траекторию истинных инвестиций, решив уравнение (32) относительно GI. Подробное решение представлено в Приложении 3. Оптимальная траектория истинных инвестиций выглядит как

$$GI(t) = -\frac{Y_0 g_A}{r - g_Y} e^{g_Y \cdot t}. \qquad (33)$$

Данный результат можно представить в виде простого оптимального правила.

Доля истинных инвестиций в выпуске должна быть постоянной с течением времени:

$$\frac{GI(t)}{Y} = -\frac{g_A}{r - g_Y} \qquad (34)$$

Таким образом, простое правило Хартвика оптимально лишь в случае, когда темпы роста технического прогресса отсутствуют $g_A = 0$. Если в экономике растет общая факторная производительность, то наилучшей стратегией будет отрицательное значение истинных инвестиций. При этом доля истинных инвестиций в ВВП постоянна и определяется соотношением между темпом роста остатка Солоу и процентной ставкой.

Альтернативная спецификация оптимального правила накопления капитала

Полученное правило можно представить в другом виде. Одним из видов инвестиций в нашей модели является технический прогресс. Прирост остатка Солоу (*A*) позволяет увеличить выпуск в будущем, поэтому показатель «истинных инвестиций» может включать в себя и прирост остатка Солоу, умноженный на его теневую стоимость (p_A):

$$GI_A = \dot{B} + I + \dot{A}p_A - AF_R R. \qquad (35)$$

Теневая стоимость прироста параметра А на единицу рассчитывается как дисконтированный поток доходов, созданный этим приростом. Увеличение А на единицу приведет к увеличению выпуска на $F(K,R)$ в следующем периоде. Ставка процента постоянна и равна *r*. Тогда стоимость единицы технологий

$$p_A = \int_t^{\infty} F(K(s), R(s)) e^{-rs} ds. \qquad (36)$$

Для стоимости технологий выполняется следующее арбитражное уравнение:

$$\dot{p}_A + F(K,R) + g_A p_A = rp_A. \tag{37}$$

Вложение в технологию позволяет получить доход от выпуска большего количество товара в будущем и доход от изменения стоимости технологии, а также доход от изменения количества технологии. Суммарный доход от вложения в технологию должен совпадать с альтернативным доходом от вложения в финансовый актив.

Тогда границу производственных возможностей экономики мы можем охарактеризовать как

$$G\dot{I}_A = rGI_A - \dot{C}. \tag{38}$$

Доказательство данного правила мы приводим в Приложении 4.

Для $\dot{C} = 0$ оптимальным правилом является правило $GI_A = 0$. Рассмотрим полученное правило более подробно.

4. Накопление физического капитала и иностранных активов в ресурсной экономике

В зависимости от темпов роста экзогенного технического прогресса, выводы относительно оптимального накопления физического капитала и финансовых активов будут существенно различаться. Рассмотрим по отдельности три случая:

1) Прирост общей факторной производительности отсутствует (частный случай модели):

$$g_A = 0.$$

2) Положительные темпы роста общей факторной производительности не способны компенсировать истощение природных ресурсов:

$$0 < g_A < g^L{}_A.$$

3) Темпы роста общей факторной производительности достаточно высоки для того, чтобы компенсировать истощение природных ресурсов:

$$g^L{}_A < g_A < g^H{}_A.$$

Случай 1: $g_A = 0$

Данный случай подробно описан в [Okumura, Kai 2006]. Если технический прогресс отсутствует, выполняется простое правило Хартвика. При $g_A = 0$ выражение (43) выглядит как $G\dot{I} = rGI - \dot{C}$. Это означает, что для поддержания постоянного потребления истинные инвестиции должны расти с темпом роста, равным процентной ставке. Таким образом, при отсутствии технического прогресса мы получаем обобщенное правило Хартвика, выведенное Дикситом и Хаммондом (1980):

$$(\dot{B}_t + I_t - F_R R_t)e^{-rt} = const\ .$$

Приведенная стоимость инвестиций в физический и финансовый капитал, за вычетом ренты от добычи сырья, должна быть постоянной величиной, не обязательно равной нулю.

Если принять во внимание то, что истинные инвестиции не должны расти слишком быстро, при условии, что пузырь на рынке активов отсутствует,

$$\lim_{t\to\infty} GIe^{-rt} = 0.$$

Тогда обобщенное правило Хартвика задает единственную оптимальную траекторию для истинных инвестиций:

$$GI = 0$$

$$\dot{B}(t) + I(t) = F_R(t)R(t).$$

Общая сумма инвестиций равна ренте от природного ресурса в каждый момент времени. Если подставить в правую часть выражения производственную функцию, то оно примет следующий вид:

$$\dot{B}(t) + I(t) = \gamma Y(t) \text{ для всех } t.$$

Рассмотрим теперь подробнее динамику инвестиций в физический капитал и инвестиций в финансовый капитал, при условии, что технический прогресс отсутствует. По мере истощения ресурса объем ренты от использования сырья будет снижаться. В то же время капитал будет сокращаться, и по мере истощения капитала инвестиции в физический капитал также будут стремиться к нулю. Наконец, по мере истощения природной ренты инвестиции в финансовый капитал также будут стремиться к нулю.

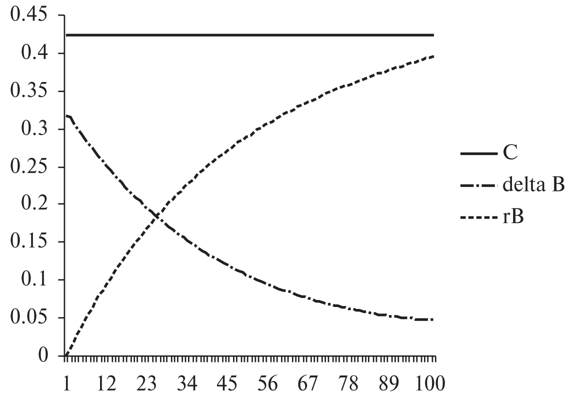

Рис. 2. Оптимальные траектории потребления, дохода от вложений в финансовые активы, прироста финансовых активов, при условии, что $g_A = 0$

Все численные примеры представлены для следующих параметров модели: $S = 1000$, $\beta = 0{,}3$, $\gamma = 0{,}3$, $r = 0{,}03$. $A(0) = 1$, $B(0) = 0$ Начальный уровень капитала и потребления ресурса определяется исходя из условий первого порядка.

Данная ситуация предполагает, что выпуск, инвестиции в физический капитал и в финансовый капитал постепенно упадут до нуля, и экономика будет иметь единственный источник доходов в виде процентов от вложений в финансовые активы. Такая ситуация может характеризовать только экономики, у которых нет внутренних источников (стимулов) для роста. Эта ситуация означает, что экономика перестает искать возможности избежать ресурсного проклятия и переходит в фазу государства-рантье, вкладывающего сырьевую ренту в активы за рубежом. Данный частный случай, на наш взгляд, не может подойти для описания всех сырьевых экономик. Перейдем к рассмотрению ситуации, когда в экономике существует технический прогресс.

Случай 2: $0 < g_A < g^L{}_A$

В этом случае положительный темп прироста остатка Солоу все еще не может компенсировать истощение природного ресурса. Поэтому инвестиции в физический капитал не являются выгодными и, как и в предыдущем случае, происходит замещение физического капитала финансовыми активами. Оптимальной политикой остается модель государства-рантье, которое накапливает финансовые активы по мере истощения

природного ресурса, для того чтобы финансировать потребление в будущем. Тогда данная экономика должна иметь продолжительное время положительное сальдо счета текущих операций (как это происходит в Иране, Венесуэле, странах Персидского залива).

Если следовать классическому правилу Хартвика $GI = 0$, *то в случае наличия технического прогресса потребление не будет постоянным, оно будет увеличиваться со временем.* Действительно, из уравнения (32) следует, что правило $GI = 0$ приводит к положительным темпам роста потребления: $\dot{C} = g_A Y$. По мере сокращения выпуска потребление будет прирастать все меньшими темпами.

Если поставлена задача ***гарантировать постоянный уровень потребления***, то оптимальное правило сбережений-инвестиций будет выглядить как

$$\frac{GI(t)}{Y} = -\frac{g_A}{r - g_Y}$$

В отличие от случая, когда технический прогресс отсутствует, при наличии технического прогресса экономика должна поддерживать постоянную отрицательную долю истинных инвестиций в выпуске. По мере сокращения выпуска размер истинных инвестиций устремляется к нулю, и в пределе выполняется простое правило Хартвика

$$Y \to 0 \quad GI \to 0$$

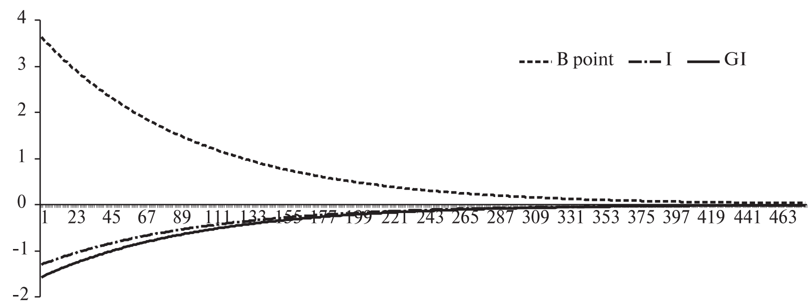

Рис. 3. Динамика оптимальных инвестиций в физический и финансовый капитал, в случае когда $0 < g_A < g^L{}_A$

На рис. 3 представлена динамика основных переменных модели, в случае когда $0 < g_A < g^L{}_A$. Как и в предыдущем случае, экономика отказывается от физического капитала в пользу финансового капитала, только теперь истинные инвестиции могут быть отрицательными в течение некоторого периода времени.

Случай 3: $g^L{}_A < g_A < g^H{}_A$

В этом случае наличие технического прогресса позволяет преодолеть истощение природных ресурсов, наращивать физический капитал и выпуск. Данный случай наиболее реалистичен, так как в многих ресурсных экономиках темпы экономического роста являются положительными:

$$\frac{GI(t)}{Y} = -\frac{g_A}{r - g_Y}.$$

Чем выше темпы роста остатка Солоу, тем меньше будет (отрицательная) доля истинных инвестиций в выпуске.

В этом случае положительные инвестиции в физический капитал могут осуществляться за счет заимствований на международном рынке капитала (рис. 4). Таким образом, эта модель предполагает не экономику-рантье, как в предыдущем случае, а экономику, заимствующую средства на международном рынке для финансирований внутренних инвестиций. Экономика может иметь продолжительное время отрицательное сальдо счета текущих операций (Чили, Австралия).

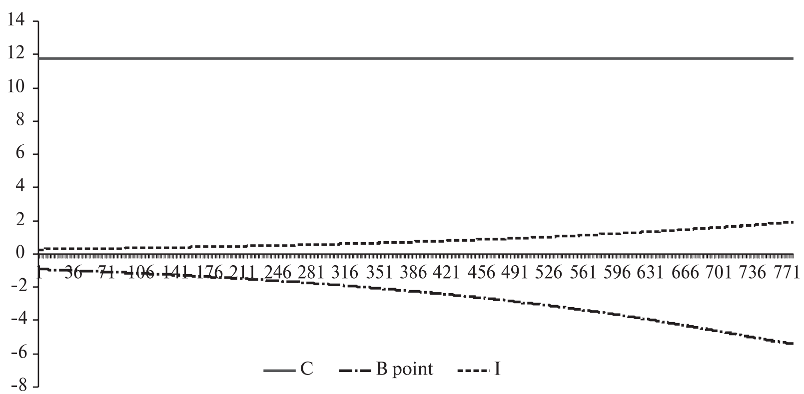

Рис. 4. Динамика инвестиций в физический и финансовый капитал при условии, что $g^L{}_A < g_A < g^H{}_A$

Заключение

Ресурсные экономики часто сталкиваются с выбором: инвестировать сырьевую ренту в проекты внутри страны или же направлять ее на накопление финансовых активов (фонда будущих поколений). Некоторые страны активно инвестировали сырьевую ренту в производственные мощности (Нигерия), другие активно накапливали финансовые активы (Саудовская Аравия, Норвегия).

Крайний случай политики — направлять всю ренту на инвестиции внутри страны, другой крайний случай — аккумулировать всю ренту в фонде будущих поколений и использовать для инвестиций лишь текущие процентные доходы этого фонда.

Мы вывели простое оптимальное правило инвестиционной политики в открытой ресурсной экономике. Мы показали, что ключевыми факторами, определяющими уровень инвестиций в физический и финансовый капитал, является темп роста остатка Солоу (технический прогресс) и процентные ставки на международном рынке.

В отличие от правила Хартвика, связывающего инвестиции в экономике и размер сырьевой ренты, в нашей модели внутренние инвестиции определяются темпом роста остатка Солоу, т.е. наличием инвестиционных возможностей. Размер сырьевой ренты влияет лишь на темпы накопления финансовых активов. Таким образом, оптимальная политика инвестирования предполагает, что размер сырьевой ренты **не должен** влиять на уровень инвестиций в физический капитал.

Ресурсные экономики с низкими темпами роста остатка Солоу вынуждены строить модель государства-рантье, аккумулировать финансовые активы для обеспечения потребления в будущем. Ресурсные экономики с высокими темпами роста остатка Солоу могут выступать заемщиками на международных рынках капитала, а также расходовать сырьевую ренту на инвестиционные проекты.

Приложение 1.
Вывод правила Хотеллинга и правила Хартвика

Рассмотрим задачу динамической оптимизации для экономики с исчерпаемым ресурсом.

Целевая функция представляет собой дисконтированный поток полезности, зависящей от текущего потребления (C):

$$Max\int_0^\infty U\left[C_t\right]e^{-\delta t}dt. \quad (A1)$$

Ограничениями в модели служат ограничение на накопление капитала и на запас ресурса (S):

$$\dot{K}=F(K,R)-C \quad (A2)$$

$$\dot{S}_t=-R_t. \quad (A3)$$

Текущий запас капитала и сырья задан.

$$K_0,\ S_0 \text{ — заданы.} \quad (A4)$$

Теорема 1. (Правило Хотеллинга)

Теневая стоимость исчерпаемого ресурса растет с темпом, равным ставке дисконтирования в экономике (Hotelling, 1931).

Доказательство

Выпишем функцию Гамильтона в задаче динамической оптимизации.

$$H=U(C)+\lambda(F(K,R)-C)+\mu(-R), \quad (A5)$$

где λ, теневая стоимость одной единицы инвестиций, показывает цену единицы нового капитала в единицах текущей полезности, а μ — теневая стоимость одной единицы потраченного сырья.

Тогда условия первого порядка в задаче динамической оптимизации будут выглядеть как

$$U'(C)=\lambda \quad (A6)$$

$$\lambda F'_R=\mu \quad (A7)$$

$$\dot{\lambda}=\rho\lambda-F'_K\,\lambda \quad (A8)$$

$$\dot{\mu}=\rho\mu. \quad (A9)$$

Условие (A9) носит название «правило Хотеллинга». Теорема доказана.

Лемма 1

Если уровень потребления постоянный, то выполняется условие

$$(\dot{F}'_R)=F'_K\,F'_R. \quad (A10)$$

Доказательство

Из уравнения (A6)

$$C-const\Rightarrow U'(C)-const\Rightarrow\lambda-const. \quad (A11)$$

Тогда из уравнения (A8)

$$F'(K)=\rho. \quad (A12)$$

Из уравнения (A7)

$$\mu=F'_R\cdot const. \quad (A13)$$

Из уравнения (A9) и (A12)

$$(\dot{F}'_R)=F'_K\,F'_R. \quad (A14)$$

Лемма доказана.

Теорема 2. Правило Хартвика

Если производственная функция обладает свойством постоянной отдачи от масштаба, то для задачи (1) выполняется следующее правило: если вся рента от использования ресурса будет целиком и полностью тратиться на накопление капитала, то потребление будет постоянным на бесконечном временном горизонте.

Доказательство

Выпишем условие (2) и продифференцируем его по времени, учитывая тот факт, что производственная функция обладает постоянной отдачей от масштаба.

$$\ddot{K} = F'_K \dot{K} + F'_R \dot{R} - \dot{C} \quad (A15)$$

Вся рента от использования ресурса идет на накопление капитала. При постоянной отдаче от масштаба доля ренты в выпуске составляет $F'_R R$. Тогда выполняется условие

$$\dot{K} = F'_R R. \quad (A16)$$

Отсюда

$$\ddot{K} = F'_K F'_R R + F'_R \dot{R} - \dot{C}. \quad (A17)$$

Дифференцируем уравнение (A16) по времени. Получаем

$$\ddot{K} = (\dot{F}'_R)R + F'_R \dot{R}. \quad (A18)$$

Приравниваем уравнение (A17) и уравнение (A18):

$$(\dot{F}'_R)R + F'_R \dot{R} = F'_K F'_R R + F'_R \dot{R} - \dot{C} \quad (A19)$$

Тогда

$$(\dot{F}'_R)R = F'_K F'_R R - \dot{C}. \quad (A20)$$

Лемма 1 гарантирует, что при постоянном потреблении уравнение (A20) выполняется как тождество. Теорема доказана.

Приложение 2
Вывод функции потребления в базовой модели

Из бюджетного ограничения экономики (1) найдем оптимальный уровень потребления:

$$\dot{B} = rB + AF(K,R) - C - I. \quad (B1)$$

Для этого решим дифференциальное уравнение (1). Общее решение линейного однородного уравнения выглядит как

$$B = ce^{rt}. \quad (B2)$$

Используем метод вариации постоянной (c):

$$\dot{B} = \dot{c}e^{rt} + cre^{rt}. \quad (B3)$$

Приравниваем (B3) и (B1) и выражаем c

$$\dot{c} = [AF(K,R) - C - I]e^{-rt}. \quad (B4)$$

Тогда

$$c(t) = \int_{-\infty}^{t} [AF(K,R) - C - I]e^{-rs} ds + H \quad (B5)$$

и частное решение уравнения (B1) выглядит как

$$B = e^{-rt}\left(\int_{-\infty}^{t} [AF(K,R) - C - I]e^{-rs} ds + H\right). \quad (B6)$$

Теперь используем условие отсутствия пузыря на рынке финансовых активов:

$$\lim_{t\to\infty} Be^{-rt} = 0. \quad (B7)$$

Устремляем выражение (B6) к бесконечности и находим H:

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} [AF(K,R) - C - I]e^{-rs} ds \quad (B8)$$

Тогда впередсмотрящее решение для выражения (B1)

$$B_A(t) = e^{-rt}\left(\int_{t}^{\infty} [AF(K,R) - C - I]e^{-rs} ds\right). \quad (B9)$$

Теперь найдем выражение для C(0), потребления в начальный момент времени. Для этого выпишем уравнение (B9) для начального момента времени:

$$B(0) = (\int_0^\infty [AF(K,R) - C - I]e^{-rs}ds). \tag{B10}$$

Преобразуем теперь уравнение (B10):

$$\int_0^\infty C(t)e^{-rt}dt = \int_0^\infty [AF(K,R)]e^{-rs}ds + B(0). \tag{B11}$$

Согласно правилу Рамсея — Кейнса потребление растет с постоянным темпом, определяемым параметрами модели:

$$\frac{\dot{C}}{C} = g_C = \frac{1}{\theta}(r - \delta). \tag{B12}$$

Тогда из уравнения (11)

$$C(0) = (r - g_C)(\int_0^\infty [AF(K,R) - I]e^{-rs}ds + B(0)). \tag{B13}$$

Приложение 3. Вывод оптимального правила сбережений-инвестиций

Решим дифференциальное уравнение (C1):

$$\dot{GI} = rGI + g_A Y. \tag{C1}$$

Общее решение однородного уравнения выглядит как

$$GI = ce^{rt}. \tag{C2}$$

Подставим уравнение (C2) в уравнение (C1). Получим

$$\dot{c}e^{rt} + cre^{rt} = cre^{rt} + g_A Y. \tag{C3}$$

Тогда

$$\dot{c} = g_A Ye^{-rt}. \tag{C4}$$

Решение уравнения (C4) есть

$$c(t) = \int_{-\infty}^{t} g_A Ye^{-rs}ds + H. \tag{C5}$$

Из условия отсутствия пузыря (C6) получим (C7)

$$\lim_{t\to\infty} GIe^{-(r-g)t} = 0 \tag{C6}$$

$$H = -\int_{-\infty}^{\infty} g_A Ye^{-rs}ds. \tag{C7}$$

Тогда частное решение уравнения (C1) при условии отсутствия пузыря выглядит как

$$GI(t) = -e^{rt}\int_t^\infty g_A Ye^{-rs}ds. \tag{8}$$

Вычислим интегралы в уравнении (C8):

$$\begin{aligned} GI(t) &= -e^{rt}\int_t^\infty g_A Y_0 e^{(gY-r)s}ds = -e^{rt}g_A\int_t^\infty Y_0 e^{(gY-r)s}ds = \\ &= -e^{rt}g_A Y_0\left(\frac{1}{g_Y - r}e^{(gY-r)t}\right)\Bigg|_t^\infty = Y_0 g_A e^{gY\cdot t}\frac{1}{g_Y - r} = -\frac{Y_0 g_A}{r - g_Y}e^{gY\cdot t}. \end{aligned} \tag{C9}$$

Темп роста выпуска в модели постоянный и определяется параметрами модели (раздел 2).

Доля чистых инвестиций в выпуске определяется как

$$\frac{GI(t)}{Y}=\frac{g_A}{r-g_Y}. \tag{C10}$$

Приложение 4. Вывод оптимального правила сбережений-инвестиций в альтернативной спецификации

Доказательство

Продифференцируем по времени выражение для истинных инвестиций в интенсивной форме (D1):

$$GI_A=\dot{B}+I+\dot{A}p_A-AF_R R \tag{D1}$$

$$G\dot{I}_A=\ddot{B}+\dot{I}-(A\dot{F}_R R)+\dot{p}_A\dot{A}+p_A\ddot{A}. \tag{D2}$$

Учитывая, что

$$\frac{d(AF_R R)}{dt}=A\dot{F}_R R+AF_R\dot{R}+\dot{A}F_R R, \tag{D3}$$

произведем ряд преобразований в продифференцированном по времени выражении динамики активов (38) :

$$\ddot{B}=r\dot{B}+\dot{A}F+AF_R\dot{R}+AF_K\dot{K}-\dot{I}-\dot{C} \tag{D4}$$

$$\ddot{B}+\dot{I}=r\dot{B}+\dot{A}F+AF_R\dot{R}+r\dot{K}-\dot{C} \tag{D5}$$

$$\ddot{B}+\dot{I}-(A\dot{F}_R R)=r\dot{B}+\dot{A}F-rAF_R R+rI-\dot{C}. \tag{D6}$$

Добавим с правой и левой стороны выражения (D6) $\dot{p}_A\dot{A}+p_A\ddot{A}$, а также справа прибавим и вычтем $rp_A\dot{A}$:

$$\dot{p}_A\dot{A}+p_A\ddot{A}+\ddot{B}+\dot{I}-(A\dot{F}_R R)=r\dot{B}+\dot{A}F-rAF_R R+rI-\dot{C}+$$
$$+\dot{p}_A\dot{A}+p_A\ddot{A}+rp_A\dot{A}-rp_A\dot{A}.$$

Получим

$$G\dot{I}_A=rGI_A+\dot{A}F+\dot{p}_A\dot{A}+p_A\ddot{A}-rp_A\dot{A}-\dot{C}. \tag{D7}$$

Используем арбитражное уравнение (D8) и, сократив слагаемые, получим (D9)

$$\dot{p}_A+F(K,R)+g_A p_A=rp_A \tag{D8}$$

$$p_A(\ddot{A}-\dot{A}g_A)=0,\ \text{так как}\ \ddot{A}=\dot{A}g_A.$$

В результате мы получили оптимальное правило сбережений-инвестиций в интенсивной форме:

$$G\dot{I}_A=rGI_A-\dot{C}. \tag{D9}$$

Литература

Asheim. Hartwick's Rule in Open Economies // The Canadian Journal of Economics. Revue canadienne d'Economique. 1986. Vol. 19. No. 3. P. 395–402.

Asheim. The Hartwick rule: Myths and facts. Wolfgang Buchholz, Environmental and Resource Economics. 2003. Vol. 25. No. 2.

Auty R. Resource Abundance and Economic Development. WIDER Studies in Development Economics. Oxford: Oxford University Press, 2001.

Bems R., Filho I. Current Account and Precausionary Savings for Exporters of Exhaustible Resources. IMF Working Paper, 2009 (WP/09/33).

Dasgupta P. Heal G. The Optimal Depletion of Exhaustible Resources // The Review of Economic Studies. Vol. 41. Symposium on the Economics of Exhaustible Resources, 1974.

Dasgupta S., Mitra T. Intertemporal Equity and Hartwick's Rule in an Exhaustible Resource Model. CAE Working Paper #02-05, 2002 (http://www.arts.cornell.edu/econ/CAE/HRrev2.pdf).

D'Autume A., Schubert K. Hartwick's rule and maximin paths when the exhaustible resource has an amenity value // Journal of Environmental Economics and Management. 2008. No. 56. P. 260–274.

Dixit A., Hammond P., Hoel M. On Hartwick's Rule for Regular Maximin Paths of Capital Accumulation and Resource Depletion // The Review of Economic Studies. 1980 (Apr.). Vol. 47. No. 3. P. 551–556.

Hamilton K., Ruta G., Tajebaeva L. Capital Accumulation and Resource Depletion: A Hartwick Rule Counterfactual // Environmental & Resources Economics. 2006. No. 34. P. 517–533.

Grimaud A., Rouge L. Non-Renewable Resources and Growth with Vertical Innovations: Optimum, Equilibrium and Economic Policies // Journal of Environmental Economics and Management. 2003. No. 45. Supplement 1. P. 433–453.

Hartwick J.M. Intergenerational Equity and the Investing of Rents from Exhaustible Resources // The American Economic Review. 1977 (Dec.). Vol. 67. No. 5. P. 972–974.

Hotelling H. The Economics of Exhaustible Resources // The Journal of Political Economy. 2003. Vol. 39. No. 2. P. 137–175.

Isham J., Woolcock M., Pritchett L., Busby G. The Varieties of Resource Experience: How Natural Resource Export Structures Affect the Political Economy of Economic Growth. Middlebury College Working Paper Series 0308, Middlebury College, Department of Economics, 2003.

Polterovich V., Popov V., Tonis A. Economic Policy, Quality of Institutions and Resource Curse. Moscow: State University — Higher School of Economics, 2007.

Okumura R., Cai D. Sustainable Constant Consumption in a Semi-Open Economy with Exhaustible Resources // The Japanese Economic Review. Vol. 58 Issue 2. P. 226–237.

Sachs J. Warner A. The curse of natural resources // European Economic Review. 2001. Vol. 45 (4–6). P. 827–838.

Salai-i-Martin X., Subramanian A. Addressing the Natural Resource Curse: an Illustration from Nigeria, 2003. NBER Working Paper 9804.

Solow R. On the Intergenerational Allocation of Natural Resources // Scandinavian Journal of Economics. 1986. No. 88 (1). P. 141–149.

Препринт WP12/2009/06
Серия WP12
Научные доклады лаборатории
макроэкономического анализа

Бондаренко О.Ю., Веселов Д.А.

Оптимальное накопление капитала в ресурсной экономике

Зав. редакцией оперативного выпуска *А.В. Заиченко*
Технический редактор *О.А. Иванова*

Отпечатано в типографии ГУ ВШЭ с представленного оригинал-макета.
Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 1,9.
Усл. печ. 1,86. Заказ № . Изд. № 1147.

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Тел.: (495) 772-95-71; 772-95-73