

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА»**

**ТРУДЫ
НИЖЕГОРОДСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА**

№ 1 (94)

Нижний Новгород 2012

УДК 050(06)
ББК 9я54
Т 78

Т 78 Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева / НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2012. № 1 (94). – 366 с.

Выходит 4 раза в год

Главный редактор С.М. Дмитриев

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Н.Ю. Бабанов (зам. гл. редактора), М.В. Ширяев (зам. гл. редактора),
Е.Г. Ивашкин (зам. гл. редактора), В.В. Беляков (отв. секретарь), О.В. Пугина (отв. редактор),
Т.В. Третьякова (технич. секретарь), Т.П. Новикова (технич. редактор)
Члены редколлегии: В.Г. Баранов, В.Л. Башкатов, В.М. Воротынцев, О.М. Власова,
В.В. Глебов, А.М. Грошев, А.Н. Зайцев, Е.А. Зайцева, О.С. Кошелев, В.Ф. Кулепов,
А.А. Куркин, И.О. Леушин, М.Г. Михаленко, А.Ю. Панов, В.П. Хранилов,
С.Н. Хрунков, Е.А. Чернышов

УДК 050(06)
ББК 9я54

Электронная версия журнала:
<http://www.nntu.nnov.ru>

© Нижегородский государственный
технический университет
им. Р.Е. Алексеева, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|------------|
| РАДИОТЕХНИКА, СИСТЕМЫ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ, АНТЕННЫ И УСТРОЙСТВА СВЧ..... | 11 |
| Мякинъков А.В., Бураков С.В., Смирнова Д.М. Алгоритм фазирования многопозиционной радиолокационной системы со случайным расположением передающих позиций..... | 11 |
| Ковалев Ф.Н. Организация когерентно-импульсного режима работы РЛС с обнаружением “на просвет”..... | 20 |
| Гай В.Е. Метод определения основного тона речевого сигнала..... | 26 |
| МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ..... | 33 |
| Зайцев А.И., Малашенко А.Е., Костенко И.С., Пелиновский Е.Н., Кузнецов К.И. Регистрация волн-убийц в заливе Анива Охотского моря..... | 33 |
| Асеева Н.В., Громов Е.М., Тютин В.В. О стабилизации пространственного спектра коротких солитонов в неконсервативных средах с неоднородной дисперсией..... | 42 |
| Морозов Е.Г., Демидова Т.А., Нечволодов Л.В. Внутренние волны и уменьшение толщины ледового покрова над крутыми подводными склонами..... | 54 |
| ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ..... | 60 |
| Никулин Е.А. Рекурсивный алгоритм трассировки лучей с приоритетным стеком..... | 60 |
| Соколова Э.С., Пашковский А.И. Оптимизация структуры данных для хранения и обработки граф-моделей..... | 70 |
| Капранов С.Н., Тимофеева О.П. Прогнозирование затрат на обеспечение контролепригодности по критерию коэффициента достижимости граф-модели..... | 76 |
| МАШИНОСТРОЕНИЕ И АВТОМАТИЗАЦИЯ..... | 81 |
| Букин П.Э., Фролова И.Н. Кк вопросу об автоматизации проектирования станочных приспособлений..... | 81 |
| Тудакова Н.М., Кутилова О.И., Крайнов В.В. Моделирование процессов комплексной обработки отверстий..... | 87 |
| Куликов С.В., Манцеров С.А., Панов А.Ю. Развитие систем принятия решений единого информационного пространства машиностроительного предприятия..... | 94 |
| ЯДЕРНАЯ ЭНЕРГЕТИКА И ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА..... | 100 |
| Большухин М.А., Будников А.В., Свешников Д.Н., Фомичев В.Л., Крепков В.П. Актуальные задачи развития экспериментальной базы для верификации CFD кодов при использовании в атомной энергетике..... | 100 |
| Варенцов А.В., Доронков Д.В., Купричева Е.С., Солнцев Д.Н., Сорокин В.Д. Экспериментальные исследования локального массообмена и эффективности перемешивания теплоносителя дистанционирующими решетками в ТВС реактора КЛТ-40С..... | 107 |
| Лапшин Р.М., Макаров Г.Ю., Тарасова Н.П. Нестационарные режимы теплопереноса в испарительных термосифонах при низких давлениях..... | 114 |

| | |
|--|-----|
| Малахов В.А., Попков К.В., Раевский А.С. Комплексные волны и комплексный резонанс в структурах с металлическими наноплёнками на оптических частотах..... | 120 |
| НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНЫЕ СИСТЕМЫ..... | 128 |
| Вашурин А.С., Герасин А.В., Орлов Л.Н. Исследование несущей способности многослойных панелей..... | 128 |
| Костин С.Ю., Тумасов А.В., Колтунов В.А. Исследование свойств активной безопасности автобуса среднего класса методом имитационного моделирования..... | 134 |
| Беляков В.В., Вахидов У.Ш., Галкин Д.А., Зайцев А.С., Кудряшов Е.М., Макаров В.С. Подвижность специальных транспортных средств по дорогам типа «STONE-ROAD»..... | 143 |
| ПРОБЛЕМЫ КОРАБЛЕСТРОЕНИЯ И ОКЕАНОТЕХНИКИ..... | 152 |
| Фам Фу Тхань, Фан Ван Ан. Скоростное судостроение. ретроспектива..... | 152 |
| Химич В.Л., Хрипач Н.А., Лежнев Л.Ю., Папкин Б.А., Шустров Ф.А., Иванов Д.А., Сонкин В.И., Папкин И.А. Нейтрализация токсичных компонентов отработавших газов двигателей внутреннего сгорания до уровня перспективных экологических стандартов..... | 161 |
| Мионов А.А. Модель определения эффективного коэффициента концентрации напряжений дефектов сварных швов..... | 169 |
| Зуев В.А., Семенова Н.М. Сопротивление ледокольных платформ на воздушной подушке на тихой воде..... | 177 |
| ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА..... | 185 |
| Лоскутов А.Б., Соснина Е.Н., Лоскутов А.А., Бедретдинов Р.Ш. Исследование режимов работы узла нагрузки 20 кВ интеллектуальной равномерно-распределенной электрической сети..... | 185 |
| Коробко Г.И., Попов С.В., Лебедев В.В., Макаев А.С. Повышение качества электроэнергии в судовых электроэнергетических системах с использованием вольтодобавочных устройств..... | 192 |
| Плехов А.С., Титов В.Г., Умяров Д.В. Обеспечение устойчивой работы судовой системы электропитания грузовых насосов с помощью компенсационного преобразователя частоты..... | 204 |
| МЕТАЛЛУРГИЯ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ..... | 216 |
| Рудцкий, С.Б. Гаманюк, Н.А. Зюбан, В.В. Шмаль, А.Я. Пузиков Исследование распределения неметаллических включений в слитках различной геометрии..... | 216 |
| Сафронов Н.Н., Харисов Л.Р. Использование интегрального коэффициента качества свс-ферросилида для оптимизации состава шихты..... | 224 |
| Гущин В.Н., Васильев В.А., Чернышов Е.А., Романов И.Д., Романова Е.А., Романов А.Д. Утилизация отходов методом высокотемпературного пиролиза в жидкометаллическом теплоносителе..... | 230 |
| ХИМИЯ, ХИМИЧЕСКИЕ И БИОТЕХНОЛОГИИ..... | 236 |

| | |
|---|-----|
| Перетрутов А.А., Чубенко М.Н., Ким П.П. Каталитическое разложение отработанной серной кислоты, содержащей органические примеси, на пиритном огарке..... | 248 |
| Челнокова М.В., Калинина А.А., Аникина Т.А., Соколова Т.Н., Карташов В.Р., Роль пероксида водорода при бактериальной коррозии цинка..... | 254 |
| Аксютёнок М.В., Гунько Ю.Л., Козина О.Л., Михаленко М.Г. Влияние добавки гидроксида лития на процесс окисления кадмия в ограниченном объёме щелочного электролита..... | 260 |
| Наумов В.И. Переключения химических связей и колебательные системы в переходных металлах..... | 271 |
| ЭКОНОМИКА, ИННОВАЦИИ И МЕНЕДЖМЕНТ..... | 271 |
| Юрлов Ф.Ф., Незнахин М.Е. Классификация задач выбора эффективных решений при прогнозировании развития экономических систем с использованием модели жизненного цикла..... | 278 |
| Ромашова И.Б., Хохлова О.В. Инновационная деятельность как средство обеспечения стратегического преимущества..... | 283 |
| Яшин С.Н., Мурашова Н.А. Инновационное развитие предприятий и источники его инвестирования в посткризисном периоде в России и Нижегородской области ... | 293 |
| Зорина Л.Б. Социально-экономические факторы развития системы высшего профессионального образования..... | 302 |
| СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ, ИННОВАЦИИ В ОБРАЗОВАНИИ, PR-ТЕХНОЛОГИИ..... | 302 |
| | 314 |
| Егоров Е.Е. Инфраструктурные аспекты эффективного управления человеческим капиталом организации..... | 321 |
| Лысцев М.С. Проблема генезиса региональных элит России в конце XX века..... | |
| Гуляев С.В. Модернизация муниципального хозяйства: опыт Нижегородской области.... | 329 |
| МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЕСТЕСТВЕННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ НАУКАХ..... | 329 |
| Галкин В.М., Пелиновский Е.Н. Об эволюционных уравнениях в теории солитонов и распространении волн цунами..... | 335 |
| Тимофеенко Л.А. Порождающие тройки инволюций линейных групп размерности 2 над кольцом целых гауссовых чисел..... | 342 |
| Верещагина Е.И. Обратная задача для антагонистической 3×3 игры с различными элементами платёжной матрицы..... | 349 |
| Игошин В.А. Клеточная структура псевдориманова пространства с геодезическим полем одномерных направлений..... | |

УДК 537.86

Н.В. Асеева, Е.М. Громов, В.В. Тютин

О СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА КОРОТКИХ СОЛИТОНОВ В НЕКОНСЕРВАТИВНЫХ СРЕДАХ С НЕОДНОРОДНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Национальный исследовательский университет – Высшая школа экономики

Цель работы: Предложен новый механизм стабилизации коротких солитонов огибающей в рамках нелинейного эволюционного уравнения Шредингера третьего порядка

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + q(\xi) \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + 2\alpha U |U|^2 + 2i\beta \frac{\partial(|U|^2 U)}{\partial \xi} + \mu U \frac{\partial(|U|^2)}{\partial \xi} + i\gamma \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} + i\nu U = 0$$

с учетом индуцированного рассеяния Рамана μ , кубической нелинейности α , нелинейной дисперсии β , линейной дисперсии третьего порядка γ , пространственно неоднородной линейной дисперсии второго порядка $q(\xi)$ и потерь ν .

Научный подход: Исследование проведено с использованием адиабатического приближения, при котором волновой пакет распространяется с сохранением своей формы.

Результат: Показано, что при потерях, не превышающих критического значения $\nu < \nu_*$, возможна компенса-

ция рамановского смещения пространственного спектра солитонов в длинноволновую область $\dot{k}_\mu \approx -\mu A^4 < 0$ (A – амплитуда солитона) возрастающей линейной дисперсией второго порядка, смещающей пространственный спектр солитона в коротковолновую область $\dot{k}_q = (\partial q / \partial \xi)(k - k_0)^2 > 0$. В этом случае найден устойчивый режим распространения коротких солитонов с неизменным пространственным спектром, постоянной амплитудой и протяженностью.

Новизна: Результаты исследования новы и могут иметь практическое приложение для оптических волоконных линий связи с индуцированным рассеянием Рамана, переменной дисперсией второго порядка и потерями.

Ключевые слова: короткие солитоны, индуцированное рассеяние Рамана, пространственная неоднородность, линейная дисперсия второго порядка, нелинейная дисперсия, потери, адиабатическое приближение.

Введение

Интерес к солитонам обусловлен возможностью их распространения на значительные расстояния с сохранением своей формы и переноса энергии и информации без значительных потерь. Солитонные решения возникают во многих нелинейных моделях различных областей физики при исследовании распространения интенсивных волновых полей в нелинейных диспергирующих средах: оптических импульсов в волоконных линиях связи, поверхностных волн на воде [1–3]. В оптике значительное внимание уделяется солитонам в волоконно-оптических линиях связи [4]. Распространение высокочастотных волновых пакетов достаточно большой протяженности может быть описано нелинейным уравнением Шредингера [5–6], учитывающим линейную дисперсию второго порядка (second-order dispersion) и кубическую нелинейность. Солитонное решение в этом уравнении возникает в результате баланса дисперсионного разбегания и нелинейного сжатия волнового пакета.

Уменьшение протяженности высокочастотных волновых пакетов приводит к необходимости учета в модельных нелинейных уравнениях членов более высокого (третьего) порядка малости, соответствующих как линейным абберационным эффектам дисперсии третьего порядка (third-order dispersion), так и нелинейным эффектам укручения (nonlinear dispersion) [7] и индуцированного рассеяния Рамана (stimulated Raman-scattering) [8]. Это приводит к нелинейному уравнению Шредингера третьего порядка [9–15] как базовому уравнению

третьего приближения теории дисперсии нелинейных волн. В пренебрежении индуцированным рассеянием, солитонное решение в этом уравнении возникает в результате баланса линейного абберационного искажения волнового импульса, обусловленного линейной дисперсией третьего порядка и нелинейных изменений, обусловленных нелинейной дисперсией. Учет индуцированного рамановского рассеяния приводит к смещению спектра волнового пакета в область малых значений и нарушает устойчивость распространения коротких солитонов.

Так, индуцированное рамановское рассеяние во временном представлении, отвечающее запаздыванию нелинейного отклика, приводит к смещению частотного спектра волнового пакета в область малых частот [8]. В [16] рассматривалась возможность компенсации этого эффекта линейными полями излучения из солитонного ядра, ускоряющими ядро и, как следствие, увеличивающими частоту солитона. Возможность компенсации эффекта рамановского рассеяния в пространственно неоднородных средах рассматривалась для сред с периодическим законом изменения дисперсии второго порядка [17], с уменьшающейся по абсолютной величине аномальной дисперсией (dispersion decreasing fiber) [18] и сред со смещающейся точкой нулевой линейной дисперсии (zero dispersion point) [19].

Индуцированное рамановское рассеяние в пространственном представлении, отвечающее нелокальности нелинейного отклика, приводит к смещению пространственного спектра волнового пакета в длинноволновую область. В тоже время пространственная неоднородность параметров среды также приводит к изменению волнового числа [20]. Так, в геооптометрическом приближении скорость изменения волнового числа пакета при движении в плавно неоднородной среде описывается хорошо известным соотношением $\dot{k} = -\omega'_\xi$, где $\omega = \omega(k, \xi)$ – линейное дисперсионное соотношение. В частности, при пространственной неоднородности линейной дисперсии второго порядка $q = -\omega''_{kk}$ скорость изменения волнового числа пакета пропорциональна градиенту дисперсии $\dot{k} = q'_\xi (k - k_0)^2$ и при $q'_\xi > 0$ волновое число пакета растет. Баланс этих эффектов может приводить к стабилизации пространственного спектра коротких волновых пакетов.

В данной работе рассмотрено распространение коротких солитонов огибающей с учетом рамановского рассеяния в пространственном представлении в неконсервативных средах с монотонно меняющейся линейной дисперсией второго порядка и с потерями. Показана возможность стабилизации пространственного спектра коротких солитонов при возрастающей дисперсии и потерях, не превышающих критического значения.

Основное уравнение

Рассмотрим динамику высокочастотного волнового поля $U(\xi, t) \exp(i\omega t - ik\xi)$ малой протяженности (в несколько длин волн) и малой длительности (в несколько периодов) в рамках модельного нелинейного эволюционного уравнения Шредингера третьего порядка с плавно неоднородной линейной дисперсией второго порядка, линейными потерями и индуцированным рамановским рассеянием в пространственном представлении:

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + q(\xi, t) \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + 2\alpha U |U|^2 + 2i\beta \frac{\partial(|U|^2 U)}{\partial \xi} + \mu U \frac{\partial(|U|^2)}{\partial \xi} + i\gamma \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} + i\nu U = 0, \quad (1)$$

где $\omega = \omega(k, |U|^2)$ – нелинейное дисперсионное соотношение; $q = -\partial^2 \omega / \partial k^2$ – коэффициент линейной дисперсии второго порядка; $\alpha = -\partial \omega / \partial(|U|^2)$ – коэффициент кубичной нелинейности; $\gamma = -\partial^3 \omega / (3\partial k^3)$ – коэффициент линейной дисперсии третьего порядка; β – коэффици-

ент нелинейной дисперсии; μ – коэффициент индуцированного рассеяния Рамана; ν – коэффициент линейных потерь.

Изменение энергии волнового пакета

Умножим (1) на величину U^* , комплексно сопряженную к U , и вычтем из полученного уравнения комплексно ему сопряженное. Интегрируя полученное уравнение по ξ от $-\infty$ до ∞ при нулевых условиях на бесконечности $U|_{\xi \rightarrow \pm\infty} \rightarrow 0$, получим для скорости изменения энергии волнового пакета

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 d\xi = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial q}{\partial \xi} \left(U^* \frac{\partial U}{\partial \xi} - U \frac{\partial U^*}{\partial \xi} \right) d\xi - \nu \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 d\xi. \quad (2)$$

Первое слагаемое в правой части (2) отвечает изменению энергии волнового пакета, обусловленному неоднородностью линейной дисперсии второго порядка, второе – линейными потерями.

Изменение импульса волнового пакета

Продифференцируем (1) по ξ и умножим полученное уравнение на U^* . Сложим полученное уравнение с комплексно ему сопряженным. Затем, складывая полученное уравнение с комплексно сопряженным и интегрируя полученное соотношение по ξ от $-\infty$ до ∞ при нулевых условиях на бесконечности $U|_{\xi \rightarrow \pm\infty} \rightarrow 0$, получим для скорости изменения импульса волнового пакета

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(U^* \frac{\partial U}{\partial \xi} - U \frac{\partial U^*}{\partial \xi} \right) d\xi &= \mu \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial |U|^2}{\partial \xi} \right)^2 d\xi - \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial q}{\partial \xi} \frac{\partial U}{\partial \xi} \frac{\partial U^*}{\partial \xi} d\xi - i\nu \int_{-\infty}^{+\infty} \left(U^* \frac{\partial U}{\partial \xi} - U \frac{\partial U^*}{\partial \xi} \right) d\xi. \end{aligned} \quad (3)$$

Правая часть (3) описывает изменение импульса волнового пакета: первое слагаемое обусловлено индуцированным рамановским рассеянием, второе – неоднородностью дисперсии, третье – потерями. Обозначая $U = |U| \exp(i\phi)$, вводя локальное волновое число пакета $\partial\phi/\partial\xi = k$ и полагая масштабы неоднородностей дисперсии и волнового числа много большими масштаба неоднородности огибающей пакета $L_{q,k} \gg L_{|U|}$, соотношения (2) и (3) примут вид

$$N \frac{dk}{dt} = -\frac{\mu}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial |U|^2}{\partial \xi} \right)^2 d\xi + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial q}{\partial \xi} \right)_{\bar{\xi}} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial |U|^2}{\partial \xi} \right)^2 d\xi - Nk^2 \right) - \nu kN, \quad (4)$$

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{\partial q}{\partial \xi} \right)_{\bar{\xi}} kN - \nu N, \quad (5)$$

где $N = \int_{-\infty}^{\infty} |U|^2 d\xi$ – энергия волнового пакета; $\bar{\xi}(t) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} \xi |U|^2 d\xi$ – координата центра «масс»

волнового пакета. Правая часть (4) описывает изменение волнового числа пакета: первое слагаемое в правой части (4) отвечает индуцированному рамановскому рассеянию, второе – неоднородности линейной дисперсии второго порядка, третье – линейным потерям. Состоя-

ние равновесия системы (4)–(5), определяемое условиями $\dot{k} = \dot{N} = 0$, для волновых пакетов амплитуды A и протяженности Δ можно оценить следующим образом:

$$\mu A_*^2 \approx (q'_\xi)_{\bar{\xi}} (1 - \Delta^2 k_*^2) - 2\nu k_* \Delta^2, \quad (6)$$

$$(q'_\xi)_{\bar{\xi}} k_* \approx 2\nu. \quad (7)$$

С учетом (7) соотношение (6) примет вид

$$\mu A_*^2 (q'_\xi)_{\bar{\xi}} \approx (q'_\xi)_{\bar{\xi}}^2 - 8\Delta^2 \nu^2. \quad (8)$$

Так, для волновых пакетов с неизменной протяженностью $\Delta = \text{const}$ и при $\nu > 0$ (диссипативные среды) соотношение (8) реализуется при достаточно большой величине градиента дисперсии $\left| (q'_\xi)_{\bar{\xi}} \right| > 2\sqrt{2}\nu\Delta$.

Для волновых пакетов, амплитуда и протяженность которых связаны солитоноподобным соотношением $A\Delta = 1/\varepsilon = \text{const}$, соотношение (8) примет вид

$$\mu (q'_\xi)_{\bar{\xi}} A_*^4 - (q'_\xi)_{\bar{\xi}}^2 A_*^2 + 8\varepsilon^2 \nu^2 = 0.$$

Данное уравнение имеет положительные решения $A_*^2 > 0$ как при достаточно быстро возрастающей дисперсии $(q'_\xi)_{\bar{\xi}} > \sqrt[3]{32\mu\varepsilon^2\nu^2} > 0$, так и при любой убывающей $(q'_\xi)_{\bar{\xi}} < 0$.

В однородных стационарных средах при $q'_\xi = q'_t = 0$ без учета индуцированного рассеяния Рамана ($\mu = 0$) и потерь ($\nu = 0$) уравнение (1) имеет солитонное решение [13–14]:

$$U(\xi, t) = \frac{A}{\cosh(A\varepsilon\xi)} \exp(i\Omega t + iK\xi), \quad (9)$$

где A – амплитуда солитона; $\varepsilon = \sqrt{\beta/\gamma}$; $K = (q\beta - \alpha\gamma)/(2\beta\gamma)$ – добавочное волновое число; $V = \frac{1}{2} \left(\beta A^2 + Kq - \frac{3}{2} \gamma K^2 \right)$ – скорость движения солитона; $\Omega = \alpha A^2 + \frac{\alpha\gamma}{2\beta} K^2$ – добавочная частота солитона. Решение (9) существует при одинаковых знаках коэффициентов нелинейной дисперсии и линейной дисперсии третьего порядка $\beta\gamma > 0$. Данное решение является единственным устойчивым локализованным решением (1) в пренебрежении индуцированным рассеянием, неоднородностью дисперсии и потерями [15]. Учет индуцированного рамановского рассеяния, неоднородности среды и потерь приводит к изменению параметров солитона (9). Вначале рассмотрим динамику коротких солитонов в рамках (1) в адиабатическом приближении.

Адиабатическое приближение

Для детального анализа системы (4)–(5) рассмотрим динамику волновых пакетов, огибающая которых описывается \cosh -like функцией, а амплитуда A и протяженность Δ пакетов связаны солитоноподобным соотношением $A\Delta = 1/\varepsilon = \text{const}$. В этом случае решение системы (4)–(5) представим в виде

$$|U(\xi, t)| = \frac{A(t)}{\cosh(A(t)\varepsilon\xi)}. \quad (10)$$

В качестве примера взаимного действия эффектов индуцированного рамановского рассеяния и неоднородности дисперсии среды на динамику волновых пакетов рассмотрим в

дальнейшем среды с постоянным градиентом линейной дисперсии второго порядка $(q'_\xi)_\xi = q' = \text{const}$. В этом случае система (4)–(5) с учетом (10) примет вид

$$\frac{dk}{dt} = -\frac{4}{15}\varepsilon^2\mu A^4 + q'\left(\frac{1}{6}\varepsilon^2 A^2 - \frac{1}{2}k^2\right) - \nu k, \quad (11)$$

$$\frac{dA}{dt} = q'kA - \nu A. \quad (12)$$

Первое слагаемое в правой части (11) приводит к уменьшению волнового числа солитона и обусловлено индуцированным рамановским рассеянием, второе приводит к изменению волнового числа, обусловленному неоднородностью линейной дисперсии второго порядка, третье обусловлено линейными потерями. Нетрудно видеть, что при однородной дисперсии ($q' = 0$) система (11)–(12) имеет состояние равновесия лишь при нулевой амплитуде солитона $A = 0$. В этой связи ниже проанализируем систему (11)–(12) при $q' \neq 0$.

Возрастающая дисперсия

При $q' > 0$ (возрастающая дисперсия) система (11)–(12) в результате замены $\tau = tq'/2$, и $a = \varepsilon^2 A^2/3$ примет вид:

$$\frac{dk}{d\tau} = -pa^2 + a - k^2 - 2\nu k, \quad (13)$$

$$\frac{da}{d\tau} = 4ka - 4\nu a, \quad (14)$$

где $p = 24\mu/(5q'\varepsilon^2) > 0$ – параметр отношения коэффициента индуцированного рамановского рассеяния к градиенту дисперсии второго порядка; $\nu = \nu/q'$ – параметр отношения коэффициента линейных потерь к градиенту линейной дисперсии второго порядка.

Консервативные среды

При $\nu = 0$ и $p > 0$ система (13)–(14) имеет два состояния равновесия:

$$\begin{cases} a_0 = 0, \\ k_0 = 0 \end{cases} \quad \text{– седло,} \quad (15)$$

$$\begin{cases} a_0 = 1/p > 0, \\ k_0 = 0 \end{cases} \quad \text{– центр.} \quad (16)$$

Фазовые траектории системы (15)–(16) описываются выражением

$$\sqrt{a} \cdot k^2 + \frac{p}{5}\sqrt{a^5} - \frac{1}{3}\sqrt{a^3} = C = \sqrt{a_0} \cdot k_0^2 + \frac{p}{5}\sqrt{a_0^5} - \frac{1}{3}\sqrt{a_0^3}, \quad (17)$$

где $a_0 = a(0)$, $k_0 = k(0)$ – значения амплитуды и волнового числа солитона в начальный момент времени. На рис. 1 приведена фазовая плоскость (a, k) системы (15)–(16) при $\nu = 0$ и $p = 1$. Приведены траектории, соединяющие состояния равновесия (сепаратрисы). Траектория, проходящая через начало координат (сепаратриса), описывается уравнением эллипса

$$\left(a - \frac{5}{6p}\right)^2 + \frac{5}{p}k^2 = \left(\frac{5}{6p}\right)^2. \quad (18)$$

Внутри эллипса (18) реализуются локализованные траектории. В этом случае изменение волнового числа пакета носит периодический характер: смещение волнового числа вниз по спектру, обусловленное индуцированным рамановским рассеянием, компенсируется возрастающей дисперсией второго порядка, приводящей к увеличению волнового числа солитона. Наибольший интервал значений начальных волновых чисел k_0 , при которых возможны локализованные траектории из (18) составляет $|k_0| \leq (k_0)_{\max} = \sqrt{5/(9p)}$ и реализуется при начальной амплитуде солитона $a_0 = 5/6p$. Наибольший интервал значений начальных амплитуд солитона для реализации локализованных траекторий достигается при $k_0 = 0$ и составляет $0 \leq a_0 \leq 5/3p$.

Вне эллипса (18) реализуются нелокализованные траектории. В этом случае изменение волнового числа пакета носит непериодический характер: возрастающая линейная дисперсия второго порядка не компенсирует эффекта индуцированного рамановского рассеяния, что приводит в итоге к уменьшению волнового числа пакета.

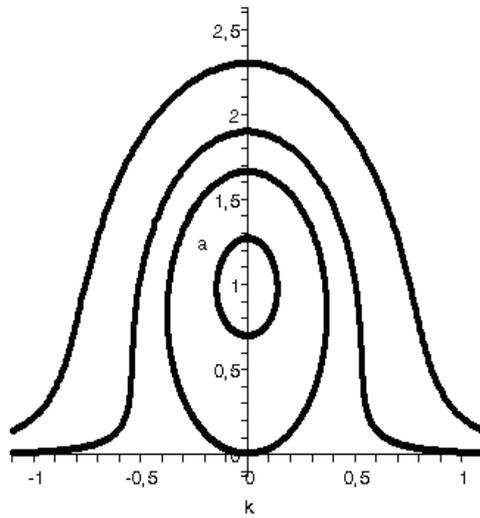


Рис. 1. Фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при $v = 0$ (консервативная среда) и $p = 1$

Неконсервативные среды

При $v \neq 0$ состояния равновесия системы (13)–(14) удовлетворяют системе уравнений

$$a(1 - pa) - k(k - 2v) = 0, \tag{19}$$

$$a(k - v) = 0. \tag{20}$$

При нулевой амплитуде солитона система (19)–(20) имеет два состояния равновесия:

$$\begin{cases} a_0 = 0, \\ k_0 = 0 \end{cases} \text{ — устойчивый узел,} \tag{21}$$

$$\begin{cases} a_0 = 0, \\ k_0 = -2v \end{cases} \text{ — седло.} \tag{22}$$

При $12pv^2 < 1$ система (19)–(20) имеет еще два состояния равновесия при ненулевой амплитуде солитона:

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1 - \sqrt{1 - 12pv^2}}{2p}, & \text{– седло,} \\ k_0 = v \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1 + \sqrt{1 - 12pv^2}}{2p}, \\ k_0 = v \end{cases} \quad (24)$$

Тип состояния равновесия (24) определяется величиной параметра pv^2 и знаком v .

1. Диссипативные среды

1.1. Малые потери. При $v < v_1 = 2/7\sqrt{p}$ состояние равновесия (24) является устойчивым фокусом. На рис. 2 приведена фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p = 1$ и $v = 0,2$, отвечающих малым потерям $v < v_1$. На рис. 2 приведены траектории, соединяющие состояния равновесия (сепаратрисы). В этом случае возможна компенсация индуцированного рамановского рассеяния при распространении коротких солитонов огибающей в неоднородно диспергирующих средах с потерями. Для такой компенсации начальные параметры солитона (амплитуда a_0 и волновое число k_0) должны лежать в области между сепаратрисами, идущими в правое седло (рис. 2).

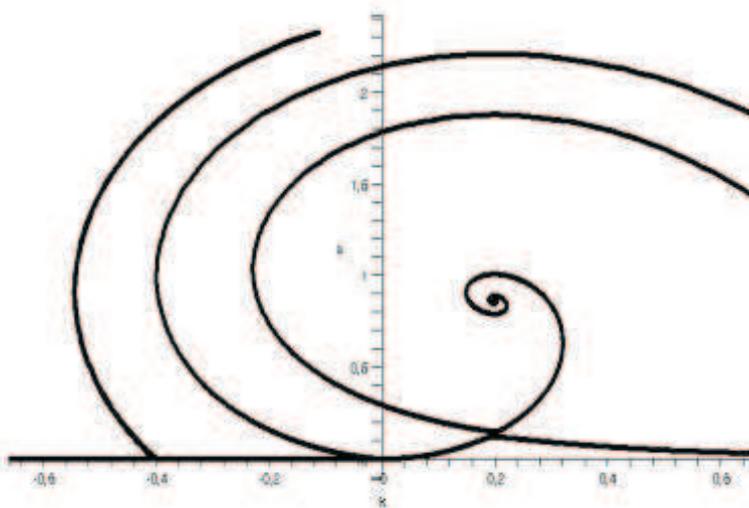


Рис. 2. Фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p = 1$ и $v = 0,2$, отвечающих малым потерям $v < v_1$.

Устойчивое состояние равновесия при ненулевой амплитуде солитона – фокус

1.2. Промежуточные потери. При $v_1 < v < v_* = 1/2\sqrt{3p}$ состояние равновесия (24) устойчивый узел. На рис. 3 приведена фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p = 1$ и $v = 0,286$, удовлетворяющих соотношению $v_1 < v < v_*$. В этом случае сохраняется возможность компенсации индуцированного рамановского рассеяния при распространении коротких солитонов в неоднородно диспергирующих средах с потерями (траектории, идущие в устойчивый узел). Для такой компенсации начальные параметры солитона (амплитуда a_0 и волновое число k_0) должны лежать в области между сепаратрисами, идущими в правое седло (рис. 3).

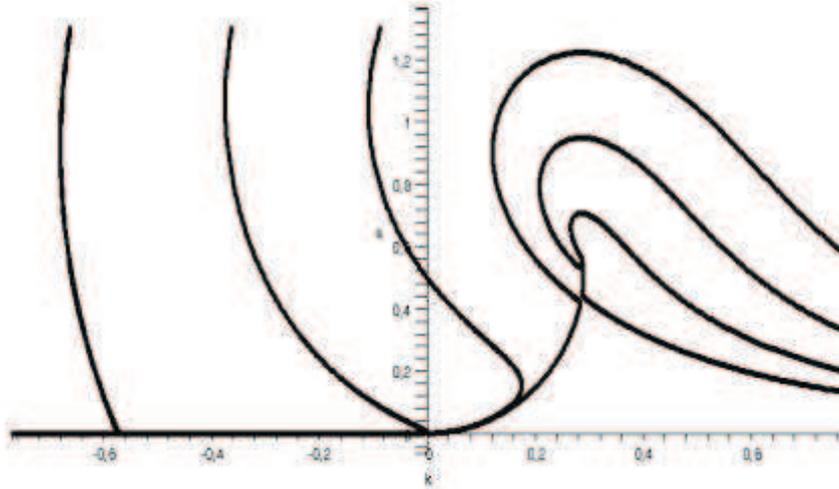


Рис. 3. Фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p = 1$ и $\nu = 0,286$, отвечающих промежуточным потерям $\nu_1 < \nu < \nu_*$. Устойчивое состояние равновесия при ненулевой амплитуде солитона – узел

1.3. Критические потери. При критическом значении потерь $\nu = \nu_*$ состояния равновесия (23) и (24) при ненулевой амплитуде солитона сливаются в одно

$$\begin{cases} a_0 = 1/(2p), \\ k_0 = \nu, \end{cases} \quad (25)$$

образуя устойчивый седло–узел. На рис. 4 приведена фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p = 1$ и $\nu = \sqrt{3}/6$, отвечающих критическим потерям $\nu = \nu_*$. Это соответствует пограничному режиму, при котором еще сохраняется возможность компенсации эффекта индуцированного рамановского рассеяния в неоднородно диспергирующих средах с потерями. Для такой компенсации начальные параметры солитона (амплитуда a_0 и волновое число k_0) должны лежать в области между сепаратрисами, идущими в седло–узел (рис. 4).

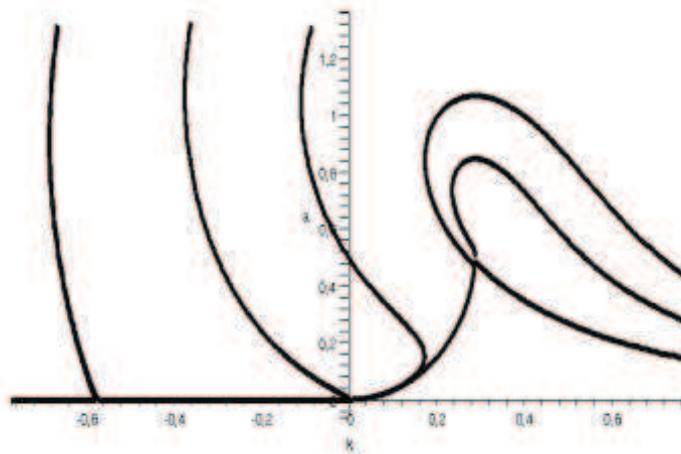


Рис. 4. Фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p = 1$ и $\nu = \sqrt{3}/6$, отвечающих критическим потерям $\nu = \nu_*$: два состояния равновесия сливаются, образуя устойчивый седло–узел

1.4. Большие потери. При потерях, превышающих критическое значение $\nu > \nu_*$, состояния равновесия (23) и (24) исчезают и система (13)–(14) имеет лишь два состояния равновесия (21) и (22) при нулевой амплитуде солитона. На рис. 5 приведена фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p=1$ и $\nu=0,4$, отвечающих большим потерям $\nu > \nu_*$. В этом случае компенсация эффекта индуцированного рамановского рассеяния при распространении коротких солитонов огибающей в неоднородно диспергирующих средах с потерями не возможна. Волновое число солитона при больших временах стремится либо к $-\infty$ либо к нулю при $a \rightarrow 0$.

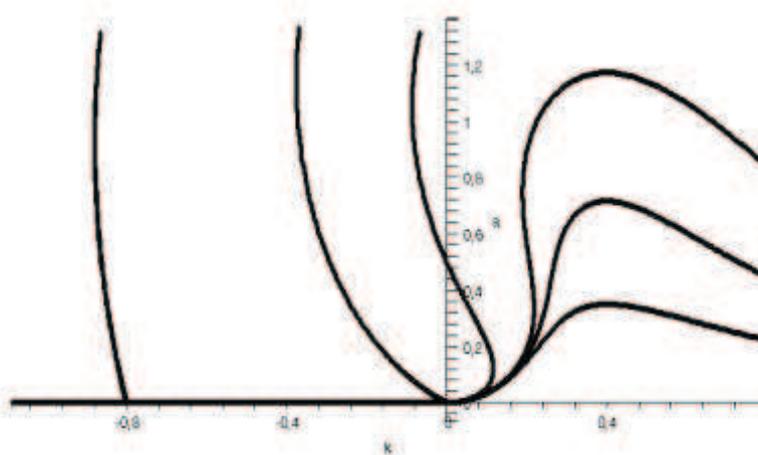


Рис. 5. Фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при значениях параметров $p=1$ и $\nu=0,4$, отвечающих большим потерям $\nu > \nu_*$

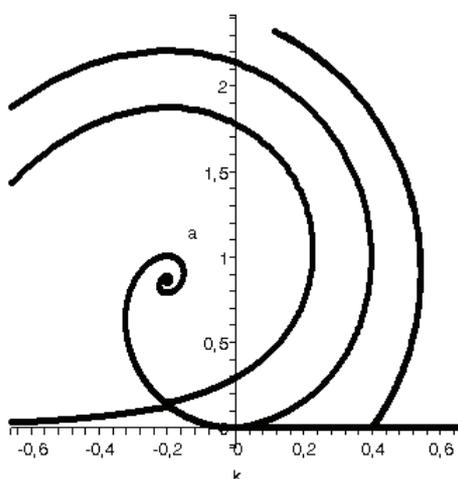


Рис. 6. Фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при $p=1$ и $\nu=-0,2$ (активная среда). Состояния равновесия при ненулевой амплитуде солитона неустойчивы

2. Активные среды

При отрицательных значениях параметра ν (активные среды) фазовые плоскости (a, k) системы (13)–(14) могут быть получены из фазовых плоскостей системы при положительных значениях ν заменой $k \rightarrow -k$ и изменением направления движения по фазовым траекториям на противоположное. Это следует из инвариантности системы (13)–(14) относительно одновременных преобразований $\nu \rightarrow -\nu, k \rightarrow -k, \tau \rightarrow -\tau$. В частности, при отрицательных значениях параметра ν состояние равновесия (23) системы (13)–(14) – неустойчи-

вый фокус либо неустойчивый узел. На рис. 6 в качестве примера приведена фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при $p = 1$ и $v = -0,2$. При выбранных параметрах состояние равновесия (21) – неустойчивый фокус. Отсюда следует, что при распространении солитонов в активной среде с возрастающей линейной дисперсией второго порядка ($q' > 0$) компенсация эффекта индуцированного рамановского рассеяния не возможна: волновое число пакета на больших временах стремится либо к $-\infty$, либо к нулю при $a \rightarrow 0$.

Убывающая дисперсия

При убывающей линейной дисперсии второго порядка $q' < 0$ (в этом случае $p < 0$) система (13)–(14) имеет два состояния равновесия (21) и (22) при нулевой амплитуде солитона и одно состояние равновесия при ненулевой амплитуде

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1 - \sqrt{1 - 12pv^2}}{2p}, \\ k_0 = v, \end{cases} \quad (26)$$

которое является седлом. На рис. 7 приведена фазовая плоскость системы (13)–(14) при $p = -1$ (убывающая дисперсия) и $v = -0,5$.

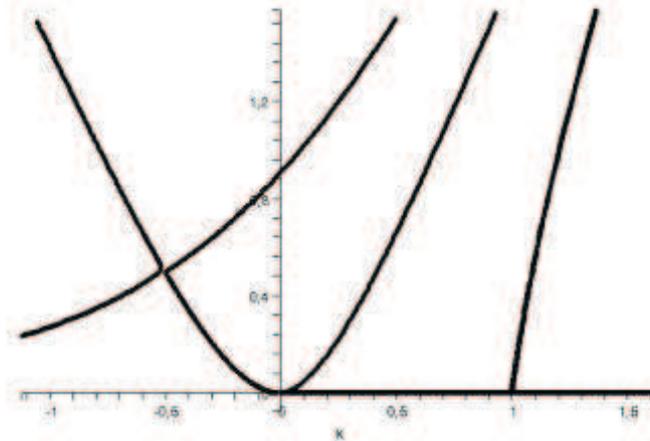


Рис. 7. Фазовая плоскость (a, k) системы (13)–(14) при $p = -1$ (убывающая дисперсия) и $v = -0,5$.

Состояние равновесия при ненулевой амплитуде солитона – седло

При положительных значениях v фазовые плоскости (a, k) системы (13)–(14) могут быть получены из фазовых плоскостей системы при отрицательных значениях v заменой $k \rightarrow -k$ и изменением направления движения по фазовым траекториям на противоположное. Это следует из инвариантности системы (13)–(14) относительно одновременных преобразований $v \rightarrow -v, k \rightarrow -k, \tau \rightarrow -\tau$. В том числе, при $v > 0$ и $p < 0$ состояние равновесия (26) остается седлом. Отсюда следует невозможность компенсации индуцированного рамановского рассеяния при распространении коротких солитонов огибающей в неконсервативных (как диссипативных, так и активных) средах с возрастающей линейной дисперсией второго порядка.

Заключение

В данной работе рассмотрена динамика коротких солитонов огибающей в рамках уравнений Шредингера третьего порядка с учетом индуцированного рамановского рассеяния и неоднородной линейной дисперсией второго порядка. Рассмотрение проведено аналитиче-

ски с использованием адиабатического приближения, при котором волновой пакет распространяется с сохранением солитоноподобной формы. При потерях, меньших критического значения $v \leq v^*$, показана возможность компенсации рамановского смещения пространственного спектра солитонов в длинноволновую область возрастающей дисперсией второго порядка ($q' > 0$), смещающей пространственный спектр пакета в коротковолновую область. В этом случае найден устойчивый режим распространения солитонов с постоянным волновым числом. При превышении критического значения потерь v^* , компенсация эффекта индуцированного рамановского рассеяния невозможна. При распространении коротких солитонов огибающей в неконсервативных средах с убывающей дисперсией второго порядка стабилизация эффекта индуцированного рамановского рассеяния тоже невозможна.

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (проект 12-02-00436-а).

В данной научной работе использованы результаты, полученные в ходе выполнения проекта № 11-01-0066, реализованного в рамках Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2012–2013 гг.

Библиографический список

1. **Yang, Y.** Solitons in Field Theory and Nonlinear Analysis / Y. Yang . – New York: Springer, 2001.
2. **Dickey, L.A.** Soliton Equation and Hamiltonian Systems / L.A. Dickey. – New York: World Scientific, 2005.
3. **Kivshar, Y.S.** Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals / Y.S. Kivshar, G.P. Agraval. – San Diego: Academic, 2003.
4. **Agraval G.P.** Fiber Optic Communication Systems / G.P. Agraval. – New York: Wiley, 2002.
5. **Zakharov, V.E.** Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media / V.E. Zakharov, A.B. Shabat // Sov. Phys. JETP. 34 (1972). 62–69.
6. **Hasegawa, A.** Transmission of Stationary Nonlinear Optical Physics in Dispersive Dielectric Fibers I: Anomalous Dispersion / A. Hasegawa, F. Tappert // Appl. Phys. Lett. 23 (1973). 142–144.
7. **Oliviera, J.R.** Analytical Solution for the Modified Nonlinear Schrodinger Equation Describing Optical Shock Formation / J.R. Oliveira, M.A. Moura // Phys. Rev. E 57 (1998). 4751–4755.
8. **Gordon, J.P.** Theory of the Soliton Self-frequency Shift // Opt. Lett. 11 (1986). 662–664.
9. **Kodama, Y. J.** Optical solitons in a monomode fiber // Stat. Phys. 39 (1985). 597–614.
10. **Zaspel, C.E.** Optical Solitary Wave and Shock Solutions of the Higher Order Nonlinear Schrodinger Equation // Phys. Rev. Lett. 82 (1999). 723–726.
11. **Hong, B.** New Jacobi functions solitons for the higher-order nonlinear Schrodinger equation / B. Hong, D. Lu // Inter. Journal of Nonlinear Science 7 (2009). 360–367.
12. **Karpman, V.I.** The extended third-order nonlinear Schrodinger equation and Galilean transformation // The European Physical Journal B 39 (2004). 341–350.
13. **Gromov, E.M.** Nonlinear Dynamics of Short Wave Trains in Dispersive Media / E.M. Gromov, V.I. Talanov // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 110 (1996). 137; Sov. Phys. JETP. 83 (1996). 73–79.
14. **Gromov, E.M.** Short Optical Solitons in Fibers / E.M. Gromov, V.I. Talanov // Chaos. 10 (2000). 551–558.
15. **Gromov, E.M.** Dynamics of wave packets in the frame of third-order nonlinear Schrödinger equation / E.M. Gromov, L.V. Piskunova, V.V. Tyutin, // Physics Letters A. 256 (1999). 153–158.
16. **Biancalama, F.** Theory of the soliton self-frequency shift compensation by the resonant radiation in photonic crystal fibers / F. Biancalama, D.V. Skrybin, A.V. Yulin // Phys. Rev. E 70 (2004). 011615.
17. **Essiambre, R.-J.** Timing jitter of ultrashort solitons in high-speed communication systems. I. General formulation and application to dispersion-decreasing fibers / R.-J. Essiambre, G.P. Agraval // Journal of the Optical Society of America B. 14 (1997). 314–322.
18. **Chernikov, S.** Soliton pulse compression in dispersion-decreasing fiber / S. Chernikov [et al.] // Optics letters. 18 (1993). 476–478.

19. **Andrianov, A.** DDF-based all-fiber optical source of femtosecond pulses smoothly tuned in the telecommunication range / A.Andrianov [et al.] // Laser Physics 17 (2007). 1296–1302.
20. **Essiambre, R.-J.** Timing jitter of ultrashort solitons in highspeed communication systems. II. Control of jitter by periodic optical phase conjugation / R.-J. Essiambre, G.P.Agrawal // Journal of the Optical Society of America B 14 (1997). 323–330.

Дата поступления
в редакцию 25.01.2012

N.V. Aseeva, E.M. Gromov, V.V. Tyutin

STABILIZATION OF SHORT SOLITON WAVE NUMBER SPECTRUM IN NON-CONSERVATIVE INHOMOGENEOUS DISPERSIVE MEDIA

National Investigate University – Higher School of Economics

Purpose: The new mechanism of short envelope solitons stabilization in the frame of the third-order nonlinear Schrodinger equations

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + q(\xi) \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + 2\alpha U |U|^2 + 2i\beta \frac{\partial(|U|^2 U)}{\partial \xi} + \mu U \frac{\partial(|U|^2)}{\partial \xi} + i\gamma \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} + i\nu U = 0$$

taking into account stimulated Raman-scattering μ , self-phase modulation α , inhomogeneous second-order linear dispersion $q(\xi)$, third-order linear dispersion γ , nonlinear dispersion β , and losses ν is proposed.

Approach: Soliton's dynamic investigated in adiabatic approximation.

Findings: Compensation of soliton's Raman self-wave number down shift $\dot{k}_\mu \approx -\mu A^4 < 0$ (A – soliton's amplitude) by the increasing second-order linear dispersion giving soliton wave number up shift $\dot{k}_q = (\partial q / \partial \xi)(k - k_0)^2 > 0$ and low losses $\nu < \nu_*$ (ν_* – critical losses value) is shown. The stable regime of soliton's propagation with invariable wave number spectrum, constant amplitude and length is found. The soliton is considered as a balance of stimulated Raman-scattering and increasing second-order linear dispersion. In medium with high losses ($\nu > \nu_*$) or decreasing second-order linear dispersion ($\partial q / \partial \xi < 0$) compensation of stimulated Raman-scattering by the inhomogeneous second-order linear dispersion is impossible. Critical losses value is found.

Originality: The obtained results is original and can be important for optical fibers application.

Key words: third-order nonlinear Schrodinger equation, stimulated Raman-scattering; inhomogeneous, second-order linear dispersion, third-order linear dispersion, nonlinear dispersion, losses, short solitons, adiabatic approximation.