УДК 539.3

А.В. Михеев

ВЛИЯНИЕ СДВИГА НА ЛОКАЛЬНУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОГИХ ОРТОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

1. Введение. Для решения задачи о потере устойчивости тонких пологих оболочек под действием безмоментных усилий в ряде случаев применим так называемый локальный подход, заключающийся в "замораживании" коэффициентов системы уравнений устойчивости ([1]). В [2] этот подход был применен автором при рассмотрении задачи о потере устойчивости пологой трансверсально изотропной оболочки модели Тимошенко на упругом основании (см. [3]). Цель данной работы — обобщить результат, полученный в [2], на случай ортотропных оболочек. Сходные задачи с другими условиями уже рассматривались в ряде работ. Так, в статье [4] анализируется влияние поперечного сдвига на устойчивость сферической оболочки под действием равномерного давления. В работе [5] исследуется вопрос о потере устойчивости анизотропных оболочек модели Кирхгоффа-Лява. В [6] изучается влияние поперечного сдвига на устойчивость стеклопластиковых пластинок, находящихся на упругом основании. В работе [7] рассматривается вопрос о потере устойчивости пологих трансверсально изотропных оболочек модели Кирхгоффа — Лява на упругом основании.

2. Постановка задачи. Рассматривается пологая ортотропная оболочка на упругом основании, находящаяся под действием безмоментных начальных усилий. Предполагается справедливость гипотезы Тимошенко и соотношений технической теории оболочек. Требуется получить общий вид уравнений устойчивости и выражение для критической нагрузки, и исследовать влияние сдвига на критическую нагрузку на конкретном примере. В качестве такового рассматривается сферическая оболочка из стеклопластика.

3. Уравнения устойчивости пологих ортотропных оболочек модели Тимошенко на упругом основании. Введем на серединной поверхности рассматриваемой оболочки систему криволинейных координат α, β так, чтобы их направления совпали с направлениями главных кривизн. Система уравнений равновесия модели Тимошенко для пологой ортотропной оболочки на упругом основании в проекциях на орты после деформации будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + q_1 = 0, \qquad \{1,2\}\\
&\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + (k_1 + \varkappa_1)T_1 + 2\tau S + (k_2 + \varkappa_2)T_2 + q_n + P = 0,\\
&\frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + Q_1 = 0 \qquad \{1,2\}
\end{aligned} \tag{1}$$

где A, B — коэффициенты первой квадратичной формы серединной поверхности оболочки, R_1, R_2 — главные радиусы кривизны, $x = \alpha A$, $y = \beta B$, $k_i = 1/R_i$ (i=1,2), T_1, T_2, S — тангенциальные усилия, Q_1, Q_2 — перерезывающие усилия, M_1, M_2, H — изгибающие и крутящий моменты, q_1, q_2, q_n — проекции ннтенсивности внешней нагрузки, отнесенные к единице площади серединной поверхности, P — реакция основания,

$$
\begin{aligned}
&T_1 = \frac{E_1 h(\varepsilon_1 + \nu_{21}\varepsilon_2)}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad M_1 = \frac{E_1 h^3(\varkappa_1' + \nu_{21}\varkappa_2')}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad Q_1 = G_{13}' h(\varphi_1 - \gamma_1) \qquad \{1,2\} \\
&S = G_{12} h\omega, \quad H = \frac{G_{12}h^3\tau'}{6} \\
&\epsilon_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} - k_1 w, \quad \gamma_1 = -\frac{\partial w}{\partial x} - k_1 u_1, \quad \varkappa_1 = -\frac{\partial \gamma_1}{\partial x}, \quad \varkappa_1' = -\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \qquad \{1,2\} \\
&\omega = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x}, \quad \tau = -\frac{\partial \gamma_1}{\partial y}, \quad \tau' = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x}\right)
\end{aligned}
$$

Здесь h — толщина оболочки, φ_1, φ_2 — углы поворота волокон, u_1, u_2, w — проекции перемещения, G_{12} — модуль сдвига в касательном направлении, G_{13}, G_{23} — модули сдвига в трансверсальном направлении, $G_{i3}' = kG_{i3}$, где $i = 1, 2$, $k = \dfrac{5}{6}$ — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряжений сдвига по толщине оболочки, ν_{12}, ν_{21} — коэффициенты Пуассона, символ {1,2} означает, что имеет место еще одно соотношение, полученное циклической перестановкой x, y; $1, 2$. В отличие от модели Кирхгоффа-Лява, данная система имеет не восьмой, а десятый порядок.

Полагая нагрузку следящей, заменим каждую из входящих в систему (1) неизвестных функций φ_1, φ_2, u_1, u_2, w, суммами двух слагаемых $\varphi_1^0 + \varphi_1$, $\varphi_2^0 + \varphi_2^0$, $u_1^0 + u_1$, $u_2^0 + u_2$, $w^0 + w$, где первые слагаемые — функции, соответствующие исследуемому напряженному состоянию, а вторые — их малые вариации. Производя линеаризацию, получаем следующую систему уравнений устойчивости:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = 0, \qquad \{1,2\} \\
&\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + k_1 T_1 + k_2 T_2 + T_1^0 \varkappa_1 + 2S^0\tau + T_2^0\varkappa_2 + P = 0, \\
&\frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + Q_1 = 0 \qquad \{1,2\}
\end{aligned} \tag{2}
$$

где $\{T_1^0, T_2^0, S^0\} = -\lambda\{t_1, t_2, t_3\}$, T_1^0, T_2^0, S^0 — начальные усилия, λ — параметр нагружения. Величины t_1, t_2, t_3 являются безразмерными и имеют порядок единицы. Введем функции усилий Φ, Ψ, Θ таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

$$
T_1 = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad T_2 = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad S = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}, \quad \varphi_1 = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \varphi_2 = -\frac{\partial \Theta}{\partial y}
$$

Тогда из системы (2) получим:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{E_1 h}\frac{\partial^4\Phi}{\partial y^4}+\frac{1}{E_2 h}\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^4}+\left(\frac{1}{G_{12}h}-\frac{\nu_{12}}{E_2 h}-\frac{\nu_{21}}{E_1 h}\right)\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^2\partial y^2}+\Delta_k w=0\\
&G'_{13}h\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\right)+G'_{23}h\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}\right)+\Delta_k\Phi+\Delta_T w+P=0\\
&E_1\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+G_{12}n_\nu\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+(E_\nu+G_{12}n_\nu)\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}+\alpha_1(w-\Psi)=0\\
&E_2\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}+G_{12}n_\nu\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}+(E_\nu+G_{12}n_\nu)\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\alpha_2(w-\Theta)=0
\end{aligned}\tag{3}$$

Здесь $E_\nu=E_1\nu_{21}=E_2\nu_{12}$, $\quad n_\nu=1-\nu_{12}\nu_{21}$, $\quad \alpha_1=\dfrac{12G_{13}n_\nu}{h^2}$ $\{1,2\}$,
$\Delta_k=k_2\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+k_1\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\Delta_T=T_1^0\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+2S^0\dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}+T_2^0\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Будем искать решения (3) в виде

$$w=w_0e^{iz},\quad \Phi=\Phi_0e^{iz},\quad \Psi=\Psi_0e^{iz},\quad \Theta=\Theta_0e^{iz},\quad z=\frac{px+qy}{R}$$

где R — характерный линейный размер срединной поверхности(например, радиус кривизны). Согласно [2], для реакции основания имеем: $P=-\dfrac{E_0a_0rw}{R}$, где $r=\sqrt{p^2+q^2}$, E_0,ν_0 — модуль Юнга и коэффициент Пуассона основания соответственно, $a_0=\dfrac{2\,(1-\nu_0)}{(1+\nu_0)\,(3-4\nu_0)}$.

Выражая параметр нагружения $\Lambda=\dfrac{\lambda}{h}$ из (3), получим:

$$\Lambda=\frac{1}{t_1p^2+2t_3pq+t_2q^2}\left(\frac{(\rho_2p^2+\rho_1q^2)^2}{\frac{q^4}{E_1}+\frac{p^4}{E_2}+(\frac{1}{G_{12}}-\frac{\nu_{12}}{E_2}-\frac{\nu_{21}}{E_1})p^2q^2}+\frac{G'_{13}p^2P_1+G'_{23}q^2P_2}{Q}+\right.$$
$$\left.+\frac{E_0a_2}{h_*}\sqrt{p^2+q^2}\right)$$

где $h_*=\dfrac{h}{R}$, $\rho_i=Rk_i$, $A_i=\dfrac{12G'_{13}n_\nu}{h_*^2}$ $(i=1,2)$

$P_1(p,q)=E_2G_{12}n_\nu q^4+E_1G_{12}n_\nu p^4+(E_1E_2-2E_\nu G_{12}n_\nu-E_\nu^2)p^2q^2+E_1A_2p^2+$
$+\,(2G_{12}A_2n_\nu+A_2E_\nu)q^2$
$P_2(p,q)=E_1G_{12}n_\nu p^4+E_2G_{12}n_\nu q^4+(E_1E_2-2E_\nu G_{12}n_\nu-E_\nu^2)p^2q^2+E_2A_1q^2+$
$+\,(2G_{12}A_1n_\nu+A_1E_\nu)p^2$
$Q(p,q)=E_1G_{12}n_\nu p^4+E_2G_{12}n_\nu q^4+(E_1E_2-2E_\nu G_{12}n_\nu-E_\nu^2)p^2q^2+(E_1A_2+G_{12}A_1n_\nu)p^2+$
$+\,(E_2A_1+G_{12}A_2n_\nu)q^2+A_1A_2$

Пусть $E_2=c_1E_1$, $\quad G_{12}=c_2E_1$, $\quad p=\dfrac{s\cos\varphi}{h_*^{1/2}}$, $\quad q=\dfrac{s\sin\varphi}{h_*^{1/2}}$, $\omega=\dfrac{E_0a_0}{E_1h_*^{3/2}}$,

$a_i = \dfrac{E_1}{A_i h_*}$ $(i = 1, 2)$, $\quad \Lambda' = \dfrac{\Lambda}{E_1 h_*}$. Тогда

$$\Lambda'(s,\varphi,\omega) = \frac{1}{f_T(\varphi)}\left(\frac{f_R(\varphi)}{s^2 f(\varphi)} + \frac{s^2}{12n_\nu}\frac{g_1(s,\varphi)\cos^2\varphi + g_2(s,\varphi)\sin^2\varphi}{g_3(s,\varphi)} + \frac{\omega}{s}\right)$$

где

$f_R(\varphi) = (\rho_2\cos^2\varphi + \rho_1\sin^2\varphi)^2, \quad f_T(\varphi) = t_1\cos^2\varphi + 2t_3\cos\varphi\sin\varphi + t_2\sin^2\varphi,$

$f(\varphi) = \sin^4\varphi + \dfrac{\cos^4\varphi}{c_1} + \left(\dfrac{1}{c_2} - \dfrac{\nu_{12}}{c_1} - c_1\nu_{12}\right) sin^2\varphi cos^2\varphi,$

$g_1(s,\varphi) = c_1c_2a_2n_\nu s^2\sin^4\varphi + c_2a_2n_\nu s^2 cos^4\varphi + c_1a_2(1-2c_2\nu_{12})n_\nu s^2\cos^2\varphi\sin^2\varphi +$
$(2c_2n_\nu + c_1\nu_{12})\sin^2\varphi + \cos^2\varphi,$

$g_2(s,\varphi) = c_1c_2a_1n_\nu s^2\sin^4\varphi + c_2a_1n_\nu s^2\cos^4\varphi + c_1a_1(1-2c_2\nu_{12})n_\nu s^2\cos^2\varphi\sin^2\varphi +$
$(2c_2n_\nu + c_1\nu_{12})\cos^2\varphi + c_1\sin^2\varphi,$

$g_3(s,\varphi) = c_1c_2a_1a_2n_\nu s^4\sin^4\varphi + c_2a_1a_2n_\nu s^4\cos^4\varphi + c_1a_1a_2(1-2c_2\nu_{12})n_\nu s^4\cos^2\varphi\sin^2\varphi +$
$(c_1a_2 + c_2a_1n_\nu)s^2\sin^2\varphi + (a_1 + c_2a_2n_\nu)s^2\cos^2\varphi + 1$

Критическое значение параметра нагружения получаем после минимизации функции $\Lambda'(s,\varphi,\omega)$ по переменным s,φ:

$$\Lambda'_*(\omega) = \min_{s,\varphi}{}^{+}\Lambda'(s,\varphi,\omega) = \Lambda'(s_*,\varphi_*,\omega)$$

где знак $^+$ говорит о том, что ищется положительный минимум, а звездочка указывает на критические значения соответствующих величин. Предполагается также, что существуют такие φ, при которых $f_T(\varphi) > 0$.

4. Частные случаи. Рассмотрим два частных случая, к которым сводится выражение для параметра нагружения Λ'.

4.1. Трансверсально изотропная оболочка модели Тимошенко на упругом основании. В этом случае $E_1 = E_2 = E, \quad \nu_{12} = \nu_{21} = \nu, \quad G_{12} = \dfrac{E}{2(1+\nu)},$
$G'_{13} = G'_{23} = G', \quad a = a_1 = a_2 = \dfrac{Eh_*}{12G'n_\nu},$

$$\Lambda'(s,\varphi,\omega) = \frac{1}{f_T(\varphi)}\left(\frac{f_R(\varphi)}{s^2} + \frac{s^2}{12n_\nu}\frac{1}{as^2+1} + \frac{\omega}{s}\right)$$

Данное выражение совпадает с полученным в [2].

4.2. Ортотропная оболочка оболочка модели Кирхгоффа-Лява на упругом основании. Рассмотрим, как упростится выражение для Λ', когда модули сдвига a_1, a_2 равны нулю. В этом случае

$$\Lambda'(s,\varphi,\omega) = \frac{1}{f_T(\varphi)}\left(\frac{f_R(\varphi)}{s^2 f(\varphi)} + \frac{s^2}{12n_\nu}g(\varphi) + \frac{\omega}{s}\right)$$

где

$$g(\varphi) = \cos^4\varphi + c_1\sin^4\varphi + (2c_1\nu_{12} + 4c_2(1-c_1\nu_{12}^2))\cos^2\varphi\sin^2\varphi$$

5. Пример. Пусть у нас имеется ортотропная сферическая оболочка из стеклопластика со следующими характеристиками([8]): $E_1 = 36 * 10^3$МПа, $E_2 = 26.3 * 10^3$МПа, $G_{12} = 4.9 * 10^3$МПа, $G_{13} = 4.4 * 10^3$МПа, $G_{23} = 4 * 10^3$МПа, $\nu_{12} = 0.105$. В данном случае $\rho_1 = \rho_2 = 1$, $c_1 = 0.73$, $c_2 = 0.14$, $G'_{13} = 3.7 * 10^3$МПа, $G'_{23} = 3.3 * 10^3$МПа. Безразмерную толщину оболочки h_* полагаем равной 0.01. При однородном сжатии сферы (случай 1) $t_1 = t_2 = 1$, $t_3 = 0$, при чистом сдвиге (случай 2) $t_1 = t_2 = 0$ и $t_3 = 1$, при сжатии вдоль направления α (случай 3) $t_1 = 1$, $t_2 = t_3 = 0$, и, наконец, при сжатии вдоль направления β (случай 4) $t_2 = 1$, $t_1 = t_3 = 0$. Проанализируем, как влияют параметры сдвига a_1 и a_2 на зависимость параметра критической нагрузки $\Lambda'_*(\omega)$, параметра волнообразования $s_*(\omega)$ и угла наклона вмятин $\varphi_*(\omega)$ от коэффициента жесткости основания ω в случаях $1 - 4$.

5.1. Критическая нагрузка. Зависимость $\Lambda'_*(\omega)$ для случаев 1,3 и 4 отображена на рисунках 1 и 2. Здесь iK- график зависимости $\Lambda'_*(\omega)$ в модели Кирхгоффа — Лява для i-го случая(i=1,3,4), iT -аналогичные кривые для случаев 1, 3 и 4 в модели Тимошенко. Значения параметра критической нагрузки при некоторых ω в случаях $1 - 4$ представлены также в таблице 1.(К-модель Кирхгоффа-Лява, Т-модель Тимошенко). Как видно из графиков и таблицы, значение критической нагрузки монотонно возрастает с увеличением ω. Значение критической нагрузки для однородного сжатия весьма при данных характеристиках упругости материала оболочки весьма близко к ее значению для чистого сдвига. Поэтому кривые для случая 2 из соображений удобства не приводятся. Влияние параметра сдвига на критическую нагрузку относительно невелико — в каждом из случаев $1 - 4$ относительная поправка составляет приблизительно от 0.5 % при $\omega = 0$ до 4 % при $\omega = 10$. Таким образом, с возрастанием жесткости основания влияние сдвига на значение критической нагрузки также возрастает.Более подробно зависимость относительной погрешности(в процентах) от жесткости основания для случая 1 представлена на рисунке 3. Наибольшее значение критическая нагрузка принимает при сжатии вдоль наиболее прочной параллели $\alpha(4)$, немного меньшее значение она принимает для сжатия вдоль $\beta(3)$, затем идут чистый сдвиг(2) и однородное сжатие(1).

Таблица 1.

	1		**2**		**3**		**4**	
ω	**K**	**T**	**K**	**T**	**K**	**T**	**K**	**T**
0	0.296	0.294	0.297	0.294	0.450	0.446	0.425	0.421
0.5	0.559	0.553	0.560	0.555	0.762	0.753	0.710	0.702
1	0.781	0.772	0.785	0.776	1.011	0.996	0.939	0.925
10	3.247	3.118	3.271	3.142	3.890	3.714	3.512	3.352

Рис.1 Рис.2 Рис.3

5.2. Угол наклона и размер вмятин. Вмятины, образовавшиеся при потере устойчивости, наклонены к оси β под углом $-\varphi_*$. Зависимость φ_* от ω отображена на рисунках 4, 5, 6 и в таблице 2. Условные обозначения на рисунках аналогичны тем, что были в п.1. В случае сжатия вдоль α угол наклона вмятин φ_* монотонно убывает от 0.44 при $\omega = 0$ до нуля при $\omega \geq 0.95$. При сжатии вдоль β угол φ_* монотонно возрастает от 1.12 при $\omega = 0$ пока не становится равным $\frac{\pi}{2}$ при $\omega \geq 1.53$. Как мы видим из таблицы 2, влияние сдвига на величину угла наклона вмятин минимально. Некоторое отличие имеет место лишь в случаях 3 и 4. О форме получившихся вмятин можно судить из таблиц 3 и 4. Как мы видим, при учете сдвига коэффициенты волнообразования p и q имеют несколько большее значение. В случае сжатия вдоль параллели α с увеличением ω вмятины вытягиваются вдоль β, и соответственно, при сжатии вдоль β вмятины вытягиваются вдоль α.

Рис.4 Рис.5 Рис.6

Таблица 2.

	1		**2**		**3**		**4**	
ω	**K**	**T**	**K**	**T**	**K**	**T**	**K**	**T**
0	0.825	0.825	0.804	0.804	0.438	0.436	1.127	1.130
0.5	0.858	0.858	0.810	0.810	0.237	0.230	1.285	1.290
1	0.876	0.877	0.812	0.812	0	0	1.395	1.405
10	0.915	0.923	0.814	0.814	0	0	1.571	1.571

Таблица 3.

	1				**2**			
	K		**T**		**K**		**T**	
ω	**p**	**q**	**p**	**q**	**p**	**q**	**p**	**q**
0	11.627	12.579	11.716	12.678	11.846	12.298	11.938	12.392
0.5	13.704	15.846	13.878	16.071	14.360	15.077	14.553	15.279
1	15.328	18.407	15.592	18.774	16.371	17.255	16.678	17.576
10	28.532	37.098	30.717	40.564	31.922	33.820	34.700	36.723

Таблица 4.

	3				4			
	K		**T**		**K**		**T**	
ω	**p**	**q**	**p**	**q**	**p**	**q**	**p**	**q**
0	14.997	7.031	15.161	7.0610	7.788	16.393	7.828	16.578
0.5	18.890	4.553	19.244	4.500	6.148	20.889	6.145	21.292
1	21.540	0	22.035	0	4.258	23.971	4.125	24.591
10	39.518	0	43.452	0	0	44.009	0	48.400

Литература

1. Товстик П. Е. Устойчивость тонких оболочек. М., Наука. 1995.

2. Михеев А.В. Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих оболочек на упругом основании // Асимптотические методы в механике деформируемого твердого тела. Сборник трудов, посвященных 70-летию профессора П.Е. Товстика. СПб., ВВМ, 2006.

3. Биргер И.А. Стержни, пластинки, оболочки. М., Физматлит, 1992.

4. Гнуни В.Ц. Анализ влияния поперечных сдвигов на характеристики жесткости, устойчивости и колебаний пологих оболочек двоякой постоянной кривизны // Известия НАН Армении. 2003. т. 56. №4. С. 39–45.

5. Haseganu E.M., Smirnov A.L.,Tovstik P.E. Buckling of thin anisotropic shells.// Trans. CSME. 2000. v.24, No 1B, P. 169–178.

6. Пелех Б.Л., Тетерс Г.А., Мельник Р.В. Об устойчивости стеклопластиковых пластинок, связанных с упругим основанием // Механика полимеров. 1968. №6. С. 1082–1088

7. Товстик П. Е. Локальная устойчивость пластин и пологих оболочек на упругом основании // Известия РАН. 2005. Вып.1. С. 147–160.

8. Агаловян Л.А., Гулгазарян Л.Г. Асимпотические решения неклассических краевых задач о собственных колебаниях ортотропных оболочек // Прикладная математика и механика. 2006. т. 70. вып. 1. С. 111–125.

Summary

A.V. Miheev. Influence of the shear parameter on local stability of shallow orthotropic shells on elastic base

In this work we consider the question of stability loss of shallow orthotropic shell on elastic base. Equations of stability and expression of load parameter are obtained. We compare the critical load for Kirchgoff-Love and Timoshenko models. The results obtained are illustrated by case of shell made of glass-fiber material.

А. В. Михеев. Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих ортотропных оболочек на упругом основании.

В данной работе исследуется вопрос потери устойчивости пологой ортотропной оболочки, находящейся на упругом основании. Получены уравнения устойчивости и выражения для параметра нагружения как для модели Кирхгоффа-Лява, так и для модели Тимошенко. Это позволяет провести сравнение критической нагрузки и оценить величину относительной погрешности, вносимой игнорированием поперечного сдвига. Теоретические результаты проиллюстрированы примером оболочки из стеклопластика

УДК 539.3

Михеев А. В. Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих ортотропных оболочек на упругом основании // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 200 Вып.( ) С. 00–00.

Иссследуется влияние сдвига на критическую нагрузку и форму потери устойчивости пологой ортотропной оболочки, находящейся на упругом основании. Подробно рассматриваются характеристики потери устойчивости сферической оболочки из стеклопластика при разных видах нагружения. Библиогр. 8 назв. Ил. 6. Табл. 4.