Министерство образования и науки Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Труды
57-й научной конференции МФТИ с международным участием, посвященной 120-летию со дня рождения П. Л. Капицы

Всероссийской научной конференции с международным участием
«Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики»

Всероссийской молодежной научной конференции с международным участием
«Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе»

24–29 ноября 2014 года

Управление и прикладная математика
Том 1

Москва–Долгопрудный–Жуковский
МФТИ
2014

Министерство образования и науки Российской Федерации

Российская академия наук

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Российский фонд фундаментальных исследований

Труды
57-й научной конференции МФТИ с международным участием, посвященной 120-летию со дня рождения П. Л. Капицы

Всероссийской научной конференции с международным участием
«Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики»

Всероссийской молодежной научной конференции с международным участием
«Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе»

24–29 ноября 2014 года

Управление и прикладная математика
Том 1

Москва–Долгопрудный–Жуковский
МФТИ
2014

УДК 519.6(06)
ББК 22.1
Т78

Т78 **Труды 57-й научной конференции МФТИ: Всероссийской научной конференции с международным участием «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики», Всероссийской молодежной научной конференции с международным участием «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе».** Управление и прикладная математика. Том 1. — М.: МФТИ, 2014. — 136 с.
ISBN 978-5-7417-0546-9

В первом томе представлены материалы по фундаментальной математике и различным направлениям прикладной математики, в частности, математическому моделированию в экономике, интеллектуальному анализу данных, исследованию операций, Computer Science. В этом году на факультете управления и прикладной математики (ФУПМ) открылась новая базовая кафедра с базовой организацией – Институт вычислительной математики (ИВМ РАН). В рамках 57-й научной конференции МФТИ сформирована новая секция вычислительных технологий и моделирования. Председателем секции стал директор ИВМ РАН, зав. базовой кафедрой ФУПМ, чл-корр. РАН Е.Е. Тыртышников. Тезисы докладов этой секции приведены в настоящем томе.

УДК 519.6(06)
ББК 22.1

Конференция поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (научные проекты № 14-02-20513 и № 14-37-10275).

ISBN 978-5-7417-0546-9

симаций с использованием теоремы Чернова. На примере гамильтониана осциллятора определена скорость сходимости аппроксимации средних значений операторов, наблюдаемых при увеличении порядка аппроксимаций и в зависимости от правила квантования. Показано, что сходимость аппроксимаций не является равномерной по параметру Гиббса.

Литература

1. *Chernoff P.R.* Note on Product Formulas for Operator Semigroups // J. Funct. Anal. 1968. 84. P. 238–242.
2. *Feynman R.P.* Space-time approach to nonrelativistic quantum mechanics // Rev. Mod. Phys. 1984. 20. P. 367–387.
3. *Feynman R.P.* An operation calculus having applications in quantum electrodynamics // Phys. Rev. 1951. 84. P. 108–128.
4. *Smolyanov O.G., Tokarev A.G., Truman A.* Hamiltonian Feynman path integrals via the Chernoff formula // J. Math. Phys. 2002. 43. 10. P. 5161–5171.
5. *Березин Ф.А.* Невинеровские континуальные интегралы // ТМФ. 1971. Т. 6, № 2. С. 194–212.
6. *Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж., Смолянов О.Г.* Скорость сходимости фейнмановских интегралов полугрупп, порождаемых гамильтонианом осциллятора // ТМФ. 2012. Т. 172, № 1. С. 122–137.

УДК 512.647

Следы форм высших степеней

Р.А. Гершгорин[1]***, И.В. Латкин***[2]***, А.В. Селиверстов***[1]

[1] Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

[2] Восточно-Казахстанский государственный технический университет им. Д. Серикбаева

`slvstv@iitp.ru`

Квадратичной форме соответствует симметричная матрица, след которой равен сумме коэффициентов квадратичной формы, за исключением мультилинейных членов. Как известно, след не меняется при ортогональных преобразованиях координат. Аналогично формам высших степеней можно сопоставить многочлены от коэффициентов немультилинейных членов, инвариантные при ортогональных преобразованиях. Такие инварианты являются естественным обобщением понятия следа.

Обозначим через Δ оператор Лапласа:

$$\Delta f = \sum_{k=0}^{n} \frac{\partial^2 f}{\partial x_k^2}.$$

Он инвариантен относительно ортогональных преобразований координат. Применяя оператор Лапласа к форме

$$f = \sum_{k=0}^{n} \alpha_k x_k^3 + \sum_{j\neq k} \beta_{jk} x_j^2 x_k + \sum_{0\leqslant i<j<k\leqslant n} \gamma_{ijk} x_i x_j x_k,$$

получим инвариантную линейную форму:

$$\frac{1}{2}\Delta f = \sum_{k=0}^{n} \left(3\alpha_k + \sum_{j\neq k} \beta_{jk} \right) x_k.$$

Возводя эту форму в квадрат, вновь применяя оператор Лапласа и отбрасывая числовой множитель, получим инвариантное числовое выражение:

$$\sum_{k=0}^{n}\left(3\alpha_k+\sum_{j\neq k}\beta_{jk}\right)^2,$$

которое не зависит от коэффициентов γ_{ijk}.

Аналогично можно получить и другие инварианты, но уже зависящие от коэффициентов γ_{ijk}, например, $\Delta\Delta\Delta(f^2)$.

Этот метод легко распространить на формы высших степеней. Применяя m раз оператор Лапласа к форме степени $2m+1$, получим инвариантную линейную форму. Далее, применяя оператор Лапласа к квадрату этой линейной формы, получим скалярный инвариант. С другой стороны, применяя оператор Лапласа к квадратичной форме, получим удвоенный след её матрицы. Аналогично, применяя m раз оператор Лапласа к форме степени $2m$, мы также получим инвариант, который зависит лишь от небольшого числа её коэффициентов.

Другой метод вычисления инвариантов основан на вычислении собственных значений симметричных тензоров [1, 2], точнее E-eigenvalues по терминологии из [1]. Отметим, что также обсуждается и другое определение собственных значений, неинвариантных в общем случае [1, 3].

Определитель матрицы выражается через следы её степеней. Аналогично, используя предложенное обобщение для следа, можно получать другие инварианты для форм высших степеней (или соответствующих симметричных тензоров). При этом след, зависящий лишь от небольшого числа коэффициентов формы, легко вычислим. Следовательно, вычислимы и некоторые другие инварианты. В то же время их вычисление на основе комбинации собственных значений представляет собой алгоритмически трудную задачу из-за экспоненциально большого числа различных собственных значений для форм степени три и выше [3].

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 13-04-40196-Н) и Комитета науки МОН РК (грант 0929/ГФЗ).

Литература

1. *Qi L.* Eigenvalues of a real supersymmetric tensor // Journal of Symbolic Computation. 2005. V. 40. P. 1302–1324.
2. *Cartwright D.*, *Sturmfels B.* The number of eigenvalues of a tensor // Linear Algebra and its Applications. 2013. V. 438, N 2. P. 942–952.
3. *Hu Sh.*, *Huang Zh.-H.*, *Ling Ch.*, *Qi L.* On determinants and eigenvalue theory of tensors // Journal of Symbolic Computation. 2013. V. 50. P. 508–531.

УДК 517.972

Корректность задачи с начальными условиями для гиперболических дифференциально-разностных уравнений со сдвигами временного аргумента

А. Акбари Фаллахи[1]

[1] Российский университет дружбы народов

arezoo-fallahi@mail.ru

В настоящей работе исследуются вопросы постановки и корректной разрешимости задачи с начальными условиями для модельного гиперболического дифферен-