Экспериментальная психология
2016. Т. 9. № 1. С. 69–81
doi:10.17759/exppsy.2016090106
ISSN: 2072-7593
ISSN: 2311-7036 (online)

Experimental Psychology (Russia)
2016, vol. 9, no. 1, pp. 69–81
doi:10.17759/exppsy.2016090106
ISSN: 2072-7593
ISSN: 2311-7036 (online)

СЛЕДУЯ ШАБЛОНУ: ПЕРЕНОС НАВЫКА МОДЕЛИРОВАНИЯ НА НЕТИПИЧНЫЕ ЗАДАЧИ

ТЮМЕНЕВА Ю.А.*, *Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия,*
e-mail: jutu@yandex.ru
ГОНЧАРОВА М.В.**, *Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия,*
e-mail: mg6969@mail.ru

Предметом настоящего исследования явилось изучение особенностей применения навыка математического моделирования, сформированного на типичных задачах, при решении задачи с нетипичным контекстом. В ходе эксперимента с участием 106 студентов-первокурсников была осуществлена оценка процессов переноса навыка математического моделирования с решения типичной задачи на решение нетипичной, но аналогичной первой по структуре. Результаты исследования показали, что качество и динамика протекания разных этапов моделирования при близком переносе отличаются от таковых при далеком переносе: при близком переносе происходит формальное воспроизведение шаблона, без его выравнивания с текстом новой задачи, что затрудняет дальнейшую интерпретацию; при далеком переносе моделирование подменяется обыденным способом решения – подбором. Таким образом, формирование навыка моделирования, как многоэтапного процесса, затруднено как при близком, так и при далеком переносе способов решения задачи с типичной на нетипичную.

Ключевые слова: перенос, математическое моделирование, текстовая задача, нетипичный контекст.

Математическое моделирование и типичность задачи

Математическое моделирование, с точки зрения формирования когнитивного навыка математического представления реальности, в психологической литературе изучается по большей части в связи с обучением решению текстовых задач в рамках школьного курса по математике. Умение строить идеальную модель некоторой ситуации (прежде всего, математическую) широко востребовано во многих областях человеческой деятельности (например, в экономике или управлении), но школьное обучение моделированию обычно ограничено так называемыми жизненными, или практическими, ситуациями, и построение моделей для этих ситуаций происходит на материале текстовых задач, например, «катер движется против течения реки со скоростью 10 км/ч; скорость течения реки 5 км/ч; какова собственная скорость катера?» То есть текстовая задача – это короткая, чаще всего совершенно искусственная история, которая описывает некоторые количественные отношения между различными объектами и требует математического решения.

Для цитаты:
Тюменева Ю.А., Гончарова М.В. Следуя шаблону: перенос навыка моделирования на нетипичные задачи // Экспериментальная психология. 2016. Т. 9. № 1. С. 69–81. doi:10.17759/exppsy.2016090106

**Тюменева Ю.А.* Кандидат психологических наук, старший научный сотрудник, Институт образования, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». E-mail: jutu@yandex.ru
***Гончарова М.В.* Студентка 2 курса магистратуры, Институт образования, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики. E-mail: mg6969@mail.ru

Несмотря на то, что мнения исследователей по отдельным вопросам определения математического моделирования расходятся, почти все они имеют единую точку зрения в отношении основной логики протекания этого процесса. В нем, как правило, выделяются несколько последовательных этапов. На первом этапе контекстная ситуация должна быть проанализирована, выделены ключевые элементы, задающие проблему, и их отношения. Этот этап заканчивается выявлением или построением структуры задачи. Далее структура ситуации (или ситуативная модель) моделируются с помощью математических понятий, процедур и соответствующих символов, т. е. строится математическая модель задачи. После вычислений и нахождения решения последнее интерпретируется с точки зрения поставленной проблемы, и если решение оказывается неверным, то происходит возврат к одному из этапов процесса моделирования в поисках ошибки (Салмина, 1988; Фридман, 1984; Blum, Ferri, 2009; Frejd, 2013).

Что касается самих текстовых задач, то они включают множество параметров, которые могут затруднить процесс математического моделирования. К таковым относятся: во-первых, сложность структуры отношений между параметрами задачи или изучаемыми объектами; во-вторых, контекст, или «сюжет», задачи также обладает рядом вариативных параметров – формой представления информации (например, кроме текста могут включаться таблицы или графики), наличием избыточных данных, использованием иллюстративного материала и пр.; и, наконец, еще одним важным параметром является соответствие структуры ситуации использованному контексту. Показано, например, что для задач на сложение обычно используются объекты из одной таксономической категории (яблоки складываются с грушами); задачи на простые дроби содержат дискретные переменные, а не непрерывные (Martin, Bassok, 2005; Rapp, et al., 2015). В школьных учебниках задачи с определенной математической структурой чаще всего имеют определенный набор сюжетов (Blessing, Ross, 1996). Поскольку количество математических моделей, на которых строятся текстовые задачи, в школьном курсе ограничено, то можно говорить о некотором количестве типов текстовых задач, где каждый тип имеет собственную математическую модель, или математическую структуру. Например, задачи на работу, как правило, включают в себя описание работы бассейнов и рабочих, выполняющих какую-то работу вместе и порознь; задачи на смеси включают описание сплавов или растворов; задачи на движение – описание движения пешеходов, велосипедистов или поездов. В исследовании Р. Майера (Mayer, 1986) идентифицировано восемь отдельных типов (отличающихся по своей математической структуре) алгебраических текстовых задач в американских учебниках: соотношение возрастов людей, банковские проценты и денежные расчеты, смеси, движение, течение реки, работа и пр. По отечественным учебникам таких исследований не проводилось, но известно, что задачи в нашей программе также типизированы: банковские проценты и денежные расчеты, движение, течение реки, смеси и сплавы, работа.

Поскольку в школьном обучении типичное содержание задачи, как правило, сочетается с типичной моделью ситуации, то решающий использует контекст задачи как подсказку для выбора подходящей модели. Ассоциация между контекстом задачи и математической моделью закрепляется до такой степени, что решающий может, не дочитывая задачу до конца, переходить к ее решению, едва приметив сигналы контекста, которые привязывают задачу к тому или иному типу. Соответственно, при использовании «чужого», нетипичного по отношению к определенной математической модели контекста, решение задачи существенно затрудняется (Blessing, Ross, 1996).

Как следует из вышеизложенного, типичность контекста определяет степецифику каждого этапа процесса моделирования: ориентацию в задаче, ее структурирование, построение математической модели, вычисления и интерпретацию решения, например, сокращение времени на ориентировку в задаче при решении типичной задачи. Более того, мы полагаем, что длительное и преимущественное решение типовых задач (когда контекст включает ограниченное число объектов и жестко связан с соответствующей математической моделью) влияет на формирование навыка построения математических моделей, и, более того, это влияние приобретает особенно выраженный характер на определенных этапах моделирования: ориентировки, структурирования и интерпретации, поскольку именно эти этапы зависят от новизны контекста.

Перенос умения моделировать в незнакомый контекст

Вторым важным вопросом остается вопрос о переносе умения строить математическую модель на задачу с незнакомым контекстом. Контекст задачи – один из основных параметров, определяющих успешность переноса (трансфера) модели или способа ее решения. Классическая причина неудавшегося трансфера (переноса) касается различий в контексте тренировочной и трансферной задачи. Из-за контекстных различий решающий не может выстроить аналогии между знакомой и новой задачей и, как следствие, не может применить выученный способ решения для новой задачи.

Степень различия между контекстами двух задач не может быть обозначена какой-либо строгой величиной и снижается в случае сравнения их контекстов по всем параметрам, которые данные различия определяют. Так выделяют, например, различия в предметных областях (например, математика и физика), в функциональной роли задачи (тестовая задача или реальная проблема), во временных интервалах между предъявляемыми задачами и пр. (см. для обзора дискуссии: Barnett, Ceci, 2002; Day, Goldstone, 2012). Чем большее число таких параметров различается, тем более «далеким» считается трансфер, и тем труднее его реализовать.

Умение строить математическую модель к текстовой задаче – это навык, который, как по умолчанию ожидается, должен переноситься на любые ситуации, где для решения «нематематической» проблемы требуется построить ее математическую модель. Однако, как мы показали раньше, формируется этот навык на высоко типизированных, высоко стандартизированных школьных задачах. Вопрос о влиянии типового контекста большинства школьных задач, с помощью которых происходит обучение моделированию, на перенос навыка моделирования обычно не поднимается. Предполагается, что каждый тип задачи включает некоторый диапазон контекстного разнообразия и этот диапазон достаточно широк для того, чтобы научиться переносить принцип решения с одной задачи на другую, хотя бы и в рамках одного типа (Фридман, 1984). Мы считаем, однако, что в большинстве случаев решение учебных текстовых задач внутри одного типа происходит не за счет переноса навыка моделирования хотя бы и «близкого», а за счет выпадения действия моделирования из процесса решения вообще. Выше мы уже показали, что учебные текстовые задачи формулируются стандартным образом с набором ключевых слов, которые ассоциируются с правильным решением, а, следовательно, позволяют учащимся переходить непосредственно от «слов к решению» (Martin, Bassok, 2005; Van Dooren et al., 2010). К примеру, учащиеся узнают, что ключевое словосочетание «все вместе» означает применение операции сложения (Van Dooren et al., 2010), а слово «окружность» предполагает определение ее длины (Тюменева, 2015).

В научной литературе по математическому моделированию отсутствуют исследования, направленные на рассмотрение вопроса о том, в какой мере новый контекст влияет на перенос навыка моделирования с одной задачи на другую, сходную с первой по структуре. Некоторые работы посвящены оценке эффекта введения текстового контекста в задачу на выполнение формальных математических операций (Hickendorff, 2013). Однако в них оценивается эффект контекста самого по себе, без оценки разницы решения задач с привычным и незнакомым контекстом. Другие исследования направлены на изучение влияния отдельных контекстных параметров (например, избыточной информации) на решение задачи, но в число данных параметров не входит такой из них, как новизна контекста (см. например: Berends, van Lieshout, 2009; DeWolf, et al., 2015). Кроме того, эти исследования не рассматривают моделирование как результат переноса навыка построения математической модели с решения одной задачи на решение другой. Так что вопрос переноса умения строить математические модели между задачами со знакомым и незнакомым контекстом остается открытым.

Текущее исследование

1. На основании анализа результатов исследований различных аспектов математического моделирования мы выдвинули предположение о том, что не только процессы моделирования различаются при решении знакомой и незнакомой текстовой задачи, но и навык моделирования не будет переноситься на структурно аналогичную задачу, если эта задача не будет восприниматься как типичная. Задачами настоящего исследования являются следующие: 1) сравнение особенностей процессов моделирования при решении типичной и нетипичной текстовой задачи; 2) оценка переноса навыка моделирования на нетипичную задачу. Для этого мы сравнивали протекание этапов моделирования и их успешность при решении задач с аналогичной математической структурой, но с типичным и нетипичным контекстом. В качестве типичного контекста мы использовали хорошо прорабатываемую в средней школе тему «растворов и сплавов». При подборе нетипичного контекста мы полагались на уже упомянутые выше работы, где показано, что полное изменение контекстуальной истории задачи (например, с истории с хирургической операцией на историю с военным сражением (Gick, Holyoak, 1980) значительно затрудняло выстраивание аналогий. Более того, в новой задаче мы использовали контекст, традиционно связанный с задачами из другой, экономической, области, сохранив ее структурную эквивалентность задачам на растворы и сплавы. Кроме того, в новой задаче изменились используемые величины – от процентных к абсолютным.

Параметр типичность/нетипичность контекста выступал как внутри-субъектное экспериментальное условие: каждый участник решал задачи с аналогичной структурой с типичным и с нетипичным контекстом. В качестве межсубъектного фактора использовался порядок предъявления задачи с нетипичным контекстом. Смена порядка предъявления типичной и нетипичной задачи позволяет оценивать перенос в двух условиях. В условиях «подсказки» типичная, знакомая задача, предъявленная первой непосредственно перед незнакомой, может наталкивать на поиск аналогии между задачами и способами решения. В условиях, когда нетипичная задача решается первой, перенос должен быть осуществлен безо всяких подсказок, только на основе выученного длительное время назад способа решения. Эти два условия соответствуют разделению переноса на близкий и далекий, и в нашем случае период времени между решением знакомой, типичной и нетипичной задачи определял близость и дальность трансфера. Для регистрации течения и успешности этапов моделирования мы использовали качественный анализ протоколов.

Такой дизайн позволил нам сопоставить процесс моделирования при решении типичной и нетипичной аналогичной задачи (когда они предъявлялись первыми), и оценить успешность переноса навыка моделирования: близкого (когда нетипичная задача предъявлялась сразу после типичной) и далекого (когда нетипичная задача предъявлялась первой).

Метод

Участники.

В исследовании приняли участие 106 человек – студентов-первокурсников. Средний возраст 19,5 лет. Их них – 81 девушка и 24 юноши.

Инструмент.

Использовались две текстовые алгебраические задачи: типичная задача (далее ТЗ) и нетипичная (НЗ). ТЗ относится к школьному курсу алгебры раздела «Растворы и сплавы». НЗ касалась создания ассорти из разных по стоимости сортов конфет.

ТЗ: *Есть два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий массой 200 кг, содержащий 25% никеля. Какова масса первого и второго сплавов в составе третьего?*

НЗ: *Владелец кондитерской хочет быстрее продать дорогие шоколадные конфеты, но не снижать на них цену. Для этого он предполагает сделать ассорти, смешав шоколадные конфеты стоимостью 350 рублей за килограмм с более дешевой карамелью по 72 рубля за килограмм. Сколько шоколадных конфет и карамели должно быть в этом ассорти, чтобы его стоимость была приблизительно 149 рублей за килограмм?*

Задачи по формулировкам не являются строго аналогичными, так как в ТЗ имеется прямое указание на массы сплавов, а в НЗ масса конфетных смесей представлена как элемент стоимости (цена за килограммы). Однако задачи аналогичны по их математической структуре и решаются через аналогичную модель – систему уравнений:

$x+y=z$;

$Ax+By=Cz$,

где x, y, z – объемы смесей (вес конфет разных сортов); A, B, C – доли активного вещества в смеси (доля конфет с разной стоимостью в ассорти).

Факт текстовой не-аналогичности задач, с нашей точки зрения, не является угрозой для валидности исследования, поскольку задача исследования состояла в оценке переноса типичного контекста на нетипичный (неузнаваемый) контекст. Для этого в любом случае решающему надо свести (трансформировать) новый контекст (текст новой задачи) к уже известному. Поэтому те усилия, что тратит решающий на вычитывание из новых условий привычного набора данных, как раз и задают ситуацию переноса. С этой оговоркой, мы будем рассматривать эти задачи как аналогичные с точки зрения их математической структуры.

Процедура.

Обе задачи предъявлялись на бланках последовательно в небольших подгруппах участников. Одним подгруппам испытуемых НЗ предъявлялась по порядку второй, другим подгруппам – первой. После решения первой задачи, участник получал вторую. Время решения двух задач было ограничено 45 минутами, и лишь несколько человек (n=9) не справились с решением обеих задач в отведенное время.

Решение задачи оформлялось на бланке, где участники последовательно записывали все свои рассуждения и расчеты.

Участие было анонимным, но всех участников мы просили указать свой пол и балл ЕГЭ по математике.

Кодирование.

При анализе протоколов фиксировалось прохождение и успешность этапов моделирования: структурирование, построение математической модели и интерпретация (математическая правильность вычислений в анализе протоколов не учитывалась). Свидетельством *этапа структурирования* были любые визуальные репрезентации информации, если только это не было переписыванием текста задачи в краткой форме. Таким образом, любые схемы, таблицы, рисунки или письменные рассуждения кодировались как этап репрезентации структуры задачи. Структура кодировалась как правильная, если соблюдалось хотя бы одно из следующих условий:

1) все ключевые элементы задачи и их отношения репрезентированы;

2) письменное высказывание или их последовательность указывали на понимание связи ключевых элементов в задаче.

Если ни одно из условий не соблюдалось, то этап структурирования кодировался как ошибочный.

Если визуальных репрезентаций или рассуждений не было, то этап кодировался как «скрытый». В этом случае, и в отношении именно этого этапа, «скрытость» не означала неверность или отсутствие структурирования вообще. Отсутствие в протоколе репрезентации структуры могло означать, в том числе, что деятельность структурирования реализуется во внутреннем плане, например, из-за простоты задачи или, например, что участник не умеет строить визуальные репрезентации для облегчения решения.

Этап моделирования кодировался как правильный, если представленная математическая модель была верна, и как ошибочный, если модель была неверна. Если модель отсутствовала в протоколе, решение кодировалось как отсутствие этапа моделирования в решении. В отличие от этапа структурирования, требуемая для решения обеих задач математическая модель, система уравнений, не могла быть «свернута» и автоматизирована до такой степени, что участник переходил бы к вычислениям, руководствуясь только внутренним представлением о модели; он неизбежно должен был сначала сделать запись системы и только потом уже переходить к вычислениям. Если вычисления разворачивались без репрезентированной модели, то это означало, что никакой моделью участник не руководствуется.

Этап интерпретации кодировался как правильный, если полученный числовой ответ (вне зависимости от того, был ли он верен фактически) интерпретировался соответствующим задаче образом и был реалистичен. В ином случае он кодировался как ошибочный. Если интерпретация не была представлена, например, решение заканчивалось числами без единиц измерения и без комментариев, этап считался отсутствующим.

Помимо этого, кодировался способ решения НЗ. A posteriori выявилось два метода: подбора и через систему уравнений/уравнение. Подбор определялся как перебор пар весов разных видов конфет в килограмме ассорти и высчитывание его стоимости.

Кодировался также порядок предъявления задач (ТЗ→НЗ – близкий перенос и НЗ→ТЗ – далекий перенос). Индикаторами успешного переноса для нас служили успешно выполненные этапы моделирования.

Кодировка осуществлялась двумя авторами независимо друг от друга. Согласованность проставленных кодов была высокой (более 90%), в спорных случаях решение принималось совместно.

Результаты

На предварительном этапе анализа производилась оценка эквивалентности выборок, получивших разную последовательность заданий, по гендерному признаку и по баллам ЕГЭ по математике. Средний балл ЕГЭ для двух групп не различался значимо ($F(1, 97) = 0{,}46$, ns). Распределение по гендерному признаку также не различалось (χ^2 (2, N=106) = 0,92, ns).

Трудность задач (процент решаемости) после предъявления их первыми составила в 91% для ТЗ и 84% для НЗ, т. е. не имела значимых различий χ^2 (1) = 2,197, p = 0,138.

Успешность этапов моделирования ТЗ и НЗ в зависимости от контекста и порядка предъявления задач

Эффект типичности контекста.

Сравнительный анализ прохождения этапов моделирования при типичном и нетипичном контексте задачи в первом их предъявлении (табл. 1) указывает на то, что при незнакомом контексте испытуемые реже репрезентируют структуру задачи, чем при знакомом контексте (47% vs. 70%, χ^2 (1) = 5,583, p = 0,018) и реже строят ее модель (23 vs. 48%, χ^2 (1) = 6,508, p = 0,011). Изменения в частоте интерпретаций незначимы (79% vs. 63%, χ^2 (1) = 3,182, p = 0,074). Когда задачи предъявляются вторыми, паттерн остается таким же: структура задачи репрезентирована в 81% случаев для типичного контекста и 48% – для нетипичного (χ^2 (1) = 9,651, p = 0,002), модель построена в 66% случаев для типичного и 45% – для нетипичного (χ^2 (1) = 4,671, p = 0,031), интерпретация представлена в 72% для типичного и 48% случаев – для нетипичного (χ^2 (1) = 6,671, p = 0,010).

Таблица 1

Выполнение этапов моделирования в типичной и нетипичной задаче (% – процент от общего числа участников; n – число участников)

Задача	Порядок предъявления	Успешное выполнение этапа					
		Структурирование		Моделирование		Интерпретация	
		%	n	%	n	%	n
Типичная задача	1	70	41	48	28	63	37
	2	81	38	66	31	72	34
Нетипичная задача	1	47	22	23	11	79	37
	2	48	29	45	27	48	29

Эффект порядка предъявления.

Решение типичной задачи не отличалось значимо при разных порядках ее предъявления. Наибольшая разница была обнаружена для этапа построения модели: 48% испытуемых была построена модель, когда ТЗ предъявлялась первой, и 66% – когда она предъявлялась второй, но даже эта разница была незначимой (χ^2 (1) = 3,628, p = 0,06).

Решение нетипичной задачи при разных порядках предъявления различалось на этапах построения модели и интерпретации. Верная модель строилась чаще, когда НЗ предлагалась после ТЗ (45%), чем, когда НЗ предъявлялась первой (23%), χ^2 (1) = 5,221, p = 0,02. Верная интерпретация, напротив, выполнялась чаще, когда НЗ предъявлялась первой (79%), чем при предъявлении ее второй по порядку, т.е. после ТЗ (48%), χ^2 (1) = 10,782, $p <$ 0,01. Различия между двумя последовательностями предъявления НЗ говорят о значимом эффекте предварительного решения ТЗ: предъявление ТЗ первой по порядку приводит к более частому построению математической модели в незнакомой задаче, но снижает частоту ее верной интерпретации.

Связь этапов моделирования и способа решения при близком и далеком переносе

Поскольку этап структурирования не был подвержен изменениям между близким и далеким переносом мы сфокусируемся на том, как менялись построение модели и интерпретация от близкого переноса к далекому.

Построение модели.

При близком переносе, т.е. когда НЗ решалась непосредственно после ТЗ, большая часть неудач была связана не с отсутствием модели (10%) или с ошибочной моделью (43%). Анализ протоколов показал, что 100% ошибочных моделей были связаны с неправильной подстановкой значений из текста задачи в модель, построенную по правильной схеме. Иными словами, был осуществлен перенос формально верного шаблона математической модели (системы уравнений), но не было осуществлено выравнивания между структурой текста НЗ и предшествующей ТЗ, откуда был взят шаблон. В итоге модель, верная по форме, содержала неверные коэффициенты. Формально говоря, перенос шаблона модели осуществили практически все участники (около 90%), но только половина из них смогли его применить осмысленно, взяв из текста релевантную информацию для коэффициентов в модели.

При далеком переносе частота построения модели снижалась до очень низкого уровня (23%) (табл. 1). Однако, в отличие от близкого переноса, здесь основной проблемой были не ошибочные модели, а их отсутствие (60%). При отсутствии модели, и вместо нее, участники использовали альтернативный способ решения НЗ – метод подбора. Этот способ появлялся значимо чаще при далеком переносе, т.е. когда НЗ предъявлялась первой, чем при близком, χ^2 (1) = 30,003, $p <$ 0,001 (табл. 2). Заметим, что подбор никогда не использовался в решении ТЗ, которая решалась исключительно через моделирование.

Таблица 2

Способы решения нетипичной задачи и порядок ее предъявления

Порядок предъявления нетипичной задачи	**Способ решения (% от общего количества участников)**	
	Подбор	**Система уравнений**
1	60	40
2	9	91

В отличие от моделирования, метод подбора не позволяет быстро определить нужные соотношения ингредиентов, но он, безусловно, требует понимания принципиальных моментов в структуре задачи. Например, нужно понимать, что увеличение доли дорогих конфет приводит к росту стоимости ассорти. Если манипулирование долями дорогих и дешевых конфет осуществляется последовательно, оно рано или поздно приведет к искомой стоимости килограмма ассорти. Так что замена моделирования подбором не снижала успешность решения НЗ (74% успешно решенных задач при далеком, и 71% при близком переносе, χ^2 (1) = 0,164, p = 0,69). Иными словами, способ подбора был эффективной заменой системе уравнений, поскольку позволял решать НЗ без использования формальной математики.

Интерпретация.

Мы предположили, что рост частоты далекого переноса (79%) интерпретации по сравнению близким (47%) может объясняться переносом одного только шаблона модели, когда модель не выравнивалась с текстом незнакомой задачи (мы могли идентифицировать эти случаи по неправильно проставленным коэффициентам). Действительно, если модель используется формально, без понимания связи между ее элементами и текстом задачи, то интерпретировать результат подсчетов по такой модели будет трудно. Мы оценили связь между ошибочными подстановками коэффициентов в модель и последующей неверной интерпретацией (или ее отсутствием). Результаты показаны в табл. 3. Как и ожидалось, связь была значимой Cramer's V = 0,449, p = 0,003. То есть ошибки в интерпретации при близком переносе были вызваны именно шаблонным использованием модели, взятой из предшествующей типичной задачи.

При далеком переносе особенности этапа моделирования не имели существенного значения при последующей интерпретации, V = 0,22, *ns*.

Таблица 3

Особенности этапа моделирования и последующая интерпретация

Перенос	**Модель**	**Интерпретация (%)**	
		Отсутствует или ошибочная	**Правильная**
Близкий	Верная	27	70
	Ошибочная	77	23
	Отсутствует (подбор)	50	50
Далекий	Верная	9	91
	Ошибочная	36	63
	Отсутствует (подбор)	21	78

Обсуждение

В данной работе была осуществлена попытка объединения исследования моделирования при решении школьных текстовых задач с исследованиями переноса когнитивных навыков. Опираясь на предыдущие работы, мы могли ожидать, что процессы моделирования не только будут различаться при решении знакомой и незнакомой текстовой задачи, но и навык моделирования в целом не будет переноситься на структурно аналогичную задачу, если эта задача не будет восприниматься как типичная. Наши результаты показали, что перенос навыков моделирования зависит от предварительного решения типичной задачи: близкий перенос успешнее далекого в части построения модели. Однако анализ ошибочных моделей, построенных при близком переносе, показал, что при близком переносе часто переносится шаблон математической модели, использованный в типичной задаче, но не происходит выравнивания модели с текстом новой задачи. В результате перенесенный на новую задачу шаблон включает неверные коэффициенты, что приводит к построению ошибочной модели. Перенос одного только шаблона, без смыслового его выравнивания с текстом задачи, затрудняет следующий этап моделирования в близком переносе – интерпретацию. Участникам было сложно дать развернутое толкование бессмысленным результатам, полученным после неверного моделирования. Кроме того, отсутствие понимания структуры задачи при переносе шаблона модели затрудняло понимание полученного результата.

При далеком переносе, т.е. при предъявлении нетипичной задачи, в первую очередь когда никаких непосредственных ассоциаций со знакомой задачей и типичным способом решения не могло возникнуть, модели строились гораздо реже. Новая задача теперь решалась иным, чем при близком переносе, способом, а именно – через подбор, а не через систему уравнения. Однако для того, чтобы двигаться к верному решению при подборе переменных величин, требуется понимание логики соотношения элементов задачи. Иными словами, участники, не прибегая к моделированию, решали задачу осмысленным, целенаправленным подбором, сохраняя понимание задачи вплоть до получения решения. Отсюда и высокий процент верных интерпретаций, чего мы не наблюдали при близком переносе. Тем не менее можно сделать вывод о том, что не сам по себе факт близкого переноса затруднял верную интерпретацию, а формально перенесенная и бессмысленно использованная модель, предваряющая решение.

Проводимые до сих пор исследования по моделированию и переносу отличаются, с нашей точки зрения, оторванностью друг от друга. В этом смысле мы сделали попытку объединить результаты исследований моделирования с данными исследований переноса. Предыдущие исследования переноса навыка построение математической модели показали важность распознавания новой задачи как структурной аналогии задачам уже известного типа (Blessing, Ross, 1996; Gick, Holyoak, 1980; Markman, 2001). В этом смысле, категоризация задач на основе их подлежащей структуры помогает переносу изученного способа. Исследования специфики математического моделирования показали, что внешняя однотипность обучающих задач приводит к выпадению этапа моделирования и подмене его шаблонным использованием алгоритма (DeWolf, et al., 2015; Hickendorff, 2013; Van Dooren, et al., 2010). Результаты проведенного нами исследования свидетельствуют о том, что моделирование, когда оно становится предметом переноса как целостный многоэтапный навык, ухудшается как при близком, так и при далеком переносе. При близком переносе новая задача успешно распознается как аналогия типовой, но шаблонный перенос модели препятствует дальнейшей успешной интерпретации; при далеком переное новая задача не распознается как аналогия и решается обыденным способом, без использования изученного математического моделирования.

Актуальным становится вопрос в том, как должны быть категоризованы обучающие задачи, чтобы они, с одной стороны, позволяли распознавать аналогии среди широкого круга задач, а с другой стороны, чтобы типизация не приводила к воспроизведению выученного алгоритма. Результаты некоторых исследований показали, что обучать выявлению структуры, задающей тип задач, можно на внешне различных, а не на гомогенных задачах (Gick, Holyoak, 1983). В этом случае перенос улучшается. Изучение возможностей обучения на внешне несхожих аналогичных задачах, его влияние на процессы моделирования, видимо, должно стать предметом дальнейшего этапа исследования.

Серьезным ограничением этого исследования является использование ограниченного числа (двух) задач для установления близкого и далекого переноса, поскольку затрудняет экстраполяцию полученных результатов на другие виды задач. Таким образом, в дальнейшем необходимо увеличить число задач, пригодных для выполнения математического моделирования, и расширить их предметность.

Заключение

Результаты исследования переноса навыка моделирования показали, что: во-первых, при близком и далеком переносе процессы протекания разных этапов моделирования отличаются по своему характеру и результатам. Во-вторых, при близком переносе происходит формальное воспроизведение шаблона, без его выравнивания с текстом новой задачи, что затрудняет дальнейшую интерпретацию. В-третьих, при далеком переносе моделирование подменяется обыденным способом решения – подбором. Поскольку подбор осуществляется осмысленно, интерпретации при дальнем переносе успешнее, чем при ближнем. Таким образом, формирование навыка моделирования, как многоэтапного процесса, затруднено и при близком, и при далеком переносе.

Финансирование
Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» в 2015 г.

Литература

1. *Салмина Н.Г.* Знак и символ в обучении. М.: Издательство Московского университета, 1988. 216 с.
2. *Тюменева Ю.А.* Источники ошибок при выполнении обыденных математических заданий // Вопросы психологии. 2015. № 2. С. 21–31.
3. *Фридман Л.М.* Наглядность и моделирование в обучении. М.: Знание, 1984. 69 с.
4. *Barnett S.M., Ceci S.J.* When and where do we apply what we learn? A taxonomy for far transfer // Psychological Bulletin. 2002. Vol. 128. № 4. P. 612–637. doi:10.1037/0033-2909.128.4.612
5. *Berends I.E., van Lieshout E.C.D.M.* The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load // Learning and Instruction. 2009. Vol. 19. № 4. P. 345–353. doi:10.1016/j.learninstruc.2008.06.012
6. *Blessing S.B., Ross B.H.* Content effects in problem categorization and problem solving // Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition. 1996. Vol. 22. № 3. P. 792. doi:10.1037/0033-2909.128.4.612
7. *Blum, W., Ferri R. B.* Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? // Journal of Mathematical Modelling and Application. 2009. Vol. 1. № 1. P. 45–58. Retrieved from http://gorila.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1620
8. *Day S.B., Goldstone R.L.* The Import of Knowledge Export: Connecting Findings and Theories of Transfer of Learning // Educational Psychologist. 2012. Vol. 47. № 3. P. 153–176. doi:10.1080/00461520.2012.696438
9. *DeWolf T., Van Dooren W., Hermens F., Verschaffel L.* Do students attend to representational illustrations of non-standard mathematical word problems, and, if so, how helpful are they? // Instructional Science. 2015. Vol. 43. № 1. P. 147–171. doi:10.1007/s11251-014-9332-7
10. *Frejd P.* Modes of modelling assessment – a literature review // Educational Studies in Mathematics. 2013. Vol. *84*. № 3. P. 413–438. doi:10.1007/s10649-013-9491-5
11. *Gick M.L., Holyoak K.J.* Analogical problem solving // Cognitive Psychology. 1980. № 12. P. 306–355.
12. *Gick M.L., Holyoak K.J.* Schema induction and analogical transfer // Cognitive Psychology. 1983. Vol. 15. № 1 P. 1–38. doi:10.1016/0010-0285(83)90002-6

13. *Hickendorff M.* The Effects of Presenting Multidigit Mathematics Problems in a Realistic Context on Sixth Graders' Problem Solving // Cognition and Instruction. 2013. Vol. 31. № 3. P. 314–344.
14. *Markman A.B.* Structural alignment, similarity, and the internal structure of category representations / In U. Hahn and M. Ramscar (eds.), Similarity and Categorization [Электронный ресурс]. NY, US: Oxford University Press, 2001. P. 109–130 http://dx.doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198506287.003.0007
15. *Martin S.A., Bassok M.* Effects of semantic cues on mathematical modeling: Evidence from word-problem solving and equation construction tasks // Memory and cognition. 2005. Vol. 33. № 3. P. 471–478. doi:10.3758/BF03193064
16. *Mayer R.* Frequency norms and structural analysis of algebra story problems into families, categories, and templates // Instructional Science. 1981. № 10. P. 135–175. doi:10.1007/BF00132515
17. *Rapp M., Bassok M., DeWolf M., Holyoak K.J.* Modeling discrete and continuous entities with fractions and decimals // Journal of Experimental Psychology. Applied. 2015. Vol. 21. № 1. P. 47–56.
18. *Van Dooren W.. De Bock D., Vleugels K., Verschaffel L.* Just Answering ... or Thinking? Contrasting Pupils' Solutions and Classifications of Missing-Value Word Problems // Mathematical Thinking and Learning. 2010. Vol. 12. № 1. P. 20–35.

FOLLOWING THE TEMPLATE: TRANSFER OF MODELING SKILLS TO NEW PROBLEMS

TYUMENEVA Yu.A.*, *National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia, e-mail: jutu@yandex.ru*
GONCHAROVA M.V.**, *National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia, e-mail: mg6969@mail.ru*

The importance of the ability of mathematical modeling as a method of application of mathematics in different contexts is emphasized in numerous studies. It is unknown, however, what happens to the skill of modeling formed on typical tasks in solving problems with atypical context. In the sample 106 first-year students, we experimentally verified how transfer occurs of modeling stages from a typical problem on an atypical, but structurally similar one. The results of the study of modeling skills transfer show that with close and distant transfer the success of different stages of modeling is different. With the close transfer, the formal template reproduction takes place, without the alignment with the text of a new problem, which hinders further interpretation. With the distant transfer, modeling skills are replaced with an ordinary way of addressing problems, a simple selection. Thus, modeling skills as a multi-stage process transforms differently in close and distant transfer.

Keywords: transfer, mathematical modeling, verbally formulated task, atypical context.

Funding
The study was conducted under the Basic Research Program of the National Research University Higher School of Economics in 2015.

For citation:
Tyumeneva Yu.A., Goncharova M.V. Following the template: transfer of modeling skills to new problems. *Eksperimental'naya psikhologiya = Experimental psychology* (*Russia*), 2016, vol. 9, no. 1, pp. 69–81. doi:10.17759/exppsy.2016090106

**Tyumeneva Yu.A.* PhD (Psychology), Senior Research Associate, Institute of Education, National Research University Higher School of Economics. E-mail: jutu@yandex.ru
***Goncharova M.V.* MA student, Institute of Education, National Research University Higher School of Economics. E-mail: mg6969@mail.ru

References

1. Salmina N.G. *Znak i simvol v obuchenii* [*Sign and symbol in learning*]. Moscow, Izd-vo Moskovskogo universiteta, 1988, 216 p. (in Russ.).

2. Tyumeneva Ju.A. Istochniki oshibok pri vypolnenii obydennyh matetmtaicheskih zadanij *[Sources for errors when real-life mathematic problems are solving]. Voprosy psihologii* [*Questions of psychology*]. 2015. no. 2. pp. 21–31 (in Russ.; abstract in English).

3. Fridman L.M. *Nagljadnost' i modelirovanie v obuchenii* [*Visual aids and modeling in learning*]. Moscow, Znanie, 1984. T. 80. 69 p. (in Russ.).

4. Barnett S.M., Ceci S.J. When and where do we apply what we learn?: A taxonomy for far transfer. *Psychological Bulletin*, 2002, vol. 128, no 4, pp. 612–637. doi:10.1037/0033-2909.128.4.612

5. Berends I.E., van Lieshout E.C.D.M. The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction,* 2009, vol. 19, no. 4, pp. 345–353. doi:10.1016/j.learninstruc.2008.06.012

6. Blessing S.B., Ross B.H. Content effects in problem categorization and problem solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 1996, vol. 22, no. 3, pp. 792. doi:10.1037/0033-2909.128.4.612

7. Blum, W., Ferri R.B. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 2009, vol. 1, no.1, pp. 45–58. Retrieved from http://gorila.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1620

8. Day S.B., Goldstone R.L. The Import of Knowledge Export: Connecting Findings and Theories of Transfer of Learning. *Educational Psychologist*, 2012, vol. 47, no. 3, pp. 153–176. doi:10.1080/00461520.2012.696438

9. Dewolf T., Dooren W. van., Hermens F., Verschaffel L. Do students attend to representational illustrations of non-standard mathematical word problems, and, if so, how helpful are they? *Instructional Science*, 2015, vol. 43, no. 1, pp. 147–171. doi:10.1007/s11251-014-9332-7

10. Frejd P. Modes of modelling assessment — a literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 2013, vol. 84, no. 3, pp. 413–438. doi:10.1007/s10649-013-9491-5

11. Gick M.L., Holyoak K.J. Analogical problem solving. *Cognitive Psychology*, 1980, no. 12, pp. 306–355.

12. Gick M.L., Holyoak K.J. Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology*, 1983, vol. 15, no.1, pp. 1–38. doi:10.1016/0010-0285(83)90002-6

13. Hickendorff M. The Effects of Presenting Multidigit Mathematics Problems in a Realistic Context on Sixth Graders' Problem Solving. *Cognition and Instruction*, 2013, vol. 31, no. 3, pp. 314–344.

14. Markman A.B. *Structural alignment, similarity, and the internal structure of category representations.* Oxford University Press, 2001, p. 109. http://dx.doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198506287.003.0007

15. Martin S.A., Bassok M. Effects of semantic cues on mathematical modeling: Evidence from word-problem solving and equation construction tasks. *Memory cognition*, 2005, vol. 33, no. 3, pp. 471–478. doi:10.3758/BF03193064

16. Mayer R. Frequency norms and structural analysis of algebra story problems into families, categories, and templates. *Instructional Science*, 1981, no. 10, pp. 135–175. doi:10.1007/BF00132515

17. Rapp M., Bassok, M., DeWolf, M., Holyoak, K. J. Modeling discrete and continuous entities with fractions and decimals. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 2015, vol. 21, no. 1, pp. 47–56.

18. Van Dooren W., De Bock D., Vleugels K., Verschaffel L. Just Answering ... or Thinking? Contrasting Pupils' Solutions and Classifications of Missing-Value Word Problems. *Mathematical Thinking and Learning*, 2010, vol. 12, no. 1, pp. 20–35.