

Введение

Теория автоматического регулирования начала формироваться как самостоятельная научная дисциплина в 30-40 годы XIX века на основе отдельных направлений теоретической механики для решения конкретных технических задач. Главным объектом исследования в этот период были автоматические регуляторы производственных процессов, такие как регулятор Уатта для паровой машины. Успехи в деле конструирования и построения регуляторов и развивающейся теории малых колебаний послужили основой для развития теории регулирования. Было введено важнейшее понятия устойчивости регулируемого процесса и получены первые критерии устойчивости линейных систем (Д.К. Максвелл, Э. Раус, И.А. Вышнеградский, А. Гурвиц, А. Стодола, Н.Е. Жуковский). В работах А.М. Ляпунова впервые появилось математически строгое определение понятия устойчивости, были получены первые результаты по устойчивости нелинейных систем, опирающиеся на фундаментальную идею введения функций Ляпунова.

В 30-оды прошлого века с появлением телефонии и радиосвязи, основным аппаратом теории становятся частотные методы и соответствующие частотные критерии устойчивости (Г. Найквист, Ф.А. Михайлов). Первые теоретические методы анализа системы автоматического регулирования опирались на работы Г. Боде, Г. Найквиста, В.В. Солодовникова. В частности, такие понятия, как частотная характеристика, ширина пропускания, усиление (в децибеллах) и запас фазы использовали для проектирования систем в частотной области, основываясь на способе проб и ошибок, что послужило началом инженерных методов современной теории управления.

Если до второй мировой войны проектирование систем управления представляло собой искусство, то в период второй мировой войны и до начала 50-х годов стала быстро развиваться теория автоматического регулирования. В это время широко применялись временные критерии, такие как время нарастания, время переходного процесса, максимум относительного перерегулирования. Метод корневого годографа (У. Эванс, К.Ф. Теодорчик) явился связующим началом между методами анализа и синтеза во временной и частотной областях и представляет собой достаточно мощный аналитический инструмент исследования. В течение этого периода инженер, занимающийся проектированием регуляторов, имел дело с проектированием линейных следящих систем. Небольшими нелинейностями объекта и усилителя мощности можно было пренебречь, так как отрицательная обратная связь делала характеристики системы нечувствительными к изменениям параметров и возмущениям.

Технический прогресс промышленного производства и исследования космоса, которые начались в середине прошлого века, пробудили интерес как к системам с исключительно высокой точностью и требованиям разумного использования ресурсов, так и к нелинейным системам управления, в частности к релейным. Для анализа систем управления с релейными устройствами было предложено два метода: описывающей функции (метод гармонического баланса Крылова-Боголюбова) и фазового пространства (А.А. Андронов, С.Э. Хайкин). Метод гармонического баланса позволяет инженеру исследовать устойчивость замкнутой нелинейной системы с частотной точки зрения, а метод фазового пространства – проектировать нелинейные системы во временной области.

В середине 20-го столетия к исследованию нелинейных систем управления стали привлекаться методы функционального анализа. Идейной основой метода функциональных рядов была работа М.Р. Фреше – французского математика, опубликованная в 1950 году. В работах Н.Д.

Егупова, К.А. Пупкова, В.И. Капалина функциональные ряды Вольтера стали использоваться при исследовании динамических нелинейных систем управления.

Проблема оптимального по времени управления интенсивно изучалась математиками СССР и США. В 1953-1957 годы происходит интенсивное использование методов вариационного исчисления к решению задач оптимального управления. Это привело к разработке принципа максимума Понтрягина (Л.С. Понтрягин, В.Б. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе) и динамического программирования (Р. Беллман). Принцип максимума Понтрягина установил необходимое условие первого порядка для сильного минимума для задач оптимального управления с наличием ограничений на управляющие воздействия, обобщающее уравнение Эйлера и условие Вейерштрассе вместе взятые. Принцип Понтрягина можно рассматривать как способ подхода к вариационным задачам Гамильтона [25], а метод динамического программирования Беллмана следует рассматривать как направление, идущее по пути Гамильтона-Якоби [10]. Работы специалистов по управлению (М. Атанс, Р. Калман, М. Фалб, Н.Н. Моисеев, А.М. Летов, Н.Н. Красовский, А.А. Красовский, А.А. Фельбаум, Я.З. Ципкин, Ф.Л. Черноусько, С.В. Емельянов) помогли инженерам осознать важности и эффективность созданной теории оптимального управления.

Основным методом синтеза оптимальных систем является метод аналитического конструирования. Термин «аналитическое конструирование», подразумевающий синтез оптимальных систем управления, основанный на минимизации функционала качества, был введен советским ученым Александром Михайловичем Летовым (1911-1974). Метод А.М. Летова разрабатывался вначале на основе применения классического вариационного исчисления. Однако в настоящее время термином «аналитическое конструирование» можно объединить все

методы синтеза систем как детерминированных, так и стохастических с полной информацией о параметрах, состоянии и возмущениях, т.е. все методы, позволяющие применять аналитические методы для исследования разнообразных задач оптимального управления и оценивания. Этот метод, основы которого изложены в [2,3], разработанные как для детерминированных, так и для стохастических систем, позволяют на стадии проектирования синтезировать условия (параметры и управления), при которых система будет выполнять поставленную задачу наилучшим образом с позиции заданного функционала качества, другими словами, позволяют синтезировать оптимальную систему.

В большинстве методов аналитического конструирования оптимальных систем, разработанных до сих пор, рассматриваются задачи во временной области с использованием понятия состояния и теории матриц [2, 3]. В общих чертах основной подход к проблеме выглядит следующим образом:

1. определить динамические характеристики объекта в форме дифференциальных уравнений или уравнений в конечных разностях;
2. определить множества допустимых траекторий системы и управлений (ограничения на координаты состояния, управляющие воздействия, задаваемые в виде равенств или неравенств);
3. задать цели управления;
4. задать функцию потерь или функционал качества.

Задачей конструирования динамической оптимальной системы управления с полной информацией по отношению к множеству целей, функционалу качества, множеству допустимых управлений, множеству состояний и начальному состоянию объекта в момент начала управления является отыскание управления, принадлежащего допустимому множеству управлений, минимизирующее заданный функционал качества на решениях уравнения объекта.

Синтез оптимальной системы управления осуществляется с использованием необходимых и достаточных условий минимума функционала качества. Следует отметить, что существование оптимального управления не является необходимым: во множестве допустимых управлений может вообще не оказаться управлений, переводящих объект из начального состояния в заданное множество целей.

Таким образом, применение аналитических методов конструирования требует знания всей информации об объекте, внешней среде и процессах, протекающих внутри системы, т.е. применение аналитических методов конструирования возможно в условиях полной информации. Главное же преимущество аналитических методов заключается в том, что если решение получено, то решен целый класс задач, а не одна специфическая. Именно это свойство придает аналитическим методам большое теоретическое значение.

Сложность большого количества современных систем управления зачастую не позволяет получить заранее полное описание процессов, протекающих внутри системы, и ее взаимодействия со средой. Достаточно часто математическая модель системы управления учитывает лишь допустимые области изменения параметров управляемой системы и характеристик ее отдельных элементов без конкретизации самих этих параметров и характеристик. Указанные области могут определяться, например, интервальными ограничениями, соответствующими заданным техническим допускам на систему.

Применение аналитических методов для нестационарных систем управления с неполной информацией о параметрах, входных воздействиях, помехах либо сопряжено с большими вычислительными трудностями, либо не представляется возможным (как в случае синтеза оптимальной системы). Поэтому правомерен подход к конструированию таких систем, основанный на использовании дополнительных цепей, на которые

возлагаются задачи оптимизации системы в смысле выбранного критерия качества в процессе работы системы и по мере накопления и обработки необходимой для этих целей информации.

Метод, основанный на указанном подходе, можно объединить общим названием – алгоритмическое конструирование нестационарных систем управления [4]. Термин «алгоритмическое конструирование» был введен советским ученым Борисом Николаевичем Петровым (1913 -1980) [19].

Задачей конструирования динамической системы с оптимизацией (в случае неполной информации о параметрах объекта и его взаимодействия со средой) по отношению к множеству целей, функционалу качества, множеству допустимых управлений, множеству состояний и начальному состоянию объекта в момент начала управления является отыскание координатно-параметрического управления, принадлежащего допустимым множествам управляющих координатных и параметрических воздействий, минимизирующих заданный функционал качества на решениях уравнения системы по мере накопления и обработки необходимой и соответствующей информации.

Существование координатно-параметрического управления, оптимизирующего систему с неполной информацией, не является необходимым: а) начальные условия объекта, начальная и/или текущая неопределенность, длительность интервала управления системой могут оказаться такими, что процесс оптимизации может быть не закончен, т.е. перестраиваемые параметры за время управления системой могут не достичь значений, при которых функционал качества достигает минимального значения; б) во множествах допустимых управляющих координатных и/или параметрических воздействий может вообще не

оказаться управлений, переводящих объект из начального состояния в заданное множество целей.

Таким образом, если с помощью методов аналитического конструирования можно на стадии проектирования создавать оптимальную систему, то с помощью методов алгоритмического конструирования можно создавать систему, снабженную дополнительными цепями, с помощью которых система в процессе функционирования и обработки необходимой и соответствующей информации будет оптимизировать свою работу.

Отметим, что применять методы алгоритмического конструирования, основанные на возможности параметрической оптимизации нестационарной системы, в ряде случаев, с позиции технической реализации, не является рациональным или не представляется возможным.

В связи с этим возникает задача построения управления не для одной конкретной, точно заданной системы, а целого семейства систем, параметры и характеристики элементов которых принадлежат заранее известным множествам. В современной литературе по теории управления соответствующая проблема получила название задачи робастного управления. Существует несколько определений робастного управления, в которых, так или иначе, отражается существо постановки задачи управления нестационарным объектом [20].

Задачей конструирования робастной динамической системы по отношению к множеству целей, множеству допустимых управлений, множеству состояний и начальному состоянию объекта в момент начала управления и множеству возможных значений параметров и характеристик элементов объекта является отыскание (в соответствии с заданным функционалом качества) управления, принадлежащего допустимому множеству управляющих воздействий,

обеспечивающего перевод системы из начального состояния в заданное множество целей при любых значениях параметров и характеристик элементов объекта, принадлежащих множеству возможных значений.

По существу задача робастного управления может быть отнесена к задачам аналитического конструирования, так как для ее решения используется известная информация о допустимых областях изменения параметров управляемой системы и характеристик ее отдельных элементов без конкретизации самих этих параметров и характеристик.

Отметим, что теория робастного управления только еще формируется и основные результаты получены для анализа робастной устойчивости и робастной стабилизации линейных объектов. При анализе робастной устойчивости исследуется не одна заданная линейная система, а устойчивость целого семейства систем, соответствующих исходной (номинальной) системе при наличии неопределенности. Задачи управления, как правило, сводятся к задачам стабилизации. Этим и объясняется применение для решения таких задач классических методов, которые основаны на использовании теории матриц и передаточных функций (комплексных коэффициентов усиления) [20,43,56]. Использование этих методов для синтеза управляющих воздействий для нестационарных систем при заданном интервале управления невозможно.

Существование робастного управления не является необходимым (из самого его определения).

Задача выбора оптимального управления при неполной информации о параметрах системы и действующих возмущений может быть сформулирована как игровая задача, и оптимальная стратегия управления определяется как стратегия, гарантирующая достижения заданной цели при наиболее неблагоприятных сочетаниях неопределенных факторов [16,21].

Задачей конструирования динамической системы с гарантирующим управлением по отношению к множеству целей, функционалу качества, множеству допустимых управлений, множеству состояний и начальному состоянию объекта в момент начала управления и множеству возможных значений параметров и характеристик элементов объекта является отыскание управления, принадлежащего допустимому множеству управляющих воздействий, минимизирующего заданный функционал при наименее благоприятных значениях параметров и действующих возмущений и обеспечивающего перевод системы из начального состояния в заданное множество целей при любых возмущениях, принадлежащих заданному множеству.

В данной книге задача управления нелинейными объектами, подвергающимися воздействиям неконтролируемых возмущений, рассматривается в более общем виде, а именно – в ключе дифференциальной игры, с использованием моделей с параметрами, зависящими от состояния, эквивалентных исходным нелинейным объектам. Такой подход позволяет обобщить ряд ранее опубликованных теоретических результатов и получить конструктивные решения некоторых постановок задач управления.

В отличие от известных методов численного решения задач, связанных с определением параметров регулятора нелинейным объектом с параметрами, зависящими от состояния, разработан и представлен метод синтеза гарантирующего управления, использующий мажорирующие модели нелинейного объекта. Это позволяет решать задачи не только управления объектом с заданным временем окончания переходного процесса, но и терминальные задачи с заданной точностью выполнения терминальных условий.

Основным недостатком гарантирующего подхода заключается в том, что синтезированное управление является более затратным, чем адаптивное.

Книга содержит 4 главы и построена следующим образом.

Глава 1. Постановка задачи поиска управлений неопределенными нелинейными динамическими объектами в ключе дифференциальных игр и основные результаты синтеза. В книге рассматриваются математические модели систем управления с неполной информацией о параметрах и действующих возмущениях. Как правило, эти математические модели учитывают лишь допустимые области изменения параметров управляемой системы и характеристик ее отдельных элементов без конкретизации самих этих параметров и характеристик. Области изменения параметров могут определяться, например, интервальными ограничениями, соответствующими заданным техническим допускам на систему. Такие системы принято называть неопределенными [13]. В первом разделе главы приведены основные модели представления динамических нелинейных неопределенных систем управления.

Так как аналитическая теория конструирования оптимальных систем управления в наибольшей степени разработана для объектов, описываемых линейными дифференциальными уравнениями, то применение методов этой теории для построения систем управления нелинейными объектами всегда привлекала внимание исследователей нелинейных систем.

Самым распространенным методом анализа и синтеза систем с аналитическими (гладкими) функциями является линеаризация, основанная на разложении нелинейной функции в окрестностях точки, определяющей заданный режим, в ряд Тейлора и отбрасыванием нелинейных членов. Такая линеаризация заменяет исходную нелинейную модель приближенной линейной моделью. Начиная с работ А.М. Ляпунова, основные результаты оценки устойчивости нелинейной системы по первому приближению, а также синтеза управления по первому приближению (Н.Н. Красовский), основаны на изучении расположения

корней характеристического уравнения системы первого приближения («некритические задачи»). Однако для «критических задач» рассмотрения первого приближения недостаточно, управления же, синтезированные по первому приближению, могут и не обеспечить устойчивости нелинейной системы.

Одним из развивающихся методов представления нелинейных систем является метод линеаризации исходных систем обратной связью [37]. Такое представление осуществляется с использованием соответствующего оператора преобразования. Различают два основных метода линеаризации обратной связью: полная линеаризация нелинейной системы обратной связью (input-state linearization, линеаризация обратной связью по состоянию) и частичная линеаризация (input-output linearization, линеаризация обратной связью по выходу системы). Такая линеаризация не является приближением, а эквивалентным представлением исходной нелинейной системы. Следует отметить, что оператор преобразования в общем случае не является единственным. Метод линеаризации нелинейных систем обратной связью мало представлен в российской литературе. Как правило, метод линеаризации нелинейной системы обратной связью используется в задачах синтеза стабилизирующих управлений.

Впервые проблема управления нелинейными объектами с их эквивалентным представлением в виде линейных моделей (State Dependent Coefficient, SDC) с параметрами, зависящими от состояния, и функционалами, матрицы штрафа которых также зависят от состояния объекта, была сформулирована в начале 60-х годов XX столетия в работе [50]. С конца 90-х годов прошлого столетия метод привлекает все большее внимание со стороны ученых и практиков. Преобразование исходного нелинейного дифференциального уравнения, которое описывает исходную систему управления, в систему с линейной структурой, но с параметрами,

зависящими от состояния, и использование квадратичного функционала качества позволяют при синтезе управления осуществить переход от уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана к уравнению типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния (State Dependent Riccati Equation, SDRE). Это и составляет основу SDRE-метода синтеза оптимальных нелинейных систем управления. Так как в книге рассматриваются нелинейные неопределенные системы, то при решении задачи построения управляющих воздействий такими объектами возмущающие воздействия представляются в виде еще одного управления, антагонистического характера, т.е. управления, противодействующего успешному выполнению задачи управления. Другими словами, задача управления неопределенным объектом решается в ключе дифференциальных игр. В силу этого в третьем разделе первой главы приведены сведения из теории дифференциальных игр и обсуждены вопросы существования решения уравнения Гамильтона-Якоби-Айзекса [36].

Глава 2. Оптимальное и субоптимальное управление неопределенными нелинейными системами с параметрами, зависящими от состояния. В первом разделе этой главы сделаны предположения, при выполнении которых нелинейная неопределенная система может быть представлена в виде системы с линейной структурой и параметрами, зависящими от состояния (SDC-представление). Введен квадратичный функционал качества. Линейность структуры преобразованной нелинейной системы и квадратичный функционал качества позволяют при синтезе оптимального управления перейти от необходимости поиска решений скалярного уравнения в частных производных Гамильтона-Якоби-Айзекса к нелинейному матричному обыкновенному дифференциальному уравнению. В задаче с заданным временем переходного процесса получены условия существования оптимального управления. Для задач с большим горизонтом времени

управления нелинейной системы (по сравнению со временем окончания переходных процессов) проведен синтез субоптимального управления. В обоих случаях реализация полученных решений зависит от возможности решения нелинейного дифференциального уравнения с параметрами, зависящими от состояния. Следует отметить, что остается ряд вопросов, связанных с неоднозначностью представления нелинейного объекта в виде модели с линейной структурой и с параметрами, зависящими от состояния. Синтезированные управления с использованием линейной модели и квадратичным критерием качества обеспечивают устойчивость этой модели при любых начальных условиях. Но этого может не быть при приложении синтезированного таким образом управления к нелинейной системе. Таким образом, в общей постановке задачи синтеза не решена задача о глобальной асимптотической устойчивости нелинейной системы с управлением, синтезированным с использованием его модели с параметрами, зависящими от состояния.

Глава 3. Концепция гарантирующего управления системами с параметрами, зависящими от состояния. Одна из характерных особенностей в постановке современных задач управления состоит в том, что действующие на систему силы можно разделить на два класса: управляющие и возмущающие. Характер ограничений, наложенных на управляющие силы, в таких задачах часто оказывается таким, что применение классических методов оптимального управления становится невозможным. Математические модели таких систем управления учитывают лишь допустимые области изменения параметров управляемых систем и характеристик их отдельных элементов без конкретизации самих параметров и характеристик. Указанные области могут определяться, например, интервальными ограничениями, соответствующими заданным техническим допускам на систему. В этих условиях, как уже было отмечено, получить аналитическое решение оптимальной задачи

управления не представляется возможным. В то же время значительное количество практических задач управления нестационарными системами при известных «пределах» возмущающих воздействий можно решить с заранее определенной точностью. В данной главе задача управления нелинейным объектом, подвергающимся воздействию неконтролируемых возмущений, рассматривается в более общем виде, а именно в ключе дифференциальной игры, что позволит обобщить ряд ранее опубликованных теоретических результатов. Это позволит получить достаточно конструктивные решения в ряде постановок задач управления неопределенными нелинейными динамическими объектами. Такой класс задач принято относить к управлениям с гарантирующим результатом. Несмотря на имеющиеся достаточно убедительные примеры решения задач синтеза управления, основанного на поиске параметров регулятора решением матричных уравнений с параметрами, зависящими от состояния, остается множество проблем, связанных с ограничениями, накладываемыми на систему, неоднозначностью эквивалентных преобразований исходной системы, построение эффективных алгоритмов решений матричных уравнений, в темпе функционирования системы управления. В разделе 3.9 предложен метод построения регулятора, основанный на решении алгебраического уравнения Риккати с параметрами, зависящими от дискретных значений состояния объекта (субоптимальный регулятор с квазистационарными значениями параметров). Интервалы, в которых параметры регулятора постоянны, зависят от «мощности» вычислителя, который осуществляет решение алгебраического матричного уравнения типа Риккати. Предложенный метод конструирования гарантирующего управления обеспечивает приемлемые переходные характеристики, но, в общем случае, такое управление является затратным в сравнении с оптимальным и субоптимальным.

Глава 4. Математическое моделирование нелинейных управляемых систем. Приведены примеры математического моделирования различных нелинейных систем с гарантирующим управлением, синтезированными разработанным методом (управление ядерным реактором на тяжелой воде, стабилизация космического объекта, управление уровнем глюкозы в крови при диабетическом кризе, задача защиты цели). На модельном примере сравниваются результаты оптимального и гарантирующего управлений нелинейным объектом.

В основе материала книги лежат работы автора, выполненные в рамках научного исследования (№ 14-01-0112) при поддержке Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2014/2015гг. Теоретические положения книги докладывались на российских и зарубежных научных конференциях, нашли отражение в ряде статей автора. На основе книги были прочитан курс для студентов Высшей школы экономики и Московского государственного университета. Материал книги может быть интересен как научным работникам и специалистам, работающим в области управления разнообразными динамическими объектами, так и для студентов и аспирантов соответствующих специальностей.