6.Valuyev S.A., Volkova V.N., Ignatyeva A.V. i dr. Sistemniy analiz v ekonomike i organizatsii Proizvodstva. - L.: Politehnika, 1991.

7.O'Shonnesi Dj. Printsipi organizatsii i upravleniya firmoy.: Per. s angl. - M.: Progress, 1987. - 420 s.

8.Mintsberg G. Struktura v kulake: sozdanye effektivnoy organizatsii.: Per. s angl. / Pod red.. Yu.N. Kapturevskogo. - SPb.: Piter, 2022. 512 s.

9.Analiz i formirivaniye organizatsionnoy struktury promyshlennogo predpriyatiya (voprosy metodologii i paktiki). - Novosibirsk: Nauka, 1983.

10.Antonov V.G. Evolyutsiya organizatsionnyh struktur// Menedjment v Rossii i za rubejom. - 2000. №1. s.25-31.

11.Yang S. Systemnoye upravleniye organizatsiyey. - M.: Sovetskoye radio, 1972.

Tyulin Andrey Evgenievich,
deputy general director of a public corporation "Radioelectronic technologies».
tel.: 9372751226
e-mail: mbely@mail.ru

С.Н. Никольский, А.М. Тишкин

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ДВУМЯ ПРОТИВОРЕЧИВЫМИ КРИТЕРИЯМИ НА ОСНОВЕ МОДИФИКАЦИИ МЕТОДА СВОБОДНОЙ ТОЧКИ

Построено решение двухкритериальной задачи на одновременно достигаемый максимум через модификацию метода свободной точки, используя принцип гарантированного результата.

Ключевые слова: оптимизация, противоречивые критерии, свободная точка, максиминное ослабление, парето-оптимальность

В работе [1] была сформулирована задача оптимизации, которая относится к процессам принятия решений на композиционной динамике классов, возникающей при анализе динамических моделей технологических и экономических процессов.

Данная задача является задачей векторной оптимизации с двумя критериями $w_1(x)$ и $w_2(x)$, связанными между собой обратной функциональной зависимостью, которая задается сепарабельной функцией $F(w_1(x), w_2(x))$.

Обозначим через $R(w_1,w_2)$ задачу вида:

$$\begin{cases} w_1(x) \to \max & (1) \\ w_2(x) \to \max & (2) \\ F(w_1(x), w_2(x)) = 0 & (3) \end{cases}$$

Будем считать, что вектор $x \in X \subseteq R^n$. Обозначим через S множество вида:

$$S = \{x \in R^n \mid F(w_1(x), w_2(x)) = 0\}, \qquad (4)$$

полагая при этом, что функции $w_1(x)$, $w_2(x)$ непрерывны на X.

Функции $w_1(x), w_2(x)$ как компоненты вектора $w(x) = w_1(x), w_2(x))$ из пространства критериев R^2 задают на X *множество оценок*

$$M = \{w(x) \mid x \in X\} \subseteq R^2.$$

Обратная функциональная зависимость критериев означает, что уравнение связи (3) характеризует зависимость $w_1 = w_1(w_2)$ как убывающую, равно как и зависимость $w_2 = w_2(w_1)$. В этом смысле критерии задачи $R(w_1,w_2)$ считаются *противоречивыми*.

Решение двухкритериальной задачи на одновременно достигаемый максимум

Задача $R(w_1,w_2)$ есть двухкритериальная задача на одновременно достигаемый максимум. В том смысле сама задача будет непротиворечивой, если условия (1) и (2) выполнены на S одновременно. Непротиворечивость задачи $R(w_1,w_2)$ связана со свободной точкой [2].

Свободная точка задачи $R(w_1,w_2)$ есть вектор $x^* \in R^n$, которому соответствует максимальная оценка $w^* = (w_1^*, w_2^*)$, где $w_1^* = \max w_1(x)$, $w_2^* = \max w_2(x), x \in X$.

Тогда задача $R(w_1,w_2)$, как задача на одновременно достигаемый максимум, будет непротиворечивой, если свободная точка x^* этой задачи лежит в множестве S, т.е. x^* удовлетворяет одновременно всем трем условиям задачи $R(w_1,w_2)$:

$$\begin{cases} w_1(x^*) = \max w_1(x) \\ w_2(x^*) = \max w_2(x) \\ F(w_1(x^*), w_2(x^*)) = 0, x \in X \end{cases} \qquad (5)$$

Это значит, что непротиворечивая задача $R(w_1,w_2)$ имеет решение, и это решение есть свободная точка x^*.

Если же множество допустимых решений S не содержит свободной точки x^* задачи $R(w_1,w_2)$, то она будет противоречивой, что является более интересным в содержательном смысле. Заметим, что противоречивая задача $R(w_1,w_2)$ также является задачей на одновременно достигаемый максимум. Кроме того, ее свободная точка x^* есть та же, что для случая, когда эта задача непротиворечива. Потому в случае, когда она противоречива, ее решение следует искать, используя свободную точку x^*.

Назовем оптимальным решением противоречивой задачи $R(w_1,w_2)$ такое допустимое решение $x \in S$, что оценка w(x) является ближайшей в некотором смысле к вектору w^*, соответствующему свободной точке x^* задачи $R(w_1,w_2)$.

Можно показать, что для противоречивой задачи $R(w_1,w_2)$ каждое допустимое решение $x \in S$ является парето-оптимальным. Следовательно, решение противоречивой задачи $R(w_1,w_2)$ есть парето-оптимум, который должен быть ближайшим к свободной точке x^* в некотором смысле. Построим решение задачи $R(w_1,w_2)$ через модификацию метода свободной точки, используя вместо *евклидовой свертки критериев* [2, 3] *принцип гарантированного результата* [4].

Введем на множестве допустимых решений S отношение следующего вида:

$$\min\{w_1(x),w_2(x)\} > \min\{w_1(y),w_2(y)\},$$

и рассмотрим в качестве максиминной *свертки критериев* функцию

$$D(w_1(x),w_2(x)) = \min\{w_1(x),w_2(x)\}.$$

Применим к критериям задачи $R(w_1,w_2)$ линейное преобразование вида:

$$w_1(x)/w_1^* = v_1(x) \qquad w_2(x)/w_2^* = v_2(x)$$

и перейдем к эквивалентной ей задаче $R(v_1, v_2)$ вида:

$$\begin{cases} D(v_1(x), v_2(x)) \to \max \\ F(w_1(x), w_2(x)) = 0 \end{cases}$$

с тем же множеством допустимых решений, что и задача $R(w_1,w_2)$. Нетрудно видеть, что по определению решение задачи $R(v_1,v_2)$ есть оптимум Парето, ближайший к свободной точке x^* задачи $R(w_1,w_2)$ в смысле максимина.

<u>Утверждение 1</u>. Если $x^* \in S$ есть оптимальное решение задачи $R(v_1,v_2)$ и уравнение

$$w_1(x)/w_1^* = w_2(x)/w_2^* \qquad (6)$$

разрешимо на S, то x^* удовлетворяет этому уравнению с необходимостью.

<u>Следствие</u>. Оптимальное решение задачи $R(v_1,v_2)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} w_1(x)/w_1^* = w_2(x)/w_2^* \\ F(w_1(x),w_2(x)) = 0 \end{cases} \qquad (7)$$

Назовем задачу $R(v_1,v_2)$ *максиминным ослаблением* задачи $R(w_1,w_2)$. Следующее утверждение связывает решения двухкритериальных задач $R(w_1,w_2)$ и $R(v_1,v_2)$.

<u>*Утверждение 2*</u>. Если задача $R(w_1,w_2)$ непротиворечива, то ее оптимальное решение совпадает с оптимальным решением задачи $R(v_1, v_2)$.

<u>Доказательство</u>: По условию, задача $R(w_1,w_2)$ имеет единственное решение, которым является ее свободная точка. С другой стороны, ее свободная точка удовлетворяет условию оптимальности (6) для максиминного ослабления $R_2(v_1,v_2)$ и, таким образом, является оптимальным решением этой задачи.

Допустим теперь, что задача $R(w_1,w_2)$ противоречива. Пусть задача $R(v_1, v_2)$ имеет оптимальное решение y^*, которому соответствует оценка $\Phi(y^*) = (w_1(y^*), w_2(y^*))$. Нетрудно видеть, что $w_1(y^*) < w_1^*$ и $w_2(y^*) < w_2^*$. Построим, используя оценку $\Phi(x^*)$, задачу $R^1(v_1, v_2)$ вида:

$$\begin{cases} w_1(x)/w_1^* \to \max \\ w_2(x)/w_2^* \to \max \\ F(w_1(x), w_2(x)) = 0, \end{cases}$$

которая является неослабленной, т.е. *задачей на одновременно достигаемый максимум*, содержательно аналогичной задаче $R(w_1,w_2)$. Прямая подстановка оптимального решения x = y* задачи $R(v_1, v_2)$ в ограничение задачи $R^1(v_1, v_2)$ показывает, что y* есть ее оптимальное решение. Следовательно, задача $R^1(v_1, v_2)$ является непротиворечивой. Таким образом доказано, что любой задаче на *одновременно достигаемый максимум* $R(w_1,w_2)$ оптимальное решение y^* задачи $R(v_1, v_2)$, называемой ее *максиминным ослаблением*, ставит в соответствие задачу на *одновременно достигаемый максимум*, т.е. задачу $R^1(v_1, v_2)$ того же типа, для которой y^* является оптимальным решением.

Таким образом, максиминное ослабление позволяет осуществить переход в классе задач *на одновременно достигаемый максимум* от противоречивой задачи к непротиворечивой. При этом, какова бы ни была исходная задача $R(w_1,w_2)$, ее оптимальное решение всегда следует искать через нахождение оптимального решения ослабленной задачи $R(v_1, v_2)$.

Пример. В качестве примера покажем, что проведенный выше анализ позволяет сделать вывод о том, что полученное максиминное решение справедливо не только для задачи, сформулированной для процесса принятия решений на композиционной динамике классов, но и, например, для известной задачи о нахождении оптимального набора товаров [5].

Пусть

$$w_1(x) = x_1,\ w_2(x) = x_2,$$
$$F(w_1(x), w_2(x)) = p_1 x_1 + p_2 x_2 - I.$$

Множество X определяется как

$$X=\{(x_1,x_2)\,|\,0<x_1<I/p_1,\,0<x_2<I/p_2\}\subseteq R^2$$

Задача $R(v_1,v_2)$ на X будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} x_1/\max x_1 \to \max \\ x_1/\max x_1 \to \max \\ p_1x_1+p_2x_2-I=0, \end{cases}$$

где $\max x_1=I/p_1;\ \max x_2=I/p_2$

Система уравнений (7) будет следующей

$$\begin{cases} x_1/\max x_1 = x_1/\max x_1 \\ p_1x_1+p_2x_2-I=0. \end{cases}$$

Ее решением является вектор $x^*=(I/2p_1,\,I/2p_2)$.

При *экономической интерпретации*, когда x_1, x_2 - количества первого и второго товаров соответственно, p_1, p_2 - соответствующие им цены, а I - величина дохода потребителя [5], полученное решение x^* совпадает с решение задачи об оптимальном наборе товаров для случая, когда функция полезности имеет следующий вид $u(x_1,x_2)=x_1x_2$.

Заключение

С точки зрения интересов участников ситуации выбора, оптимальное решение, получаемое через максиминное ослабление, является справедливым для задач на *одновременно достигаемый максимум* в том смысле, что при возникновении противоречий между интересами участников в ситуации выбора, моделируемой в постановке данной задачи, оно соответствует случаю равного сохранения интересов каждого из них, без отдания предпочтения интересам одних участников в ущерб интересам других. Очевидно, что в случае, когда исходная задача противоречива, переход к ее максиминному ослаблению означает принятие решения, ущемляющего интересы каждого из участников ситуации выбора, но в силу только что сказанного оно носит равноправный характер. В отличие от него решение, полученное при евклидовой свертке критериев, приводит к предпочтению между критериями, т.е. интересами участников, а, следовательно, оно определяет ситуацию равновесия по Парето, менее устойчивую в смысле индивидуального предпочтения, чем полученное максиминное решение.

Литература:

1.Kulba V., Nikolsky S. Metaontology DEDS: Operational dynamic system on classes // Management and Production Engineering Review, V.2, N 3, September 2011, PP. 28-34.

2.Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. - М.: Наука, 1981.

3.Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. - М.: Наука, 1982.

4.Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. - М.: Наука, 1976.

5.Альсевич В.В. Введение в математическую экономику. - М.: URSS, 2005.

Никольский Сергей Николаевич,
д-р техн. наук, профессор Кафедры кибернетики МИЭМ НИУ ВШЭ.
тел.: (495)916-88-89
e-mail: snikolsky@hse.ru

Тишкин Алексей Михайлович,
ассистент,
Кафедра информационных технологий и автоматизированных систем МИЭМ НИУ ВШЭ.
тел.: (903)782-78-49
e-mail: atishkin@hse.ru

S.N. Nikolsky, A.M. Tishkin

THE SOLUTION OF THE TASK WITH TWO CONFLICTING CRITERIA ON THE BASIS OF THE FREE POINT'S METHOD MODIFICATION

The decision two-criterion task of simultaneously reached maximum through the free point's method modification is constructed using the principle of guaranteed result.

Keywords: optimization, conflicting criteria, the free point, maximine loosening, Pareto optimality

References:

1.Kulba V., Nikolsky S. "Metaontology DEDS: Operational dynamic system on classes" // Management and Production Engineering Review, V.2, N 3, September 2011, PP. 28-34.

2.Moiseev N.N. Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza. - M.: Nauka, 1981.

3.Podinovskiy V.V., Nogin V.D. Pareto-optimal'nie resheniya mnogokriterial'nih zadach. - M.: Nauka, 1982.

4.Germeyer U.B. Igri s neprotivopolojnimi interesami. - M.: Nauka, 1976.

5.Al'sevich V.V. Vvedenie v matemati-cheskuyu ekonomiku. - M.: URSS, 2005.

Nikol'skiy Sergey Nikolaevich,
Dr.Sci.Tech., Professor Department of Cybernetics MIEM NRU HSE.
tel: (495)916-88-89
e-mail: snikolsky@hse.ru

Tishkin Alexey Mihaylovich,
Assistant Dept. of Information Technologies and Automated Systems: MIEM NRU HSE.
tel: (903)782-78-49
e-mail: atishkin@hse.ru

В.И. Троян, П.В. Борисюк, А.В. Красавин, В.Г. Пальчиков, С.С. Потешин, А.А. Сысоев, В.П. Яковлев

ОТ АТОМНЫХ К ЯДЕРНЫМ ОПТИЧЕСКИМ СТАНДАРТАМ ЧАСТОТЫ

Рассматриваются перспективы повышения точности стандартов времени и частоты путем разработки "ядерных часов" - стандарта частоты нового поколения на основе ядерного перехода в долгоживущее изомерное состояние ядра изотопа тория-229 с энергией ~7.6 эВ. Использование ядерного перехода, согласно теоретическим оценкам, позволит достичь относительной точности $\sim 10^{-20}$, что откроет широкие возможности использования нового стандарта частоты, начиная от спутниковых систем навигации и заканчивая проверкой основ общей теории относительности.

Ключевые слова: стандарт частоты, торий-229, ионная ловушка, масс-спектрометрия, метод индуктивно связанной плазмы, рентгеновская фотоэлектронная спектроскопия

В настоящий момент международным эталоном частоты являются цезиевые атомные часы, т.е. стандарт, основанный на воспроизведении единицы измерения частоты на базе электронного перехода между двумя уровнями сверхтонкой структуры в атоме ^{133}Cs. Этот стандарт является первичным, а действующее определение секунды привязано к периоду излучения, отвечающего переходу между упомянутыми электронными уровнями атома цезия. Лучшая относительная точность атомных часов, достигнутая на установке "цезиевый фонтан", равняется

$$\Delta\nu/\nu = \Delta T/T \sim 1\times10^{-15},$$

что означает отставание в одну секунду за 32×10^{6} лет.

Следующим этапом на пути повышения точности часов является увеличение частоты используемых осцилляторов, т.е. использование "оптических" стандартов, частота которых на пять порядков выше частоты "микроволновых" стандартов. Оптические часы могут быть созданы на базе переходов между долгоживущими электронными состояниями в атомах или ионах, захваченных в ловушку и охлажденных до низких температур. На сегодняшний день наилучшие результаты по созданию оптических часов на холодных атомах и ионах достигнуты на лабораторных установках в США (NIST), Германии (PTB), Великобритании (NPL), Франции и Японии. Полученная относительная точность для оптических часов на электронных переходах в единичных ионах алюминия в электромагнитной ловушке составляет 7×10^{-18} [1] и несколько единиц 10^{-17} для часов на электронных переходах в нейтральных атомах стронция на оптической решетке [2]. Эта точность соответствует отставанию в доли секунды за все время жизни Вселенной (13,7 млрд. лет). Дальнейшее повышение точности оптических атомных стандартов ограничено фундаментальными физическими принципами, обусловленными, в частности, излучением абсолютно черного тела, что приводит к существованию предела воспроизводимости и стабильности частоты перехода на уровне $\sim10^{-18}$.

В связи с вышеизложенным, перспективным является создание стандартов, основанных на переходах между долгоживущими состояниями в ядрах. Экранирование ядра атомными электронами позволит на несколько порядков уменьшить чувствительность ядерного перехода к внешним возмущениям. В большинстве случаев разность энергий уровней в ядре много больше энергий электронных переходов в атоме, поэтому для возбуждения таких переходов нужны источники рентгеновского диапазона, временная когерентность которых сейчас намного уступает когерентности оптических осцилляторов, используемых в современных стандартах частоты. Тем не менее, в ядрах некоторых изотопов существуют долгоживущие возбужденные изомерные состояния с энергией в единицы и десятки эВ по отношению к основному состоянию, что делает возможным использовать методы лазерной спектроскопии. Точность воспроизведения частоты в таких ядерных стандартах может превысить точность существующего первичного эталона типа "цезиевый фонтан" на пять порядков и составить $\Delta\nu/\nu=\Delta T/T\sim10^{-20}$.

Кандидатом для использования в качестве осцил-