

УДК 621.385.632

ОБОБЩЕННАЯ ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

© 2010 г. В. А. Солнцев, Р. П. Колтунов

Поступила в редакцию 08.06.2010 г.

Развита линейная теория дискретного взаимодействия электронных потоков и электромагнитных волн в замедляющих системах (ЗС), основанная на применении уравнений возбуждения ЗС в конечных разностях. Входящий в эти уравнения локальный импеданс связи характеризует интенсивность поля, возбуждаемого электронным потоком в зазорах взаимодействия, и имеет ограниченную величину на частотах отсечки ЗС. Теория единым образом описывает электронно-волновое взаимодействие в полосах пропускания и запираения ЗС без использования эквивалентных схем, что позволяет рассмотреть процессы вблизи частот отсечки и переход от черенковского механизма взаимодействия в лампе бегущей волны к клистронному механизму при переходе в полосы запираения ЗС. Рассмотрены особенности уравнений дискретного электронно-волнового взаимодействия в псевдопериодических ЗС.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ уравнений дискретного электронно-волнового взаимодействия в замедляющих системах (ЗС) показал возможность единого описания такого взаимодействия в полосах пропускания и запираения ЗС с использованием уравнения возбуждения в конечных разностях второго порядка и входящего в него локального импеданса связи [1]. Применение теории возбуждения волноводов позволило записать уравнения в общем виде без использования частных эквивалентных схем или иных моделей ЗС.

Вместе с тем, в отличие от теории Пирса [2], где сопротивление связи характеризует взаимодействие электронов с одной собственной волной ЗС через одну синхронную с пучком пространственную гармонику этой волны, локальный импеданс связи характеризует взаимодействие электронов с полным полем двух – прямой и встречной – волн ЗС в зазорах взаимодействия и не обращается в бесконечность на частотах отсечки [1, 3, 4]. Различные варианты описания такого взаимодействия неоднократно рассматривались в литературе [5–9]. Наиболее строгим является использование разностного уравнения возбуждения, полученного в [10] из общей теории возбуждения волноводов, и входящего в это уравнение локального импеданса связи. Поэтому в теории дискретного электронно-волнового взаимодействия целесообразным будет применение локального импеданса связи вместо сопротивления связи Пирса. Это позволит исключить трудности, связанные с обращением последнего в бесконечность на частотах отсечки, и рассмотреть процессы при переходе из полосы пропускания в полосу запираения, в том числе переход от черенковского механизма взаимодействия в лампе с бегущей волной (ЛБВ) к клистронному механизму.

Вычисление и анализ свойств локального импеданса связи, так же как и обычного сопротивления связи, можно проводить при обработке результатов 3D-моделирования электромагнитных полей в “холодных” ЗС по известным программам HFSS, ISFEL-3D и др. или по упрощенным моделям ЗС в виде эквивалентных схем и систем, включая цепочки многополюсников и применение других методов [11].

В данной работе приведена линейная теория дискретного электронно-волнового взаимодействия в полосах пропускания и запираения ЗС на основе использования разностного уравнения возбуждения и локального импеданса связи. Рассмотрены особенности уравнений для псевдопериодических ЗС, где вдоль системы согласовано изменяются шаг и параметры элементов ЗС, что позволяет выделить одну пространственную гармонику рабочей моды при подавлении остальных [12].

1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И АЛГОРИТМ ИХ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим прямолинейный электронный поток в ЗС с Q зазорами взаимодействия, расположенными в общем случае неэквидистантно с шагом L_q (рис. 1). Ограничиваясь одномерной моделью, используем известное линейное уравнение [1,13] для ВЧ-тока пучка J

$$\frac{d^2 J}{dz^2} - 2ih_e \frac{dJ}{dz} + (\Gamma h_p^2 - h_e^2) J = -ih_p^2 S \omega \epsilon_0 \bar{E}, \quad (1)$$

где $h_e = \omega/v_e$ – электронное волновое число; $h_p = \omega/v_p$ – плазменное волновое число, z – про-

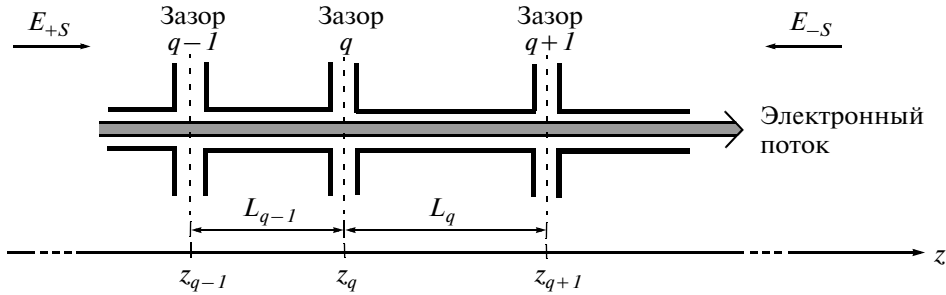


Рис. 1. Схема ЗС с дискретным электронно-волновым взаимодействием.

дольная координата, ω – круговая частота, S – эффективная площадь поперечного сечения пучка; Γ – коэффициент депрессии продольного поля пространственного заряда на частоте ω , определяемый известными соотношениями [13],

$$\omega_p = \frac{e}{\varepsilon_0 m} \frac{J_0}{v_e S}$$

– плазменная частота без учета депрессии продольного поля пространственного заряда, т.е. при $\Gamma = 1$; эффективная площадь поперечного сечения электронного пучка определяется соотношением

$$S = \frac{1}{\int_{S_e} \psi^2(x, y) dS}$$

$J_0 = \frac{S}{S_e} J_e$ – его эффективный постоянный ток, ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, $\bar{E}(z)$ – сумма продольных составляющих электрического поля прямой и встречной волн, усредненная по сечению пучка [1]

$$\bar{E}(z) = C_s^0(z) \bar{e}_s(z) \exp(ih_s z) + C_{-s}^0(z) \bar{e}_{-s}(z) \exp(-ih_s z). \quad (2)$$

В выражении (2) $C_{\pm s}^0(z)$ – безразмерные коэффициенты возбуждения (амплитуды волн), определяемые уравнениями [7, 13]:

$$\frac{dC_{\pm s}^0}{dz} = \mp \frac{R_s^0}{2} J(z) \bar{e}_{\pm s}(z) \exp(\mp ih_s z), \quad (3)$$

где

$$\bar{e}_{\pm s}(z) = \int_{S_e} \psi(x, y) e_{\pm s, z}(x, y, z) dS$$

– усредненные по сечению пучка функции распределения продольного электрического поля прямой и встречной волн;

$$R_s^0 = -\frac{2E_s^0 E_{-s}^0}{N_s}$$

– удельное сопротивление связи в точке (x^0, y^0, z^0) ; $\psi(x, y)$ – функция распределения плотности

ВЧ-тока в поперечном сечении пучка; N_s – норма волны; $E_{\pm s}^0$ – амплитуда выбранной компоненты поля в точке (x^0, y^0, z^0) , где функция распределения этой компоненты равна единице.

При дискретном взаимодействии электронов с полем периодической или псевдопериодической структуры, как правило, можно пренебречь изменением фазы поля в пространстве взаимодействия в пределах одного периода (шага) системы вдоль оси ЗС, т.е. в пределах зазора взаимодействия. Это очевидно при достаточно малой ширине зазора взаимодействия и при взаимодействии на частотах вне полосы пропускания замедляющей системы, когда фаза поля либо одинакова во всем объеме системы, либо скачком меняется на π от зазора к зазору.

Проведенный в [1] анализ показал, что поле (2) на q -м шаге $z_q^- \leq z \leq z_q^+$ можно представить в виде

$$\bar{E}_q(z) = \bar{e}_q(z) E_q, \quad (4)$$

где $\bar{e}_q(z) = \bar{e}_{\pm s}(z) \exp[ih_{\pm s}(z - z_q)]$ – усредненная по сечению пучка вещественная функция распределения поля, одинаковая для прямой и встречной волн.

Для плоских зазоров взаимодействия ширины d_q имеем $\bar{e}_q(z) \equiv 1$ внутри зазора и $\bar{e}_q(z) \equiv 0$ вне зазора. Для непрерывных функций $\bar{e}_q(z)$ можно ввести эквивалентный плоский зазор шириной d_q . Эту ширину можно определить, полагая напряженность поля в середине эквивалентного плоского зазора равной E_q и вводя напряжение на эквивалентном зазоре U_q

$$d_q = -\frac{U_q}{E_q} = -\frac{E_q \int_{z_q^-}^{z_q^+} \bar{e}_q(z) dz}{E_q} = \int_{z_q^-}^{z_q^+} \bar{e}_q(z) dz. \quad (5)$$

Наведенный ток на q -м шаге задается выражением

$$J_q = \frac{1}{d_q} \int_{z_q^-}^{z_q^+} J(z) \bar{e}_q(z) dz. \quad (6)$$

Для периодических систем с периодом L и одинаковыми эквивалентными зазорами взаимодействия

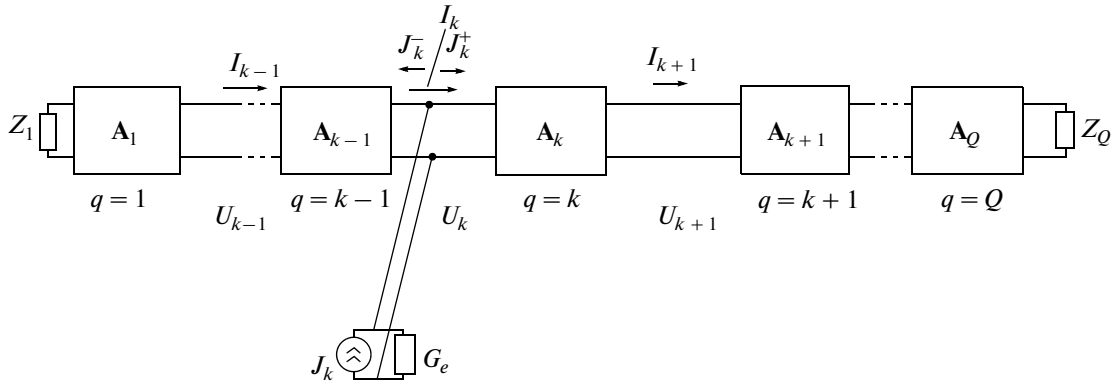


Рис. 2. Цепочка неидентичных четырехполосников, возбуждаемых наведенными токами J_k ; Z_1 и Z_Q – сопротивления нагрузок на концах цепочки.

ширины d имеем конечно-разностное уравнение возбуждения [1, 10]:

$$\Delta^2 E_q + 2E_q(1 - \cos \varphi_s) = -iR_s^0 \sin \varphi_s J_q d, \quad (7)$$

где $\Delta^2 E_q = E_{q+1} - 2E_q + E_{q-1}$ – конечная разность второго порядка, $\varphi_s = h_s L$. Это уравнение можно переписать относительно напряжений $U_q = -E_q d$ на эквивалентных зазорах

$$\Delta^2 U_q + 2U_q(1 - \cos \varphi_s) = iZ_s J_q, \quad (8)$$

где $Z_s = R_s^0 d^2 \sin \varphi_s$ – локальный импеданс связи, учитывающий одновременно прямую и встречную волны. Важно, что этот импеданс не обращается в бесконечность на границах полосы прозрачности замедляющей системы и является непрерывной функцией при переходе из одной полосы в другую [1, 4].

Эквивалентная ширина зазора взаимодействия d согласно (3), (5) зависит от распределения поля и плотности ВЧ-тока по сечению пучка. Поэтому в рассматриваемой одномерной модели взаимодействия целесообразно ввести усредненное удельное сопротивление связи $R_s = R_s^0 (d/L)^2$ и представить Z_s в виде:

$$Z_s = R_s L^2 \sin \varphi_s. \quad (9)$$

Такое усреднение аналогично усреднению сопротивления связи по сечению электронного пучка для непрерывного взаимодействия в ЛБВ с гладкими, например спиральными, ЗС [13].

Конечно-разностное уравнение возбуждения вида (8) получается также при представлении периодической ЗС цепочкой идентичных четырехполосников, каждый из которых описывает один период ЗС. В этом случае локальный импеданс связи для ЗС петляющего типа с точностью до мнимой единицы совпадает с одним из элементов матрицы передачи четырехполосника [4, 14]

$$Z_s = iA_{12}. \quad (10)$$

Для псевдопериодических систем с переменным шагом расположения зазоров взаимодействия L_q и параметрами ячеек, меняющимися согласованно с шагом, используем их представление цепочкой неидентичных четырехполосников. Общие конечно-разностные соотношения, описывающие возбуждение заданным током цепочек неидентичных шестиполосников, даны в [15]. Здесь мы приведем простой вывод конечно-разностного уравнения возбуждения второго порядка для цепочки неидентичных четырехполосников, представленной на рис. 2, следуя [14].

Имеем следующую связь токов и напряжений на $(k-1)$ -м и k -м шагах при возбуждающем токе J_k

$$\begin{aligned} U_k &= A_{11}^k U_{k+1} + A_{12}^k I_{k+1}, \\ U_{k-1} &= A_{11}^{k-1} U_k + A_{12}^{k-1} (I_k - J_k^-), \\ I_k + J_k^+ &= A_{21}^k U_{k+1} + A_{22}^k I_{k+1}, \\ I_{k-1} &= A_{21}^{k-1} U_k + A_{22}^{k-1} (I_k - J_k^-). \end{aligned} \quad (11)$$

Исключая из этих соотношений токи I_k , I_{k+1} и учитывая условие обратимости четырехполосника $A_{11}^k A_{22}^k - A_{12}^k A_{21}^k = 1$, получим разностное уравнение возбуждения цепочки неидентичных четырехполосников, описывающих псевдопериодическую ЗС

$$U_{k+1} + \frac{A_{12}^k}{A_{12}^{k-1}} U_{k-1} - \left(A_{22}^k + A_{11}^{k-1} \frac{A_{12}^k}{A_{12}^{k-1}} \right) U_k = -A_{12}^k J_k. \quad (12)$$

Для периодической ЗС элементы матрицы передачи одинаковы для всех четырехполосников и (12) совпадает с (8), так как $\cos \varphi_s = \frac{1}{2}(A_{11} + A_{22})$.

Уравнения (1), (6), (7) и (8) или (12) представляют самосогласованную систему уравнений, описывающую линейное дискретное электронно-волновое взаимодействие в полосах пропускания и непропус-

кания ЗС. Эта система должна быть дополнена краевыми условиями на концах выбранного отрезка ЗС, определяемыми условиями согласования “холодной” системы и модуляцией электронного пучка в начале системы.

Рассмотрим секцию ЗС, включающую Q шагов. Решение краевой задачи для системы уравнений взаимодействия будем проводить методом “пристрелки”, подбирая краевые условия в начале секции для удовлетворения краевых условий в конце секции. Для линейной теории взаимодействия достаточно трех итераций: двух пробных итераций и одной, выбираемой на основании пробных и дающей решение, удовлетворяющее краевым условиям на концах секции. На каждой итерации будем использовать приведенное ниже решение уравнений линейной теории взаимодействия в виде рекуррентных формул, позволяющих рассчитать ток и поле в q -м зазоре по их значениям в предыдущих зазорах взаимодействия. Как видно из разностных уравнений возбуждения (7), (8), поле в заданном зазоре определяется его значением в двух предыдущих зазорах. Зададим в качестве краевых условий для поля коэффициенты отражения в “холодной” системе от первого зазора Γ_1 и от нагрузки, подключенной к Q -му зазору, Γ_H . Для периодической ЗС поле зазоров системы можно представить как сумму прямой и встречной волн с амплитудами $C_{\pm s, q}$ меняющимися вдоль системы под действием наведенного тока J_q

$$E_q = C_{s,q} \exp[i(q-1)\varphi_s] + C_{-s,q} \exp[-i(q-1)\varphi_s], \quad (13)$$

$q = 1, 2, \dots, Q.$

В последнем Q -м зазоре встречная волна образуется только из-за отражения прямой волны от подключенной к нему нагрузки с коэффициентом отражения Γ_H , так как внешний сигнал сюда не подаем. Поэтому

$$C_{-s,Q} \exp(-i(Q-1)\varphi_s) = \Gamma_H C_{s,Q} \exp(i(Q-1)\varphi_s), \quad (14)$$

и получаем при $q = Q$

$$E_Q = (1 + \Gamma_H) C_{s,Q} \exp(i(Q-1)\varphi_s). \quad (15)$$

Далее предполагаем, что в предпоследнем $(Q-1)$ -м зазоре амплитуды прямой и встречной волн такие же, как и в последнем Q -м зазоре:

$$C_{s,Q-1} = C_{s,Q}, \quad C_{-s,Q-1} = C_{-s,Q}. \quad (16)$$

Это строго выполняется в “холодной” системе без электронного пучка. В присутствии электронного пучка поле от зазора к зазору меняется слабо, поэтому (16) выполняется приближенно. Как видно из (7), (8), для точного выполнения (16) надо потребовать, чтобы в двух последних зазорах не было наведенных возбуждающих токов, т.е.

$$J_{Q-1} = J_Q = 0, \quad (17)$$

и электронный поток не возбуждает эти зазоры. Считая, что (16) выполнены приближенно или точно, получим из (13) при $q = Q-1$ с учетом (14):

$$E_{Q-1} = E_Q \frac{\exp(-i\varphi_s) + \Gamma_H \exp(i\varphi_s)}{1 + \Gamma_H}. \quad (18)$$

Для Γ_H получим

$$\Gamma_H = -\frac{\exp(-i\varphi_s) - E_{Q-1}/E_Q}{\exp(i\varphi_s) - E_{Q-1}/E_Q} = -\exp(-2i\varphi_s) \frac{1 - (E_{Q-1}/E_Q) \exp(i\varphi_s)}{1 - (E_{Q-1}/E_Q) \exp(-i\varphi_s)}. \quad (19)$$

На входе к зазору $q = 1$ подключена линия, подающая мощность. Она возбуждает в первом зазоре поле прямой волны $E_{вх}$, кроме того, прямая волна возникает из-за отражения встречной волны от линии с коэффициентом отражения Γ_1 . Поэтому в первом зазоре $C_s = E_{вх} + \Gamma_1 C_{-s,1}$, а полное поле в этом зазоре получаем из (13) в виде

$$E_1 = E_{вх} + C_{-s,1}(1 + \Gamma_1). \quad (20)$$

Предполагаем, что во втором зазоре

$$C_{s,2} = C_{s,1}, \quad C_{-s,2} = C_{-s,1}. \quad (21)$$

Так же, как и на выходе, эти соотношения будут точными, если в первых двух зазорах нет возбуждающих токов

$$J_1 = J_2 = 0. \quad (22)$$

Если этого не делать, то (21) выполняется приближенно. Учитывая (21), для поля во втором зазоре получим из (13)

$$E_2 = E_{вх} \exp(i\varphi_s) + C_{-s,1} [\exp(-i\varphi_s) + \Gamma_1 \exp(i\varphi_s)]. \quad (23)$$

При поиске решения с помощью итераций величины $E_{вх}$, Γ_1 , φ_s заданы одинаковыми на всех итерациях, неизвестна только амплитуда встречной волны в начале секции C_{-s} . Алгоритм ее определения приведен ниже.

2. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ И РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ТОКА И ПОЛЯ

Безразмерные переменные введем в соответствии с [13]: $\zeta = \varepsilon h_e z$ – безразмерная координата; ε – параметр, который в общем случае может выбираться произвольно, например, как параметр усиления в ЛБВ или отношение плазменной частоты к рабочей частоте; $\sigma^2 = \Gamma(\omega_p/\varepsilon\omega)^2$ – параметр пространственного заряда.

Безразмерное поле F определим по соотношению

$$F = \frac{e}{m\omega v \varepsilon^2} \bar{E} \exp\left(-i\frac{\zeta}{\varepsilon}\right) = -\frac{\bar{E}}{2h_e U \varepsilon^2} \exp(-ih_e z), \quad (24)$$

где e, m – заряд и масса электрона, v_e – начальная скорость электронов.

Высокочастотный ток пучка $J(z)$ записывается через его безразмерную амплитуду $I(z)$ в виде

$$J(z) = J_0 I(z) \exp(ih_e z). \quad (25)$$

В результате из (1), (13), (14) получаем уравнение для безразмерного ВЧ-тока

$$\frac{d^2 I}{d\zeta^2} + \sigma^2 I = -iF. \quad (26)$$

Задаваясь значениями тока $I(\zeta_q^-)$ и его производной $I'(\zeta_q^-)$ в начале q -го шага ζ_q^- и используя для решения уравнения (26) метод вариации постоянных, найдем на q -м шаге

$$I(\zeta) = -\frac{i}{\sigma} \int_{\zeta_q^-}^{\zeta} F(\zeta') \sin \sigma(\zeta - \zeta') d\zeta' + I(\zeta_q^-) \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + I'(\zeta_q^-) \frac{1}{\sigma} \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-). \quad (27)$$

Как и в [1], будем рассматривать эквивалентные плоские зазоры, так что в пределах зазора имеем $\bar{E} \equiv E_q = -U_q/d$ при $z_q^- < z < z_q^+$. В этом случае интегралы в выражениях (27) вычисляются аналитически. Получим в пределах q -го зазора при $\zeta_q^- \leq \zeta \leq \zeta_q^- + \varepsilon h_e d = \zeta_q^+$

$$I(\zeta) = I(\zeta_q^-) \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) - iV(\zeta_q^-) \frac{1}{\sigma} \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + iF_q^m \exp\left(-i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}\right) \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \left[1 + \exp\left(\frac{i}{\varepsilon}(\zeta - \zeta_q^-)\right) \times \left[i \frac{\sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-)}{\varepsilon \sigma} - \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) \right] \right], \quad (28)$$

$$V(\zeta) = -iI(\zeta_q^-) \sigma \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + V(\zeta_q^-) \cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) + F_q^m \exp\left(-i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}\right) \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \left[1 - \exp\left(\frac{i}{\varepsilon}(\zeta - \zeta_q^-)\right) \left[\cos \sigma(\zeta - \zeta_q^-) - i\varepsilon \sigma \sin \sigma(\zeta - \zeta_q^-) \right] \right],$$

где $V = iI'$ – амплитуда модуляции пучка по скорости,

$$F_q^m = -\frac{E_q \exp(-ih_e z_q)}{2h_e U_e \varepsilon^2} \quad (29)$$

– нормированная амплитуда поля в зазоре.

Вне зазоров, в пространстве дрейфа электронного пучка будем учитывать только силы простран-

ственного заряда, используя (28) при $F_q^m = 0$ и выбирая на q -м шаге за начало отсчета ζ_q^+ .

Преобразуем теперь разностное уравнение возбуждения периодической ЗС (8), вводя безразмерную амплитуду поля в зазоре F_q , усредненную на периоде L ,

$$F_q = \frac{d}{L} F_q^m = \frac{1}{2h_e \varepsilon^2 L U_e} U_q \exp(-ih_e z_q). \quad (30)$$

Учитывая, что $\Delta^2 U_q = U_{q+1} - 2U_q + U_{q-1}$ и $z_{q\pm 1} = z_q \pm L$, получим из (8) и (30) разностное уравнение для безразмерного поля в зазорах

$$F_{q+1} \exp(i\varphi_e) + F_{q-1} \exp(-i\varphi_e) - 2F_q \cos \varphi_s = -i\bar{Z}_s \tilde{I}_q \quad (31)$$

где $\bar{Z}_s = Z_s \frac{eJ_0}{m\omega v_e \varepsilon^2 L} = \frac{Z_s |J_0|}{U_e 2\varphi_e \varepsilon^2}$ – нормированный локальный импеданс связи, $\varphi_e = h_e L$ – ВЧ-угол пролета электронами периода ЗС L , \tilde{I}_q – безразмерный наведенный в q -м зазоре ток, т.е. $J_q = J_0 \tilde{I}_q \exp(ih_e z_q)$.

Выражение для \bar{Z}_s можно упростить, выбирая нормирующий параметр ε . Рассмотрим ряд вариантов. Введем сначала параметр ε , как и в ЛБВ [13] с помощью соотношения

$$\varepsilon^3 = \frac{eJ_0 Z_s}{2m\omega^2 h_e L^3} = \frac{Z_s (-J_0)}{4U_e (h_e L)^3}, \quad (32)$$

где $U_e = -\frac{mv_e^2}{2e} > 0, -J_0 > 0$, так как $e < 0$. Тогда

$$\bar{Z}_s = 2\varepsilon (h_e L)^2. \quad (33)$$

Введенный выше параметр ε аналогичен параметру усиления ЛБВ, но несколько от него отличается. Для сравнения перейдем от периодической к гладкой ЗС, считая $L \rightarrow 0$. Тогда

$$Z_s = R_s^0 d^2 \sin \varphi_s = R_s^0 \left(\frac{d}{L}\right)^2 L^2 \sin \varphi_s \rightarrow R_s^0 \left(\frac{d}{L}\right)^2 h_s L^3$$

и получаем

$$\varepsilon^3 = \frac{eJ_0 R_s^0 h_s}{2m\omega^2 h_e}, \quad (34)$$

где $R_s = R_s^0 (d/L)^2$ – удельное сопротивление связи, усредненное по сечению пучка, так как согласно (3), (6) эквивалентная ширина зазора d зависит от распределения поля и ВЧ-тока по сечению пучка. Отличие от обычно используемого определения ε заключается в множителе h_s/h_e [13].

Для гладкой системы, когда $L = dz \rightarrow 0$, уравнение возбуждения (31) принимает вид

$$\varepsilon \frac{d^2 F}{d\zeta^2} + 2i \frac{dF}{d\zeta} + \frac{h_s^2 - h_e^2}{\varepsilon h_e^2} F = -2iI, \quad (35)$$

где $\zeta = \varepsilon h_e z$.

Это уравнение описывает возбуждение суммарного поля прямой и встречной волн гладкой системы на произвольной частоте ω .

При использовании в ЛБВ ЗС, близких к гладким, например спиральных ЗС вдали от частот отсечки, имеем $h_s \neq 0$, и электронный поток эффективно возбуждает только одну прямую, синхронную с ним волну, когда $h_s \approx h_e$. Безразмерное поле этой волны F_+ удовлетворяет известному уравнению возбуждения первого порядка

$$\frac{dF_+}{d\zeta} - i \frac{h_s - h_e}{\varepsilon h_e} F_+ = -I. \quad (36)$$

Его можно получить из (35) с помощью метода вариации постоянной или непосредственно из выражения для полного поля (2), учитывая в нем только первое слагаемое, соответствующее прямой волне, и используя нормировку (24) и определение параметра усиления (34).

Если параметр ε ввести вместо (32) с помощью соотношения

$$\varepsilon^2 = 1/h_e L, \quad (37)$$

то получим

$$\bar{Z}_s = Z_s \frac{|J_0|}{2U_e} \quad (38)$$

и безразмерную амплитуду ВЧ-напряжения в зазорах

$$F_q = \frac{U_q}{U_e} \exp(-ih_e z_q). \quad (39)$$

Наиболее простой вид безразмерного уравнения возбуждения получается при выборе ε в виде

$$\varepsilon^2 = \frac{Z_s e J_0}{m\omega v_e L} = \frac{Z_s |J_0|}{2U_e h_e L}. \quad (40)$$

Тогда имеем

$$\bar{Z}_s = 1, \quad (41)$$

$$F_q = \frac{U_q}{Z_s |J_0|} \exp(-ih_e z_q). \quad (42)$$

Входящий в уравнения возбуждения безразмерный наведенный в q -м зазоре ток $\tilde{I}_q = \frac{J_q}{J_0} \exp(-ih_e z_q)$ получается при подстановке в интеграл (6) конвекционного тока пучка (25) и полученных для него в линейном приближении выражений (28). Для простоты при вычислении наведенного тока пренебре-

жем в пределах зазора влиянием сил пространственного заряда.

Как правило, ширина зазоров взаимодействия d много меньше плазменной длины волны в электронном пучке λ_p , определяемой с учетом ограниченности поперечного сечения пучка соотношением

$$\frac{2\pi}{\lambda_p} = \sqrt{\Gamma} \frac{\omega_p}{v_e}, \quad \text{т.е.} \quad \lambda_p = \frac{2\pi v_e}{\sqrt{\Gamma} \omega_p} \gg d.$$

Отсюда следует, что

$$\sigma(\zeta - \zeta_q^-) \leq \sigma \varepsilon h_e d = \sqrt{\Gamma} \frac{\omega_p}{\omega \varepsilon} \frac{\omega}{v_e} d = 2\pi \frac{d}{\lambda_p} \ll 1,$$

а также $\varepsilon \sigma = \sqrt{\Gamma} \frac{\omega_p}{\omega} \ll 1$, и, следовательно, выражения (28) можно упростить, пренебрегая действием сил пространственного заряда в пределах зазоров. Переходя в (28) к пределу $\sigma \rightarrow 0$, получим в пределах зазора

$$I(\zeta) = I(\zeta_q^-) - iV(\zeta_q^-)(\zeta - \zeta_q^-) + iF_q^m \exp\left(-i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}\right) \times \\ \times \varepsilon^2 \left\{ 1 + \exp\left(i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}\right) \left[\frac{i(\zeta - \zeta_q^-)}{\varepsilon} - 1 \right] \right\}, \\ V(\zeta) = V(\zeta_q^-) + iF_q^m \exp\left(-i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}\right) \varepsilon \left\{ 1 - \exp\left(i\frac{\zeta - \zeta_q^-}{\varepsilon}\right) \right\}.$$

Эти выражения учитывают группирование электронов под действием поля зазора F_q^m и начальной модуляции по скорости на его входе, определяющей производную тока. Используя эти выражения и вычисляя входящие в (6) интегралы, можно получить

$$\tilde{I}_q = I(\zeta_q^-) M - V(\zeta_q^-) \varepsilon \left[\exp\left(i\frac{\theta}{2}\right) - M \right] + \\ + F_q^m \varepsilon^2 \theta [Y_1(\theta) - iY_2(\theta)], \quad (43)$$

где $\theta = h_e d$ – угол пролета электронов в эквивалентном плоском зазоре взаимодействия шириной d , $M = \sin \frac{\theta}{2} / \frac{\theta}{2}$,

$$Y_1(\theta) = \frac{2(1 - \cos \theta) - \theta \sin \theta}{\theta^2}, \\ Y_2(\theta) = \frac{2 \sin \theta - \theta(1 + \cos \theta)}{\theta^2} \quad (44)$$

– нормированные на $J_0/2U_e$ безразмерные соответственно активная и реактивная составляющие электронной проводимости зазора взаимодействия. В (43) первое слагаемое определяет вклад в наведенный ток модуляции электронного пучка по току в начале зазора, второе слагаемое – его модуляции по скорости, определяющей дополнительную под-

группировку в пределах зазора, третье слагаемое – вклад в наведенный ток за счет группировки пучка в зазоре под действием поля F_q^m .

Соотношения (28), (31) при учете (30), (43) позволяют рассчитать значения тока, скорости и поля в начале $(q+1)$ -го шага структуры ζ_{q+1}^- по их значениям в начале q -го шага ζ_q^- , а также поля F_{q-1} в $(q-1)$ -м зазоре. При этом, считая, что q -му зазору соответствует $\zeta_q^- \leq \zeta \leq \zeta_q^+ = \zeta_q^- + \varepsilon h_e d$, а q -му пространству дрейфа $\zeta_q^+ \leq \zeta \leq \zeta_{q+1}^-$, следует применять для пересчета тока и скорости от начала к концу q -го зазора полные соотношения (28), а в q -м пространстве дрейфа соотношения (28) при $F_q^m = 0$. Такая рекуррентная схема расчета позволяет найти распределение поля, тока и скорости электронов вдоль структуры без выделения отдельных волн и решения соответствующих характеристических уравнений, что дает возможность анализа характеристик усиления в ЛБВ с дискретным взаимодействием электронов и поля псевдопериодической ЗС.

Для периодической ЗС при учете прямой и встречной волн уравнение возбуждения (31) дает

$$F_{q+1} \exp(i\varphi_e) = 2F_q \cos \varphi_s - F_{q-1} \exp(-i\varphi_e) - i\bar{Z}_s \tilde{I}_q \quad (45)$$

Если учитывать только одну прямую волну системы, т.е. только первое слагаемое в (2), то вместо уравнения возбуждения (8) имеем элементарное соотношение для напряжений

$$U_{q+1} = \left(U_q + \frac{R_s L^2}{2} J_q \right) \exp(i\varphi_s), \quad (46)$$

которое можно получить также, применяя к (8) метод вариации постоянной. Переходя к нормированному полю (30), получим в этом случае вместо (45)

$$F_{q+1} = \left[F_q - \frac{\bar{Z}_s}{2 \sin \varphi_s} \tilde{I}_q \right] \exp i(\varphi_s - \varphi_e). \quad (47)$$

Для псевдопериодической системы нормировку напряжений в уравнении возбуждения (12) также можно провести с помощью соотношения (30), принимая в нем за L величину какого-либо шага системы или его среднее значение. Тогда получим

$$F_{q+1} \exp(i\varphi_{q+1}) + \frac{A_{12}^q}{A_{12}^{q-1}} F_{q-1} \frac{L_{q-1}}{L_q} \exp(-i\varphi_{q-1}) - \left(A_{22}^q + A_{11}^{q-1} \frac{A_{12}^q}{A_{12}^{q-1}} \right) F_q = -i\bar{Z}_s \frac{A_{12}^q}{A_{12}} \tilde{I}_q \quad (48)$$

где $\varphi_q = h_e z_q$, $A_{12} = -iZ_s$ – выбранное для нормировки значение, одинаковое для всех шагов. Если параметр ε определить, как и в периодической системе, соотношением (32), то \bar{Z}_s имеет вид (33).

В итоге согласно (28), (45) имеем следующие рекуррентные соотношения:

$$I_{q+1} = I_q \cos \theta_q - iV_q \frac{1}{\sigma} \sin \theta_q + \frac{L}{d} F_q \frac{i\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \left[\left(\exp(-i\theta) + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma} - \cos \theta_d \right) \cos \theta'_q - \right. \quad (49)$$

$$\left. - i \left(\exp(-i\theta) - \cos \theta_d + i\varepsilon \sigma \sin \theta_d \right) \frac{1}{\varepsilon \sigma} \sin \theta'_q \right],$$

$$V_{q+1} = -I_q \sigma \sin \theta_q + V_q \cos \theta_q + \frac{L}{d} F_q \frac{-\varepsilon}{1 - \varepsilon^2 \sigma^2} \times \left[\left(\exp(-i\theta) + i \frac{\sin \theta_d}{\varepsilon \sigma} - \cos \theta_d \right) \varepsilon \sigma \sin \theta'_q - \right. \quad (50)$$

$$\left. - i \left(\exp(-i\theta) - \cos \theta_d + i\varepsilon \sigma \sin \theta_d \right) \cos \theta'_q \right],$$

$$F_{q+1} = -i\bar{Z}_s \frac{A_{12}^q}{A_{12}} \tilde{I}_q \exp(-i\varphi_{q+1}) + \left(A_{22}^q + A_{11}^{q-1} \frac{A_{12}^q}{A_{12}^{q-1}} \right) F_q \exp(-i\varphi_{q+1}) - \frac{A_{12}^q}{A_{12}^{q-1}} F_{q-1} \frac{L_{q-1}}{L_q} \exp(-i(\varphi_{q-1} + \varphi_{q+1})), \quad (51)$$

где наведенный в q -м зазоре ток \tilde{I}_q определяется выражением (43), а величины $\theta_q = \varepsilon \sigma \varphi_q = \frac{\omega_q}{v_e} L_q = 2\pi \frac{L_q}{\lambda_q}$

и $\theta_d = \varepsilon \sigma \theta = \frac{\omega_d}{v_e} d = 2\pi \frac{L_q}{d}$ представляют соответственно угол пролета q -го шага и зазора в плазменных длинах волн, $\theta'_q = \theta_q - \theta_d$ – аналогичный угол пролета q -го пространства дрейфа.

Считая обратимым каждый четырехполосник цепочки, представляющей ЗС, можно использовать в (48), (51) вместо элементов матрицы передачи A_{ij}^q сдвиг фазы на ячейку φ_s^q .

Для периодических ЗС решение (45), (49), (50) можно искать в виде собственных волн ЗС с электронным пучком, отыскивая комплексный сдвиг фазы тока, скорости электронов и поля на шаг γ_i в каждой i -ой волне, из условий

$$I_{q+1,i} = I_{q,i} \exp(i\gamma_i), \quad V_{q+1,i} = V_{q,i} \exp(i\gamma_i), \\ F_{q+1,i} = F_{q,i} \exp(i\gamma_i).$$

При этом получается характеристическое уравнение 4-го порядка, так как уравнение возбуждения (45) связывает F_{q+1} не только с F_q , но и F_{q-1} . Это можно легко увидеть, вводя формально переменную $G_q = F_{q-1}$, что приводит к соотношению $G_{q+1} = F_q$, дополняющему (45), (49), (50). Физически это соответствует наличию четырех электронных волн в периодических ЗС с электронным пучком, которые

исследовались, например в [16, 17], методом эквивалентных схем. Здесь приведено прямое решение задачи с помощью рекуррентных соотношений (45), (49)–(51), которое позволяет рассмотреть процессы линейного дискретного электронно-волнового взаимодействия как в периодических, так и псевдопериодических ЗС.

Соотношения (49)–(51) удобно записать в матричном виде

$$\begin{aligned} I_{q+1} &= a_{11}I_q + a_{12}V_q + a_{13}F_q, \\ V_{q+1} &= a_{21}I_q + a_{22}V_q + a_{23}F_q, \\ F_{q+1} &= a_{31}I_q + a_{32}V_q + a_{33}F_q + a_{34}F_{q-1}, \end{aligned} \quad (52)$$

где коэффициенты a_{ij} в общем случае зависят от q ; их нетрудно получить из (45), (49)–(51).

Для решения краевой задачи используем следующий алгоритм. Задаем две пары линейно-независимых значений $(F_1^{(1)}, F_2^{(1)})$, $(F_1^{(2)}, F_2^{(2)})$ и вычисляем по реализующей (52) программе две пары значений $(F_{Q-1}^{(1)}, F_Q^{(1)})$, $(F_{Q-1}^{(2)}, F_Q^{(2)})$. Ввиду линейности уравнений связь выходных и входных значений линейная

$$\begin{aligned} F_{Q-1}^{(1,2)} &= B_{11}F_1^{(1,2)} + B_{12}F_2^{(1,2)}, \\ F_Q^{(1,2)} &= B_{21}F_1^{(1,2)} + B_{22}F_2^{(1,2)}. \end{aligned} \quad (53)$$

Получаем матрицу \mathbf{B} и обратную матрицу $\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1}$

$$\begin{aligned} F_1 &= A_{11}F_{Q-1} + A_{12}F_Q, \\ F_2 &= A_{21}F_{Q-1} + A_{22}F_Q \end{aligned} \quad (54)$$

Задавая коэффициент отражения на выходе Γ_n , находим из выражения (19) отношение F_{Q-1}/F_Q

$$\frac{F_{Q-1}}{F_Q} = \frac{\exp(-i(\varphi_s - \varphi_e)) + \Gamma_n \exp(i(\varphi_s + \varphi_e))}{1 + \Gamma_n}, \quad (55)$$

а из выражения (54) вычисляем $\frac{F_1}{F_Q}, \frac{F_2}{F_Q}$

$$\frac{F_1}{F_Q} = \frac{F_{\text{вх}}}{F_Q} + \frac{F_{-s,1}}{F_Q}(1 + \Gamma_1), \quad (56)$$

$$\frac{F_2}{F_Q} \exp(-i(\varphi_s - \varphi_e)) = \frac{F_{\text{вх}}}{F_Q} + \frac{F_{-s,1}}{F_Q}(\exp(-2i\varphi_s) + \Gamma_1). \quad (57)$$

а также усиление поля $\left| \frac{F_Q}{F_1} \right|$ в Q -м зазоре по отношению к первому зазору.

Если Γ_1 задано, то отсюда найдем $\frac{F_{\text{вх}}}{F_Q}$ и $\frac{F_{-s,1}}{F_Q}$, т.е. входной сигнал и обратное излучение по отношению к выходному полю F_Q . Из (56), (57) находим

$$\frac{F_{-s,1}}{F_Q} = \frac{\frac{F_2}{F_Q} \exp(-i(\varphi_s - \varphi_e)) - \frac{F_1}{F_Q}}{\exp(-2i\varphi_s) - 1}, \quad (58)$$

$$\frac{F_{\text{вх}}}{F_Q} = \quad (59)$$

$$= \frac{\frac{F_1}{F_Q}(\exp(-2i\varphi_s) + \Gamma_1) - \frac{F_2}{F_Q} \exp(-i(\varphi_s - \varphi_e))(1 + \Gamma_1)}{\exp(-2i\varphi_s) - 1}.$$

Строго говоря, усиление внутри лампы должно рассматриваться как отношение амплитуды прямой волны в Q -м зазоре по отношению к поступающему из входной линии полю прямой волны в первом зазоре. Согласно (15)

$$K_U = \frac{C_{s,Q}}{E_{\text{вх}}} = \frac{F_Q \exp(-i(\varphi_s - \varphi_e)(Q-1))}{F_{\text{вх}}(1 + \Gamma_n)}, \quad (60)$$

или

$$|K_U| = \left| \frac{\exp(-2i\varphi_s) - 1}{1 + \Gamma_1} \frac{1}{\frac{F_1}{F_Q}(\exp(-2i\varphi_s) + \Gamma_1) - \frac{F_2}{F_Q} \exp(-i(\varphi_s - \varphi_e))(1 + \Gamma_1)} \right|. \quad (61)$$

Из полученных выражений нетрудно получить также отношение амплитуд волн во входной и вы-

ходной линиях, подключенных к первому и Q -му зазорам соответственно.

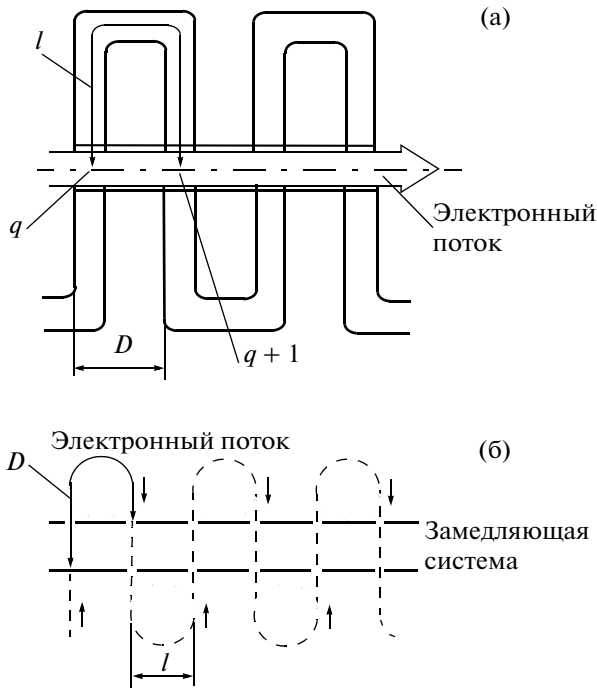


Рис. 3. Замедляющая система типа однородного петляющего волновода с электронным потоком (а) и ее представление в виде прямолинейного волновода (б).

3. ОСОБЕННОСТИ ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВБЛИЗИ ЧАСТОТ ОТСЕЧКИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ЗС ПЕТЛЯЮЩЕГО ТИПА

К ЗС петляющего типа можно отнести петляющий волновод, встречные штыри, коаксиально-радиальную линию, цепочку связанных резонаторов при щелях связи, повернутых на 180° , и другие системы, в которых энергия волны переносится в основном вдоль петель системы, многократно пересекая ось ЗС. В этих ЗС рабочей является первая пространственная гармоника бегущей по системе волны, так как сопротивление связи (и локальный импеданс связи) основной прямой пространственной гармоники обращается в нуль из-за геометрического поворота фазы поля на 180° в соседних зазорах взаимодействия. Для выяснения особенностей применения выведенной системы уравнений электронно-волнового взаимодействия рассмотрим ЗС типа однородного петляющего волновода без учета отражений от его изгибов (рис. 3а). В таком случае можно перейти к прямолинейному волноводу, пронизываемому условно “петляющим” электронным потоком в соседних зазорах взаимодействия с противоположных сторон (рис. 3б). Это необходимо учесть в уравнениях возбуждения (49)–(51) множителем $(-1)^q$ перед наведенным током, принимая в этих уравнениях за φ_s набег фазы поля

вдоль волновода по выпрямленной петле длиной l , соответствующей шагу $D = L/2$:

$$\varphi_s = h_s l, \quad h_s = \sqrt{k^2 - k_s^2},$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число в вакууме, $k_s = 2\pi/\lambda_s$ – критическое волновое число. Набег фазы n -й пространственной гармоники вдоль оси z замедляющей системы составит на периоде L

$$\varphi_{s,n} = 2\varphi_s + 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

а на шаге $D = L/2$ с учетом геометрического поворота волновода на 180°

$$\varphi_n = \varphi_{s,n}/2 - \pi = \varphi_s + \pi(2n - 1).$$

Основная пространственная гармоника является обратной волной, так как $\varphi_0 = \varphi_s - \pi < 0$ при $0 \leq \varphi_s < \pi$; для рабочей первой пространственной гармоники $\varphi_1 = \varphi_s + \pi$. Замедление рабочей гармоники определяется соотношением

$$\begin{aligned} \frac{c}{v_1} &= \frac{\varphi_1}{kD} = \frac{l}{D} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_\pi}\right)^2} + \frac{\lambda}{2D} = \\ &= \frac{c}{v_{1,\pi}} \left(\frac{2l}{\lambda_\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_\pi}\right)^2} + \frac{\lambda}{\lambda_\pi} \right). \end{aligned} \quad (62)$$

Здесь λ_π – низкочастотная граница основной полосы пропускания, которой соответствует $\varphi_1 = \pi$, определяется критической частотой петляющего волновода

$$\lambda_\pi = \lambda_{кр}, \quad h = 0, \quad \frac{c}{v_{1,\pi}} = \frac{\lambda_\pi}{2D}. \quad (63)$$

Из (62) видно, что вид дисперсионной характеристики определяется только одним параметром l/λ_π . Высокочастотная граница основной полосы пропускания $\lambda_{2\pi}$, которой соответствует $\varphi_{s,1} = 2\pi$ (брегговский резонанс), в идеальном волноводу без отражений отсутствует, однако в реальной системе она возникает из-за отражений от изгибов волновода.

Для локального импеданса связи однородного петляющего волновода имеем элементарное выражение, полученное в [1]:

$$Z_s = Z_1 \sin \varphi_s = Z_{01} \frac{k}{h_s} \sin h_s. \quad (64)$$

Как показано в [1, 3, 4], локальный импеданс связи непрерывно изменяется при переходе из полосы прозрачности в полосу непрозрачности, причем максимум Z_s может находиться в той или иной полосе при изменении размеров волновода. Абсолютная величина Z_s зависит от формы сечения петляющего волновода.

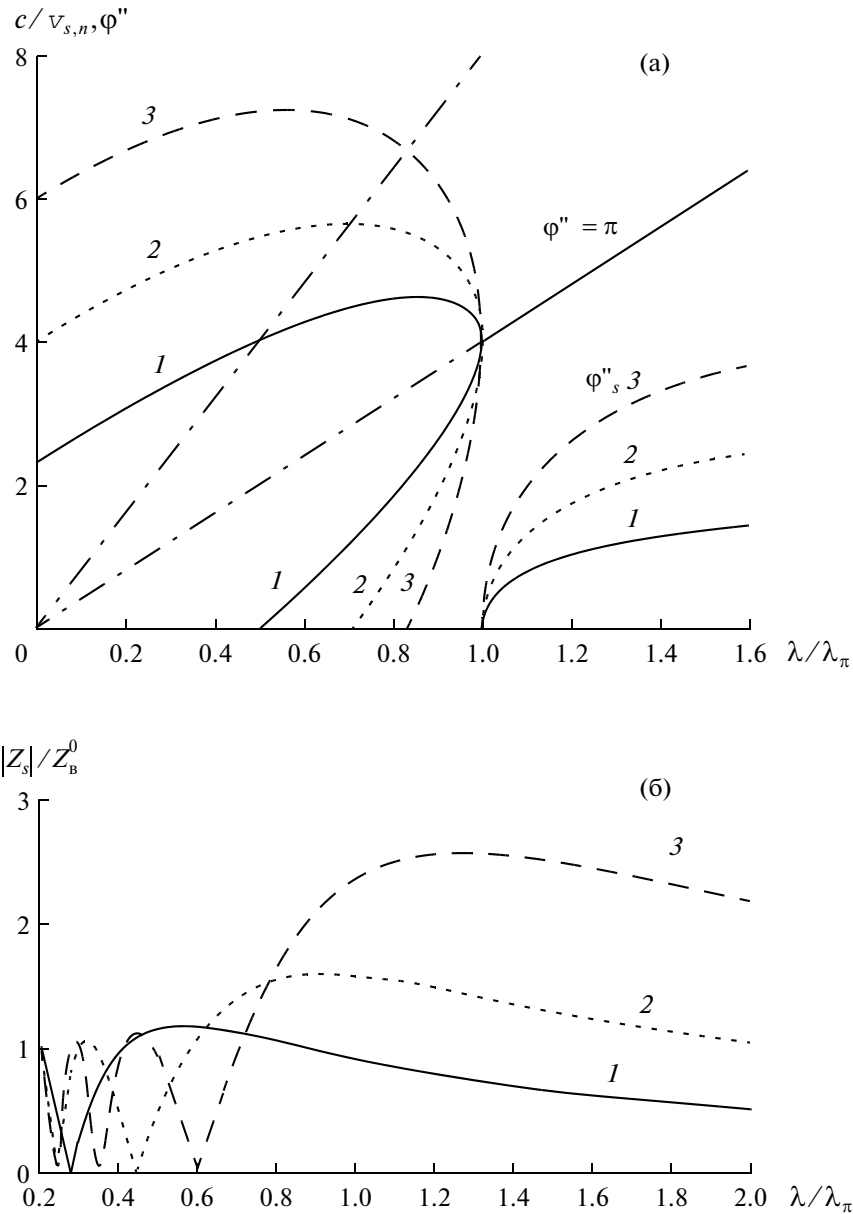


Рис. 4. Дисперсия (а) и локальный импеданс связи (б) прямой и обратной волн в петляющем волноводе без отражений: $l/\lambda_\pi = 0.29$ (1), 0.5 (2) и 0.75 (3).

На рис. 4 представлены результаты расчета дисперсии +1-й пространственной гармоники прямой волны и обратной волны (-1-й пространственной гармоники встречной волны), которые на частоте отсечки π -вида имеют одинаковую фазовую скорость v_π . Расчет проведен для трех характерных вариантов ЗС, рассматривавшихся в [4] при замедлении $c/v_\pi=4$. Характеристики волн даны не только в полосе пропускания ЗС, но и в низкочастотной полосе запирания $\lambda > \lambda_\pi$, что необходимо для анализа взаимодействия в этой полосе, где сдвиг фазы комплексный:

$$\begin{aligned} \varphi_s &= \varphi'_s + i\varphi''_s, \quad \varphi'_s = 0, \quad \varphi''_s = \pi, \\ \varphi''_{\pm s} &= \pm h''_s l = \pm \frac{2\pi l}{\lambda_\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_\pi}{\lambda}\right)^2}. \end{aligned} \quad (65)$$

Линейное дискретное взаимодействие волн периодической ЗС с электронным потоком описывается уравнениями (45), (49), (50), которые записывались в виде (52). При расчетах использовались нормировки (32), (33), задавались комплексный сдвиг фазы φ_s в выбранной полосе частот, параметр расстройки скоростей электронов по отношению к 1-й пространственной гармонике

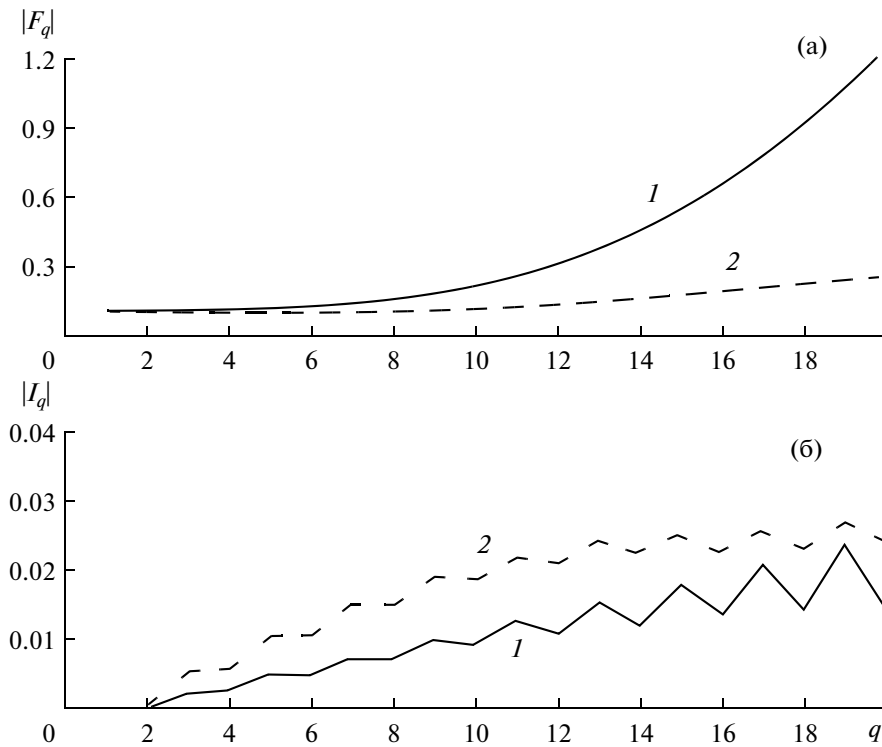


Рис. 5. Распределение модуля поля (а) и модуля ВЧ-тока пучка (б) вдоль ЗС для $\varphi_1 = \pi$ (1) и $3\pi/2$ (2), расчет проведен при $\varepsilon = 0.05$, $\xi = 0$, $\theta = 0.718$, $\sigma = \sqrt{0.1}$, считалось, что отраженная волна на входе отсутствует.

$$\xi = \frac{\varphi_1' - \varphi_e}{\varepsilon \varphi_e} = \frac{v_e - v_1}{\varepsilon v_1}, \quad (66)$$

параметр пространственного заряда σ^2 , угол пролета электронов в эквивалентном плоском зазоре взаимодействия $\theta = \varphi_e \frac{d}{L}$ (или $\frac{d}{L}$), плазменный угол пролета периода θ_q , общее число зазоров взаимодействия Q в отрезке ЗС, коэффициенты отражения на границах отрезка Γ_1 , Γ_n , а также параметр усиления ε . Для решения уравнений использовалась система Mathcad.

На рис. 5 приведен пример рассчитанного распределения поля и ВЧ-тока пучка вдоль ЗС на частоте отсечки ($\varphi_1 = \pi$) и в центре полосы пропускания ($\varphi_1 = 3\pi/2$). Расчеты проводились при постоянных значениях безразмерных параметров — параметра скорости $\xi = 0$ (т.е. при точном синхронизме электронов и первой пространственной гармоники поля) и параметра усиления $\varepsilon = 0.05$. Следует отметить, что входящий в параметр усиления (32) локальный импеданс связи согласно рис. 3б зависит от частоты значительно меньше, чем обычное сопротивление связи. Поэтому второе условие приближенно выполняется даже без подстройки тока электронного пучка. На входе в первом и втором зазорах задавались значения поля, соответствующие прямой бегущей волне. Встречное излучение на входе здесь счи-

талось равным нулю ($C_{-s,1} = 0$) в результате задания выходного коэффициента отражения Γ_n , вычислявшегося при расчетах. Как видно из рис. 5, решение полученной здесь системы уравнений не имеет особенностей на границе полосы пропускания, характер распределения поля и тока примерно сохраняется при приближении к частоте отсечки.

На рис. 6 приведены рассчитанные распределения поля и ВЧ-тока пучка вдоль системы в низкочастотной полосе запирающего ЗС. Здесь $\varphi_1 = \pi + i\varphi_1''$ и также возможен синхронизм, но при наличии реактивного затухания φ_1'' , увеличивающегося при увеличении длины волны (рис. 4а). Приведены результаты для случая точного синхронизма $\xi = 0$ и постоянного параметра усиления ε . На входе в первых двух зазорах задавались значения поля, соответствующие спадающей по амплитуде волне. Видно, что в заперделном отрезке ЗС происходит группировка электронного пучка, в результате чего спадание поля на начальном участке отрезка ЗС уменьшается, а затем сменяется нарастанием поля по зазорам. Формально происходит усиление поля вдоль ЗС. Однако реально величина усиления поля будет существенно зависеть от связи заперделного отрезка ЗС с подводящими линиями. Такой отрезок ЗС можно рассматривать как многозазорный резонатор клистроны, связь которого с этими линиями может осуществляться через торцы или иным образом. В ЛБВ

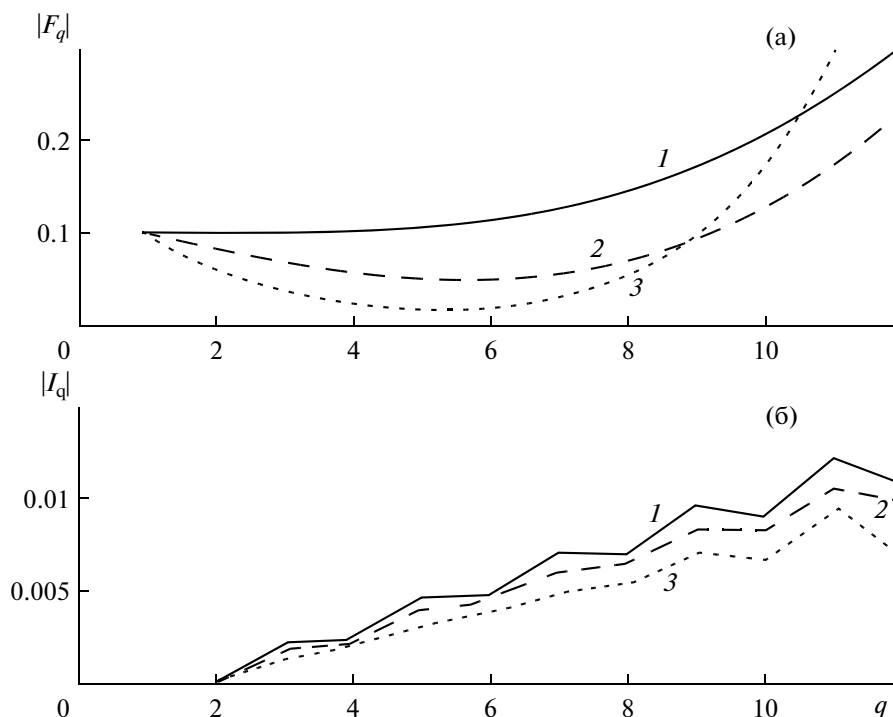


Рис. 6. Распределение модуля поля (а) и модуля ВЧ-тока пучка (б) по зазорам при реактивном затухании $\phi_1'' = 0$ (1), 0.2 (2) и 0.5 (3).

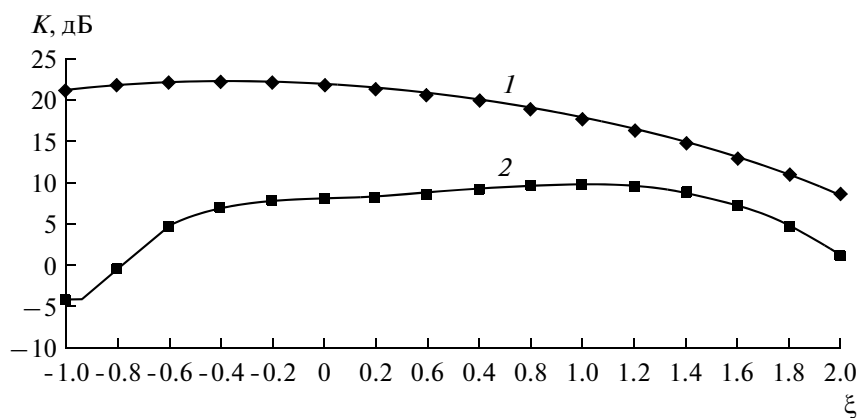


Рис. 7. Зависимость усиления поля в секции из 20 зазоров взаимодействия от параметра расстройки ξ при $\phi_1 = \pi$ (1) и $\phi_1 = 3\pi/2$ (2), расчеты проведены при $\epsilon = 0.05$, $\xi = 0$, $\theta = 0.718$; $\sigma = \sqrt{0.1}$ (аналогично рис. 5).

запредельный отрезок ЗС может применяться как поглощающая вставка с усилением тока.

Зависимости усиления поля в зазорах от расстройки скоростей электронного потока и первой пространственной гармоники ξ в полосе пропускания представлены на рис. 7. Видно, что в центре полосы пропускания при $\phi_1 = 3\pi/2$, где взаимодействие происходит преимущественно с одной прямой волной, зона усиления по параметру расстройки лежит в пределах примерно от -0.6 до 2.0 , что соответствует теории Пирса. Вблизи границы полосы при

$\phi_1 = \pi$ усиление возрастает и полоса усиления расширяется. Это соответствует расчетам, проводившимся с помощью эквивалентных схем ЗС [16, 17].

Расчет усиления в полосе пропускания проведен для ЛБВ с четырехступенчатой системой типа двойных встречных штырей, подобной приведенной в [18, стр.312]. Для нее найдены дисперсия и сопротивление связи рабочей первой пространственной гармоники $K_{s,1}$ с помощью известных процедур при трехмерном моделировании систем [19] (рис. 8). Ло-

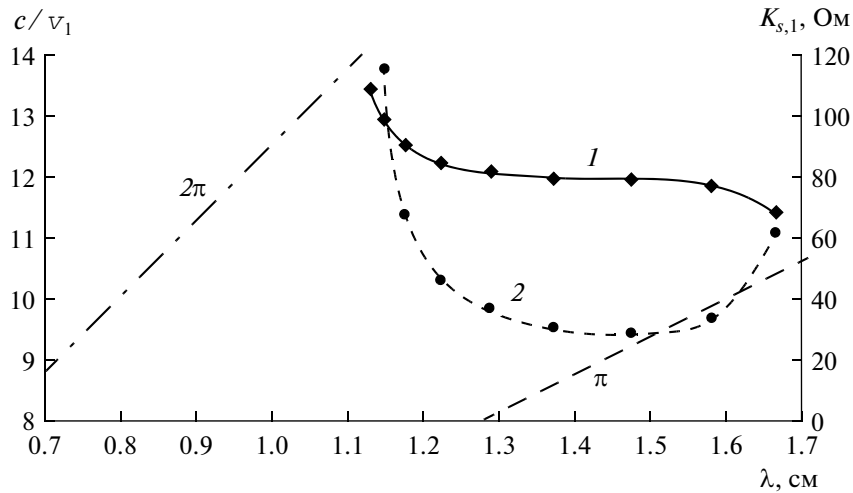


Рис. 8. Замедление c/v_1 (1) и сопротивление связи $K_{s,1}$ первой пространственной гармоники (2) ЗС типа сдвоенных встречных штырей.

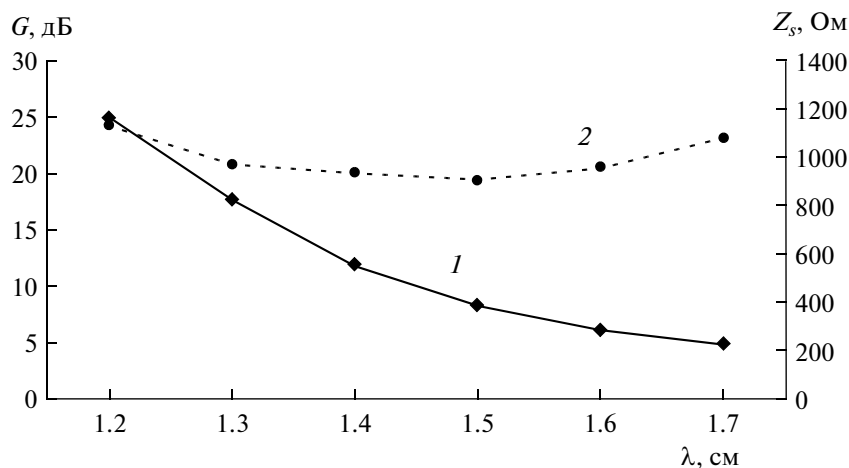


Рис. 9. Локальный импеданс связи Z_s (1) и усиление G (2) в полосе частот для ЛБВ с секцией ЗС, представленной на рис. 8, при десяти зазорах взаимодействия.

кальный импеданс связи Z_s вычислялся через сопротивление связи по формуле, приведенной в [1]:

$$K_{s,m} = Z_s \frac{|e_{s,m}|^2}{\varphi_{s,m}^2 |\sin \varphi_{s,m}|}, \quad (67)$$

где $e_{s,m}$, $\varphi_{s,m}$ — безразмерные амплитуды и фазы пространственных гармоник.

Расчет усиления по разработанной здесь программе и локальный импеданс связи приведены на рис. 9. Точный синхронизм электронного потока и первой пространственной гармоники поля выбран на длине волны $\lambda = 1.475$ см, на которой параметр расстройки $\xi = 0$ и параметр усиления взят $\varepsilon = 0.052$; изменение этих параметров в диапазоне частот рас-

считывалось по данным рис. 8 с использованием формул (66), (67).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выведены уравнения обобщенной линейной теории дискретного взаимодействия электронных потоков и электромагнитных волн замедляющих систем, описывающие единым образом взаимодействие в частотных полосах пропускания и запираения ЗС. В отличие от известных работ (см., например, [16, 17] и др.), где применяются эквивалентные схемы или другие упрощенные модели ЗС, теория основана на общей теории возбуждения волноводов, полученного из нее уравнения возбуждения в конечных разностях второго порядка и использования ло-

кального импеданса связи вместо сопротивления связи Пирса. Уравнения записаны как для периодических, так и для псевдопериодических ЗС, обладающих свойствами селекции пространственных гармоник и волн. Даны примеры расчета дискретного взаимодействия в периодических ЗС петляющего типа, показана возможность эффективного взаимодействия в полосе запираания ЗС.

Авторы благодарны М.В. Назаровой за полезные обсуждения работы и Д.С. Шабанову за помощь в проведении расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-02-00859-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Солнцев В.А., Колтунов Р.П. // РЭ. 2008. Т. 53. № 6. С. 738.
2. Пирс Дж. Р. Лампа с бегущей волной. М.: Сов. радио, 1952.
3. Солнцев В.А. // Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. 10-я зимняя школа-семинар. Саратов: Гос. УНЦ "Колледж", 1996. Кн. 1(1). С. 76.
4. Мухин С.В., Никонов Д.Ю., Солнцев В.А. // РЭ. 2008. Т. 53. № 10. С. 1324.
5. Аркадакский С.С., Цикин Б.Г. // РЭ. 1976. Т. 21. № 3. С. 608.
6. Солнцев В.А., Кравченко Н.П. // РЭ. 1978. Т. 23. № 5. С. 1103.
7. Осин А.В., Солнцев В.А. // РЭ. 1978. Т. 24. № 7. С. 1380.
8. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 9. С. 1104.
9. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рожнев А.Г., Блохина Е.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47. № 6. С. 399.
10. Солнцев В.А., Мухин С.В. // РЭ. 1991. Т. 36. № 11. С. 2161.
11. Силин Р.А. Периодические волноводы. М.: Фазис, 2002.
12. Солнцев В.А., Никонов Д.Ю. // РЭ. 2006. Т. 51. № 8. С. 1008.
13. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.
14. Солнцев В.А. // Изв. вузов. Прикл. нелинейн. динамика. 2009. Т. 17. № 3. С. 55.
15. Гаврилов М.В., Трубецков Д.И., Фишер В.Л. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1981. Кн. 1. С. 173.
16. Канавец В.И., Мозговой Ю.Д. // РЭ. 1975. Т. 20. № 10. С. 2121.
17. Канавец В.И. // Вестн. МГУ. Сер. Физика и астрономия. 1975. Т. 16. № 2. С. 159.
18. Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966.
19. Никонов Д.Ю., Солнцев В.А. // РЭ. 2005. Т. 50. № 1. С. 108.
20. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков. М.: Физматлит, 2003. Т. 1.