Государственный Университет
Высшая школа экономики

Н.В.Суворов

МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ
(ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ, ПРИКЛАДНЫЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ)

Препринт WP2/2002/04

Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Москва 2002

УДК 330.42
ББК 65.050.9(2)
С 89

Суворов Н.В. Макроэкономическое моделирование технологических изменений (теоретические, прикладные и инструментальные вопросы): Препринт WP2/2002/04. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 80 с.

В работе рассматриваются теоретические и прикладные аспекты модельного описания процесса производства. Излагаются методы и результаты оценки параметров макромодели технологических изменений для экономики Российской Федерации за период 1970-х–1990-х гг., в том числе результаты оценивания макроэкономической производственной функции. Специальный раздел посвящен описанию применяемого математико-статистического инструментария. При написании работы использованы материалы, разрабатывавшиеся при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-06-80156).

Классификация JEL: C51, C52, E10, O11.

Suvorov N.V. Macroeconomic Modeling of Technological Changes (theoretical, applied and instrumental aspects): Working paper WP2/2002/04. – Moscow: State University – Higher School of Economics, 2002. – 80 p. (in Russian).

The paper is focused on the theoretical and applied aspects of production process' modeling. Presented are methods and results of parameter estimations of technological changes' model for Russian economy in the period of 1970–1990, including the estimations of the macroeconomic production function. Special attention is devoted to the description of the statistical procedures used. During the work on the paper there were used materials elaborated thanks to the financial support of Russian Fundamental Research Foundation (project # 02-06-80156).

JEL Classification: C51, C52, E10, O11.

Суворов Николай Владимирович
Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН
117418, Москва, Нахимовский пр-т, 47
E-mail: suvor_n@mail.ecfor.rssi.ru

Suvorov, Nicolay
Institute of Economic Forecasting of the Russian Academy of Sciences
47, Nakhimovsky pr., Moscow, 117418, Russia
E-mail: suvor_n@mail.ecfor.rssi.ru

Введение

Результативность прогнозно-аналитических исследований экономических процессов определяется как эмпирическим базисом, так и качеством используемых модельных конструкций. Вне зависимости от того, формулируются ли эти модели в виде математических соотношений или представлены иным образом (например, в табличном виде, в виде схем и т.п.), важнейшим их элементом был и остается способ описания процесса производства, т.е. преобразования затрат различных видов производственных ресурсов в выпускаемую продукцию. Рассмотрению теоретических и прикладных аспектов модельного описания процесса производства как раз и посвящена данная работа.

Тематика первого раздела – круг наиболее существенных, по нашему мнению, теоретических вопросов, касающихся разработки достаточно универсальных принципов формального описания технологии процесса производства и технологических изменений.

Соотнесение теоретических построений с эмпирическим материалом – необходимая стадия проверки корректности теории в любой области науки. Ввиду этого второй раздел содержит изложение методических приемов и численных результатов, связанных с количественной оценкой параметров макроэкономической модели технологических изменений для российской экономики в период 1970–1995 гг.

В третьем разделе в общем виде изложены математические методы обработки статистической информации, применяемые в исследованиях проблем макроэкономической динамики и моделировании структурных изменений.

I. Общие методические принципы экономического описания технологии производства

I.1. Альтернативные теоретические схемы формального представления производственного процесса

Производственная функция как модель технологии. Возникновение производственной функции (ПФ) как исследовательского инструмента исторически было связано с процессом математизации экономической науки. Теории производства и общего равновесия со времен работ основоположников неоклассического направления использовали применительно к описанию взаимосвязей затрат производственных ресурсов и выпуска у отдельно взятого экономического агента (предприятия) категории, в частности понятие коэффициентов производства, эквивалентные категориям теории ПФ в ее современном виде.

Современные микроэкономические концепции, являющиеся в подавляющем большинстве прямым продолжением основополагающих работ по теории общего экономического равновесия, трактуют ПФ для данной производственной единицы как технологические ограничения, налагаемые на решения (поведение) отдельного экономического агента, осуществляющего производственный процесс [1]. Эти ограничения в самом общем виде определяют границу производственных возможностей (максимальную производственную поверхность) предприятия (фирмы) в виде набора комбинаций всех элементов затрат, используемых в данном производственном процессе. Число разновидностей этих производственных затрат изначально принимается сопоставимым с числом действующих в экономике производственных единиц. То есть в рамках микроэкономической теории описание отдельного производственного процесса априори рассматривается как предельно детализированное в смысле числа учитываемых элементов этого процесса.

При этом понятие ПФ, сложившееся в рамках микроэкономической теории, явилось результатом сугубо дедуктивных построений, основывавшихся на некотором наборе предпосылок, или принимаемых в качестве аксиом, или апеллирующих к здравому смыслу. Общность этих посылок, с одной стороны, избавляла от какой-либо необходимости исследования и обработки фактических данных о связях затрат и выпуска в реальной экономике, но с другой стороны, обусловливала и весьма высокую абстрактность всех дальнейших выводов и построений.

Работа Кобба и Дугласа [2] положила начало как развитию макроэкономической концепции ПФ, так и попыткам конкретизации и проверки теоретических постулатов, положенных в основу ПФ, на эмпирических данных. Именно в связи с указанным обстоятельством далее мы будем рассматривать свойства и особенности аппарата ПФ в русле макроэкономического подхода (безразлично, идет ли при этом речь об экономике в целом или об отдельных отраслях и производствах).

Конституирующей чертой работ макроэкономического направления стало представление выпуска производственной системы (народного хозяйства, отрасли и т.д.) как функции применяемых в производственном процессе ресурсов основного капитала (основных фондов) и ресурсов живого труда, или

$$Y_t = F_t(K_t, L_t, \xi_t), \tag{I.1}$$

где Y – выпуск, представленный стоимостным (измеренным в неизменных ценах) или натуральным показателем объема производства; K – применяемый основной капитал, измеряемый, как правило, в стоимостном выражении; L – ресурс живого труда, измеряемый численностью занятых, количеством отработанных человеко-часов или каким-либо более "тонким" способом; ξ – вектор структурных параметров ПФ; символ t означает, что все величины, фигурирующие в (I.1), рассматриваются в общем случае как переменные во времени, включая, возможно, и саму функциональную форму связи Y, K и L.

Ограниченность набора и агрегированный характер факторов производства (в число которых в соответствии с общетеоретическими соображениями должен быть включен и фактор природных ресурсов) непосредственно связаны с необходимостью оценки численных значений параметров ПФ на эмпирических данных: во-первых, все переменные из (I.1) должны быть доступны для измерения; во-вторых, число фактически наблюдавшихся сочетаний (Y, K, L) должно значительно превосходить число оцениваемых параметров ПФ, т.е. размерность вектора ξ, с тем чтобы обеспечить надежность искомых оценок.

Функция (I.1) в обобщенном виде отражает взаимодействие между факторами производства, а именно набор различных комбинаций производственных ресурсов K и L, в которых эти ресурсы могут быть использованы для обеспечения заданного объема выпуска. Этот набор альтернативных комбинаций факторов производства образует экономическую или абстрактную технологию (в отличие от конкретных технологических процессов). Изменение характеристик экономической технологии может быть как результатом изменений в соотношении применяемых факторов производства, так и результатом изменений самой формы ПФ. Эти последние представляют, как правило, наибольший интерес. Именно к изучению такого рода изменений сводится существо работ, посвященных оценке влияния технического прогресса на экономический рост.

Имеющийся опыт (как зарубежный, так и отечественный) исследований в области ПФ в основном подтверждает применимость этого аппарата для изучения взаимосвязей процесса производства как на уровне экономики в целом, так и отдельных ее отраслей.

Вместе с тем, нельзя не отметить недостатков ПФ как аналитического инструмента экономической теории. Это прежде всего чрезвычайно обобщенное, а потому и абстрактное описание процесса производства. Например, описание технического прогресса в рамках ПФ строится на исследовании изменений во времени структурных параметров ПФ. Это, как правило, позволяет лишь количественно определить динамику эффективности использования производственных ресурсов, но не дает возможности объяснения получаемых количественных результатов в терминах, принятых при описании конкретных способов производства того или иного вида продукции.

Фундаментальный вопрос в теории ПФ – обобщение макроэкономической концепции ПФ на случай многих переменных, в том числе и в плане включения в модельные построения не только традиционных показателей ресурсов живого труда и основного капитала, но и переменных, отражающих текущие материальные затраты.

С теоретической точки зрения упомянутое обобщение известных двухфакторных моделей на случай n факторов приводит к определенным ограничениям. Например, для функции типа Кобба-Дугласа и *CES* предельная норма замены для каждой пары факторов зависит лишь от пропорций, в которых эти факторы используются в производственном процессе. Для более сложных типов функций, известных в научной литературе, обобщение их на случай $n \geq 3$ факторов не представляется возможным без дополнительных гипотез, непосредственно не имеющих отношения к теории ПФ.

Описание технологии в межотраслевых моделях. Принципиальная особенность метода “затраты-выпуск”, как подчеркивал В. Леонтьев, – опора на эмпирические данные как на естественную основу дальнейших аналитических выводов теоретического характера. При этом сам способ использования первичных фактических данных в рамках межотраслевых исследований – это, главным образом, “непосредственное наблюдение”, “прямой структурный анализ” [3], в отличие от сформировавшейся в 1930-е гг. традиции западной эконометрической школы, применявшей “косвенный статистический анализ”, т.е. определение неизвестных параметров эконометрических моделей главным образом методами математической статистики

Метод “затраты-выпуск”, рассматриваемый как упрощенный вариант общей теории равновесия, оперирует в части описания производственных взаимосвязей набором коэффициентов прямых затрат или коэффициентов удельного расхода отдельных видов сырья, материалов, топлива, электроэнергии на производство каждого отдельного вида продукции, представленного в межотраслевой таблице. Допущение линейной связи затрат и выпуска рассматривалось В. Леонтьевым, с одной стороны, как начальное приближение к действительному, но неизвестному виду производственных зависимостей (производственной функции) каждой отдельной отрасли межотраслевого баланса. С другой стороны, принятая форма модели “затраты-выпуск” позволяла определять искомые коэффициенты путем группировки результатов непосредственных статистических наблюдений.

Таким образом, описание технологии в терминах отраслевых наборов коэффициентов текущих материальных затрат, а также удельных показателей капитало- и трудоемкости обеспечивало надежную эмпирическую основу для изучения технических изменений, а также делало это описание унифицированным для всех сфер деятельности, включаемых в межотраслевую таблицу.

После опубликования первых трудов В. Леонтьева по межотраслевому методу развитие исследований в данной области пошло в значительной мере по пути разработки различного рода теоретических моделей и схем, так или иначе использующих первоначальные предпосылки о характере связи затрат и выпуска в процессе производства. Однако сохранение данных предпосылок в теоретических моделях было обусловлено прежде всего сравнительной простотой анализа свойств этих моделей, а не какими-либо другими обстоятельствами.

Прикладные межотраслевые модели, разработанные до настоящего времени, также в той или иной форме сохраняли основную предпосылку первоначальной версии модели “затраты-выпуск”; прогнозирование коэффициентов затрат в таких моделях осуществлялось либо на основе анализа прошлых тенденций изменения этих коэффициентов, либо (в большей или меньшей степени) исходя из анализа возможных перспектив развития техники в отдельных отраслях экономики.

Модель межотраслевых взаимодействий [4], по всей видимости, наиболее далеко отстоит от первоначальных предположений метода “затраты-выпуск”. Формальное описание межотраслевых потоков в модели межотраслевых взаимодействий осуществляется путем построения эконометрических уравнений, связывающих поставки материальных ресурсов X_{ij} из отрасли i в отрасль j с валовой продукцией отрасли-производителя X_i, продукции отрасли-потребителя X_j а также замещающих (X_{kj}) и конкурирующих (X_{il}) межотраслевых потоков, т.е.

$$X_{ij} = f(X_i, X_j, X_{kj}, X_{il}) ,$$

что при предположении линейной связи переменных, включаемых в уравнение, дает выражение для коэффициента прямых затрат a_{ij} в виде

$$a_{ij} = f(X_i/X_j, a_{kj}, X_{il}/X_j).$$

Схема модели межотраслевых взаимодействий в части описания производственных связей отраслей по существу предполагает отход от трактовки a_{ij} как чисто технологических коэффициентов. Приведенные выше уравнения представляют собой комбинацию эконометрического описания технологических взаимосвязей в терминах теории ПФ (поскольку постулируется связь a_{ij} и a_{kj}, т.е. различных коэффициентов затрат в рамках отрасли) и эконометрического описания механизма распределения производимой продукции (поскольку поток X_{ij} оказывается зависящим как от общей суммы ресурсов отрасли-производителя X_i, так и от величины потока этой продукции X_{il}, направляемой в конкурирующую отрасль).

Мы не ставим здесь целью подробный анализ свойств и результатов использования модели межотраслевых взаимодействий в прогнозно-аналитических расчетах. В контексте настоящей работы важным представляется прежде всего постулирование и последующее подтверждение (при помощи регрессионных методов) на фактических данных наличия межотраслевых взаимозависимостей в динамике коэффициентов затрат укрупненного межотраслевого баланса [4].

Применительно к проблеме описания технологии исследования, проводившиеся в рамках работы над моделью межотраслевых взаимодействий, продемонстрировали принципиальную необходимость учета взаимосвязанности изменений различных коэффициентов затрат в рамках отдельно взятой отрасли (отраслевой технологии) по крайней мере при относительно высоком уровне агрегирования данных о затратах и выпуске.

Модели диффузии и накопления производственного опыта. Количественные исследования технологических изменений, относимые к данному направлению, получили развитие в последние 35–40 лет. К настоящему времени известно множество вариантов моделей процесса диффузии нововведений или моделей замещения продуктов (технологий).

Сущность модели замещения старого продукта новым, когда оба продукта удовлетворяют одинаковую потребность, основывается в наиболее элементарном случае на следующем предположении. Скорость изменения доли старого продукта в общем объеме производства старого и нового конкурирующих продуктов пропорциональна доле производства новой продукции. Это положение известно также как эффект имитации или эффект накопления опыта: предполагается, что относительные масштабы распространения нововведения (т.е. нового продукта или новой технологии) определяют скорость дальнейшего заимствования (распространения) нововведения.

Сформулированный принцип непосредственно применим также и к случаю, когда рассматривается лишь один вид продукции, производимой двумя различными способами (технологиями); переменными процесса здесь являются доли продукции, производимой по старому и новому способу.

При принятых предпосылках изменение соотношений между старым и новым продуктом (или процесс смены старой технологии производства данного продукта новой технологией) описывается S-образной функцией времени (типа логистической кривой).

Дальнейшее развитие моделей диффузии или моделей накопления опыта – применение их для описания процесса изменения технико-экономических параметров конкретных технологических процессов [напр., 5]. Эксплуатация технологии, как показывают эмпирические данные, сопровождается, как правило, улучшением технико-экономических показателей; вместе с тем, изменение во времени ведущих параметров технических систем (например, расход топлива на выработку электроэнергии на теплоэлектростанциях, коэффициент полезного действия определенных типов двигателей внутреннего сгорания) имеет и определенные пределы. Исчерпание возможностей повышения эффективности производства в рамках существующей технологии и является побудительным мотивом к смене старой технологии новой. Соответственно с точки зрения модельного инструментария указанные процессы изменения характеристик технологии (т.е. ее технико-экономических показателей), так же, как и процессы замещения старых продуктов новыми, могут быть описаны S-образными функциями времени.

Методическое сходство модельного инструментария, используемого при описании процесса замещения и процесса изменения технологических характеристик, вполне закономерно. Так, модель замещения описывает изменение в соотношениях производимой продукции, удовлетворяющей одну и ту же социально-экономическую, в том числе и производственную, потребность; соответственно изменение объемов производственного потребления конкурирующих продуктов в расчете на единицу выпуска в тех отраслях, где указанные продукты используются (например потребление искусственных и естественных волокон в текстильном производстве) будет описываться кривой *S*-образного типа. Но, в свою очередь, удельный объем потребления материального ресурса и является технологической характеристикой того производственного процесса, где данный материальный ресурс используется.

Отмеченный параллелизм двух разновидностей математических моделей, описывающих процесс распространения нововведений (технологий) и процесс изменения характеристик технологического процесса, позволяет сформулировать достаточно очевидный, но важный в методическом отношении вывод: динамика отдельных показателей технологии в общем случае оказывается взаимозависимой, так что процесс технологических изменений должен описываться как взаимосвязанное изменение его (процесса) частных технических характеристик.

Применимость в анализе динамики параметров технологии логистических кривых подвергалась многочисленным проверкам на эмпирических данных. В целом данный метод формального описания технологических характеристик продемонстрировал свою результативность. При этом развитие модельного инструментария и разработка более общих модельных конструкций шли в том числе и по пути явного отражения принципа взаимообусловленности динамики отдельных технологических характеристик. Например, предельное значение данного показателя технологии в общем случае оказывается зависящим от ряда других технологических показателей, а также от общих технических или экономических условий, внешних по отношению к исследуемой технологии [5].

Изучение и модельное описание процессов распространения и смены технологий развивались практически независимо как от теории экономического роста, так и от разработок в области межотраслевого метода. Тем не менее, можно констатировать значительное “пересечение” в способах формального описания технологии в рамках рассмотренных выше направлений.

Прежде всего это касается межотраслевых моделей и моделей диффузии нововведений – и в том, и в другом случае технология производства представлена некоторой совокупностью удельных показателей (коэффициентов), непосредственно определяемым на основе группировки эмпирических данных.

Предположение о взаимозависимости технологических (производственных) коэффициентов – характерная черта как моделей производственных функций, так и моделей диффузии; модель межотраслевых взаимодействий также в явном виде базируется на данном предположении.

Представляется, что продуктивное в научном плане обогащение теории экономического роста (включая и модели структуры экономики) содержательным описанием процесса технологических изменений возможно прежде всего через соединение методов анализа фактических данных, развитых в рамках того и другого научного направления.

I.2. Макроэкономическое описание технологии как синтез альтернативных подходов

Трактовка технологии. С учетом сказанного выше принципы описания технологии формулируются следующим образом.

1. Естественным способом количественного описания технологии производства отдельного продукта (т.е. производственного процесса, в котором расходуются различные виды материальных ресурсов) является совокупность удельных коэффициентов затрат топлива, сырья, энергии, труда, оборудования. Соответственно эволюция технологии – изменение во времени этих коэффициентов.

Само понятие технологии оказывается при этом относительным. Так, технология металлургического производства, описываемая в терминах коэффициентов прямых затрат межотраслевого баланса, коэффициентов фондо- и трудоемкости, может быть представлена как совокупность более частных технологий – добычи и обогащения руды, различных металлургических переделов и т.д., описываемых своими наборами технологических коэффициентов. Соответственно изменение агрегированной технологии теоретически может быть расчленено на изменения в субтехнологиях и структурные сдвиги.

2. Невозможно указать некоторый естественный уровень детализации технологий, используемых в народном хозяйстве, наиболее подходящий для изучения процессов технологических сдвигов. Тот или иной уровень агрегирования технических и экономических данных при исследовании всегда есть результат компромисса между информативностью описания технологии, компактностью этого описания и доступностью необходимой статистической информации.

3. Вне зависимости от степени детализации определяющая черта в развитии и изменении любой технологии – взаимосвязанность в движении отдельных коэффициентов удельных затрат, отдельных технических характеристик. При этом условием снижения одного коэффициента может быть синхронное снижение другого, либо наоборот – повышение одного или нескольких коэффициентов.

Общая формулировка системы уравнений динамики технологических коэффициентов. В свете сформулированных принципов представляется чрезвычайно важным найти такой способ формального описания динамики показателей технологии, который мог бы считаться корректным как на микро-, так и на макроуровне.

При рассмотрении технологии как совокупности (системы) удельных показателей затрат определенных видов материальных, трудовых, капитальных ресурсов с понятием технического уровня производственного процесса ассоциируются прежде всего удельные характеристики расхода топлива, электроэнергии, сырья в натуральном или условно-натуральном выражении. Уровень удельных капитальных затрат является гораздо менее определенным показателем технического уровня производственного процесса как, в частности, в силу использования ценностных параметров, так и, прежде всего, вследствие того, что именно характеристики удельного расхода топлива, энергии, сырья – суть непосредственное выражение технического уровня производственного аппарата, технологического процесса. Иными словами, динамика технического уровня производства применительно к отдельно взятой технологии выражается главным образом через удельные показатели текущих затрат различных материальных ресурсов.

Более того, при сопоставлении отдельных конкретных технологических процессов использование показателей трудо- и (или) капиталоемкости процесса часто становится излишним. Это может быть связано, в частности, с явным или неявным фиксированием уровня трудоемкости данной технологии (например, если в качестве технологии рассматривается применение автомобилей для транспортировки грузов, сельскохозяйственных тракторов для обработки земли и т.п.). Применительно к сравнению альтернативных технологий производства одного и того же продукта удельные расходы электроэнергии, топлива, сырья (в расчете на единицу выпуска), как правило, однозначно определяют (при прочих равных условиях) и уровень трудоемкости, и удельные капитальные затраты.

Использование показателя капиталоемкости становится оправданным и необходимым при рассмотрении агрегированных технологий, т.е. когда объединяются различные способы производства одного и того же продукта, либо когда под технологией понимается совокупность различных производственных процессов, результатом которых является определенный набор производимых разнородных продуктов.

Вместе с тем, не вызывает сомнения, что с показателем удельной капиталоемкости (когда использование такой характеристики с экономической точки зрения становится необходимым) технологии связывается и показатель удельных затрат живого труда: механизация производства, рост его технической оснащенности как в эпоху промышленной революции

XVIII в., так и в настоящее время сопровождаются при прочих равных условиях ростом производительности труда.

Следовательно, модельное описание агрегированной технологии предполагает необходимость отражения процесса замещения трудовых ресурсов капитальными, аналогично принципам, используемым в теории производственной функции. В явном использовании коэффициентов капитало- и трудоемкости и заключается прежде всего специфика описания технологии на макроуровне.

С учетом сказанного формализованное представление технологии задается следующей совокупностью соотношений:

$$
\begin{aligned}
K &= Yb_K \\
L &= Yb_L \\
M_1 &= Yb_{M1} \\
M_2 &= Yb_{M2} \\
&\ldots\ldots\ldots \\
M_n &= Yb_{Mn},
\end{aligned}
\tag{I.2}
$$

где Y – объем производства продукции, $M_1,..., M_n$ – различные виды материальных ресурсов (текущих материальных затрат), K, L – ресурсы основных фондов и труда, используемых в рамках данной технологии; $\{b_j\}$ – технологические коэффициенты (капитало-, трудоемкость, удельные расходы электроэнергии, сырья и т.п.).

Взаимозависимость динамики технологических коэффициентов означает, что $\{b_j\}$ образуют систему уравнений специального вида. В частности, изолированное изменение отдельно взятого показателя технологии должно происходить по S-образной кривой в соответствии с представлениями, принятыми в рамках моделей накопления производственного опыта; изменение же других показателей технологии должно, в общем случае, приводить к смещению предела насыщения (предельно возможного значения) для данного показателя технологии.

Постулирование возможности замещения трудовых и капитальных ресурсов (в понимании этого термина, традиционно принятом в экономической теории) означает, что первые два уравнения системы (I.2) совпадают: фиксирование уровня трудоемкости b_L при заданном выпуске Y однозначно определяет b_K. Соответственно в системе (I.2) имеется лишь одно уравнение вида

$$F(K,L) = Yb_{KL}, \tag{I.3}$$

в котором в силу сделанных ранее предположений функция $F(\cdot)$ линейно однородна по переменным K и L и обладает традиционными для производственной функции свойствами.

Таким образом, изменение во времени пропорций использования различных видов ресурсов в процессе производства можно рассматривать как комбинацию процесса взаимозамещения в смысле производственной функции и собственно процесса технологических изменений в определениях, принятых в рамках эмпирического подхода к описанию технологии.

Система (I.2) с учетом дополнительного условия (I.3) приводится к виду

$$
\begin{aligned}
&Y = (1/b_{KL})F(K, L)\\
&M_1 = (1/b_{M1})F(K, L)\\
&M_2 = (1/b_{M2})F(K, L)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&M_n = (1/b_{Mn})F(K, L)\,.
\end{aligned}
\tag{I.4}
$$

Первое уравнение в (I.4) представляет собой функцию выпуска (производственную функцию); остальные уравнения, как и прежде, – функции текущих затрат, сформулированные в несколько ином, по сравнению с (I.2), виде.

Иными словами, постулирование возможности замещения производственных ресурсов тождественно утверждению, что динамика технологических изменений в рамках системы (I.2) описывается меньшим числом показателей удельных затрат в сравнении с числом производственных ресурсов, используемых в процессе производства. Допущение взаимозаменяемости для части производственных ресурсов, следовательно, изменяет вид (определение) одного или нескольких технологических коэффициентов. Тем не менее, даже со сделанными оговорками, принцип описания процесса технологических изменений остается в целом неизменным: технологические коэффициенты, как и ранее, описываются в терминах системы (I.2).

Конкретизация общей модельной схемы на основе использования кривой Гомпертца. Применение схемы анализа, принятой при исследовании конкретных технологических процессов, к технологиям, параметры которых представлены удельными показателями отдельных видов затрат в рамках отрасли или народного хозяйства в целом, приводит, следовательно, к такой системе соотношений, в которой некоторые из уравнений могут быть аналогичны по формальным свойствам производственной функции. Однако принципиальное отличие заключается в том, что, во-первых, производственная функция становится лишь одним из элементов формального описания процесса эволюции технологии и, во-вторых, в рамках рассматриваемого здесь подхода динамика “технического прогресса” (в понимании, принятом в теории ПФ) объясняется через изменение во времени удельных показателей различных видов материальных ресурсов, используемых в процессе производства в рамках отрасли или экономики в целом.

В связи с тем, что оценка функциональных зависимостей типа ПФ может быть осуществлена лишь статистическими методами, формализованное описание технологии, развиваемое здесь, неизбежно оказывается "смесью" эмпирического подхода к рассмотрению технологических изменений и подхода, принятого в экономической теории производства.

Как отмечалось ранее, в соответствии со сложившимися в научной литературе представлениями о закономерностях изменения параметров технологических процессов, эволюция показателей отдельно взятой технологии может быть описана S-образной кривой. В случае рассмотрения достаточно детальной экономической информации, характеризующей структуру народного хозяйства (например при весьма дробной отраслевой классификации) данное предположение выглядит оправданным. При этом важно подчеркнуть, что S-образный закон изменения отдельного параметра технологии, вообще говоря, верен "при прочих равных условиях", т.е. как при стабильности (или слабой изменчивости) внешних для рассматриваемого технологического процесса условий, так и при стабильности других параметров данной технологии.

Проведенный анализ позволяет следующим образом конкретизировать метод формального описания технологии, являющийся универсальным как на макро-, так и на микроуровне. Как уже говорилось, изолированное изменение отдельно взятого показателя технологии должно происходить по S-образной кривой; изменение же других показателей технологии должно иметь следствием смещение предела насыщения (предельно возможного значения) для данного показателя технологии.

Более конкретно, будем далее исходить из гипотезы, что эволюция во времени параметров технологии может быть описана кривой Гомпертца, отличающейся помимо требуемых теоретических свойств также и простотой процедуры оценивания параметров.

Тогда отдельно взятый параметр технологии $b_i(t)$ описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d}{dt}\, ln b_i(t) = c_i(R_i - \, ln b_i(t)) + \varepsilon_{it} \;, \qquad \text{(I.5)}$$

где R_i – предел насыщения (асимптота); ε_{it} – случайная составляющая уравнения (I.5), отражающая статистический характер взаимосвязей рассматриваемых величин. В соответствии со сделанными предположениями $R_i = R_i(\{b_j(t)\}),\ i \neq j,$ или, предполагая линейное в логарифмах представление для R_i,

$$\frac{d}{dt}\, ln b_i(t) = \beta_0 + \Sigma\, \beta_j\, ln b_j(t) - \, \beta_i\, ln b_i(t) + \varepsilon_{it}\,, \quad i \neq j. \qquad \text{(I.6)}$$

Таким образом, система уравнений динамики совокупности технологических коэффициентов описывается статистической моделью, линейной относительно неизвестных структурных параметров $\{\beta_i\}$, численные значения которых должны быть определены на основе фактических данных о $\{b_j(t)\}$.

С точки зрения возможностей аппроксимации фактических изменений отдельно взятых показателей технологии уравнение типа (I.6) априори представляется значительно более гибким, нежели *S*-образная кривая (I.5) с фиксированными коэффициентами c_i, R_i.

Вместе с тем, сразу же следует отметить, что описание всей совокупности динамики параметров некоторой технологии в соответствии с системой (I.6) также является и достаточно ограничительным. Если представляется бесспорным утверждение, что движение отдельно взятого параметра технологии происходит по заданному выше закону, то для системы уравнений, включающей все параметры, определяющие данную технологию, изменение всей совокупности параметров $\{b_i(t)\}$ во времени будет однозначно определено системой дифференциальных уравнений (I.6). Ясно, что подобная предопределенность параметров технологии в будущем, если речь идет о прогнозе, будет соответствовать лишь некоторому инерционному, экстраполяционному варианту изменения $\{b_i(t)\}$. Привнесение нормативных элементов в прогноз технологических характеристик может быть осуществлено, в частности, посредством экзогенного (например, экспертного) задания некоторой части технологических параметров и определения остальных параметров на основе модели (I.6).

В любом случае очевидно, что построение вариантного прогноза при использовании модели (I.6) требует привлечения некоторой дополнительной информации, т.е. формальное описание технологии должно быть расширено или видоизменено. При этом, однако, представляется необходимым условие, что при фиксированных значениях внешних (управляющих) параметров динамика переменных $\{b_i(t)\}$ по-прежнему описывалась бы системой (I.6)[1].

II. Моделирование и макроэкономический анализ технологических изменений в отечественной экономике

Конкретизация общих методологических положений, рассмотренных в предшествующем разделе, применительно к исследованию народнохозяйственной структуры и динамики заключается в следующем. В рамках баланса межотраслевых связей, служащего традиционным инструментом количественных исследований структурно-технологических сдвигов в экономике, эволюция технологии применительно к отдельно взятой отрасли должна быть описана посредством формализации зависимостей между изменением отдельных коэффициентов прямых затрат, а также коэффициентов фондо- и трудоемкости отраслевого выпуска.

[1] Аналогичная проблема связана и с использованием традиционных форм логистических кривых для прогнозирования технологических параметров или процесса диффузии нововведений. В частности, на основе экспертной процедуры могут определяться перспективные пределы замещения старых продуктов новыми, доли производства данного продукта по новой технологии, т.е. значение асимптоты логистической функции. Оценка же параметров логистической кривой по отчетным данным и использование этих оценок в прогнозных построениях однозначно определяют перспективные значения прогнозируемого показателя. Именно поэтому в [5] возможные предельные уровни распространения технологии предлагается связывать с индикаторами, отра-

При этом принципиальное значение имеет рассмотрение именно совокупности коэффициентов прямых затрат без их агрегирования, например, в общий показатель текущей материалоемкости, ибо в последнем случае уничтожается информация об изменении структуры затрат. Хорошо известно, что в отечественной экономике нормы текущей материалоемкости как в разрезе отраслей укрупненного (включающего 18–20 отраслей) баланса межотраслевых связей, так даже и более дробной отраслевой номенклатуре в 1960-е–1980-е гг. характеризовались либо стабильностью, либо плавным изменением, в то время как изменения отдельных статей затрат внутри суммарных показателей могли быть и фактически были весьма и весьма значительными.

Далее рассматриваются результаты применения изложенных выше принципов к анализу именно сводных народнохозяйственных пропорций. То есть в качестве единственной отрасли выступает все материальное производство, выпуском которого является конечный продукт; ресурсы фондов и труда представлены традиционно используемыми в статистике величинами; текущие материальные затраты представлены в номенклатуре укрупненного межотраслевого баланса[2].

Отчетные данные, на которых осуществлялись расчеты, представлены динамическими рядами конечного продукта материального производства, основных производственных фондов, среднегодовой численности занятых в сфере материального производства, а также данных межотраслевого баланса в части использования продукции различного отраслевого происхождения на промежуточное потребление (т.е. в качестве элементов текущих затрат). Исходные данные охватывали период с 1970 по 1995 г г.; при этом информация о текущих затратах была сформирована как на отчетных данных межотраслевых балансов Российской Федерации (за 1980–1990 гг.), так и на основе пересчета данных межотраслевых балансов СССР (для периода 1970–1979 гг.). Для периода 1991–1995 гг. данные о текущих затратах материального производства сформированы по результатам модельных расчетов коэффициентов прямых затрат [6]. Базой сопоставимых цен для расчета всех стоимостных показателей служили цены 1990 г.

жающими достаточно общие технические или экономические условия, внешние по отношению к исследуемой технологии.

[2] Воспроизведение всех изложенных далее процедур и методов идентификации моделей и т.п. на отраслевом уровне требует лишь большего объема исходной статистики (прежде всего данных об отдельных межотраслевых потоках).

II.1. Модель технологических изменений: общая формулировка

Итак, будем исходить из формализованного представления народнохозяйственной технологии (имея в виду материальное производство) при помощи совокупности математических соотношений, аналогичных рассмотренным в предыдущем разделе.

Тогда динамика народнохозяйственной технологии описывается следующим образом:

$$\frac{d}{dt} ln(b_{KL}(t)) = \gamma_{10} + \Sigma\gamma_{1j}\, ln(b_{Mj}) + \gamma_{KL}\, ln(b_{KL}(t)) \qquad (II.1)$$

$$\frac{d}{dt} ln(b_{Mi}(t)) = \gamma_{i0} + \Sigma\gamma_{ij}\, ln(b_{Mj}) + \gamma_{iKL}\, ln(b_{KL}(t)),\ i = 1,..., n, \qquad (II.2)$$

где приняты следующие обозначения: b_{KL} – технологический коэффициент, характеризующий использование основных производственных фондов и живого труда; b_{Mi} – технологический коэффициент, характеризующий использование i-го элемента текущих материальных затрат; n – общее число видов материальных затрат.

В соответствии с положениями разд. I b_{KL} – некоторая функция коэффициентов фондоемкости K/Y и трудоемкости L/Y; b_{Mi} – коэффициент текущих затрат вида i: $b_{Mi} = M_i/Y$. То есть лишь для таких факторов производства как основные фонды и живой труд имеет место взаимозаменяемость в классическом смысле (соотношение (II.1)); для коэффициентов отдельных видов материальных затрат уравнения, описывающие их динамику, представлены соотношениями типа (II.2).

В разд. I технологический коэффициент b_{KL} определен как величина, обратная показателю совокупной факторной производительности из производственной функции. Для удобства изложения материала, относящегося к верификации модели (II.1)–(II.2) на фактических данных, внесем изменение в определение коэффициента b_{KL}: далее будем рассматривать в качестве b_{KL} именно показатель совокупной факторной производительности (эффективности). В силу того, что все переменные входят в (II.1)–(II.2) в логарифмическом масштабе, подобное переопределение изменяет лишь знаки части структурных параметров модели.

В дальнейшем изложении мы также будем для краткости употреблять словосочетание “технологический коэффициент”, имея в виду, в зависимости от контекста, либо сами исходные коэффициенты b_{KL} и $\{b_{Mi}\}$, либо их натуральные логарифмы.

Перепишем систему (II.1)–(II.2) в векторно-матричных обозначениях:

$$\frac{d}{dt} Z = A_0 + A_1 Z\ , \qquad (II.3)$$

где

$Z' = \{Z_1, Z_2,..., Z_N\} = \{ln(b_{KL}), ln(b_{M1}), ln(b_{M2}),..., ln(b_{Mn})\};$

$A'_0 = \{\gamma_{10}, \gamma_{20},..., \gamma_{n0}\};\ N = n + 1;$

A_1 – матрица ($N \times N$), образованная из элементов γ_{ij}, γ_{iKL}.

Модель технологических изменений (МТИ), сформулированная в терминах соотношений (II.1)–(II.2) или (II.3), представима также в виде, позволяющем очевидным образом установить степень ее соответствия с моделью производственной функции.

Преобразуем систему (II.1)–(II.2) так, чтобы перейти к новым переменным Q_j, заданным следующими соотношениями:

$Q_1 = ln(b_{KL}) = Z_1;$

$Q_{i+1} = ln(b_{Mi}) + ln(b_{KL}) = Z_{i+1} + Z_1 ,\ i = 1,2,...,n.$

Преобразование переменных приводит к новой системе дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt} Q = RA_0 + RA_1R^{-1}Q$$

где R – матрица преобразования переменных $\{Z_i\}$ в переменные $\{Q_i\}$.

В силу того, что согласно сделанным ранее предположениям b_{KL} для фиксированного момента времени t зависит лишь от показателей фондо- и трудоемкости, уравнению $b_{KL} = const$ соответствует зависимость объема выпуска (Y) от фондов (K) и труда (L) в виде некоторой линейно-однородной функции $f(K,L)$. Тогда

$$Y(t) \sim f(K(t),L(t))exp(Q_1(t)), \qquad \text{(II.4)}$$

$$M_i \sim f(K(t),L(t))exp(Q_{i+1}(t)), \quad i = 1,2,...,n,$$

т.е. и выпуск, и отдельные виды текущих материальных затрат связаны с объемами применяемых фондов и труда посредством одинаковых с точностью до постоянного множителя (опять-таки для фиксированного t) функций.

Очевидна параллель между модельными построениями, предложенными в ряде работ по проблематике ПФ (см., в частности [7, 8, 9]), и МТИ, рассматриваемой здесь: в системе (II.4) первое уравнение представляет собой функцию выпуска (производственную функцию), остальные уравнения – функции производственных затрат. При этом, однако, МТИ налагает ограничения на вид этих функций, связанные, во-первых, с постулированием их (функций) линейной однородности по факторам K и L, и, во-вторых, связанные с характером предположений о закономерностях динамики показателей эффективности в функциях затрат и выпуска. Именно это последнее ограничение и является принципиальной особенностью МТИ в сравнении с известными нам модельными конструкциями, разработанными в соответствии с традиционными постулатами теории ПФ.

Рассматривая систему (II.4) как совокупность функций затрат и выпуска, описывающих некоторый производственный процесс, нетрудно предложить более общую систему соотношений, основывающуюся на тех же принципах, что и модель технологических изменений. Для этого достаточно отказаться от предположения о наличии единой функции $f(K,L)$ во всех уравнениях системы (II.4) и о линейной однородности этой функции. Соответственно приходим к следующим функциям затрат и выпуска:

$$Y(t) = f_1(K(t),L(t))exp(Q_1(t)), \qquad \text{(II.5)}$$
$$M_i = f_{j+1}(K(t),L(t))exp(Q_{i+1}(t)),$$

где $Q_i(t)$ представляют собой показатели “автономного технического прогресса” (в терминах теории ПФ); при этом переменные во времени уровни $Q_i(t)$ связаны теми же соотношениями, что и показатели эффективности технологии в МТИ (см. систему (II.1)–(II.2)). Следовательно, описание динамики показателей “автономного технического прогресса” в производственной функции и функциях производственных затрат как взаимосвязанных во времени процессов и является тем направлением развития аппарата ПФ, которое в принципе позволяет совместить этот аппарат с модельными конструкциями эволюции технологии.

С формально-статистической точки зрения использование МТИ в виде системы (II.4), а не в более общем виде (II.5) в данном исследовании обусловлено прежде всего возможностями оценки этих моделей на реальных числовых данных.

Так, очевидно, что идентификация модели в форме (II.5) требует оценки параметров функций $f_j(K,L)$ для каждого отдельного уравнения. Кроме того, в рамках модели (II.5) все без исключения переменные $Q_i(t)$ представляют собой эмпирически ненаблюдаемые величины. Корректная оценка динамики этих переменных может быть осуществлена лишь в итоге идентификации всей модели; вместе с тем знание динамики этих переменных, как нетрудно видеть, необходимо для расчета параметров функций $f_j(K,L)$. Либо наоборот, автономный расчет параметров функций $f_j(K,L)$ (форма которых априори не задана) должен предшествовать расчету системы соотношений, связывающих динамику $Q_i(t)$.

В модели (II.4) переменные $Q_i(t)$ также представляют собой эмпирически ненаблюдаемые величины. Однако, как следует из уравнений (II.1)–(II.3), статистической оценки требует лишь $Q_1(t)$; остальные технологические коэффициенты $Q_i(t)$ могут быть далее определены непосредственно исходя из имеющейся информации о динамике выпуска $Y(t)$ и динамике соответствующих видов затрат M_i.

Уже неоднократно подчеркивалась важность и значимость проблемы идентификации экономических моделей на фактических данных. В сущности, данный вопрос является общим для самых различных областей научного знания, оперирующих количественно определенными понятиями.

Применительно к проблематике данной темы заслуживают специального обсуждения во-первых, общие методы идентификации системы дифференциальных уравнений (поскольку исходная модель изменений в технологии описывается такой системой), и, во-вторых, те специфические процедуры, которые позволяют количественно определить параметры функций затрат и выпуска по имеющимся отчетным статистическим данным.

Данные отечественной экономической статистики, как известно, представлены дискретными временными рядами, прежде всего годовыми. Несмотря на развитие в последние годы текущей (квартальной и месячной) статистики о производстве промышленной продукции, ВВП, его отдельных компонентов и т.п., годовые данные о затратах и выпуске в масштабах всего народного хозяйства, а также и отдельных отраслей экономики неизбежно остаются основным источником для формирования информационной базы статистической оценки эконометрических макромоделей. Это связано прежде всего с тем обстоятельством, что сопоставимость (соответствие) объемов затрачиваемых в производстве ресурсов и объема производимой продукции с точки зрения статистического учета в наибольшей мере достигается в рамках как минимум годового интервала. Так, для отраслей с длительным циклом производства (сельское хозяйство, строительство, некоторые виды машиностроения) сопоставимость объемов затрат и выпуска в разрезе месячной или квартальной статистики даже теоретически труднодостижима, не говоря уже о практических возможностях существовавших в прошлом или существующих ныне методах статистического учета.

Вместе с тем, требования теоретического и методического характера предопределяют необходимость идентификации МТИ в виде системы дифференциальных уравнений или, что то же самое, представления всех входящих в модель переменных непрерывными функциями времени.

Данная проблема существует в самых различных областях науки; достаточно хорошо разработаны и методы оценки параметров непрерывных моделей по дискретным данным.

Здесь мы принимаем один из возможных подходов, состоящий в следующем.

Во-первых, интерполяция исходных годовых данных позволяет представить экономическую информацию в виде временных рядов, характерный интервал которых может быть задан сколь угодно малым. Во-вторых, исходная система дифференциальных уравнений заменяется системой разностных уравнений, шаг которой задается существенно менее календарного года. Этим, с одной стороны, должна быть обеспечена близость свойств исходной системы дифференциальных уравнений и системы разностных уравнений, а, с другой стороны, упрощена процедура получения численного решения. При этом исчисленные в результате интерполяции исходной статистики дополнительные данные используются при оценке структурных параметров исходной теоретической системы уравнений.

Разностный аналог системы (II.3) может быть представлен в двух различных формах в зависимости от того, аппроксимируется ли производная в уравнении (II.3) правой или левой разностью. Соответственно будем иметь либо систему

$$Z_t - Z_{t-\tau} = A_1 Z_t + A_0 , \qquad (II.6)$$

либо систему

$$Z_t - Z_{t-\tau} = A_1 Z_{t-\tau} + A_0 . \qquad (II.6^*)$$

Однако как системы эконометрических уравнений, требующие статистической оценки, (II.6) и (II.6*) эквивалентны, поскольку (II.6) при предположении невырожденности матрицы $(E-A_1)$ приводится к виду

$$Z_t = (E-A_1)^{-1} Z_{t-\tau} + (E - A_1)^{-1} A_0$$

который с точностью до определения структурных коэффициентов правой части уравнения совпадает с (II.6*).

Пользуясь терминологией теоретической эконометрии, можно сказать, что система (II.6) является структурной, а система (II.6*) – приведенной формой модели. Необходимость использования каждого из этих представлений как в процессе идентификации модели на фактических данных, так и в процессе прогнозно-аналитических расчетов будет определяться как соображениями эконометрической теории, так и содержательными аспектами моделируемого процесса, и будет в каждом случае оговариваться отдельно.

Специально подчеркнем еще раз, что “квант времени” τ рассматриваемой системы разностных уравнений принимается меньшим, чем календарный год. Соответственно переменные, входящие в систему (II.6) или (II.6*), представляют собой данные, полученные интерполированием исходной статистики.

II.2. Идентификация параметров производственной функции

В соответствии с исходными предположениями переменные $Z_2,\ldots,Z_N$ рассматриваемой системы уравнений представляют собой логарифмы коэффициентов отдельных видов затрат (M_1/Y), (M_2/Y),... (M_n/Y), т.е. непосредственно наблюдаемы, тогда как переменная Z_1 может быть определена лишь косвенно, например в результате статистического оценивания параметров функции выпуска, входящей в систему уравнений (II.4).

Идентификация ПФ в виде

$$Y(t) = f(K(t),L(t),t)exp(Z_1(t)) \qquad (II.7)$$

предполагает как необходимость принятия какой-либо гипотезы относительно явного вида функции $f(K(t),L(t),t)$, так и представление в оцениваемой статистической модели переменной $Z_1(t)$ в виде функции, удовлетворяющей требованиям, вытекающим из теоретической формы МТИ. Очевидно, что использование исходной формы дифференциального или соответствующего ему разностного уравнения в данном конкретном случае непригодно уже хотя бы потому, что значения функции $Z_1(t)$ неизвестны и могут быть исчислены лишь по результатам оценки структурных параметров модели; в уравнение же для Z_{1t}, как следует например из (II.6), входит запаздывающее значение $Z_{1t-\tau}$. Далее, если (II.7) – регрессионная модель, параметры которой оцениваются на основе статистических данных, представленных временными рядами, то по априорным соображениям число параметров, подлежащих оценке (даже с учетом принятия самых простых спецификаций для $f(K(t),L(t),t)$) будет сопоставимо или даже превосходить количество имеющихся наблюдений.

Данная ситуация выглядит тупиковой; тем не менее приемлемая с теоретической точки зрения и верифицируемая на реальной статистике аппроксимация исходного уравнения (II.7) существует и может быть представлена в следующем виде.

Преобразуем (II.7) в выражение для логарифмических темпов (годовых) изменения входящих в данное уравнение переменных:

$$lnY_t - lnY_{t-1} = \alpha_t(ln\,K_t - lnK_{t-1}) + (1-\alpha_t)(lnL_t - lnL_{t-1}) + (Z_{1t} - Z_{1t-1}) + \beta_t \qquad (II.8)$$

или

$$y_t - l_t = \alpha_t(k_t - l_t) + z_{1t} + \beta_t,$$

где y_t, k_t, l_t, z_{1t} – разности логарифмов соответствующих переменных; α_t – эластичность производительности труда по фондовооруженности; β_t – слагаемое, аккумулирующее все изменения в структурных параметрах линейно-однородной функции $f(K(t),L(t),t)$.

В соответствии с (II.6) переменная z_{1t} должна быть функцией переменных $z_{2t},...,z_{nt}$, а также запаздывающего значения $z_{1t-\tau} = Z_{1t-\tau} - Z_{1t-1-\tau}$. Однако поскольку интервал τ составляет величину, существенно меньшую календарного года, можно положить, что с необходимой для практических целей точностью $z_{1t} \cong z_{1t-\tau}$ и соответственно для каждого годового интервала $z_{1t} \cong z_{1t}(z_{2t},...,z_{nt})$, т.е. является функцией непосредственно измеряемых статистических величин[3].

Таким образом, приходим к следующей спецификации ПФ:

$$y_t - l_t = \alpha_t(k_t - l_t) + \Sigma v_i m_{it} + \beta_t, \qquad (II.9)$$

где $m_{it} = ln(M_{1t}/Y_t) - ln(M_{1t-1}/Y_{t-1})$ – разности логарифмов соответствующих коэффициентов текущих затрат.

В общем случае коэффициенты α_t, v_i и β_t уравнения (II.9), так же, как и коэффициенты эластичности в дифференциальном разложении ПФ, суть переменные во времени величины,

[3] В значительной мере схожие эффекты неоднократно обсуждались в трудах по эконометрическим методам применительно к проблеме описания экономических процессов в виде систем одновременных уравнений (см. напр. [10]). Например, использование квартальной или месячной статистики позволяет строить эконометрическую модель в виде системы рекурсивных уравнений; при использовании же годовых данных для идентификации модели временные запаздывания (лаги), составляющие существенно менее годового интервала, не могут быть корректно включены в модель. Именно вследствие этого и возникает потребность в использовании систем одновременных уравнений.

поскольку мы не знаем истинного вида $f(K(t),L(t),t)$, а лишь исходим из предположения ее дифференцируемости и линейной однородности.

Другая специфическая особенность зависимости (II.9), если интерпретировать ее как регрессионную модель – наличие заведомо большого числа факторов-аргументов, представленных переменными $\{m_{it}\}$. Применение метода главных компонент позволяет заменить исходную совокупность переменных $\{m_{it}\}$ существенно меньшим числом «сверток» (линейных комбинаций) этих переменных и далее использовать новые переменные в регрессионных расчетах. При этом не представляется возможным выявить роль каждого отдельного коэффициента текущих затрат в формировании уровня темпа “технического прогресса” в ПФ, однако такой прием позволяет подтвердить или опровергнуть гипотезу о наличии связи темпов изменения производительности труда с темпами изменения совокупности коэффициентов текущих затрат.

В связи со сказанным будем далее рассматривать регрессионное уравнение в следующем виде:

$$y_t - l_t = \alpha_t(k_t - l_t) + \Sigma v_{it}g_{it} + \beta_t + \varepsilon_t, \qquad \text{(II.10)}$$

в котором, в отличие от (II.9), вместо первичных показателей $\{m_{it}\}$ используются главные компоненты, образованные из этих переменных; через ε_t обозначена случайная ошибка уравнения.

Для получения погодовых оценок структурных параметров уравнения (II.10) мы используем метод, разработанный для идентификации статистических моделей с переменными во времени структурными параметрами, или метод адаптивной регрессии (см. [11, 12] и разд. III настоящей работы).

Данный метод предполагает в качестве первого шага определение средних значений параметров α_t, v_i, β_t на интервале оценивания; на втором шаге найденные средние оценки искомых параметров динамизируются, что позволяет обеспечить как высокую точность подгонки модели к фактическим данным, так и более точную, в сравнении с обычной регрессионной моделью, оценку вклада каждой из объясняющих переменных в изменение зависимой переменной в пределах каждого отдельного года периода, для которого осуществляется оценивание модели. В контексте рассматриваемой в данном разделе проблемы идентификации МТИ это означает получение на ретроспективных эмпирических данных оценки погодовой динамики технологического коэффициента Z_l системы (II.3), т.е. решает задачу формирования данных, необходимых для последующего расчета параметров МТИ; в более общем плане оценка на фактических данных параметров модели (II.10) должна послужить основой для вывода о степени корректности теоретических предпосылок, лежащих в основе МТИ.

В процессе оценивания средних значений параметров уравнения (II.10) требуется определить, какие из переменных $\{g_i\}$ должны быть использованы в модели. Существуют различные рекомендации относительно общего количества главных компонент, подлежащих включению в регрессионную модель, а также и признаков существенности той или иной главной компоненты для оцениваемой модели. В данном случае необходимость включения той или иной главной компоненты в модель (II.10) определялась качеством соответствующего варианта регрессии, и прежде всего статистической значимостью оценки параметра при испытываемой компоненте.

Таблица 1

Средние оценки параметров уравнений типа (II.10) и его обобщений для периода 1971–1986 гг. [1]

Вид уравнения (метод оценивания)	β	α_K	α_L	α	v_1	v_3	v_4	R^2	V	dw
I(мнк)				0,55312 (15,39)	–0,00443 (5,40)	0,00738 (3,88)	0,00779 (3,09)	0,84	0,26	1,52
I(пм)				0,58459 (30,65)	–0,00495 (10,53)	0,00755 (8,39)	0,00632 (4,94)	0,98	0,120	2,92
II(мнк)	–0,02365 (1,08)	0,95198 (2,98)	–0,42930 (0,64)		–0,00446 (4,80)	0,00713 (2,82)	0,00538 (1,75)	0,87	0,21	10,60
II(пм)	–0,04937 (4,44)	1,31786 (8,00)	–0,89843 (2,33)		–0,00425 (9,88)	0,00808 (6,68)	–0,00259 (1,31)	0,98	0,098	2,73
III(мнк)		0,61512 (8,56)	–0,18408 (0,29)		–0,00413 (4,69)	0,00850 (3,86)	0,00615 (2,04)	0,86	0,216	1,42
III(пм)		0,65866 (11,72)	–0,43490 (0,89)		–0,00411 (6,13)	0,00907 (5,43)	0,00575 (2,52)	0,93	0,168	1,70
IV(мнк)	–0,02634 (1,24)			0,93947 (2,99)	–0,00475 (5,59)	0,00605 (2,83)	0,00664 (2,52)	0,86	0,260	1,77
IV(пм)	–0,04780 (4,67)			1,24297 (8,48)	–0,00431 (11,34)	0,00670 (7,28)	–0,00019 (0,12)	0,98	0,104	2,79

[1] Обозначения в таблице.

Виды уравнений: I – $y_t - l_t = \alpha(k_t - l_t) + \Sigma v_i g_{it}$; II – $y_t = \beta + \alpha_K k_t + \alpha_L l_t + \Sigma v_i g_{it}$;
III – $y_t = \alpha_K k_t + \alpha_L l_t + \Sigma v_i g_{it}$; IV – $y_t - l_t = \beta + \alpha(k_t - l_t) + \Sigma v_i g_{it}$.

Метод оценивания: (мнк) – обычный метод наименьших квадратов;
(пм) – помехоустойчивый метод.

R^2, v, dw – коэффициент детерминации, коэффициент вариации, статистика Дарбина-Уотсона; в скобках под значениями оценок параметров приведены соответствующие им t-статистики.

Таблица 2

Средние оценки параметров уравнений типа (II.10) и его обобщений для периода 1971–1990 гг. [1]

Вид уравнения (метод оценивания)	β	α_K	α_L	α	v_1	v_2	v_4	v_5	R^2	v	dw
I(мнк)				0,45457 (7,74)	0,00443 (5,68)	–0,00458 (2,56)	0,00689 (3,08)	–0,00852 (3,08)	0,81	0,276	2,05
I(пм)				0,47200 (15,60)	0,00372 (8,65)	–0,00569 (6,25)	0,00737 (6,30)	–0,00588 (4,03)	0,96	0,146	2,72
II(мнк)	–0,01455 (0,67)	0,71433 (2,11)	–0,45022 (0,76)		0,00366 (2,93)	–0,00667 (2,49)	0,00695 (2,94)	–0,00726 (2,46)	0,84	0,235	2,35
II(пм)	–0,02757 (3,97)	0,94066 (8,94)	–0,42282 (2,64)		0,00343 (10,72)	–0,00557 (7,74)	0,00706 (11,77)	–0,00035 (0,36)	0,99	0,053	2,17
III(мнк)		0,49234 (8,10)	–0,29133 (0,55)		0,00323 (3,08)	–0,00735 (3,02)	0,00749 (3,45)	–0,00803 (30,02)	0,84	0,230	2,37
III(пм)		0,50200 (14,95)	–0,03303 (0,10)		0,00300 (5,08)	–0,00734 (5,44)	0,00830 (6,69)	–0,00557 (3,79)	0,97	0,134	2,78
IV(мнк)	–0,02014 (0,91)			0,76604 (2,20)	0,00489 (5,26)	–0,00395 (2,05)	0,00620 (2,61)	–0,00739 (2,42)	0,82	0,277	2,08
IV(пм)	–0,04641 (5,53)			1,18266 (8,94)	0,00453 (13,73)	–0,00322 (4,29)	0,00506 (5,69)	0,00078 (0,56)	0,98	0,102	2,32

[1] Обозначения в таблице аналогичны обозначениям табл.1.

Таблица 3

Средние оценки параметров уравнений типа (II.10) для периода 1971–1995 гг. [1]

Вид уравнения (метод оценивания)	α	v_1	v_2	v_6	R^2	v	Dw
I(мнк)	0,52707 (7,1)	0,00645 (3,5)	0,02728 (13,2)		0,89	20,05	1,33
I(пм)	0,56680 (10,2)	0,00715 (5,2)	0,02744 (18,5)		0,94	1,584	1,45
II(мнк)	0,36755 (4,4)	0,00625 (3,9)	0,02748 (15,4)	–0,01673 (2,9)	0,92	1,770	1,83
II(пм)	0,39130 (9,0)	0,00727 (8,4)	0,02666 (28,4)	–0,02129 (7,2)	0,98	0,656	1,06

[1] Обозначения в таблице аналогичны обозначениям табл.1.

Таблица 4

Средние оценки параметров традиционных спецификаций ПФ для периода 1971–1990 гг. [1]

Вид Уравнения (метод Оценивания)	β	α_K	α_L	α	R^2	v	dw
I(мнк)	–0,02320 (0,69)	1,00493 (1,88)	–0,92373 (0,94)		0,21	0,470	2,55
I(пм)	–0,02096 (0,74)	0,95970 (2,11)	–0,99550 (1,21)		0,19	0,423	2,53
II(мнк)	–0,00600 (0,19)			0,66477 (1,34)	0,09	0,553	2,31
II(пм)	–0,05337 (2,58)			1,35251 (4,29)	0,69	0,372	2,15

[1] Виды уравнений в таблице: I – $y_t=\alpha_K k_t + \alpha_L l_t + \beta$; II – $y_t - l_t=\alpha(k_t - l_t) + \beta$; остальные обозначения аналогичны обозначениям табл.1.

В табл. 1–3 приводятся средние оценки параметров модели (II.10) за периоды 1971–1986 гг., 1971–1990 гг. и 1971–1995 гг.; кроме того, для сравнения приводятся итоги расчетов производственной функции, спецификация которой не предполагала априори линейной однородности по факторам K и L, а также результаты оценки традиционных спецификаций ПФ (табл. 4).

Как можно видеть, результаты оценивания подтверждают с высокой степенью надежности выдвинутые гипотезы относительно взаимосвязи “автономного технического прогресса” в ПФ с динамикой коэффициентов текущих затрат: использование переменных $\{g_i\}$ радикально улучшает качество регрессионной модели в сравнении с традиционной спецификацией ПФ. При этом для получения устойчивых и экономически правдоподобных параметров оцениваемого уравнения оказывается достаточным использование двух–четырех главных компонент[4].

Регрессионные уравнения, параметры которых приводятся в табл. 1–3, оценивались в двух вариантах – обычным методом наименьших квадратов и помехоустойчивым методом (см. [12] и разд. III). Сущность помехоустойчивого метода состоит в применении взвешенного метода наименьших квадратов, причем веса отдельных наблюдений определяются по некоторому критерию таким образом, чтобы уменьшить воздействие на оценки параметров регрессии тех наблюдений, для которых расхождение теоретических (расчетных) значений зависимой переменной и фактических значений является наибольшим. Таким образом, по-

[4] Главные компоненты, включенные в регрессионные модели, пронумерованы в порядке убывания соответствующих этим компонентам собственных чисел. Например, для периода 1971–1986 гг. в регрессию включены первая, третья и четвертая главные компоненты; соответствующие им оценки структурных параметров обозначены как v_1, v_3, v_4 (см. табл.1). Обозначения в табл. 2–3 аналогичны.

мехоустойчивый метод позволяет как элиминировать воздействие возможных ошибок в исходных данных на качество параметров оцениваемых уравнений, так и проверить получаемые оценки параметров регрессий на устойчивость.

Из приводимых в табл. 1–3 данных следует, что модель типа (II.10) хорошо осредняет фактические данные, т.к. применение помехоустойчивого метода оценивания принципиально не изменяет значений и знаков параметров статистических зависимостей. Вместе с тем, хорошо известно, что традиционной проблемой при оценивании макроэкономических ПФ являлась ненадежность оценок их параметров, связанная со значительными колебаниями в динамике показателей выпуска, в частности вследствие воздействия природных факторов на сельскохозяйственное производство. Различные способы элиминирования подобных колебаний, как правило, сводятся к сглаживанию исходного динамического ряда Y_t. То обстоятельство, что приводимые в табл. 1–3 результаты оценивания получены при использовании фактических данных о темпах изменения объема производства, дополнительно свидетельствует о высоком качестве модели.

Как показывают данные табл. 1–3, экономически правдоподобным значениям эластичностей по ресурсам труда и фондов корреспондирует отсутствие в ПФ свободного члена (параметра β). Иначе говоря, “автономный технический прогресс” в ПФ целиком объясняется динамикой коэффициентов текущих затрат.

Итоги расчетов показывают, что именно линейно-однородная ПФ оказывается наилучшей в плане экономического правдоподобия оценок параметров факторных эластичностей.

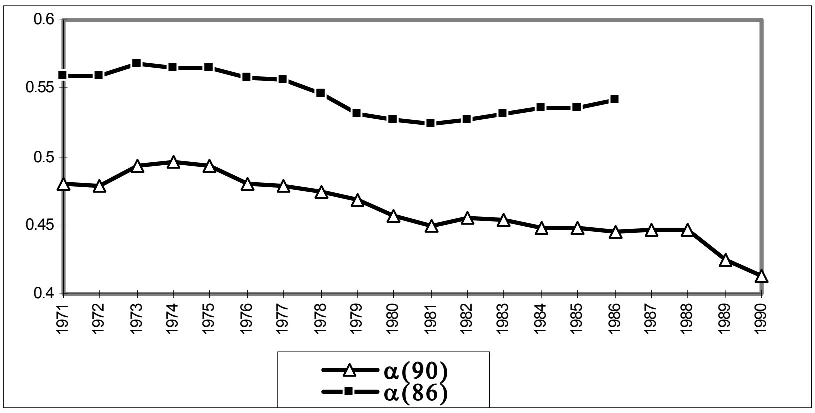
Следует отметить, что с теоретической точки зрения описанию “технического прогресса” в ПФ через изменение коэффициентов текущих затрат должна корреспондировать именно линейная однородность производственной функции по факторам K и L: изменение отдачи от масштабов производства в виде изменения удельных показателей фондо- и трудоемкости в конкретных производственных процессах (при условии, что данный эффект непосредственно измерим) сопровождается изменением удельных показателей текущих затрат. Отказ от модельного описания эффекта от изменения масштабов производства равносилен такому определению экономической (абстрактной) технологии в рамках ПФ, при котором любое изменение отдельных частных коэффициентов затрат тождественно технологическому сдвигу при условии, что исключен эффект замены одного фактора другим.

В связи с этим предпочтительность модели (II.10) в сравнении с более общей спецификацией ПФ можно рассматривать как дополнительное эмпирическое подтверждение корректности теоретических предпосылок, положенных в основу МТИ.

Динамика выпуска, а соответственно и динамика производительности труда претерпели в период 1970–1995 гг. значительные изменения. До 1991 г. происходил неуклонный, хотя и постепенно замедляющимся темпом, рост производительности труда. 1991–1994 гг. характеризуются чрезвычайно высоким, по меркам предшествующего периода, снижением производительности; в 1995 г. темп прироста производительности живого труда в материальном производстве вновь был положительным, хотя и незначительным по абсолютной величине. Для результатов оценивания ПФ отмеченная динамика производительности труда имеет весьма существенное значение. Большие по абсолютной величине темпы изменения производительности труда в 1991–1994 гг. (до 15% в год) в сравнении с темпами, имевшими место в 1971–1990 гг., могут вызвать смещение оценок параметров регрессионных моделей (в том смысле, что структура этих моделей заведомо больше соответствуют последним годам ретроспективного периода). Как следует из данных табл. 3, для периода 1971–1995 гг. имеются две практически равноценные по статистическим критериям спецификации, дающие, однако, существенно различные значения параметра эластичности производительности труда по фондовооруженности. Для периода 1970-х – 1980-х гг. такого эффекта не наблюдается: по результатам оценки альтернативных спецификаций ПФ, включающих различное число переменных, удается выделить вариант модели, обладающий заведомо лучшими характеристиками.

Подробное изложение адаптивного метода, предназначенного для оценки динамики структурных параметров рассмотренных выше уравнений, дается в разд. III.

Графики погодовых значений факторной эластичности для уравнений типа (II.10), оцененных на периодах 1971–1986 гг. и 1971–1990 гг. [1]



[1] Обозначения графиков:
α(86) – оценки α_t исходя из уравнения I(мнк) табл.1;
α(90) – оценки α_t исходя из уравнения I(мнк) табл.2.

Рисунок II.1

Здесь же мы затронем лишь наиболее важные в содержательном плане аспекты расчетной процедуры.

Результаты второго этапа оценивания модели (II.10) для каждого из выделенных периодов времени показывают, что динамика коэффициента эластичности α для периодов 1971–1986 гг. и 1971–1990 гг. достаточно хорошо согласуются (рис. II.1).

Как видно из приводимых графиков, разность ($\alpha(86)_t - \alpha(90)_t$) остается практически постоянной на всем интервале 1971–1986 гг.; различие текущих значений $\alpha(86)_t$ и $\alpha(90)_t$ обусловлено исключительно разницей оценок средних значений параметра факторной эластичности по периодам 1971–1986 гг. и 1971–1990 гг. Напротив, оценки текущих значений α_t, полученных при помощи адаптивного метода исходя из уравнений I и II, приведенных в табл.3, относящихся к периоду 1971–1995 гг., значительно различаются не только по средней величине, но и по динамике (рис. II.2). Исходя из стандартных ошибок оценок параметра α для периодов 1971–1986 гг. и 1971–1990 гг., приведенных в табл.1–2, правомерно сделать вывод, что указанные значения оценки α с высокой степенью вероятности неразличимы (в статистическом смысле). Разность текущих оценок $\alpha(86)$ и $\alpha(90)$ также укладывается в интервал, величина которого не превосходит двукратной стандартной ошибки параметров уравнений вида I(мнк) из табл.1–2. Обоснованно можно заключить, что для периодов 1971–1986 гг. и 1971–1990 гг. оценки $\alpha(86)_t$ и $\alpha(90)_t$ правильно отражают погодовые изменения параметра факторной эластичности, а разность этих оценок образует вероятный “коридор”, в котором должна лежать истинная оценка текущего значения α_t.

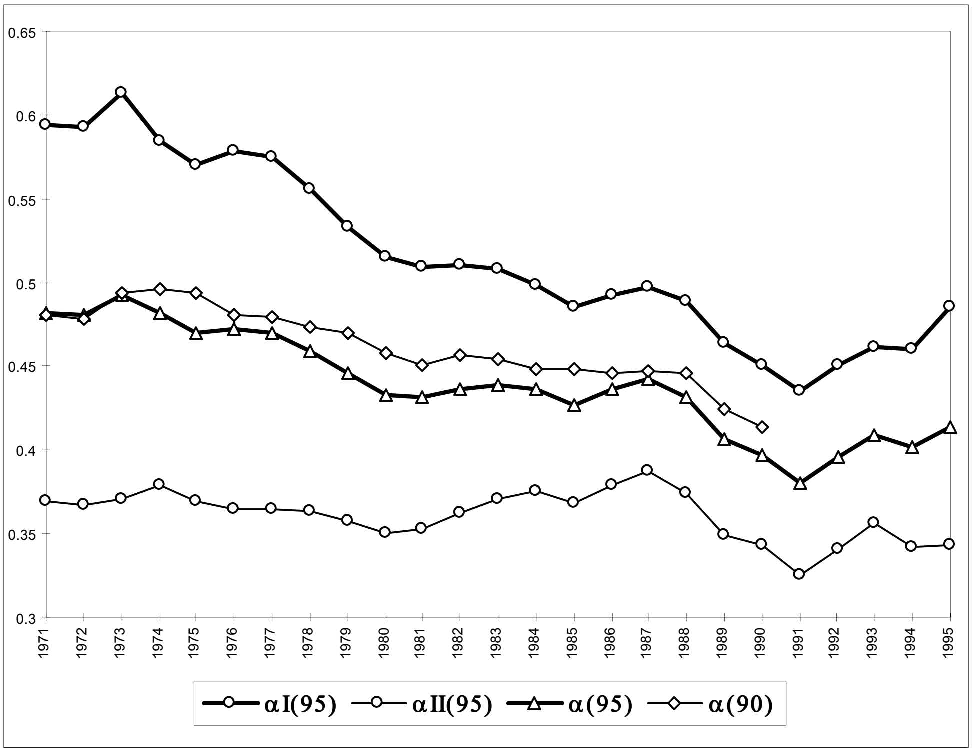
Учитывая сказанное выше, полученные варианты оценок$\alpha(86)_t$ и $\alpha(90)_t$ следует признать статистически эквивалентными.

В дальнейших расчетах мы будем пользоваться оценками α_t для периода 1971–1990 гг. исходя из предположения, что эти оценки более представительны в сравнении с оценками регрессии периода 1971–1986 гг. Данное предположение основывается на том, что во-первых, отчетная информация для периода 1971–1990 гг. содержит относительно больше прямых статистических данных о собственно российской экономике; во-вторых, потенциальная точность оценок регрессионной модели должна возрастать по мере увеличения числа исходных наблюдений.

Завершение идентификации параметров темпового представления ПФ связано, таким образом, с оценкой динамики показателя эластичности α_t на интервале 1991–1995 гг. В связи с этим необходимо отметить, что различия в уровнях погодовых оценок α_t исходя из уравнений типа I(мнк) и II(мнк) табл.3, существенно ниже для 1991–1995 гг., чем для периода

1971–1990 гг.; кроме того, направления изменений параметра α_t для периода 1991–1995 гг. аналогичны в обоих вариантах расчетов (рис. II.2).

Графики погодовых значений факторной эластичности для уравнений типа (II.10), оцененных на периодах 1971–1990 гг. и 1971–1995 гг. [1]



[1] Обозначения графиков:
α(90) – оценки α_t исходя из уравнения I(мнк) табл. 2;
αI(95) – оценки α_t исходя из уравнения I(мнк) табл. 3;
αII(95) – оценки α_t исходя из уравнения II(мнк) табл. 3;
α(95) – средняя арифметическая оценок α I(95) и α II(95).

Рисунок II.2

На рис. II.2 также приведена динамика оценки параметра α_t, полученная усреднением оценок для каждого из вариантов спецификации ПФ, рассчитанных на данных 1971–1995 гг. Как можно видеть, эта усредненная оценка и по абсолютному значению и по динамике близка к оценке α_t для периода 1971–1990 гг. Следовательно, оценки α_t для периода 1991–1995 гг., сопоставимые с оценками α_t для периода 1971–1990 гг., могут быть получены корректировкой усредненных оценок α_t, исчисленных исходя из регрессионных моделей, оцененных на данных 1971–1995 гг. А именно, средняя разность оценок $\alpha(90)_t$ и $\alpha(95)_t$, приведенных на рис. II.2, по периоду 1971–1990 гг. составляет 0,0134; на эту разность необходимо увеличить значения $\alpha(95)_t$ для периода 1991–1995 гг. с целью получения сопоставимого ряда погодовых оценок α_t за 1971–1995 гг.

Расчет оценок погодовых темпов “технического прогресса”, т.е. вклада динамики коэффициентов текущих затрат в темпы изменения конечного продукта, осуществлен аналогичным образом; эти оценки, так же как и погодовые значения коэффициента α_t, даются в табл. 5.

Таблица 5

Погодовые значения параметров производственной функции[1].

Год	λ	α_t	Год	λ	α_t
1971	0,0081	0,4801	1984	0,0001	0,4487
1972	–0,0226	0,4783	1985	–0,0189	0,4479
1973	0,0432	0,4940	1986	0,0262	0,4457
1974	0,0015	0,4961	1987	0,0002	0,4465
1975	–0,0199	0,4930	1988	0,0413	0,4461
1976	0,0302	0,4806	1989	0,0290	0,4243
1977	0,0110	0,4789	1990	0,0068	0,4136
1978	–0,0010	0,4738	1991	–0,0800	0,3935
1979	–0,0203	0,4693	1992	–0,2110	0,4090
1980	–0,0032	0,4576	1993	–0,1001	0,4226
1981	–0,0068	0,4500	1994	–0,1802	0,4146
1982	0,0217	0,4562	1995	–0,0117	0,4272
1983	0,0123	0,4544			

[1] λ – темп “технического прогресса”, т.е. $\lambda_t = \Sigma v_{it} g_{it}$ из уравнения для темпа экономического роста $y_t = \alpha_t k_t + (1 - \alpha_t) l_t + \Sigma v_{it} g_{it}$.

В целом, по нашему мнению, приведенные в данном разделе результаты позволяют утверждать, что предположения, положенные в основу МТИ, в достаточной степени согласуются с фактическими данными о динамике макроэкономических показателей российской экономики в 1971–1995 гг. Некоторая неопределенность в оценках параметров темпового представления ПФ для последних лет ретроспективного периода представляется вполне закономерной. Тем не менее, возможные погрешности рассмотренной выше процедуры расчетов представляются весьма незначительными в сравнении с традиционными статистическими методами оценки параметров ПФ. Более того, обоснованно можно утверждать, что получение экономически правдоподобных и в то же время надежных (как по формальным, так и по содержательным соображениям) оценок структурных параметров зависимостей, связывающих выпуск и применяемые ресурсы, невозможно на базе традиционного инструментария ПФ применительно к периоду 1970-х – 1990-х годов. Сам же факт установления относительно устойчивых статистических связей в рамках рассматривавшихся в данном разделе моделей применительно как к советскому периоду, так и к периоду экономических реформ доказывает универсальность и высокую степень общности предпосылок, лежащих в основе модели технологических изменений.

II.3. Идентификация системы уравнений МТИ

Оцененные погодовые значения технологического параметра функции выпуска в совокупности с отчетными данными о динамике коэффициентов текущих затрат образуют необходимую информационную базу для расчета параметров уравнений модели технологических изменений.

Как уже было отмечено ранее, идентификация МТИ в виде системы разностных уравнений, шаг которой менее календарного года, предполагает: 1) интерполяцию исходных погодовых статистических данных; 2) собственно оценку параметров системы уравнений.

Интерполяция отчетных данных осуществлялась на основе использования сплайн-функций. Как известно, сплайн-функция обладает определенными экстремальными свойствами, делающими ее предпочтительной в сравнении с другими возможными методами интерполяции. В частности, сплайн обладает свойством “наибольшей гладкости” среди альтернативных функций, традиционно используемых для целей интерполяции.

Конкретно в расчетах был использован кубический сплайн. Это означает, что интерполирующая функция представлена многочленом третьей степени специального вида, причем первая и вторая его производные – непрерывные функции; третья производная кубического сплайна – кусочно-постоянная функция времени. Тем самым мы ограничиваемся предположением, что точность интерполируемых данных позволяет претендовать на непрерывность и гладкость (в математическом смысле) функций времени, описывающих динамику исходной переменной и первой производной (по времени) этой кривой.

Вопросы, связанные с интерполяцией отчетных статистических данных, подробно освещены в значительном числе научных работ; в связи с этим обстоятельством здесь мы ограничились только самыми общими соображениями. Кроме того, в контексте данной работы процедура интерполяции является техническим приемом, не связанным непосредственно с содержанием обрабатываемой информации.

При оценивании параметров производственной функции в п. II.2 мы не задавались ее явным видом; было принято лишь, что параметры этой функции могут в общем случае быть переменными во времени.

Также естественно принять предположение, что структурные параметры при отдельных технологических коэффициентах в уравнениях МТИ (II.1)–(II.2) стабильны для всего ретроспективного периода, на котором должна быть оценена модель: только в этом случае соотношения МТИ являются, так сказать, “конечной”, явной формой модельной конструкции (тогда как при оценивании параметров производственной функции мы исходили лишь из задачи аппроксимации ее (функции) первых производных). Вместе с тем, изменение по крайней мере половины технологических коэффициентов в отчетном периоде характеризовалось наличием ярко выраженного тренда (это относится, в частности, к коэффициентам затрат продукции газовой промышленности, машиностроения, химической промышленности). Это может означать, что предельные значения (т.е. пределы насыщения кривой логистического типа, использованной в качестве базовой модели при формальном описании технологии) таких технологических коэффициентов могут в общем случае быть переменными во времени.

В совокупности указанные соображения означают, что система уравнений МТИ может иметь переменные во времени параметры $\{\gamma_{i0}\}$, рассматривавшиеся в соотношениях (II.1)–(II.2) как константы.

Мы принимаем здесь наиболее простую гипотезу относительно динамики $\{\gamma_{i0}\}$, считая, что эти параметры являются линейными функциями времени. Соответственно система разностных уравнений, подлежащая идентификации, имеет общий вид

$$Z_t - Z_{t-\tau} = A\,Z_t + b_1 t + b_0\,. \qquad \text{(II.11)}$$

При практических расчетах было принято, что для системы разностных уравнений (II.11), моделирующей взаимосвязи технологических параметров, “квант” времени τ составляет 1/4 календарного года; соответственно, число наблюдений исходных динамических рядов увеличивается в 4 раза. Как показал опыт расчетов, указанное дробление исходных годовых интервалов позволяет обеспечить требуемые теоретические свойства оцениваемой системы уравнений. Вместе с тем, такое увеличение (вследствие использования интерполированных данных) размерности информационных массивов не создает и принципиальных трудностей при программной реализации модели.

Элементарными алгебраическими преобразованиями система (II.11) приводится к виду, традиционному в эконометрических построениях:

$$Z_t = D\,Z_t + B\,Z_{t-\tau} + c_0 + c_1 t, \qquad \text{(II.12)}$$

где B – такая диагональная матрица, что $B = (E - A^d)^{-1}$, а A^d – диагональная матрица, составленная из элементов главной диагонали матрицы A из (II.11); $D = B(A - A^d)$, $c_0 = B\,b_0$, $c_1 =$ $=Bb_1$.

В терминах теоретической эконометрии (II.12) – система одновременных уравнений, записанных в структурной форме. Для того, чтобы сделать процедуру статистического оценивания корректной в теоретическом отношении, перейдем к приведенной форме

$$Z_t = G\,Z_{t-\tau} + h_0 + h_1 t, \qquad \text{(II.13)}$$

где $G = (E - D)^{-1}B$, $h_0 = (E - D)^{-1}c_0$, $h_1 = (E - D)^{-1}c_1$.

Добавление в (II.13) вектора случайных отклонений ε_t, подчиняющихся предположениям, принимаемым обычно при использовании эконометрических методов, сводит задачу оценивания неизвестных параметров системы (II.13) к стандартному для эконометрической теории виду

$$Z_t = G\, Z_{t-\tau} + h_0 + h_1 t + \varepsilon_t\,. \qquad (\text{II.13}^*)$$

Тем не менее, в нашем случае известные стандартные методы оценивания системы (II.13*) не могут быть реализованы.

Даже в случае использования всего имевшегося в нашем распоряжении информационного массива за 1970–1995 гг. оценка каждого из уравнений системы (II.13) предполагает включение в него (уравнение) количества объясняющих переменных, сопоставимого с длиной используемых временных рядов.

При этом ввиду агрегированного характера технологии не представляется возможным принять какие-либо априорные предположения, позволяющие существенно уменьшить число подлежащих идентификации параметров каждого из уравнений системы (II.13): теоретические соображения требуют исследования зависимости динамики каждой данной переменной системы (II.13) от всех остальных переменных.

Ввиду сказанного определение численных значений структурных параметров МТИ осуществлялось при помощи метода, изложенного в разд. III (п. III.3).

Последовательность расчета параметров каждого отдельно взятого уравнения приведенной формы (II.13) была следующей.

1. Для первых разностей данной переменной $z_{lt} = Z_{lt} - Z_{lt-\tau}$ строились регрессионные уравнения, связывающие z_{lt} с совокупностью остальных переменных $\{z_{kt}\}$

$$z_{lt} = \alpha_{0k} + \alpha_{1k}\, z_{kt} + \varepsilon_{kt}\,,\ \ k = 1,\dots,l-1, l+1,\dots, N\,, \qquad (\text{II.14})$$

а также уравнение, связывающее текущее и лаговое значение разностей данной переменной

$$z_{lt} = \alpha_{0l} + \alpha_{1l}\, z_{lt-\tau} + \varepsilon_{lt} \qquad (\text{II.14}^*)$$

Использование в расчетах не самих исходных переменных, а их первых разностей было обусловлено необходимостью исключить эффект завышения тесноты связи при коррелировании переменных, имеющих ярко выраженную тенденцию. Кроме того, переход к разностям позволяет исключить временную переменную из набора факторов-аргументов уравнений типа (II.14).

По результатам оценивания частных регрессионных уравнений типа (II.14) производился отбор переменных $\{z_{kt}\}$, подлежащих включению в полное уравнение модели технологических изменений.

2. Далее осуществлялся расчет параметров обобщающего регрессионного уравнения, связывающего данную переменную z_{lt} с подмножеством исходной совокупности переменных

$\{z_{kt}\}$ (определенным на первом этапе), а также с лаговым значением $z_{lt-\tau}$. Параметры искомого уравнения определяются, как показано в п. III.3, как значениями регрессионных коэффициентов уравнений (II.14)–(II.14*), так и статистическими характеристиками этих уравнений.

Как известно из эконометрической теории, в общем случае для того, чтобы определить параметры структурной формы модели по параметрам приведенной формы, система уравнений должна удовлетворять некоторым специальным требованиям [10]. Характер системы уравнений, связывающих технологические коэффициенты, позволяет осуществлять этот переход. Сравнивая (II.12) и (II.13), нетрудно видеть, что известные параметры приведенной формы модели однозначно определяют оценки структурной формы.

Табл. 6–7 содержат значения параметров приведенной и структурной форм МТИ, оцененных на интервале 1970–1986 гг.[5]

Данные табл. 6–7 позволяют сделать некоторые общие выводы относительно качества результатов оценивания.

Для всех технологических коэффициентов текущих затрат в рамках приведенной формы модели характерна отрицательная связь этих коэффициентов с параметром "технического прогресса", т.е. технологическим коэффициентом функции выпуска. Такой же характер зависимости имеет место и для уравнения, связывающего технологический коэффициент функции выпуска (выступающего в качестве результирующей переменной) с коэффициентами текущих затрат. Ранее уже говорилось, что в рамках макроэкономической модели не представляется возможным заранее постулировать направленность связей между отдельными коэффициентами. Тем не менее, отмеченные особенности оценок модели, по нашему мнению, в данном случае находятся в согласии с природой моделируемого процесса: повышение эффективности производства, отражаемое ростом технологического коэффициента функции выпуска, при прочих равных условиях влечет снижение коэффициентов текущих затрат. И наоборот, снижение коэффициентов текущих затрат, если рассматривать его как экзогенный фактор, имеет своим следствием рост показателя "технического прогресса".

[5] Расчеты параметров уравнений модели технологических изменений в данном случае осуществлены на периоде 1970–1986 гг. прежде всего потому, что конец 1980-х гг. охарактеризовался достаточно резкими изменениями в режиме функционирования большинства отраслей. Уже по этой причине не представляется корректным механически распространять динамические соотношения между технологическими коэффициентами, сложившиеся в 1970–1986 гг., на период 1987–1995 гг. Другая причина – соображения аналитического характера (см. п. II.3).

Таблица 6

Численные значения коэффициентов уравнений приведенной формы МТИ

Номер урав-не–ния[1]	H_0[2]	h_1[3]	Коэффициенты при лаговых значениях переменных[4]															
			Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9	Z_{10}	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}
1	0,0363	0,0000	0,3858	0,0326	0,0316	0,0123	0,0222	0,0502	0,0439	0,1321	0,0263	0,0315	0,0200	0,0236	0,0335	0,0198	0,0000	–0,0571
2	0,0089	–0,0009	0,0196	0,8092	0,0452	0,0000	0,0080	0,0112	0,0147	0,0184	0,0144	0,0164	0,0132	0,0125	0,0185	0,0259	0,0000	–0,0001
3	0,0219	–0,0003	0,0217	0,0977	0,6923	0,0000	0,0121	0,0106	0,0182	0,0257	0,0157	0,0153	0,0074	0,0131	0,0376	0,0142	0,0000	–0,0102
4	0,0061	0,0040	0,0705	0,0001	0,0000	0,7606	0,0001	0,0822	0,0002	0,0529	0,0001	0,0001	0,0315	0,0002	0,0002	0,0365	–0,0768	–0,0812
5	–0,1312	–0,0036	0,0631	0,0108	0,0346	0,0044	0,3430	0,0552	0,1171	0,0754	0,0517	0,0617	0,0260	0,0253	0,0328	0,0099	0,0001	–0,0618
6	–0,0211	–0,0002	0,0454	0,0145	0,0258	0,0124	0,0372	0,3422	0,0609	0,0386	0,0250	0,0411	0,0341	0,0236	0,0435	0,0118	0,0001	–0,0795
7	0,0060	–0,0003	0,0636	0,0226	0,0605	0,0000	0,0865	0,0609	0,4213	0,0677	0,0443	0,0679	0,0169	0,0244	0,0444	0,0133	0,0158	–0,0530
8	0,0300	0,0021	0,1659	0,0267	0,0455	0,0063	0,0198	0,0279	0,0448	0,4970	0,0141	0,0232	0,0131	0,0139	0,0222	0,0150	0,0000	–0,0283
9	0,0932	0,0041	0,0588	0,0218	0,0551	0,0053	0,0544	0,0361	0,0360	0,0425	0,4507	0,0740	0,0207	0,0312	0,0570	0,0221	0,0000	–0,0463
10	0,0360	–0,0024	0,0403	0,0196	0,0453	0,0000	0,0493	0,0418	0,0706	0,0521	0,0575	0,4548	0,0371	0,0229	0,0407	0,0080	0,0135	–0,0321
11	–0,0445	–0,0011	0,0208	0,0141	0,0182	0,0000	0,0208	0,0380	0,0222	0,0247	0,0176	0,0526	0,6778	0,0199	0,0212	0,0098	0,0000	–0,0217
12	–0,0866	–0,0025	0,0348	0,0125	0,0190	0,0053	0,0209	0,0551	0,0250	0,0170	0,0410	0,0276	0,0138	0,2492	0,0416	0,0000	0,0099	–0,1905
13	–0,0006	–0,0005	0,0000	0,0318	0,0410	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0143	0,0144	0,0000	0,0000	0,7714	0,0000	0,0344	0,0000
14	–0,0073	0,0012	0,0246	0,0323	0,0373	0,0053	0,0126	0,0147	0,0133	0,0319	0,0192	0,0133	0,0098	0,0000	0,0112	0,8165	–0,0115	0,0000
15	–0,0010	–0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	–0,0292	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	–0,0275	0,0000	0,0208	–0,0296	0,8269	0,0000
16	0,0017	0,0005	–0,0511	0,0000	–0,0117	–0,0211	–0,0222	–0,1051	–0,0291	–0,0249	–0,0216	–0,0192	–0,0120	–0,0413	–0,0414	0,0000	0,0000	0,3349

[1] Нумерация уравнений соответствует номенклатуре технологических коэффициентов, принятых в МТИ: 1) электроэнергетика; 2) нефтедобыча; 3) нефтепереработка; 4) газовая промышленность; 5) угольная промышленность; 6) черная металлургия; 7) цветная металлургия; 8) химическая промышленность; 9) машиностроение; 10) лесная промышленность; 11) промышленность строительных материалов; 12) легкая промышленность; 13) пищевая промышленность; 14) прочие отрасли промышленности; 15) сельское хозяйство; 16) технологический коэффициент производственной функции.

[2] Свободный член уравнений системы (II.13).

[3] Параметр при переменной времени уравнений системы (II.13).

[4] Соответствует элементам матрицы G из соотношения (II.13).

Таблица 7

Численные значения коэффициентов уравнений структурной формы МТИ

Номер урав-не–ния[1]	c_0[2]	c_1[3]	B[5]	Коэффициенты при переменных[4]															
				Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9	Z_{10}	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}
1	0,0329	–0,0004	0,3286	0,0000	0,0247	0,0122	0,0098	0,0126	0,0707	0,0470	0,2367	0,0263	0,0274	0,0135	0,0455	0,0170	0,0153	–0,0015	–0,0883
2	0,0091	–0,0009	0,7988	0,0296	0,0000	0,0545	–0,0004	0,0044	0,0220	0,0174	0,0164	0,0182	0,0196	0,0139	0,0416	0,0142	0,0282	–0,0014	0,0455
3	0,0224	–0,0001	0,6787	0,0231	0,1145	0,0000	–0,0012	0,0158	0,0075	0,0221	0,0307	0,0180	0,0136	0,0038	0,0360	0,0380	0,0113	–0,0026	0,0087
4	–0,0005	0,0038	0,7495	0,1255	–0,0064	–0,0116	0,0000	–0,0263	0,1699	–0,0452	0,0616	–0,0149	–0,0237	0,0302	–0,0578	–0,0176	0,0366	–0,0897	–0,2232
5	–0,1405	–0,0036	0,3082	0,0505	–0,0044	0,0073	0,0001	0,0000	0,0578	0,2292	0,0830	0,0663	0,0696	0,0184	0,0344	0,0060	0,0019	–0,0061	–0,0822
6	–0,0152	0,0002	0,3055	0,0440	0,0064	0,0108	0,0099	0,0546	0,0000	0,0963	0,0244	0,0157	0,0464	0,0363	0,0361	0,0295	0,0085	–0,0032	–0,1703
7	0,0255	0,0005	0,3744	0,0658	0,0073	0,0532	–0,0055	0,2070	0,0934	0,0000	0,0603	0,0437	0,0908	0,0015	0,0334	0,0232	0,0073	0,0158	–0,0474
8	0,0164	0,0022	0,4354	0,4143	0,0090	0,0395	0,0014	0,0137	0,0060	0,0547	0,0000	–0,0041	0,0097	0,0037	0,0067	0,0041	0,0061	–0,0012	0,0048
9	0,1074	0,0051	0,4277	0,0911	0,0071	0,0514	0,0025	0,1190	0,0283	0,0054	0,0180	0,0000	0,1244	0,0112	0,0796	0,0467	0,0198	–0,0045	–0,0316
10	0,0415	–0,0024	0,4265	0,0200	0,0074	0,0330	–0,0027	0,0830	0,0592	0,1137	0,0537	0,0928	0,0000	0,0405	0,0451	0,0244	0,0014	0,0123	0,0010
11	–0,0399	–0,0007	0,6689	0,0125	0,0088	0,0089	–0,0023	0,0285	0,0815	0,0087	0,0211	0,0108	0,0952	0,0000	0,0564	0,0110	0,0080	–0,0029	0,0076
12	–0,0911	–0,0022	0,2232	0,0059	0,0113	0,0092	–0,0083	0,0108	–0,0240	0,0107	–0,0045	0,0583	0,0242	0,0082	0,0000	0,0171	–0,0017	0,0098	–0,5611
13	–0,0072	–0,0005	0,7665	–0,006	0,0321	0,0550	0,0017	–0,0079	–0,0047	–0,0059	–0,0051	0,0282	0,0277	–0,0008	–0,0078	0,0000	–0,0010	0,0415	–0,0010
14	–0,0123	0,0011	0,8117	0,0298	0,0300	0,0418	0,0055	0,0198	0,0300	0,0084	0,0431	0,0330	0,0113	0,0075	–0,0171	0,0053	0,0000	–0,0137	0,0198
15	–0,0029	–0,0002	0,8226	0,0066	0,0003	–0,0001	–0,0387	0,0011	0,0111	–0,0009	0,0049	0,0003	0,0026	–0,0394	–0,0003	0,0270	–0,0345	0,0000	–0,0076
16	–0,0133	0,0002	0,2807	–0,081	0,0111	0,0032	–0,0211	–0,0192	–0,2643	–0,0096	0,0029	–0,0139	0,0011	0,0026	–0,1295	–0,0266	0,0071	0,0010	0,0000

[1] Нумерация уравнений аналогична табл. 6.
[2] Свободный член уравнений системы (II.12).
[3] Параметр при переменной времени уравнений системы (II.12).
[4] Соответствуют элементам матрицы D из соотношения (II.12).
[5] Коэффициенты при лаговых значениях переменных уравнений системы (II.12).

Во всех без исключения уравнениях структурной формы МТИ параметры при лаговой переменной находятся в интервале от нуля до единицы. Это согласуется с теоретическими предположениями, положенными в основу модели технологических изменений.

Стандартные методы оценки точности для каждого отдельно взятого уравнения МТИ указывают на высокое качество приближения фактических данных: уровень коэффициентов детерминации для всех уравнений составляет от 90 до 99%. Однако необходимо учитывать, что стандартные оценки качества аппроксимации отчетных данных основываются на анализе отклонений фактических значений переменных модели от теоретических значений, исчисленных в виде

$$\varepsilon_{jt} = Z^{ф}{}_{jt} - (h_{0j} + h_{1j}t + \sum_{j} g_{jk}\, Z^{ф}{}_{kt-\tau}), \qquad (II.15)$$

где h_{0j}, h_{1j}, g_{jk} – элементы соответствующих векторов и матрицы системы (II.13); $\{Z^{ф}{}_{jt}\}$ – фактические значения переменных модели в момент времени t.

Вместе с тем, соображения теоретического плана требуют, чтобы на отчетных данных обеспечивалась близость фактических значений $\{Z^{ф}{}_{jt}\}$ и модельных значений $\{Z^{м}{}_{t}\}$, определяемых в виде

$$Z^{м}{}_{t} = G\, Z^{м}{}_{t-\tau} + h_0 + h_1 t\,. \qquad (II.16)$$

Иными словами, модельные траектории технологических коэффициентов, исчисленные исходя из начальных условий (первого года временного интервала, на котором произведена оценка коэффициентов модели), должны достаточно близко воспроизводить фактическую динамику этих коэффициентов.

Достаточно точное воспроизведение исходных данных, вне всякого сомнения, является важнейшим критерием корректности рассматриваемой здесь модельной схемы. Однако в общем случае уравнения МТИ в том виде, в котором они были первоначально идентифицированы, не обеспечивают указанного свойства.

Фундаментальная причина несоответствия модельных и реальных траекторий изменения исследуемых переменных – наличие стохастической составляющей в уравнениях МТИ. Именно случайная составляющая ε_{lt}, выражаясь языком физических моделей, "приводит систему в движение", т.е. определяет фактическую траекторию исследуемой величины z_{1t}.

Исследование и анализ временных рядов $\varepsilon_{jt} = Z^{ф}{}_{jt} - (h_{0j} + h_{1j}t + \Sigma\, g_{jk}\, Z^{ф}{}_{kt-\tau})$ каждого из уравнений модели показывает, что поведение этих величин характеризуется достаточно ярко выраженной периодичностью. Это позволяет использовать для моделирования $\{\varepsilon_{jt}\}$ синусоподобные функции с различной частотой колебаний.

Общий принцип подбора таких функций, использованный нами, в целом аналогичен известным методам анализа временных рядов (см., напр.[13]), и заключается в следующем. Для временного ряда $\{\varepsilon_{jt}\}$ каждого j-го уравнения модели технологических изменений строились регрессионные уравнения

$$\varepsilon_{jt} = \sum_{j} \alpha_{jk} sin(2\pi t/k) + \sum_{j} \beta_{jl} cos(2\pi t/l) + \eta_{jt} . \qquad (II.17)$$

Пи этом использовались лишь такие функции, полный период колебания которых не превосходит длины временного интервала, на котором осуществляется оценка параметров уравнения (II.17). Данное правило является естественным в подобного рода исследованиях.

Как показывают итоги расчетов, функции типа (II.17) объясняют от 50 до 80% дисперсий исходных временных рядов $\{\varepsilon_{jt}\}$. Это означает, что остаточные дисперсии модифицированных уравнений МТИ, представленных в виде

$$Z_{jt} = h_{0j} + h_{1j}t + \sum_{j} g_{jk} Z_{kt-\tau} + f_j(t) + \eta_{jt} \qquad (II.18)$$

где $f_j(t)$ – функция времени типа (II.17) для соответствующего уравнения модели, существенно ниже по сравнению с первоначальной спецификацией этих же уравнений. Однако с качественной точки зрения различие уравнений типа (II.18) и (II.16) заключается не столько в уровне погрешности, сколько в способности соответствующих систем уравнений «восстанавливать» отчетную статистическую информацию в процессе расчетов по модели.

В целом правомерно заключить, что представление моделируемого объекта в виде системы дифференциальных (или разностных) уравнений требует применения весьма специальных численных методов оценки параметров такой модели. При этом специфическая форма систем дифференциальных (разностных) уравнений обусловливает в конечном счете необходимость модификации теоретически требуемой спецификации уравнений модели. Данная модификация сводится к включению в первоначальные уравнения периодических или квазипериодических функций времени. Параметры этих функций, так же, как и структурные параметры уравнений модели в ее первоначальном виде, в принципе могут быть оценены с помощью стандартных методов регрессионного анализа. Тем не менее, теоретически требуемые свойства моделей, представленных в виде систем дифференциальных или разностных уравнений, обеспечиваются лишь путем весьма специфического “монтажа” более или менее традиционных расчетных процедур.

II.4. Технологические изменения в отечественной экономике в 1990-е гг. и роль фактора хозяйственной трансформации

Исследование закономерностей изменений структуры отечественной экономики (в ее материально-вещественном аспекте) в период рыночной реформы чрезвычайно важно как для сравнительной оценки современного состояния экономики по отношению к дореформенному состоянию, так и для понимания возможных перспектив функционирования народного хозяйства. В общем контексте исследования материально-вещественных пропорций воспроизводственного процесса очевидный интерес вызывает оценка уровня и динамики эффективности производства (или результатов технологических изменений) в условиях хозяйственного уклада, который сложился в 1990-е гг. взамен прежнего планового хозяйства.

Применительно к российской экономике конца 1980-х–1990-х гг. нам представляется необходимым выделить два аспекта анализа технологических изменений: 1) собственно динамика эффективности использования производственных ресурсов; 2) оценка воздействия процесса трансформации хозяйственно-политического устройства страны на результаты функционирования экономики.

Анализ изменений в эффективности использования материальных ресурсов в первой половине 1990-х гг. содержится в работе [6]; для этой цели использованы данные о динамике межотраслевых связей, полученные путем специальных модельных расчетов.

Результаты этого исследования показывают, что новые экономические механизмы, сформированные в процессе рыночной реформы, не смогли обеспечить повышение эффективности производства. Об этом свидетельствуют как динамика удельных расходов топлива, электроэнергии, материалов в отраслях реального сектора, так и суммарные итоги изменения уровня материалоемкости в отраслевом разрезе; на это указывают также и предложенные в [6] обобщающие оценки эффекта технологических изменений.

Правомерен вопрос: в какой мере эти действительные результаты функционирования экономики обусловлены предшествующим историческим этапом, в том числе накопленной к концу 1980-х гг. инерцией хозяйственных процессов, и в какой мере эти результаты являются “плодом” социально-экономического эксперимента, совершающегося в стране?

Ограниченность имеющихся в научной и публицистической литературе суждений на эту тему состоит, по нашему мнению, в том, что данный вопрос рассматривается, как правило, в “общефилософском плане”, с привлечением аналогий исторического или этического характера. Соответственно и доказательность этих рассуждений (если брать исключительно научную сторону вопроса) оказывается явно недостаточной.

Перевод данной проблемы в операциональную плоскость возможен, по нашему мнению, в рамках следующего методического подхода, обеспечивающего в том числе и возможность получения количественных оценок. Необходимо сопоставление фактически реализовавшейся траектории изменения макропоказателей экономики с некоторой гипотетической траекторией развития, которая имела бы место при условии отсутствия изменений в институциональных рамках процесса производства.

Такой метод исследования ставит на первый план вопрос о формальном аппарате. Очевидно, что гипотетическая траектория народнохозяйственной динамики, упомянутая выше, может быть получена лишь при помощи использования некоторой модели, описывающей технологические взаимосвязи и динамику производства в отечественной экономике. Кроме того, необходимым представляется выполнение следующих общих условий: 1) модель должна с удовлетворительной степенью точности воспроизводить отчетные данные, характеризующие развитие экономики в предреформенный период; 2) модель должна допускать осуществление расчетов в режиме экстраполяции с тем, чтобы модельная траектория экономического развития могла быть получена без использования каких-либо экономических данных пореформенного периода.

Модель технологических изменений, как легко видеть, удовлетворяет указанным выше требованиям. Исходная система уравнений (II.1)–(II.2), описывающая изменение во времени технологических коэффициентов, однозначно определяет будущие значения всех переменных, входящих в систему. Соответственно порождаемая уравнениями МТИ динамика переменных применительно к перспективным расчетам будет по своей сути экстраполяционным вариантом прогноза, однако, в отличие от автономной экстраполяции каждой переменной, решение модели в соответствии с системой (II.1)–(II.2) будет учитывать технологические взаимосвязи, сложившиеся в базисном периоде. Для целей данной работы достаточно именно экстраполяционного режима использования МТИ (по этой причине мы не будем в данном случае рассматривать методы "конструирования" возможных ограничений на динамику переменных модели, позволяющие совместить генетическое и нормативные элементы прогнозных расчетов).

Конец 1980-х гг. охарактеризовался достаточно резкими изменениями в режиме функционирования народного хозяйства, что в значительной мере было обусловлено вступлением в силу нового закона о предприятии. В связи с этим расчеты параметров уравнений модели технологических изменений осуществлялись на периоде 1970–1986 гг.; все дальнейшие расчеты и сопоставления относятся к периоду 1987–1995 гг.

Предваряя изложение результатов применения модели технологических изменений к анализу экономической динамики в 1990-е гг., отметим следующее. Очевидно, что экономические и социальные последствия реформирования народного хозяйства могут быть охарактеризованы с различных точек зрения; избранный здесь методический подход претендует лишь на макроэкономическое описание воспроизводственного процесса в части эффективности использования производственных ресурсов. Однако, как нам представляется, оценка экономических последствий реформирования именно в этом аспекте до сих пор остается не только дискуссионной, но и, по сути, наименее очевидной.

Как уже отмечалось выше, в основу этой оценки должно быть положено сопоставление фактической динамики народного хозяйства с его гипотетической динамикой, оцененной в предположении сохранения институциональных и других рамок воспроизводственного процесса (это требование условно можно обозначить как “неизменность хозяйственного механизма”).

Гипотетическая динамика экономики представлена результатами постпрогнозных расчетов по МТИ, произведенных в режиме экстраполяции исходя из начальных условий 1986 г.

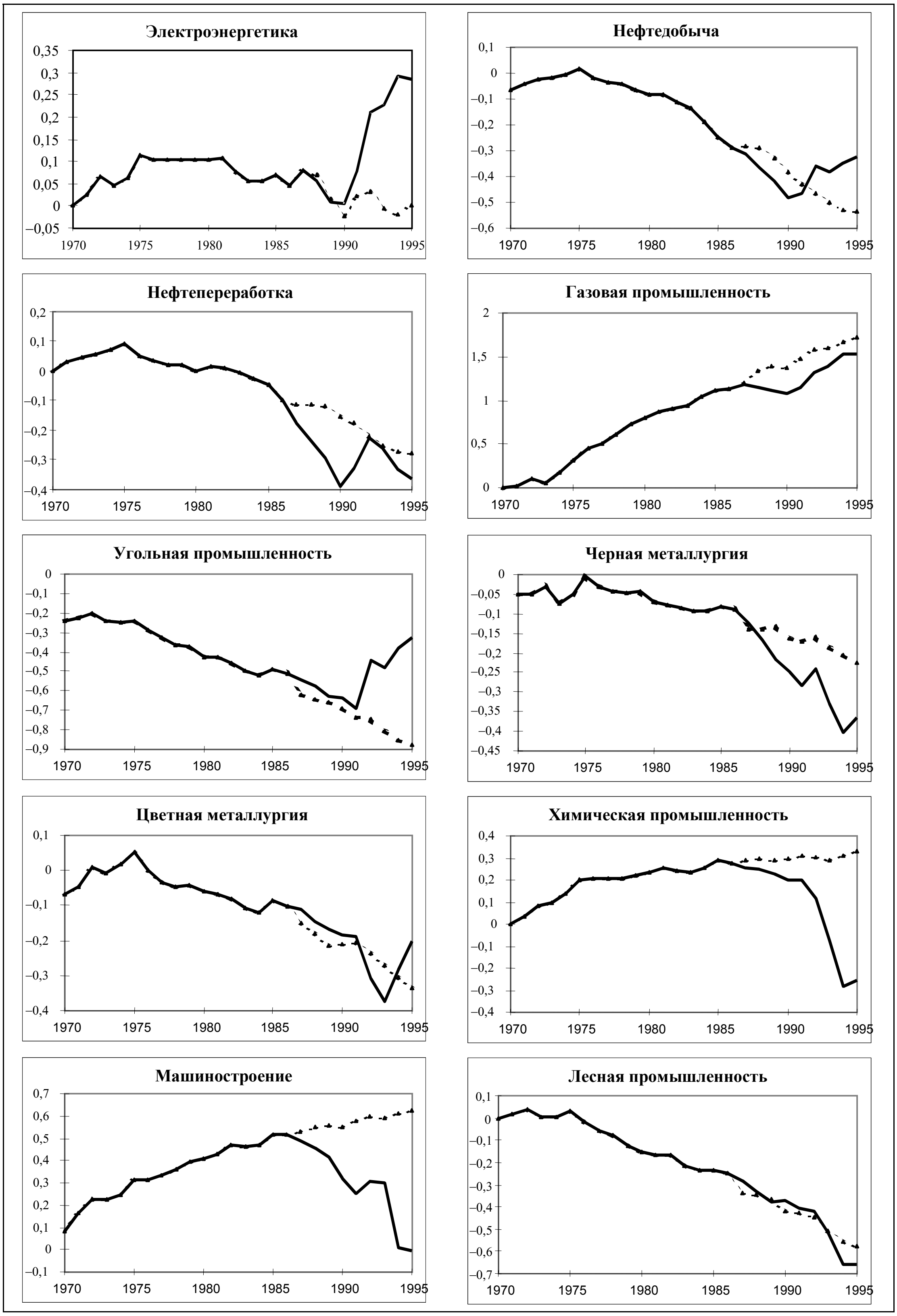
Как будет показано дальше, сопоставление макроэкономических итогов функционирования народного хозяйства в условиях экономической реформы с теми гипотетическими результатами экономического развития, которые могли бы иметь место в условиях сохранения прежнего типа хозяйственного механизма (прежде всего его институциональной формы). оказывается принципиально важным для прогноза состояния и структуры материального производства.

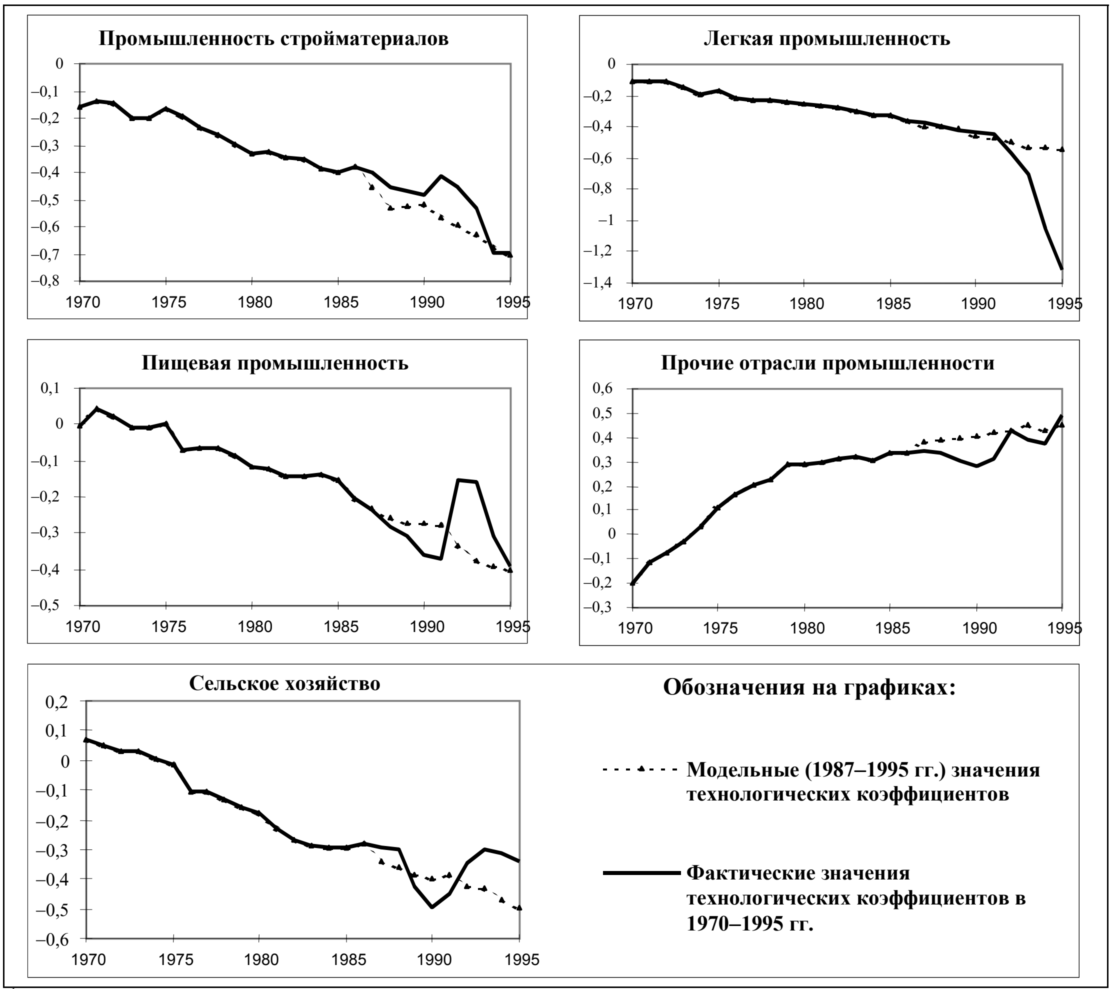
На рис. II.3 приводятся графики фактических и теоретических значений технологических коэффициентов $\{b_{Mi}\}$ различного отраслевого происхождения для модели (II.1)–(II.2).

Рисунок II.4 иллюстрирует возможную динамику переменной “технического прогресса” (технологического коэффициента из производственной функции) на среднесрочную перспективу в сравнении с фактическим изменением этого показателя в 1987–1995 гг.

На основе модельных значений технологических коэффициентов была оценена возможная траектория изменения конечного продукта материального производства, а также структура текущих затрат. Данный расчет основывался на дополнительном предположении, что темпы изменения основных фондов и труда, соответствующие модельной траектории развития экономики, совпадают с фактической динамикой этих производственных ресурсов в 1987–1995 гг.

Фактическая и теоретическая динамика технологических коэффициентов в 1970–1995 гг.[1]

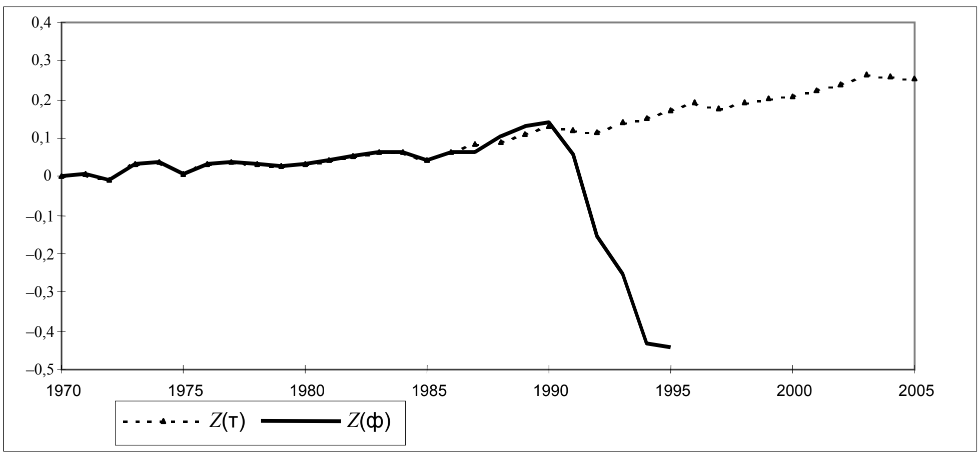




[1] Данные приведены в логарифмическом масштабе.

Рисунок II.3

Фактическая (Z(ф)) и теоретическая (Z(т)) динамика коэффициента “технического прогресса” производственной функции в 1970–2005 гг. [1]



[1] Переменные Z(ф), Z(т) соответствуют $ln(1/b_{KL})$ системы (I.1)–(I.2).

Рисунок II.4

Модельные расчеты показывают, что расхождения фактических и гипотетически возможных темпов изменения конечного продукта носили неоднозначный характер. В 1987–1988 гг. фактические темпы экономического роста превосходят расчетные; к 1990 г. гипотетически возможный и фактический уровни конечного продукта примерно уравниваются; за рубежом 1990 г. сравниваемые траектории развития начинают существенно различаться как по темпам изменения народнохозяйственного выпуска, так и по уровню эффективности использования отдельных видов текущих материальных затрат.

Таблица 8

Сравнительная динамика фактических ($T_ф$) и потенциальных ($T_п$) темпов изменения конечного продукта материального производства в 1987–1995 гг., %

Год	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
$T_ф$	1,90	6,10	5,20	2,10	–7,70	–19,40	–10,80	–19,10	–5,30
$T_п$	4,40	2,30	3,80	4,00	–1,40	–3,10	0,70	–3,90	–2,10

Абсолютное снижение численности трудовых ресурсов, используемых в сфере материального производства и стабилизация к середине 1990-х гг. стоимостного объема основных производственных фондов – основная причина отрицательного уровня темпов изменения конечного продукта в 1991–1995 гг. по модельному варианту. При этом необходимо отметить, что хотя оценки потенциально возможных темпов экономического роста получены исходя из фактически сложившейся в 1987–1995 гг. динамики основных фондов, возможные объемы ресурсов для капиталовложений в условиях неизменности хозяйственного устройства теоретически оказываются значительно больше (для периода 1991–1995 гг.), поскольку объемы производства в отраслях, производящих конструкционные материалы, а также в машиностроении не уменьшаются после 1990 г. (против фактически произошедшего обвального снижения).

Как представляется, приведенные в табл. 8 сравнительные расчеты, а также график на рис. II.4 достаточно хорошо иллюстрируют и возможности старого воспроизводственного механизма и последствия радикальной экономической реформы: сохранение неизменными прежних рамок (прежде всего институциональных) функционирования экономических агентов предопределяло, по всей видимости, достаточно низкие темпы роста экономики или даже их затухание в долгосрочной перспективе, не приводя, однако, к какому-либо подобию кризисного снижения выпуска в отраслях материального производства, фактически произошедшего в 1990-е гг.

Анализ расхождений фактических и модельных траекторий изменения отдельных коэффициентов материальных затрат в период 1987–1995 гг. позволяет предположить, что дифференциация гипотетически возможных и фактических показателей ресурсоемкости объясняется в основном действием одного общего фактора. Об этом в частности свидетельствует факт наличия корреляций в динамике переменных

$$d_{it} = Z^{ф}_{it} - Z^{м}_{it}$$

где $Z^{ф}_{it}$ и $Z^{м}_{it}$ – соответственно фактические и модельные значения логарифмов технологических коэффициентов для периода 1987–1995 гг.

В математическом плане выделение общей тенденции в динамике переменных d_{it} может быть осуществлено каким-либо вариантом метода факторного анализа. В наших расчетах был использован следующий метод.

Переменные d_{it} стандартизовались (для элиминирования влияния различий в масштабе):

$$d^{s}_{it} = (d_{it} - d^{m}_{i})/\sigma_i,$$

где d^{m}_{i}, σ_i – среднее значение и среднеквадратическое отклонение i-й разности за 1987–1995 гг.

Далее совокупность переменных d^{s}_{it} была упорядочена в виде матрицы

$$U = \begin{bmatrix} d^{s}_{1\,1987}\; d^{s}_{2\,1987} \ldots\ldots d^{s}_{N\,1987} \\ d^{s}_{1\,1988}\; d^{s}_{2\,1988} \ldots\ldots d^{s}_{N\,1988} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ d^{s}_{1\,1995}\; d^{s}_{2\,1995} \ldots\ldots d^{s}_{N\,1995} \end{bmatrix} = \{\boldsymbol{d_1}, \boldsymbol{d_2} \ldots \boldsymbol{d_N}\}$$

где $\boldsymbol{d_I}$ – i-й столбец матрицы U.

Таким образом, каждый столбец матрицы U характеризует динамику разностей фактических и модельных значений для отдельно взятого технологического коэффициента. Общая тенденция в изменении $\{\boldsymbol{d_i}\}$ может быть тогда представлена в виде линейной комбинации отдельных столбцов матрицы U

$$g = \sum_i \gamma_i \boldsymbol{d_i}. \tag{II.22}$$

Коэффициенты γ_i указанной линейной комбинации определяются как элементы первого собственного вектора (т.е. соответствующего наибольшему собственному значению) матрицы $U'\,U$. Заметим также, что переменная g представляет собой первую главную компоненту исходной совокупности переменных $\{d_{it}\}$.

Согласно проведенным расчетам динамика построенного таким образом индекса объясняет 60% общей дисперсии переменных d^{s}_{it} за исследуемый период времени.

Операциональный смысл данного фактора становится очевидным в результате сопоставления его динамики с темпами изменения уровня использования производственных мощностей промышленности, а также с темпами изменения параметра “технического прогресса” из функции выпуска; при этом в целях сопоставимости темпы изменения коэффициента загрузки промышленных мощностей и темпы изменения индекса “технического прогресса” сравнивались с переменной $G = e^{g}$ (рис.II.5).

Как видно из приведенного графика, в 1991–1995 гг. имеет место высокая степень соответствия в движении показателя уровня загрузки мощностей промышленности, переменной *G*, а также показателя “технического прогресса”. В связи с этим обобщенный индекс *g* может быть определен как фактор “уровня загрузки (использования) производственного потенциала народного хозяйства”.

Темпы изменения коэффициента использования производственных мощностей промышленности (*Z*prom), параметра “технического прогресса”(*T*lam) и переменной *G*.

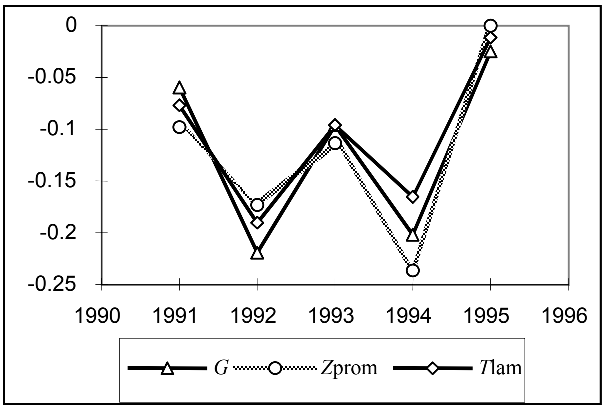


Рисунок II.5

Коэффициенты γ_i, входящие в линейную комбинацию (II.22), позволяют также проранжировать отдельные переменные МТИ с точки зрения обусловленности их (переменных) динамики изменением уровня загрузки производственного потенциала. Соотношение параметров γ_i позволяет сделать вывод, что роль фактора уровня загрузки производственного потенциала в формировании динамики отдельных технологических коэффициентов в 1991–1995 гг. весьма дифференцирована. Так, влияние переменной *g* было особенно значительно для следующих коэффициентов текущих затрат: электроэнергетики, нефтедобычи, угольной промышленности, черной металлургии, химической промышленности, машиностроения, лесной, легкой промышленности, а также сельского хозяйства. Наименьшее влияние переменной *g* обнаруживается для коэффициентов затрат таких отраслей, как газовая промышленность и цветная металлургия. Остальные коэффициенты затрат занимают промежуточное положение по уровню влияния фактора загрузки на их динамику.

Очевидно, что при прогнозных расчетах возможная динамика показателей ресурсоемкости, равно как и общие темпы изменения конечного продукта, должны определяться с учетом перспективного уровня загрузки производственного потенциала.

Отметим, что рассматриваемый здесь показатель уровня загрузки производственного потенциала экономики является результатом специальной расчетной процедуры и не имеет прямого аналога (в отличие от коэффициента уровня использования производственных мощностей промышленности) в официальных статистических разработках – прежде всего ввиду трудности определения понятия производственной мощности для ряда отраслей экономики (например для сельского хозяйства).

Однако проведенные сопоставления указывают на принципиальную возможность выражения введенного выше индикатора загрузки производственного потенциала через традиционные статистические показатели (в частности, темпы изменения переменной g могут быть с достаточной точностью заданы как функция изменения уровня загрузки производственных мощностей промышленности, если эта последняя переменная является сценарной при прогнозных расчетах).

Таким образом, изменение уровня загрузки производственного потенциала экономики – наиболее значительный фактор, определявший как динамику производства, так и сдвиги в структуре затрат материального производства. Вместе с тем, снижение загрузки производственных мощностей напрямую связано с изменением хозяйственного устройства в стране. Поэтому правомерно утверждать, что через связь между изменением структуры затрат и уровнем использования производственного потенциала в данном случае улавливается роль институционального фактора технологических изменений.

Таблица 9

Сравнительная характеристика динамики коэффициентов
текущих материальных затрат в 1991–1995 гг., %

Коэфиициенты затрат по отраслевому происхождению	А[1]	Б[2]	В[3]
Электроэнергетика	102,6	95,3	132,3
Нефтедобывающая промышленность	85,5	87,3	117,4
Нефтеперерабатывающая промшленность	88,2	93,4	102,4
Газовая промышленность	141,8	153,3	156,2
Угольная промышленность	83,1	81,7	137,2
Черная металлургия	94,0	101,3	89,0
Цветная металлургия	88,5	96,9	98,1
Химия и нефтехимия	103,6	111,9	63,4
Машиностроение и металлообработка	107,1	116,9	72,4
Лесная промышленность	85,1	84,0	75,0
Промышленность стройматериалов	83,0	84,9	80,8
Легкая промышленность	91,2	80,3	41,3
Пищевая промышленность	88,1	83,0	97,2
Прочие отрасли промышленности	104,3	115,0	123,5
Сельское и лесное хозяйство	91,1	95,6	117,5

[1] Уровень коэффициентов затрат в 1995 г. по отношению к 1990 г. по результатам модельной экстраполяции.
[2] Фактические уровни коэффициентов затрат в 1995 г. по отношению к 1990 г. с поправкой на фактор изменения загрузки производственного потенциала.
[3] Фактические уровни коэффициентов затрат в 1995 г. по отношению к 1990 г.

Как следует из данных, приведенных в табл. 9, эта роль в целом была негативной, определяя сдвиги в структуре текущих затрат, обусловливающие не только повышение энергоемкости производства, но также и относительный рост его капиталоемкости. Этот вывод следует из того, что относительно большему удельному весу топливно-энергетических отраслей в промежуточной продукции отвечает и больший удельный вес продукции этих отраслей в совокупном валовом продукте; в свою очередь, топливно-энергетические отрасли отличаются наиболее высокими уровнями капиталоемкости.

III. Математико-статистический инструментарий исследований динамики макротехнологии

Наличие данного раздела в настоящей работе обусловлено тем, что математический аппарат, примененный для целей моделирования технологических изменений в народном хозяйстве, имеет и самостоятельное значение как средство количественного описания процессов самой различной природы.

Отдельные элементы рассматриваемого далее модельного инструментария, равно как и некоторые математические результаты, не являются принципиально новыми; приращение научного содержания в материале, представленном ниже, заключается прежде всего в способе комбинирования уже известных методов применительно к экономической проблематике.

III.1. Обобщение стандартной регрессионной модели

Особенность эконометрии – крайняя ограниченность возможностей целенаправленного пополнения статистических (экспериментальных) данных, на основе которых должна быть идентифицирована математическая модель. В свою очередь малые объемы исходной статистики – причина использования весьма примитивных модельных конструкций. Актуальной задачей, следовательно, является нахождение таких приемов обработки ограниченных массивов числовых данных, которые позволили бы преодолеть упрощенность эконометрических построений, вытекающую из традиционно используемых методов математической статистики.

Для дальнейшего изложения примем в качестве исходного допущения возможность представления моделируемого процесса в виде функции, связывающей теоретические значения выхода (результирующий признак) системы Y^T с объясняющими переменными $\{X_1,X_2,...,X_n\}$, или $Y^T = F_t(\{X_i\},\xi_t)$, где $\xi_t = (\xi_{t1},\xi_{t2},...,\xi_{tk})$ – вектор структурных параметров в момент времени t (будут рассматриваться динамические процессы, т.е. предполагается, что значения всех переменных модели представлены временными рядами); функциональная зависимость $F_t(\{X_i\},\xi_t)$ в общем случае изменяется во времени, что отражается в изменении вектора ее структурных параметров. Предполагая дифференцируемость $F_t(\{X_i\},\xi_t)$ в каждый данный момент по всем параметрам, запишем соотношение для первых частных производных в момент t:

$$\frac{d}{dt}Y^T = \sum_i F^X{}_{ti}\left(\frac{d}{dt}X_i\right) + \sum_j F^{\xi}{}_{tj}\left(\frac{d}{dt}\xi_{tj}\right),$$

где $F^X{}_{ti} = \partial F_t/\partial X_i$ и $F^{\xi}{}_{tj} = \partial F_t/\partial \xi_{tj}$.

Связь между значениями объясняющих переменных $\{X_i\}$ и фактическими значениями зависимой переменной Y^{Φ} в общем случае носит статистический характер, что формализуется добавлением в приведенное выше выражение стохастической компоненты ε_t:

$$\frac{d}{dt}Y^{\Phi} = \sum_i F_{ti}\left(\frac{d}{dt}X_i\right) + \sum_j F^{\xi}{}_{tj}\left(\frac{d}{dt}\xi_{tj}\right) + \varepsilon_t .$$

Вследствие того, что производные $\{F_{ti}\}$, а также $\sum_j F^{\xi}{}_{tj}\left(\frac{d}{dt}\xi_{tj}\right)$ не зависят от $\{\frac{d}{dt}X_i\}$, последнее выражение можно трактовать как линейную регрессионную модель (связывающую дифференциальные показатели $\frac{d}{dt}Y$, $\{\frac{d}{dt}X_i\}$), причем эта модель характеризуется изменяющимися во времени структурными коэффициентами.

Точность исходных данных в экономических исследованиях (а также и во многих других областях науки), как правило, такова, что зачастую лишь идентификация значений первых частных производных модели выглядит достаточно корректной процедурой. Определение значений первых частных производных наиболее важно и в прикладном аспекте, поэтому с полным основанием можно утверждать, что разработав процедуру построения динамических оценок линейной регрессионной модели, возможно в принципе решить вопрос идентификации (в достаточном для практического использования виде) количественных характеристик связи между отдельными элементами моделируемого объекта.

В силу сказанного модель линейной регрессии с переменными во времени структурными параметрами правомерно рассматривать как обобщение стандартной линейной регрессионной модели, применимое и для оценивания нелинейных по искомым параметрам моделей.

Второе направление обобщения стандартной линейной регрессионной модели, рассматриваемое далее (и связанное, в том числе, с первым направлением) – статистическая модель со стохастической компонентой более сложного вида по сравнению с предположениями, традиционно используемыми в методе наименьших квадратов или методе максимума правдоподобия.

III.1.1. Адаптивная модель множественной регрессии

Эконометрические модели базируются, как правило, на представлении изучаемого процесса в виде линейной модели с постоянными коэффициентами. Стандартная линейная регрессионная модель задается соотношениями

$$y = Xa + \varepsilon ,$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} \dots x_{1m} \\ \dots\dots\dots\dots \\ x_{T1} \dots x_{Tm} \end{bmatrix}, \; y' = (y_1,...,y_T), \quad a' = (a_1,...,a_m), \quad \varepsilon' = (\varepsilon_1,..., \varepsilon_T), \tag{III.1}$$

где m – число оцениваемых структурных параметров; T – длина временных рядов переменных; y – вектор значений зависимой переменной; X – матрица наблюдений факторов-аргументов; a – вектор структурных параметров; ε – вектор случайных отклонений, которые, по предположению, обладают нулевым математическим ожиданием ($M(\varepsilon) = 0$) и фиксированной дисперсией ($M(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 E, \sigma^2 = const$).

Коэффициенты модели (III.1) предполагаются постоянными и отражают степень влияния каждого из факторов, включенных в модель, в среднем по выборке, на которой производится оценивание.

Между тем, если речь идет о динамических процессах, более естественно предполагать изменчивость коэффициентов модели (III.1) на протяжении периода ($1,...,T$). Соответственно существует необходимость в пересмотре численных значений структурных параметров с течением времени, или их адаптации.

Говоря об адаптации модели к изучаемому процессу, мы будем иметь в виду некоторый алгоритм, на основе которого структура модели будет меняться так, чтобы наилучшим в некотором смысле образом аппроксимировать реальный процесс.

Понятие адаптации и адаптивных алгоритмов имеет широкое распространение применительно к описанию технических систем. В частности, в [14] под адаптацией коэффициентов модели понимается их корректировка по мере поступления новой информации об изучаемой реальности с тем, чтобы модель по своим свойствам приблизилась к изучаемому объекту, улучшила свои качества. При этом сами истинные параметры являются неизменными во времени и проблема адаптации сводится к пересмотру и уточнению (по мере накопления информации) оценок этих параметров.

В отличие от сказанного выше мы будем понимать под адаптацией регрессионной модели изменение оценок ее структурных параметров с течением времени, а не уточнение этих оценок по мере накопления информации (увеличения количества наблюдений).

В терминах (III.1) адаптация модели означает динамизацию вектора структурных параметров a, т.е. переход к модели

$$y_t = x_t'a_t + \varepsilon_t \,. \tag{III.2}$$

Задача такого рода может быть решена несколькими способами, например представлением параметров модели в явном виде как функций времени или использованием моделей с переключением параметров (частный случай этого приема – использование сплайн-функций).

Упомянутые методы неоднократно применялись в прикладных эконометрических исследованиях. Их достоинства, а также и ограниченность достаточно очевидны: эти методы фактически сводят задачу оценивания (III.2) к традиционной регрессионной модели, но с большим числом искомых параметров. Информационные возможности, и, в первую очередь, количество наблюдений используемых при верификации конкретных эконометрических моделей, не слишком велики, а потому исключается описание более или менее сложной динамики оцениваемых структурных коэффициентов.

Другой хорошо известный метод – последовательная сдвижка базы оценивания и выявление на этой основе “дрейфа” коэффициентов. При этом предполагается возможность оценки регрессий на отдельных интервалах внутри основной выборки. Ограничения этого подхода, по существу, аналогичны указанным выше – динамизация параметров модели достигается относительным уменьшением объема информации, применяемой при оценивании этих параметров.

Еще одно направление развития статистических моделей, приводящих к постановке задачи (III.2), – представление искомых параметров как стохастической величины, подчиняющейся определенному закону изменения во времени. В практических приложениях, как правило, это авторегрессионный процесс первого порядка. Обобщение модели данного типа приводит к использованию идей фильтра Калмана [15]. Мы не будем здесь рассматривать эти методы сколько-нибудь подробно в силу того, что требования, предъявляемые к таким моделям, как правило, не могут быть реализованы при эконометрических построениях. Например, в наиболее простых для реализации вариантах метода Калмана необходимо предварительное знание закона распределения для стохастических компонент, включаемых в модель. Кроме того, метод оценивания, рассматриваемый далее, имеет некоторую аналогию с представлением моделируемого процесса при помощи калмановского фильтра.

Исходная идея метода динамизации параметров регрессионной модели весьма хорошо известна в теории и практике статистического оценивания и состоит в следующем.

Полученные стандартными методами (например, методом наименьших квадратов) оценки параметров (III.1) отражают влияние отдельных факторов-аргументов модели на зависимую переменную в среднем по всей совокупности исходных данных. Однако, если, например, стоит задача прогноза значения фактор-функции, то его точность может быть повышена, если компоненты вектора a модели (III.1) будут больше соответствовать характеру взаимосвязи переменных на конечном отрезке интервала оценивания. Следовательно, приписывая наблюдениям, относящимся ко все более отдаленным моментам времени, убывающие веса, можно определить вектор параметров, отражающий связи объясняющих и зависимой переменных в конце исходного периода, для которого проводится оценивание. В более общем виде, в результате придания отдельным группам наблюдений различной последовательности весов можно получить аппроксимацию вектора параметров, в наибольшей степени соответствующего группе наблюдений с максимальным весом.

Рассмотрим последовательность взвешивающих матриц, каждой из которых отвечает набор весов, выделяющий из исходного массива наблюдений некоторый момент времени t, т.е.

$$G_t = \begin{bmatrix} g_{1t}\ 0 \ldots\ldots 0 \\ 0 \ldots 0\ g_{tt}\ 0 \ldots 0 \\ 0 \ldots\ldots 0\ g_{Tt} \end{bmatrix},\ g_{it} < g_{i+1t} \text{ при } i < t,\quad g_{it} > g_{i+1t} \text{ при } i > t.$$

Вектор структурных параметров

$$a_t = (X'G_tX)^{-1}X'G_ty \qquad \text{(III.3)}$$

будет представлять собой аппроксимацию коэффициентов модели, отражающих взаимодействие коррелируемых переменных в момент t.

Как видно из (III.3), совокупность коэффициентов a_t определяется законом распределения весов для каждого момента t. Из практических соображений очевидно, что имеет смысл рассматривать одно- или двухпараметрические законы распределения, ибо в противном случае проблема задания системы весов может оказаться неразрешимой. В связи с этим введем упрощающие предположения о виде матрицы G_t.

Очевидно, что для моментов времени, достаточно удаленных от текущего t, веса g_{it} заведомо должны быть близки к нулю. Полагая, что для оценки вектора a_t наиболее существенны θ наблюдений и эта величина одинакова для всех t, получаем весовую матрицу G_t с главной диагональю следующего вида:

$$\text{diag}G_t = \{0 \ldots 0\ g_{1t} \ldots 1 \ldots g_{\theta t}\ 0 \ldots 0\}, \qquad \text{(III.4)}$$

$$g_{it} < g_{i+1t} \text{ при } i < t,\ g_{it} > g_{i+1t} \text{ при } i > t.$$

Нахождение векторов a_t по формуле (III.3), где G_t задана в соответствии с (III.4), – это обобщение метода “скользящих периодов”.

Предположим также, что внутри каждого отрезка длины θ распределение весов подчиняется закону геометрической прогрессии, т.е., например, при θ – нечетном и симметричном распределении весов,

$$g_{it} = g^{((\theta - 1)/2) - i},\ i < t;$$
$$g_{tt} = 1; \qquad (III.5)$$
$$g_{it} = g^{i - ((\theta - 1)/2)},\ i > t.$$

где g – знаменатель геометрической прогрессии.

Соотношения (III.3) – (III.5) теоретически позволяют при заданных $g,\ \theta$ построить последовательность векторов a_t, являющихся оценками структурных коэффициентов модели в каждый текущий момент времени. Вместе с тем, практическая реализация адаптивного метода в таком виде не представляется возможной, поскольку потребность в более или менее точной аппроксимации динамики коэффициентов неизбежно приводит к выбору небольших значений θ, что немедленно скажется на обусловленности матрицы $(X'G_t X)$, обращаемой в процессе оценивания, и на характере получаемых оценок.

Для решения плохо обусловленных задач, в частности, системы линейных алгебраических уравнений, близких к вырожденным, разработан и весьма широко используется метод регуляризации (метод Тихонова) [16]. Применительно к проблеме оценивания регрессионных моделей известен его частный случай – метод гребневой регрессии. В терминах исходной модели (III.1) суть метода регуляризации заключается в переходе от минимизации суммы квадратов отклонений $(y - Xa)'(y - Xa)$ к минимизации функционала

$$(y - Xa)'(y - Xa) + \alpha(a - a^0)'(a - a^0)\,, \qquad (III.6)$$

где $\alpha > 0$ – параметр регуляризации, a^0 – априорно задаваемый (исходя из постановки конкретной задачи) вектор. Из (III.6) следует, что

$$a^* = (X'X + \alpha E)^{-1}(X'y + \alpha\, a^0).$$

Подбор α в [16] предлагается осуществлять на основе задания уровня $(y - Xa^*)'(y - Xa^*)$. Иными словами, предполагается, что величина остаточной дисперсии для модели (III.1) известна. Вопрос о методе выбора значения a^0 в [16] специально не рассматривается.

Применительно к практике оценивания регрессионных моделей очевидно, что метод определения α, предложенный в [16], неприемлем, поскольку последняя оценка сама должна быть получена лишь в результате идентификации модели; задание в качестве a^0 нулевого вектора (используемое в [16] при изложении практических примеров), эквивалентное построению гребневой регрессии, также, вообще говоря, требует специального обоснования.

Конструктивное использование идей метода регуляризации в рамках адаптивной модели множественной регрессии может быть реализовано следующим образом. Предположим, что модель (III.1), являющаяся исходной при построении переменных во времени векторов структурных коэффициентов, позволяет адекватно оценить усредненные значения структурных параметров. Тогда для каждого текущего момента времени t можно считать справедливым соотношение

$$a^c = a_t + u\ , \qquad \text{(III.7)}$$

где

$$a^c = (X'X)^{-1}X'y,\ M(u) = 0,\ \mathrm{M}(uu') = \Psi = \sigma^2(X'X)^{-1},$$

$$\sigma^2 = [1/(T-m)](y - Xa^c)'(y - Xa^c)\ .$$

Таким образом, мы предполагаем, что в соответствии с (III.7) искомый набор параметров в каждый момент t должен лежать в некоторой окрестности регрессионных параметров, усредненных по всему массиву наблюдений, причем степень рассеяния a_t относительно a^c определяется ковариационной матрицей элементов вектора средних оценок, полученных обычным методом наименьших квадратов. Тогда задача оценивания адаптивной модели примет вид

$$\begin{aligned} y &= Xa_t + \varepsilon_t, \\ a^c &= a_t + u_t \end{aligned} \qquad \text{(III.8)}$$

при следующих предположениях о вероятностных свойствах $[\varepsilon_t, u_t]$:

$$M[\varepsilon_t, u_t] = 0;\ M[\varepsilon_t, u_t]\,[\varepsilon_t, u_t]' = \begin{pmatrix} B_t & 0 \\ 0 & \Psi \end{pmatrix},$$

где $B_t = s_t^2 G_t^{-1}$, s_t^2 – оценка остаточной дисперсии модели (III.8). В силу соотношения (III.4) матрица G_t является вырожденной. Поэтому в данном конкретном случае G_t^{-1} определяется как диагональная матрица со следующими свойствами: 1) элементы главной диагонали G_t^{-1}, соответствующие нулевым элементам исходной матрицы G_t, могут считаться величинами, стремящимися к $+\infty$; 2) произведение $G_tG_t^{-1}$ – также диагональная матрица, элементы главной диагонали которой, соответствующие ненулевым элементам в G_t, равны единичному значению, а все остальные элементы равны нулю.

В силу гетероскедастичности ошибок наблюдений системы (III.8) для ее оценивания необходим обобщенный метод наименьших квадратов. Тогда оценка вектора структурных параметров:

$$a_t = (X'G_tX + s_t^2\Psi^{-1})^{-1}(X'G_t\,y + s_t^2\Psi^{-1}a^c). \qquad \text{(III.9)}$$

Как видно из приведенной формулы, сделанное выше предположение относительно G_t^{-1} не создает практических затруднений при оценивании параметров модели.

Число векторов $\{a_t\}$, получаемых в результате расчетов по модели, равно величине ($T - \theta + 1$); в частности, применительно к распределению весов (III.5) вектора $\{a_t\}$ будут относиться к моментам времени $[(\theta + 1)/2],...,[T + 1 - (\theta + 1)/2]$.

Требует комментария предположение о независимости остатков ε_t и u_t в (III.8). Действительно, получение оценки a^c было связано с использованием всего исходного массива наблюдений, в том числе и тех, которые применяются для получения оценки a_t. Однако, если основываться на понимании соотношения $a^c = a_t + u_t$ из (III.8) как внешних ограничений по отношению к модели, оцениваемой на каждом шаге функционирования адаптивного алгоритма, сделанное допущение о структуре отклонений вполне оправдано.

Применение (III.9) ставит проблему нахождения s_t^2. В соответствии с классическими правилами в качестве оценки для последней следует использовать

$$s_t^2 = [1/(\theta - m)](y - Xa_t)'G^{-1}{}_t(y - Xa_t), \qquad \text{(III.10)}$$

т.е. s_t^2 в (III.9) является, вообще говоря, неизвестной величиной. Практический метод нахождения оценки s_t^2 – итеративная процедура, начальным приближением которой может служить значение остаточной дисперсии, полученное при оценивании модели в “чистом виде” (т.е. без учета ограничений на параметры). Сходимость процесса в случае, если матрица Ψ имеет ранг m, вполне очевидна.

Потенциальный недостаток оценки (III.10) состоит в том, что выбор малых θ будет иметь неизбежным следствием существенное колебание оценок остаточной дисперсии для различных временных интервалов, на которых осуществляется оценивание. Кроме того, для близких значений θ и m уровень s_t^2 будет, по всей видимости, завышаться ввиду поправки на число степеней свободы. Например при оценивании по методу “скользящих периодов” (без взвешивания наблюдений) оценки остаточной дисперсии, исчисленные в соответствии с (III.10) для регрессий, построенных на коротких временных интервалах, могут существенно превосходить оценку дисперсии для регрессии, построенной по всей совокупности исходных наблюдений; вместе с тем, исходя из общих соображений, уровень аппроксимации исходных данных при оценивании по методу “скользящих периодов” должен быть выше.

Поэтому в данном случае в качестве меры точности моделей типа (III.9) более корректно использовать оценку среднеквадратического отклонения без поправки на число степеней свободы, или

$$s_t^2 = (y - Xa_t)'G^{-1}{}_t(y - Xa_t)/\theta\,. \qquad \text{(III.11)}$$

Вследствие сильного разброса значений s_t^2, обусловленного относительно малыми значениями θ при построении оценок a_t, наиболее правильным представляется введение предположения о равноточности моделей (III.8), оцениваемых на каждом шаге работы адаптивного алгоритма. В вычислительной процедуре это предположение может быть реализовано, например, осреднением оценок (III.11) и далее использованием при расчете a_t для каждого момента времени t в соответствии с (III.9) единого значения для остаточной дисперсии s_t^2.

В качестве меры точности адаптивной модели естественно рассматривать оценку

$$s_a^2 = (1/T-\theta + 1)\sum_t (y_t - x'_t a_t)^2.$$

Сопоставление s_a^2 и s_t^2 из выражения (III.11) позволяет сделать следующий вывод. При отсутствии взвешивания наблюдений внутри “скользящих периодов” (т. е. при $g = 1$) дисперсия адаптивной модели s_a^2 должна примерно совпадать с величиной, получаемой усреднением текущих оценок s_t^2; по мере уменьшения g величина s_a^2 все больше превосходит $d^2 = [1/(T-\theta + 1)]\sum_t s_t^2$ и при $g \to 0$ соотношение между s_a^2 и d^2 стремится к величине θ, поскольку все слагаемые в d^2 кроме членов, имеющих единичный вес, будут по мере уменьшения g все меньше отличаться от нуля. В свою очередь, θ есть не что иное, как сумма весов из матрицы G_t при $g = 1$. С учетом сказанного в целях упрощения расчетной схемы представляется правомерным определить зависимость между s_a^2 и усредненной оценкой d^2 следующим образом:

$$d^2/s_a^2 = \sum_i g_i/\theta$$

Это соотношение позволяет находить d^2 по известной величине s_a^2.

Вектор оценок текущих параметров находится по формуле

$$a_t = (X'G_tX + d^2\Psi^{-1})^{-1}(X'G_t y + d^2\Psi^{-1}a^c). \tag{III.12}$$

При сделанных предположениях оценивание множественной регрессии с переменными параметрами может быть представлено в виде такой итеративной процедуры (при заданных g и θ): задается некоторое начальное значение $s_a^2(0)$, что позволяет определить d^2, и по формуле (III.12) находятся оценки первого приближения $a_t(1)$ для каждого из векторов a_t; полученные оценки структурных параметров дают новую оценку для s_a^2, равную $s_a^2(1)$. Далее процедура оценивания повторяется с новым значением $s_a^2(1)$, и так вплоть до достижения сходимости.

Постановка задачи оценивания в форме (III.8), (III.12) порождает проблему выбора наилучших g и θ. Сразу следует отметить, что выбор этих величин до некоторой степени взаимообусловлен: не имеет смысла брать такие размеры “скользящего периода”, для которого вес, придаваемый одному из крайних наблюдений, становится пренебрежимо малым.

Минимальная величина θ определяется, очевидно, числом оцениваемых на каждом шаге параметров, т.е. размерностью вектора a.

Анализируя характер зависимости результатов оценивания адаптивной модели от выбора того или иного значения g (при данном θ), нетрудно придти к следующему выводу: уменьшение g ведет к снижению остаточной дисперсии адаптивной модели s_a^2, что достигается увеличением колеблемости текущих коэффициентов a_{it} относительно средних значений a_i^2. Из этого следует, что критерий выбора g должен основываться на сопоставлении s_a^2 и дисперсии коэффициентов адаптивной модели, поскольку выбор малых значений знаменателя геометрической прогрессии и придание чрезмерно большого веса одному-единственному наблюдению будут увеличивать роль случайных флуктуаций в формировании текущих оценок структурных параметров. Вследствие различной размерности векторов ε_t и u_t из (III.8) критерий качества адаптивной модели множественной регрессии должен представлять собой взвешенную сумму остатков $(y_t - x'_t\, a_t)$ и $(a_{it} - a_i^c)$, либо аналогичное по смыслу выражение. А поскольку вариация коэффициентов модели около их средних величин определяется как параметром взвешивания, так и размером скользящего периода, степень рассеяния коэффициентов модели имеет смысл рассчитывать (при фиксированном θ) лишь по отношению к коэффициентам $a_t^{(1)}$, полученным из (III.12) при условии $g = 1$.

Учитывая содержание соотношений модели (III.8), (III.12), естественно использовать для определения весов оценку остаточной дисперсии σ^2 и ковариационную матрицу ошибок параметров Ψ из регрессионной модели в стандартной постановке (см. выражение (III.6)).

Итак, критерий выбора g может быть записан в виде

$$\min\{(1/\sigma^2)\sum_t (y_t - x'_t\, a_t)^2 + \sum_t (a_{it} - a_i^{(1)})'\Psi^{-1}(a_{it} - a_i^{(1)})\}, \qquad \text{(III.13)}$$

т.е. имеет место аналогия с обобщенным методом наименьших квадратов.

Необходимо подчеркнуть, что критерий качества (III.13) явно не опирается на какие-либо вероятностные представления о характере распределения остатков в адаптивной модели. И с этой точки зрения он (критерий) не обосновывает каких-либо определенных вероятностных свойств оценок $\{a_t\}$.

Однако обсуждение качества и свойств оценок $\{a_t\}$ в том виде, в каком этот анализ проводится в рамках метода наименьших квадратов или метода максимума правдоподобия, в данном случае представляется непродуктивным. В частности, о свойствах несмещенности и состоятельности оценок $\{a_t\}$ имеет смысл говорить лишь при возможности (пусть и потенциальной) бесконечного увеличения выборки. Целью адаптивного метода, между тем, является аппроксимация текущих (точечных) значений структурных параметров, что реализуется путем «забывания» предыстории моделируемого процесса через придание различного веса новым и старым наблюдениям.

Правило выбора наилучшего значения параметра взвешивания g, основывающееся на вероятностных соображениях, может быть сформулировано по аналогии с тестом (основанном на критерии Фишера), применяемым при сравнении двух выборок случайных величин.

Найдем оценки структурных параметров адаптивной модели при некотором значении параметра g и определим совокупность величин

$$\{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_T\}, \{\delta_{11}, \ldots, \delta_{m1}\}, \{\delta_{12}, \ldots, \delta_{m2}\}, \ldots, \{\delta_{1T}, \ldots, \delta_{mT}\}, (i = 1, \ldots, m;\ t = 1, \ldots, T) \qquad \text{(III.14)}$$

где $\varepsilon_t = (y_t - x'_t\, a(g)_t)/\sigma;$ каждый вектор δ_t с элементами $\{\delta_{1t}, \ldots, \delta_{mt}\}$ определяется как $\delta_t = P^{-1}(a(g)_t - a^c)$, а матрица P задается соотношением $\Psi = PP'$ (запись $a(g)_t$ в данном случае означает, что набор структурных параметров регрессионной модели является функцией параметра взвешивания).

При указанных условиях набор (III.14) можно рассматривать в качестве случайных величин, обладающих нулевым средним и одинаковой дисперсией. Предположим также нормальный (или близкий к нормальному) закон распределения указанной совокупности случайных величин.

Сумма квадратов для последовательности (III.14) является функцией g и равна

$$S(g) = \{(1/\sigma^2)\sum_t (y_t - x'_t\, a(g)_t)^2 + \sum_t (a(g)_{it} - a_i^c)'\Psi^{-1}(a(g)_{it} - a_i^c)\}. \qquad \text{(III.15)}$$

При сделанных предположениях отношение $S(g_1)/\ S(g_2)$ для каждой пары различных значений (g_1 *и* g_2) параметра взвешивания имеет распределение Фишера. Соответственно может быть построен следующий тест для определения предельно допустимого значения параметра g.

Исходя из результатов оценивания структурных параметров адаптивной модели при $g= 1$ по формуле (III.15) исчисляется $S(1)$. Далее для каждого текущего значения g находится $S(g)$, которое сравнивается с $S(1)$ с целью проверки гипотезы о совпадении дисперсий совокупности случайных величин типа (III.14) для единичного значения параметра взвешивания и текущего значения g. Т.е. если при заданном уровне значимости отношение $S(g)/\ S(1)$ не превосходит критического значения, регрессионные модели, отвечающие единичному значению параметра взвешивания и текущему значению g, могут быть признаны идентичными. Соответственно оптимальное значение g определяется условием $S(g)/\ S(1) = z_k$, где z_k – критическое значение распределения Фишера при данном числе степеней свободы (определяемым в данном случае размерностью регрессионной модели и длиной временных рядов), а также заданным уровнем значимости.

Как показывают результаты практических расчетов, применительно к оцениванию параметров производственной функции использование описанных выше критериев приводит к выбору близких значений параметра взвешивания. Вместе с тем из общих соображений ясно, что тест, основанный на критерии Фишера, всегда должен обусловливать выбор уровня параметра взвешивания g, отличного от единичного значения; оперирование же критерием (III.13) этого не гарантирует. Тем не менее следует еще раз подчеркнуть, что в основе альтернативных форм критерия определения наилучшего значения параметра взвешивания, рассмотренных выше, заложено сопоставление качества аппроксимации динамики фактор-функции регрессионной модели и степени колеблемости коэффициентов этой модели.

При выборе структуры взвешивающей матрицы G_t можно, в принципе, исходить из различных способов распределения весов внутри текущего интервала, включающего θ наблюдений. Например, распределение (III.5) придает максимальный вес среднему наблюдению; возможная альтернатива – придание максимального веса наблюдению, относящемуся к концу текущего интервала. Снятие неопределенности в данном вопросе возможно посредством следующей процедуры: 1) оценки адаптивной регрессии при задании различных наблюдений внутри текущего интервала как центра распределения весов, убывающих в геометрической прогрессии; 2) усреднением полученных вариантов оценок адаптивной модели. Именно в таком виде адаптивный метод был реализован применительно к расчету параметров производственной функции.

Применение закона распределения весов, основанного на геометрической прогрессии, безусловно, не единственно возможное. В частности, может быть использовано распределение, базирующееся на арифметической прогрессии, более сложные двух- или трехпараметрические типы распределения. Представляется, однако, что в данном случае наиболее существенной является структура взвешивающей матрицы – при любом типе распределения максимальный вес придается одному выделенному наблюдению (например, как в (III.5), центральному наблюдению) данного "скользящего периода"; к концам выделяемого интервала веса последовательно уменьшаются. Вследствие небольшого числа наблюдений, включаемых в "скользящий период" (θ значительно меньше T), фактические веса, получающиеся в результате применения разных законов распределения, не должны приводить к существенно различающимся результатам оценивания.

Как было отмечено выше, расчеты по модели (III.8) дают количество оцениваемых векторов параметров, равное (T – θ + 1). Чтобы определить недостающие векторы параметров, отвечающие первым и последним по времени наблюдениям из периода (1,...,T), можно воспользоваться следующим приемом. После того, как на основе адаптивного метода найдено оптимальное значение взвешивающего параметра g, векторы параметров, соответствующие начальным и конечным точкам временного ряда наблюдений, рассчитываются по формуле типа (III.12), где главная диагональ взвешивающей матрицы представлена либо в виде

$$\mathrm{diag}G_t = \{0...0\ 1\ g...g^{\theta-1}0...0\},$$

либо в виде

$$\mathrm{diag}G_t = \{0...0\ g^{\theta-1}\ g^{\theta-2}...g\ 1\ 0...0\}.$$

В заключение следует подчеркнуть преемственность адаптивного метода оценивания по отношению к традиционно используемому в практике идентификации статистических моделей инструментарию: получение динамических рядов структурных параметров базируется как на результатах оценивания обычных регрессионных зависимостей, так и на различных вариантах обобщенного метода наименьших квадратов. Это в свою очередь обеспечивает сопоставимость оценок, полученных различными методами, а также позволяет реализовать довольно простые для практики вычислительные процедуры.

Полученные в результате применения адаптивного метода временные ряды первых частных производных (или, как в случае с производственной функцией – ряды коэффициентов эластичности) позволяют не только оценить меру реакции зависимой переменной на вариацию факторов-аргументов модели, но и обеспечивают условия для уточнения исходного вида зависимости $Y = F(X_1,...,X_n)$: различные предварительные гипотезы о типе функций $Y = F(X_1,...,X_n)$ могут быть проверены исходя из анализа динамики оцененных значений ее дифференциальных характеристик. Это замечание справедливо, конечно, в той мере, в которой характер статистических данных дает возможность рассчитывать на достаточную точность оценки производных неизвестной заранее функции. Иными словами, использование адаптивного метода – это промежуточный этап процесса исследования и идентификации математической модели.

Выбор вида “опорной” математической модели, т.е. регрессионной зависимости, коэффициенты которой подвергаются адаптации, оказывает, как правило, существенное влияние на результаты оценивания модели. Поэтому когда по формальным соображениям допустимыми оказываются несколько альтернативных спецификаций одной и той же модели, теоретически возникает и неопределенность в оценках динамики дифференциальных характеристик модели.

Тем не менее, как показывает опыт практических расчетов, при оперировании различными вариантами дифференциальных зависимостей указанная неопределенность, как правило, невелика: речь обычно идет о выборе подходящего уравнения из двух-трех базовых спецификаций (например, выборе между линейным в абсолютных приростах или линейным в темпах прироста представлением моделируемого процесса), что, в принципе, всегда осуществимо.

III.1.2. Помехоустойчивый метод оценки параметров регрессионного уравнения

Применение адаптивного метода наиболее интересно и с теоретической, и с практической точек зрения при наличии достаточно больших временных рядов исходных данных. Представляется вполне вероятным, что по мере увеличения размеров выборки будет возрастать и степень колеблемости структурных параметров модели. В результате может быть затруднено правильное определение их (параметров) средних уровней.

Оценивание параметров адаптивной регрессии, в соответствии с изложенным в п. III.1, осуществляется в два этапа. Сначала верифицируется уравнение, связывающее дифференциальные показатели факторов-аргументов и фактор-функции. Затем полученные усредненные оценки параметров динамизируются с помощью адаптивного метода.

Оперирование показателями приростов или темпов прироста позволяет элиминировать воздействие мультиколлинеарности объясняющих переменных. Вместе с тем, использование в регрессионных расчетах дифференциальных величин резко увеличивает влияние неточностей в исходных данных на результаты оценивания. Типичным случаем является наличие аномальных наблюдений, “выбросов” из статистической совокупности, на которой определяются численные значения параметров уравнений регрессии. При этом нарушаются предположения о характере закона распределения стохастической составляющей регрессионного уравнения, лежащие в основе стандартных математико-статистических методов.

Другой причиной неудовлетворительного качества оценок служит, как правило, неоднородность периода времени, для которого проводятся расчеты, с точки зрения использования фиксированной спецификации регрессионного уравнения. Эта неоднородность может требовать явно выраженного переключения параметров статистической зависимости на разные уровни для различных временных интервалов внутри основного периода.

Практикой эконометрических расчетов апробирован такой прием, как построение искусственных (фиктивных) переменных на основе некоторых априорных соображений либо результатов предварительного анализа исходных данных. Также по итогам специального исследования, например графиков парных зависимостей, могут быть сделаны предположения о возможных моментах переключения параметров модели. Включение таких переменных в процесс оценивания позволяет повысить качество оценок эконометрических моделей. Вместе с тем, результаты подобных построений по очевидным причинам несут в себе элементы субъективизма.

Сказанное делает чрезвычайно актуальным усовершенствование методов верификации регрессионных зависимостей в классической постановке (т.е. когда предполагается постоянство параметров модели на периоде оценивания). Это важно не только в контексте дальнейшего получения динамических оценок параметров, как это рассмотрено в п. III.1.1, но и в более общем плане решения самых разнообразных задач, основанных на применении статистических моделей.

Далее предметом рассмотрения будет подход к оцениванию регрессионной модели, основывающийся на применении робастных или помехоустойчивых методов (см., напр. [17,18]). В практике эконометрических расчетов, насколько нам известно, методы такого типа не нашли до настоящего времени широкого применения.

Наличие достаточно значительного числа трудов по данной тематике, в том числе фундаментальной монографии [18], позволяет в данном случае ограничиться формулировкой общей идеи, а также изложением специфических особенностей метода, реализованного нами применительно к оцениванию параметров эконометрических моделей.

Как известно, использование метода наименьших квадратов или метода максимального правдоподобия (нашедших кстати широкое применение в эконометрии) позволяет при некоторых традиционных предположениях о характере стохастической составляющей исследуемой модели получить оценки параметров, обладающие свойствами несмещенности и эффективности. Вместе с тем, эти методы оказываются весьма чувствительными к нарушению исходных предположений.

Применительно к модели (III.1) эти предположения были сформулированы в виде гипотезы, что поведение остатков ε_t подчиняется для всех t одному и тому же распределению со свойствами: $M(\varepsilon) = 0$; $M(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 E$, $\sigma^2 = const.$ В случае использования метода максимума правдоподобия дополнительное требование заключается в нормальности распределения ε_t.

Отклонение поведения ε_t в модели (III.1) от названных предположений может быть обусловлено как наличием у распределения, описывающего ε_t, более тяжелых по сравнению с нормальным распределением “хвостов” (т.е. относительно более высокими значениями плотности вероятности такого распределения в области больших по модулю значений признака), так и просто большими ошибками результатов отдельных измерений.

В действительности, как правило, не представляется возможным различить указанные два типа ошибок. В связи с этим помехоустойчивые методы оценивания должны, следуя, например [18], быть таковы, чтобы малые отклонения от исходных предположений об исследуемой модели незначительно изменяли характеристики процедуры оценивания и ее результаты; относительно большие отклонения от первоначальных предположений не должны приводить к катастрофическим последствиям[6].

[6] Мы не будем пытаться здесь расшифровывать понятие “малости” отклонений, считая, что в данном контексте указанные соображения интуитивно понятны.

Моделью, достаточно хорошо описывающей ε_t, обладающих свойствами, аналогичными присутствию “выбросов”, принято считать распределение с плотностью вида (индекс t в данном случае опущен)

$$F(\varepsilon) = (1 - \delta)N(\varepsilon) + \delta H(\varepsilon), \qquad \text{(III.16)}$$

где $N(\varepsilon)$ – истинная (как правило, нормальная) плотность распределения, $H(\varepsilon)$ – плотность некоторого неизвестного симметричного распределения с тем же, что и у $N(\varepsilon)$ математическим ожиданием (в случае регрессионной модели оно нулевое), но большей дисперсией; δ, показывающее, в какой пропорции комбинируются случайные величины, порожденные различными распределениями, имеет смысл “доли грубых выбросов” в статистической совокупности.

Принятие применительно к регрессионной модели предположения о характере остатков $\{\varepsilon_t\}$ в виде (III.16) или какой-либо аналогичной модели распределения приводит к необходимости следующей процедуры оценивания, устойчивой по отношению к “выбросам”, т.е. к нарушениям предположений обычного метода наименьших квадратов или метода максимума правдоподобия.

Как известно, традиционная оценка вектора a для (III.1) основывается на минимизации суммы квадратов остаточных разностей, или

$$\min \sum_t (y_t - x_t'a)^2, \quad x_t' = (x_{t1},\ldots, x_{tm}) \,. \qquad \text{(III.17)}$$

Робастность (устойчивость) метода оценивания регрессионной модели обеспечивается переходом к другому типу метрики, т.е. заменой квадратичной функции в (III.17).

В общем виде задача оценивания модели типа (III.1) эквивалентна нахождению экстремума [17,18]

$$\min \sum_t \rho[(y_t - x_t'a)/s], \qquad \text{(III.18)}$$

где ρ задает функцию расстояния; в отличие от (III.17) в (III.18) рассматриваются отклонения $(y_t - x_t'a)$, нормированные на меру рассеяния s (среднеквадратическое отклонение или его аналог).

Необходимые условия минимизации (III.18) выражаются в виде

$$\sum_t \psi[(y_t - x_t'a)/s]x_{tj} = 0, \quad j = 1,2,\ldots,m\,, \qquad \text{(III.19)}$$

где $\psi(z) = \dfrac{d\rho(z)}{dz}$.

Выбор функции ρ, а соответственно и $\psi(z)$ определяет вариант метода оценивания. Нетрудно показать, что при $\rho(z) = z^2$ для расчета вектора a в соотношении (III.19) не требуется предварительного знания s.

В [18] показано, что если отправляться от распределения вида (III.16), являющегося в статистическом смысле “наихудшим” (т.е. создающим наибольшие трудности для идентификации модели), помехоустойчивая оценка вектора a обеспечивается при функции $\psi(z)$ вида:

$$\psi(z) = \begin{cases} -c \text{ при } z < -c \\ z \text{ при } |z| \le c \\ c \text{ при } z > c. \end{cases} \qquad \text{(III.20)}$$

Специально следует подчеркнуть, что аргументом функции $\psi(z)$ являются нормированные на s разности фактических и теоретических значений y_t, т.е. безразмерные величины. При этом средняя мера рассеяния s – стандартное отклонение “незасоренного” распределения $N(\varepsilon)$ из (III.16). Параметр c зависит от доли ”выбросов” δ в распределении, задаваемом соотношением (III.16), и имеет смысл порога значимости: при $|y_t - x_t'a|/s \le c$ ρ имеет вид квадратичной функции (как в обычном методе наименьших квадратов); в противоположном случае вид ρ модифицируется, так что снижается влияние наблюдений, для которых отклонения $(y_t - x_t'a)$ значительны по абсолютной величине, на результаты оценивания вектора параметров a.

С вычислительной точки зрения особенности помехоустойчивой процедуры оценивания заключаются в следующем.

Преобразуем систему уравнений (III.19) к виду

$$\sum_t w_t(y_t - x_t'a)x_{tj} = 0, \quad j = 1,2,...m, \qquad \text{(III.21)}$$

где w_t – вес, придаваемый наблюдению t и

$$w_t = \psi[(y_t - x_t'a)/s]/[(y_t - x_t'a)/s].$$

Для системы (III.21) оценка вектора параметров находится по формуле обобщенного метода наименьших квадратов, что в векторно-матричной записи дает

$$a = (X'WX)^{-1}X'Wy, \qquad \text{(III.22)}$$

где W^{-1} – диагональная матрица, составленная из весовых коэффициентов w_t, определенных выше.

Вычисление вектора a в соответствии с (III.22) может быть реализовано лишь в виде итеративной процедуры в силу необходимости предварительного задания весов w_t, зависящих от значений a и s. Пусть начальные приближения a^0 для вектора структурных параметров и s^0 для средней меры рассеяния заданы. Тогда, исходя из вида функции ψ (одним из возможных вариантов которой является функция Хубера (III.20)) исчисляются начальные значения весовых коэффициентов w_t^0 и по формуле (III.22) формируется оценка

$$a^1 = (X'W^0X)^{-1}X'W^0y\,.$$

Далее весь цикл расчетов повторяется исходя из нового значения a^1 и и производным от вектора a^1 новым значением s^1.

Существуют различные рекомендации относительно способа определения начального приближения для вектора структурных параметров [17]. Возможным вариантом является использование оценок обычного метода наименьших квадратов. В реализованном нами варианте помехоустойчивого метода использовалось именно это начальное приближение.

Поскольку, как было сказано выше, оценка s относится к “незасоренному” распределению $N(\varepsilon)$, она сама должна быть помехоустойчивой. В качестве таковой, как правило, используется медиана абсолютных значений остатков.

Как уже отмечалось, явный вид функции ψ определяет вариант помехоустойчивого метода. Если ψ, например, является функцией Хубера (III.20), необходимо задаться значением для параметра c. Эта константа, как было указано ранее, связана с процентом грубых погрешностей δ (см. (III.16)). В действительности уровень δ неизвестен; однако значение c может быть задано исходя из предположения, что возможный процент грубых ошибок среди значений $\{\varepsilon_t\}$ заведомо не превосходит некоторой величины, например 5, 10 или 20%. Так, при 5%-м уровне δ значение c для функции Хубера составляет ~1,4; при δ = 20% $c \approx 0,9$. Обычно рекомендуемый уровень c предлагается принимать равным 1,5; во всяком случае, значения c, определяемые из вероятных пределов для δ исходя из специфики практически решаемых задач, заключены в интервале (1; 2).

Развитие и обобщение методов помехоустойчивого оценивания исторически было связано в том числе с применением функций ψ, отличных от (III.20). Общее направление модификации подхода Хубера – использование немонотонных функций $\psi(z)$, для которых, начиная с некоторого значения z $\psi(z) \equiv 0$ [17,18]. Применительно к рассматриваемой здесь проблеме это означает, что в формуле (III.22) вес w_t наблюдений, для которых расхождения фактических и теоретических значений результирующего признака велики, уменьшается быстрее в сравнении с функцией (III.22), а для очень больших отклонений становится нулевым.

При оперировании реальными цифровыми данными в общем случае не представляется возможным достоверно классифицировать исходный массив наблюдений, выделив в нем заведомо непригодные для оценивания статистической модели точки. Кроме того, совершенно неочевидно, что принципы помехоустойчивого оценивания, развитые применительно к анализу технических, естественнонаучных и т.п. данных, могут быть прямо перенесены на анализ экономической информации.

Логика, которой мы руководствовались при разработке варианта помехоустойчивого метода, применимого для идентификации эконометрических моделей, заключалась в следующем.

Во-первых, прежде всего должна быть исследована применимость уже известных и апробированных в практике статистической работы видов функции ψ ; вывод о необходимости видоизменений известных формализованных процедур помехоустойчивого оценивания может основываться лишь на опыте обработки различного рода эмпирических данных экономического происхождения.

Во-вторых, результаты применения формализованной процедуры классификации наблюдений и построенных на ее основе оценок параметров статистической модели не должны входить в противоречие с результатами неформализованного анализа экономической информации в случае, когда выводы, основанные на традиционных (неформализованных) методах, вполне очевидны.

Так, применительно к простым моделям (прежде всего это парные регрессии) осуществим элементарный графический анализ исходных данных и во многих случаях могут быть сделаны обоснованные выводы, какие из наблюдений могут быть квалифицированы как “выбросы”. Исключение аномальных наблюдений из процедуры расчета параметров таких статистических моделей должно давать оценки, по природе своей аналогичные результатам использования помехоустойчивого метода. Поэтому высокая степень соответствия полученных таким образом оценок и результатов оценивания той же модели при использовании какого-либо конкретного вида функции ψ может служить тестом, подтверждающим пригодность данного варианта помехоустойчивого метода для обработки экономических данных.

В-третьих, достаточно общим признаком результативности формализованной процедуры помехоустойчивого оценивания может служить повышение качества статистической модели. Если такие характеристики модели, оцененной обычным методом наименьших квадратов, как коэффициент множественной детерминации, стандартные ошибки параметров и т.п. улучшаются в результате использования помехоустойчивого метода, или, например, знаки параметров при объясняющих переменных начинают соответствовать качественным представлениям о моделируемом процессе, эффективность применяемого варианта метода помехоустойчивого оценивания не вызывает сомнения.

Безусловно, выводы, основывающиеся на приведенных положениях, заведомо не могут обладать степенью строгости и доказательности, присущей формально-математическому подходу (в соответствии с которым сконструирована, в частности, функция (III.20)). Тем не менее, по нашему представлению, отказ от строго дедуктивного подхода в пользу выводов индуктивного типа (т.е. когда обоснование строится исходя из некоторой суммы эмпирических примеров) при данном состоянии исследуемого вопроса неизбежен. В связи с этим заметим, что варианты помехоустойчивого метода, основывающиеся на немонотонных разновидностях функции ψ, также не имеют строго теоретического обоснования; их применение продиктовано преимущественно эвристическими соображениями [17,19].

Наши выводы относительно применимости различных модификаций помехоустойчивых процедур оценивания основывались на опыте эконометрического моделирования показателей межотраслевых связей (на данных межотраслевых балансов СССР), расчетов производственных функций и некоторых других регрессионных зависимостей на данных советской экономической статистики для периода 1960-х – 1980-х гг. Названные исследования проводились в 1989–1991 гг. на том же статистическом материале, на котором основывалась наша работа [11] (некоторые результаты отражены в [12]).

Итоги этих исследований показали, что использование функции типа (III.20) не позволяет эффективно отсеивать аномальные наблюдения в той экономической информации, которая использовалась в наших расчетах. Даже в случаях, когда неформализованные методы анализа данных несомненно указывали на наличие “выбросов” из статистической совокупности, применение функции Хубера не всегда позволяло сделать такой вывод.

Мы экспериментировали также с различными немонотонными функциями, известными в теории и практике применения помехоустойчивых методов [17,18]:

1) функцией Эндрюса ($\psi(z) = sin(z/c)$ при $|z| \le c\pi$ и $\psi = 0$ при $|z| > c\pi$);

2) функцией Тьюки ($\psi(z) = z[1-(z/c)^2]^2$ при $|z| \le c$ и $\psi = 0$ при $|z| > c$);

3) функцией Хампеля ($\psi(z) = z$ при $|z| \le c_1$; $\psi(z) = sign(z)c_1$ при $c_1 \le |z| < c_2$; $\psi(z) = sign(z)c_1(c_3 - |z|)/(c_3 - c_2)$ при $c_2 \le |z| < c_3$; $\psi(z) = 0$ при $|z| > c_3$);

4) функцией, применяемой в задачах помехоустойчивой фильтрации ($\psi(z) = z$ при $|z| \le c$ и $\psi(z) = 0$ при $|z| > c$).

Параметры c, c_1, c_2, c_3 приведенных выше функций аналогичны параметру функции (III.20).

В итоге этих экспериментальных расчетов была сконструирована специальная разновидность функции ψ, которая может рассматриваться либо как частный вид функции Хампеля, либо как некоторое обобщение функции помехоустойчивой фильтрации, а также функции Хубера.

Данная функция является двухпараметрической и имеет вид

$$\psi(z) = \begin{cases} 0 \text{ при } z - \le -c_2 \\ -(c_2 + z)c_1/(c_2 - c_1) \text{ при } -c_2 < z < -c_1 \\ z \text{ при } |z| \le c_1 \\ (c_2 - z)c_1/(c_2 - c_1) \text{ при } c_1 < z < c_2 \\ 0 \text{ при } z \ge c_2 \end{cases} \qquad (III.23)$$

На рис. III.1 для сравнения приведены графики функции Хампеля, функции помехоустойчивой фильтрации, функции Хубера, а также функции (III.23).

Применение функции (III.23) дает результаты, в наибольшей мере соответствующие результатам, полученным исходя из неформализованных методов (в том числе результатам оценки регрессий с включением фиктивных переменных, построенных на основе анализа графиков), а также удовлетворяющие и двум другим сформулированным ранее требованиям о свойствах этой функции.

Графики некоторых вариантов функции $\psi(z)$

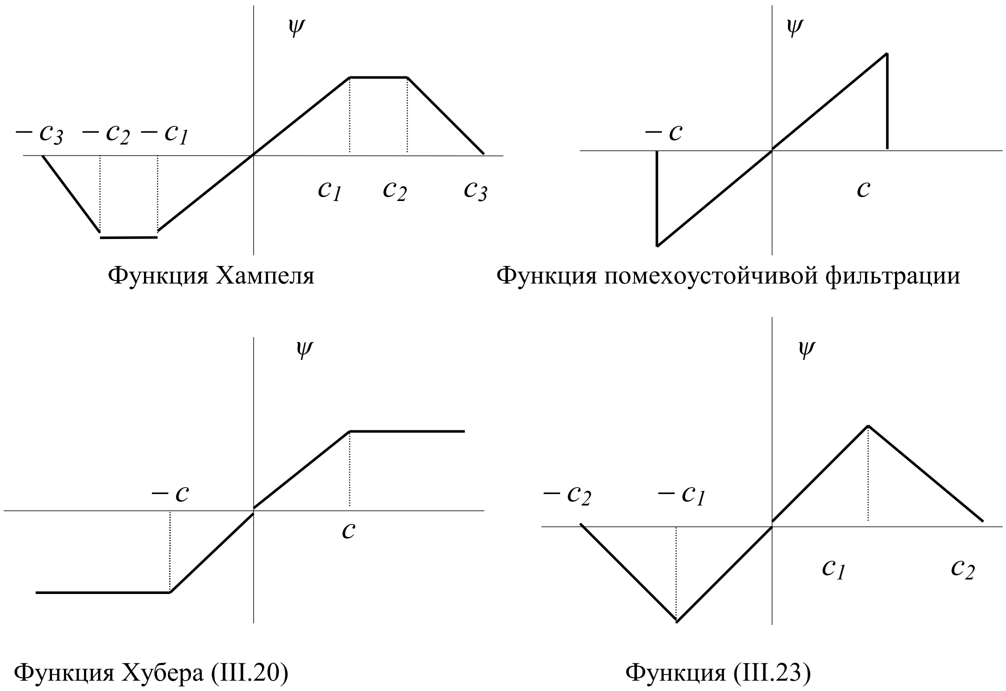


Рисунок III.1

В выражении (III.23) параметр c_1, как и в (III.20), задается на уровне 1,5. Однако в отличие от функции Хубера функция (III.23) является немонотонной, обращаясь в 0 начиная с значений аргумента, превосходящих по модулю второе пороговое значение c_2. По результатам численных экспериментов, упоминавшихся выше, это значение, как правило, было заключено в пределах от 3 до 4,5; варьирование значений c_2 в указанном диапазоне не оказывало значимого влияния на итоговые оценки параметров регрессионных моделей.

Параметр c_2 функции (III.23) может быть интерпретирован следующим образом. Структура грубых погрешностей исходной статистической информации такова, что из части наблюдений (содержащих грубые ошибки) невозможно извлечь полезной информации, необходимой для оценки параметров модели; соответственно эта часть наблюдений исключается из процедуры оценивания.

С вероятностной точки зрения обнуление весов для наблюдений, соответствующих большим по абсолютной величине остаткам регрессионной модели имеет вполне очевидное основание. В случае “незасоренного” нормального распределения, т.е. когда в (III.16) $\delta = 0$, все реализации случайной величины ε с вероятностью 99% не превосходят трехкратного значения среднеквадратического отклонения; соответственно наблюдение, для которого значение ε значительно выходит за указанные пределы, должно заведомо содержать "грубую" ошибку.

Таким образом, функция (III.23) по существу совмещает требования к ψ, вытекающие из подхода Хубера, принятого в [18], и требование для вероятных пределов нахождения ε, указанное выше; принятие для параметра c_2 значения, превышающего 3, означает изменение соотносительной значимости этих различных требований в пользу функции (III.20).

Помехоустойчивые оценки регрессионных уравнений, приводимые в п. II.2, получены на основе использования функции (III.23); при этом параметр c_2 выбирался на уровне 4,5; начальными приближениями для осуществления итерационного процесса служили, как было упомянуто ранее, оценки обыкновенного метода наименьших квадратов.

Известно, что сходимость итерационного процесса помехоустойчивого оценивания при использовании немонотонной функции $\psi(z)$ не является обязательной. Тем не менее при практическом использовании описанного выше метода применительно к самым различным эконометрическим моделям сходимость всегда достигалась: в большинстве случаев требовалось от 5 до 10 итераций для нахождения решения. В целом опыт практического использования разработанного метода, включая и результаты, приводимые в данной работе, подтверждает его эффективность и демонстрирует перспективность дальнейших разработок в данной области.

III.2. Идентификация эконометрических моделей в условиях ограниченности статистической информации (метод объединения частных моделей)

Проблемы, связанные с оценкой параметров системы уравнений динамики технологических коэффициентов, иллюстрируют типичную ситуацию, возникающую при построении регрессионных моделей, представленных одним уравнением либо системой уравнений.

В процессе разработки эконометрической модели чрезвычайно часто возникает необходимость спецификации ее (модели) в виде регрессий, включающих значительное число объясняющих переменных (факторов-аргументов). При этом, как правило, имеющиеся информационные возможности (например, длина отчетных динамических рядов переменных модели) не позволяют включить в регрессионные уравнения сколько-нибудь значительное число факторов-аргументов. Иначе говоря, применительно к спецификации переменной y_t в виде

$$y_t = f(x_{1t}, x_{2t},..., x_{mt}) + \varepsilon_t\,,\; t = 1,...,T \qquad \text{(III.24)}$$

где m – число факторов-аргументов, T – число наблюдений в исходных динамических рядах переменных модели, сказанное выше означает, что m сопоставимо по величине с T или даже превосходит его.

Предположим, что все переменные $\{x_{it}\}$, подлежащие по теоретическим соображениям включению в уравнение (III.24), связаны с зависимой переменной y_t достаточно существенной корреляционной зависимостью, так что регрессионные модели вида

$$y_t = f_i(x_{it}) + \varepsilon_{it}\,, \tag{III.25}$$

оцененные на исходных данных, обладают статистическими характеристиками, позволяющими говорить о моделях типа (III.25) как о допустимых с точки зрения формальных статистических критериев.

Кроме того, далее будет рассматриваться лишь случай линейных по искомым параметрам моделей (III.24) и (III.25).

В описанной ситуации с учетом сделанных предположений естественным представляется способ построения модели (III.24) на основе объединения (композиции) отдельных уравнений типа (III.25).

Построение такого обобщающего уравнения можно интерпретировать также как объединение прогнозных значений переменной y_t, полученных на основе использования различных уравнений вида (III.25). Очевидно, что чем выше для данной переменной x_{it} точность уравнения $y_t = f_i(x_{it}) + \varepsilon_{it}$, тем при прочих равных условиях должна быть и более велика роль этого уравнения в формировании прогнозного значения зависимой переменной.

В более строгой формулировке способ объединения отдельных уравнений типа (III.25) в одно общее уравнение зависит от характера предположений о вероятностной природе $\{\varepsilon_{jt}\}$.

Применительно к случаю, когда совместная плотность распределения $\{\varepsilon_{jt}\}$ является нормальной, в [20] был предложен метод объединения частных уравнений на основе использования метода максимума правдоподобия. Веса, с которыми частные уравнения входят в объединяющую зависимость, определяются при этом следующим образом:

$$w_i = (\sum_j g_{ij})/(\sum_i \sum_j g_{ij}) \tag{III.26}$$

где $\{g_{ij}\}$ – элементы матрицы, обратной матрице ковариаций между остатками $\varepsilon_{jt} = y_t - f_j(x_{jt})$. Соответственно, объединяющее уравнение следует из формулы теоретического значения $y^{\text{т}}_t$ объединенного прогноза зависимой переменной: $y^{\text{т}}_t = w_j f_j(x_{jt})$.

Если априори предполагается некоррелированность $\{\varepsilon_{jt}\}$ для частных уравнений, формула (III.26) для весов приобретает наиболее простой вид:

$$w_i = (1/s_i^2)/(\sum_j 1/s_j^2) \qquad s^2{}_i = (\sum_t \varepsilon^2{}_{jt})/T . \tag{III.27}$$

Применение метода максимума правдоподобия предполагает невырожденность матрицы ковариаций остатков частных уравнений.

Между тем наличие значительного числа уравнений, которые необходимо агрегировать в единую зависимость, в совокупности с короткими временными рядами остатков $\{\varepsilon_{jt}\}$, (которые, как было упомянуто, используются для оценки взаимных ковариаций) приводит к плохой обусловленности либо вырожденности рассчитываемой ковариационной матрицы. Это делает невозможным исчисление весов, с которыми отдельные уравнения входят в единую зависимость. То есть практическая реализация подхода, основанного на принципе максимума правдоподобия, может оказаться затруднительной по той же причине, по которой невозможно использование и обычного регрессионного метода.

Метод нахождения вида объединяющей зависимости, используемый в данной работе, основывается на том, что при сформулированных ранее предположениях естественной сравнительной мерой тесноты связи фактор-функции y с каждой отдельно взятой переменной x_j (безотносительно к вероятностным свойствам $\{\varepsilon_{jt}\}$) служит уровень остаточной дисперсии соответствующего уравнения типа (2), т.е. $(\sum_t \varepsilon^2{}_{jt})/T$.

Ранее мы предположили линейность[7] моделей (III.241) и (III.25). Зафиксируем теперь явный вид этих уравнений:

$$y_t = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_{it} + \varepsilon_t \tag{III.28}$$

для обобщающей зависимости и

$$y_t = \gamma_{0i} + \gamma_{1i} x_{it} + \varepsilon_{it} \tag{III.29}$$

для частной модели, связывающей зависимую переменную с объясняющей переменной x_i.

Введем еще одно дополнительное предположение относительно частных моделей (III.29). Примем, что будучи идентифицированы методами математической статистики (например методом наименьших квадратов), коэффициенты этих уравнений правильно указывают знак связи переменных y_t и x_{it} в модели (III.28). Данное требование выглядит с чисто формальной стороны несколько ограничительным в силу того, что и теоретически, и практически возможна ситуация, когда знак коэффициента при некоторой объясняющей переменной меняется при переходе от однофакторного регрессионного уравнения (III.28) к многофакторному (III.29) (при условии, что это последнее уравнение может быть оценено традиционным образом).

---

[7] Заметим, что для использования метода максимума правдоподобия, т.е. оперирования формулами (III.26), (III.27) данная предпосылка не является существенной.

Однако отбору объясняющих переменных, подлежащих включению в многофакторную модель, практически всегда предшествует построение и анализ однофакторных моделей. Эти последние признаются удовлетворительно описывающими моделируемый процесс в том числе и при условии, что знаки коэффициентов уравнений соответствуют предполагаемой направленности связей между исследуемыми переменными. Таким образом, требование совпадения знаков коэффициентов при соответствующей переменной в частной модели (III.29) и обобщающей модели (III.28) в явной или неявной форме, как правило, существует.

С учетом сказанного параметры объединяющего уравнения (III.28), или в более общем виде – приближения для этих параметров, должны быть образованы из совокупности параметров частных уравнений (III.29) по следующему правилу:

$$\beta_0 = \sum_i w_i \gamma_{0i}\,,\ \beta_i = w_i \gamma_{1i}\,, \qquad \text{(III.30)}$$

$$\sum_i w_i = 1\,,\ w_i \geq 0.$$

где w_i – вес соответствующего частного уравнения в обобщенном уравнении.

Пусть уравнения вида (III.29) оценены для каждого x_i. Определим по эмпирическим значениям $\{\varepsilon_{it}\}$ соответствующих уравнений остаточные дисперсии s^2_i. Далее по формуле (III.27), соответствующей случаю отсутствия корреляций между остатками отдельных частных уравнений, можно рассчитать веса $\{w_i\}$. Используя эти полученные значения весовых коэффициентов, найдем коэффициенты $\{b_i\}$ в соответствии с (III.30), или

$$b_i = w_i \gamma_{1i}\,, \qquad i = 1,...,m \qquad \text{(III.31)}$$

$$w_i = (1/s_i^2)/(\sum_i 1/s_j^2)\,.$$

Будем рассматривать коэффициенты $\{b_i\}$ в качестве приближений для соответствующих неизвестных коэффициентов $\{\beta_i\}$ из (III.28).

Тогда задача оценки коэффициентов модели (III.28) формулируется в виде следующей регрессионной модели:

$$y_t = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_{it} + \varepsilon_t\,, \qquad \text{(III.32)}$$

$$b_i = \beta_i + \delta_i\,, \qquad \text{(III.33)}$$

$$i = 1,...,m\,,\ t = 1,2,...\ T\,.$$

Рассмотрим вопрос о вероятностных свойствах остатков уравнений $\{\varepsilon_t\}$, $\{\delta_j\}$.

Область возможных значений искомых параметров β_i должна быть априори ограничена в силу требования совпадения знаков параметров γ_{1i} и β_i. Естественно рассматривать значение b_i как центр интервала, в котором может находиться искомое значение β_i. Это предположение эквивалентно тому, что распределение случайной величины δ_i характеризуется нулевым средним, что обычно и принимается при использовании регрессионных методов. Тогда область возможного нахождения β_i есть $b_i \pm |b_i|$. Или, если пользоваться вероятностными терминами, значение плотности распределения случайной величины δ_i должно быть близко к нулю для $|\delta_i| \geq |b_i|$.

Оценка величины дисперсии для δ_i определяется видом распределения данной случайной величины.

Вид закона распределения остатков в регрессионной модели традиционно предполагается имеющим "колоколообразную" форму. Вследствие этого величина дисперсии, отвечающая равномерному распределению, является верхним пределом возможного значения $\sigma^2(\delta_i)$. Принятие гипотезы о равномерном законе распределения для δ_i дает оценку дисперсии равной $(b_i)^2/3$.

Гипотеза о нормальном законе распределения соответствует $(b_i)^2/9$, поскольку на интервал значений $b_I \pm 3\sigma(\delta_i)$ приходится в случае нормального распределения 99% плотности вероятности.

Другая возможная оценка дисперсии $\sigma^2(\delta_i)$ связана с тестами проверки значимости коэффициентов регрессионной модели. Например, если основываться на критерии Стьюдента (при 5%-м уровне значимости), в выражении (III.33) должно выполняться соотношение $|b_i/\sigma(\delta_i)| \geq 2$.

Из изложенного следует, что среднеквадратическое отклонение для δ_i должно быть принято равным примерно 1/2 – 1/3 абсолютной величины приближенного значения соответствующего параметра b_i.

Относительно остатков $\{\varepsilon_t\}$ примем, что они, как и в стандартной постановке модели оценивания регрессионных параметров, распределены с нулевым средним и постоянной (и неизвестной) дисперсией.

Задача оценивания регрессионной модели в форме (III.32)–(III.33) (с учетом сделанных выше замечаний) известна как задача смешанного оценивания по методу наименьших квадратов [10], либо как задача оценивания байесовского типа [21]. В матричных обозначениях выражение для вектора искомых оценок $\beta' = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_m)$ есть

$$\beta = (X'X + \sigma^2 D)^{-1}(X'y + \sigma^2(\varepsilon)Db), \qquad \text{(III.34)}$$

где $b' = (0, b_1, \ldots, b_m)$, X – матрица размерности $(m + 1)\times(m + 1)$ объясняющих переменных, включая и единичную константу, D – диагональная матрица размерности $(m + 1)\times(m + 1)$, главная диагональ которой

$$\mathrm{diag}D = \{0, 1/\sigma^2(\delta_1), \ldots, 1/\sigma^2(\delta_m)\},$$

т.е. составлена (кроме первого элемента) из величин, обратных экзогенно заданным значениям дисперсий ограничений (III.34). Оценки коэффициентов β_i, а также величина дисперсии $\sigma^2(\varepsilon)$ находятся при этом итеративным путем: сначала оценивается модель (III.32) в "чистом виде" (т.е. без учета ограничений (III.33)), что дает начальное приближение для $\sigma^2(\varepsilon)$; это позволяет в соответствии с (III.34) найти приближение для вектора параметров β; далее весь цикл расчетов повторяется до достижения сходимости.

При оценивании параметров системы уравнений динамики технологических коэффициентов проводилась серия расчетов для различных значений $\sigma(\delta_i)$ из интервала ($1/2b_i$; $1/3b_i$). По итогам этих расчетов можно констатировать, что варьирование экзогенно задаваемых дисперсий в рамках указанного интервала для модели типа (III.32) – (III.33) дает принципиально совпадающие результаты оценивания.

Следует отметить, что априорные ограничения на область изменения параметров в модели, представленной соотношениями (III.32) – (III.33), не налагаются на свободный член объединяющего уравнения (III.32). Хотя такое ограничение может быть сформировано аналогично ограничениям для коэффициентов при $x_1,\dots,x_m$, оно, вообще говоря, является излишним. Кроме того, если для структурных параметров при $x_1,\dots,x_m$ модели множественной регрессии можно выдвинуть предварительные предположения об их возможной величине и знаке, то сделать это для свободного члена уравнения, как правило, не представляется возможным.

Построение оценок уравнения модели множественной регрессии по способу, изложенному выше – вынужденная мера, обусловленная прежде всего дефицитом статистических данных. Тем не менее, и с теоретической точки зрения данный подход представляется нам корректным. С одной стороны, в процессе расчетов по модели (III.32) – (III.33), как и в рамках стандартной регрессионной модели, используется одновременно вся совокупность объясняющих переменных и соответственно учитываются их взаимные корреляции. С другой стороны, при тех исходных предпосылках, на которых базируется рассмотренный здесь метод оценивания (прежде всего мы имеем в виду предположение о соотношении структурных параметров для частных и объединяющего уравнений) дополнение стандартной модели множественной регрессии ограничениями на область изменения ее структурных параметров становится принципиально необходимым.

Заключение

Итоги поведенного исследования позволяют сделать следующие общие выводы.

Подтверждается возможность разработки и применения единых принципов моделирования экономической динамики отечественной экономики для периода 1970-х–1990-х гг., несмотря, в частности, на принципиальное изменение институциональных условий в 1990-е гг.

В методологическом плане разработка и реализация указанных модельных конструкций еще раз доказывает также и безусловную необходимость учета исторической преемственности в принципах анализа и прогнозировании функционирования производительных сил экономики. Подтверждение этого вывода – верификация макромодели технологических изменений на статистических данных, относящихся преимущественно к советскому периоду, и вместе с тем удовлетворительные результаты использования разработанного модельного аппарата применительно к анализу и прогнозу современных экономических процессов.

Макроэкономические оценки, полученные на основе использования разработанной модели технологических изменений, свидетельствуют о том, что сохранение в неизменности существовавшего до конца 1980-х гг. хозяйственного механизма предопределяло бы низкие темпы роста экономики в 1991–1995 гг. с тенденцией к дальнейшему их затуханию в долгосрочной перспективе. Вместе с тем, они не дают оснований говорить о какой-либо предопределенности кризисного снижения выпуска в отраслях материального производства, фактически произошедшего в 1990-е гг.

Сформулированный в данной работе подход к модельному описанию технологии представляется плодотворным направлением развития не только макро-, но и межотраслевых моделей. В частности, верификация зависимостей, связывающих изменение параметра "технического прогресса" отраслевых производственных функций с динамикой определенных видов текущих материальных затрат, способна существенно расширить возможности межотраслевого анализа. Построение межотраслевой модели, основывающейся на тех же принципах, что и разработанная в диссертации макроструктурная модель, имеет большое значение и для целей средне- и долгосрочного прогноза структуры экономики. Предложенный в данной работе метод формального описания технологии носит явно выраженный динамический характер. Соответственно в межотраслевой модели, основывающейся на тех же принципах, что и макроэкономическая модель технологических изменений, динамические взаимосвязи будут охватывать не только изменение валовых выпусков и процесс фондообразования на отраслевом уровне (как в традиционных моделях межотраслевого баланса), но и процессы изменения структуры текущих затрат в рамках отдельных отраслей.

Результаты идентификации различных регрессионных моделей, использованных в рамках данного исследования, подтверждают, что примененные статистические методы обеспечивают значительное расширение возможностей прикладного экономико-математического моделирования. Вместе с тем, необходимо подчеркнуть и общеметодологическую значимость разработанного математического аппарата: высокая степень общности позволяет использовать его для исследования чрезвычайно широкого круга процессов, представимых в терминах статистических моделей.

Эффективное применение реализованных в диссертации статистических методов оценивания параметров регрессионных моделей в определяющей степени обусловлено: 1) преемственностью по отношению к стандартным методам, наиболее часто используемым в практике эконометрических построений; 2) заимствованием (с необходимыми видоизменениями) инструментария, развитого в других областях науки.

По результатам проведенных исследований можно констатировать значительную аналогию между некоторыми эконометрическими методами и методами анализа данных, традиционно далеких от эконометрических приложений, а также различными численными процедурами, разрабатывавшимися в рамках отдельных направлений прикладной математики. Это дает основание для вывода, что дальнейшее совершенствование математического инструментария прикладных экономических исследований связано преимущественно с комбинированием приемов обработки информации, уже апробированных в различных предметных областях. Вместе с тем, приложение в эконометрии методов, разработанных для исследования объектов неэкономической природы, способствует и дальнейшему развитию самих этих методов, более содержательной их трактовке.

Литература

1. *Маленво Э.* Лекции по микроэкономическому анализу. М.: Наука, 1985.
2. *Cobb C.W., Douglas P.H.* A Theory of Production // American Economic Rewiew. 1928. №1.
3. *Леонтьев В.* Исследования структуры американской экономики. М.: Госстатиздат, 1958.
4. *Яременко Ю.В.* Структурные изменения в социалистической экономике. М.: Экономика, 1980.
5. *Сахал Д.* Научно-технический прогресс: концепции, измерения, оценки. М.: Финансы и статистика, 1985.
6. *Суворов Н.В., Балашова Е.Е.* Изменение структуры межотраслевых связей российской экономики в первой половине 90-х годов // Проблемы прогнозирования. 1998. №1.

7. *Ершов Э.Б., Садыков И.С.* Исследование взаимозаменяемости ресурсов и их динамической пропорциональности в отраслях промышленности СССР // Экономика и математические методы. 1986. Вып.3.

8. *Ершов Э.Б., Садыков И.С.* Агрегационный анализ границ производственных возможностей для отраслей промышленности СССР // Экономика и математические методы. 1986. Вып.6.

9. Методы построения и использования макроэкономических и отраслевых производственных функций. М.: ЦЭМИ АН СССР, 1980.

10. *Джонстон Дж.* Эконометрические методы. М.: Статистика, 1980.

11. *Суворов Н.В.* Обобщающие показатели ресурсоемкости в народнохозяйственных прогнозах. М.: Наука, 1990.

12. *Суворов Н.В.* Статистические методы оценивания параметров моделей с переменной структурой // Экономика и математические методы. 1991. №4.

13. Справочник по прикладной статистике. М.: Финансы и статистика, 1990. т. 2.

14. *Цыпкин Я.З.* Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Сов. радио, 1968.

15. *Брамлер К., Зифлинг Г.* Фильтр Калмана-Бьюси. М.: Наука, 1982.

16. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.

17. Устойчивые статистические методы оценки данных. М.: Машиностроение, 1984.

18. *Хьюбер П.* Робастность в статистике. М.: Мир, 1984.

19. *Смоляк С.А., Титаренко Б.П.* Устойчивые методы оценивания. М.: Статистика, 1980.

20. *Ершов Э.Б.* Об одном методе объединения частных прогнозов // Статистический анализ экономических временных рядов и прогнозирование. М.: Наука, 1973.

21. *Зельнер А.* Байесовские методы в эконометрии. М.: Статистика, 1980.

Оглавление

Препринт WP2/2002/04
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Суворов Николай Владимирович
Макроэкономическое моделирование технологических изменений
(теоретические, прикладные и инструментальные вопросы)

Публикуется в авторской редакции
Оформление серии *А.М. Павлов*
Корректор *Е.Е. Андреева*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.
Отпечатано в типографии ГУ ВШЭ с представленного оригинал-макета.
Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд.л. 5,79. Усл.печ.л. 5,79.
Заказ №207. Изд. №235.
ГУ ВШЭ. 117312, Москва, ул.Вавилова, 7а
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3

Препринты ГУ ВШЭ

Серия WP2 "Количественный анализ в экономике"

http://stat.hse.ru

2002

Суворов Н.В. Макроэкономическое моделирование технологических изменений (теоретические, прикладные и инструментальные вопросы): Препринт WP2/2002/04. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 80 с.

Ершов Э.Б. Теория клювов и межотраслевое моделирование: Препринт WP2/2002/03. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 62 с.

Писляков В.В. Анализ контента ведущих электронных ресурсов актуальной зарубежной периодики: Препринт WP2/2002/02. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 33 с.

Губанов В.А. Непараметрическое выделение динамических сезонных циклов: Препринт WP2/2002/01. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 33 с.

2001

Поспелов И.Г. Экономические агенты и системы балансов: Препринт WP2/2001/03. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 68 с.

Бессонов В.А. Об измерении динамики российского промышленного производства переходного периода: Препринт WP2/2001/02. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 34 с.

Алексеенкова М.В. Факторы отраслевого анализа для российской переходной экономики: Препринт WP2/2001/01. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 34 с.