ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

О.С. Кузнецова

УСТОЙЧИВАЯ К НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ДЕНЕЖНО-КРЕДИТНАЯ ПОЛИТИКА В МОНЕТАРНОМ СОЮЗЕ

Препринт WP12/2011/03
Серия WP12
Научные доклады Лаборатории
макроэкономического анализа

Москва
2011

УДК 338.23:336.7
ББК 65.262.6
К89

Редактор серии WP12
«Научные доклады Лаборатории макроэкономического анализа»
Л.Л. Любимов

К82 **Кузнецова, О. С.** Устойчивая к неопределенности денежно-кредитная политика в монетарном союзе : препринт WP12/2011/03 [Текст] / О. С. Кузнецова ; Высшая школа экономики. – М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2011. – 40 с. – 150 экз.

Для модели монетарного союза, состоящего из двух регионов с разной степенью жесткости цен с помощью робастного оптимального контроля определяется устойчивая к неопределенности политика центрального банка. Такая политика не влечет за собой существенных потерь общественного благосостояния даже в том случае, если базовая модель существенно отличается от истинной экономики. Оптимальная реакция центрального банка на шоки зависит от его представлений об истинности используемой модели, которые характеризуются параметром допускаемого размера ошибки. Причем агрессивность реакции политики на шоки растет с увеличением опасений о неверности используемой модели.

УДК-338.23:336.7
ББК-65.262.6

Кузнецова О.С. – м.н.с. НУЛ макроэкономического анализа НИУ ВШЭ, okuznetsova@hse.ru.

Препринты Высшей школы экономики
размещаются по адресу: http://www.hse.ru/org/hse/wp

© Кузнецова О. С., 2011
© Оформление. Издательский дом
Высшей школы экономики, 2011

Введение

Обычным для экономической науки способом разработки оптимальной монетарной политики является ее построение в рамках конкретной модели экономики. Однако никто не может со стопроцентной точностью описать чрезвычайно сложную структуру экономики. Поэтому любая модель предполагает ту или иную степень упрощения и стилизации, необходимую, чтобы учесть по крайней мере основные экономические процессы. Вследствие этого никто не может быть абсолютно уверен в предсказательной силе конкретной модели, использованной для анализа монетарной политики. Это утверждение отражает так называемую проблему *неопределенности относительно истинной структуры экономики*, о которой речь пойдет ниже.

Возможным решением данной проблемы является поиск устойчивой к неопределенности политики, которая приводит к достаточно хорошим последствиям при любых возможных спецификациях экономической модели. В рамках этого подхода существует несколько вариантов построения подобной устойчивой политики. Выбор конкретного метода зависит от используемого набора моделей и конкретного вида неопределенности, предполагаемого при анализе.

Основной вопрос, на который обычно отвечает литература по устойчивой к неопределенности политике, касается сравнения устойчивой политики и простой оптимальной для конкретной модели. Классический вывод, получивший название «консерватизм Брэйнарда», утверждает, что устойчивая к неопределенности политика менее агрессивно реагирует на шоки по сравнению с политикой, сконструированной на основе конкретной модели без учета ее неопределенности.

Среди множества работ, посвященных построению устойчивой к неопределенности политики для США и еврозоны, часть подтверждает наличие «консерватизма Брэйнарда», часть – нет. Здесь стоит

отметить возможный недостаток существующих работ, посвященных еврозоне: все они основаны на моделях Евросоюза, оперирующих исключительно агрегированными данными. Очевидно, что таким образом невозможно учесть сложные взаимодействия между гетерогенными экономиками.

Поэтому в нашем анализе мы анализируем модель монетарного союза двух стран с микроэкономическими обоснованиями. Оценка той или иной политики основана на микрообоснованном критерии общественного благосостояния. При этом определенный вес в этом критерии имеют условия торговли между двумя странами, поэтому использование модели одной страны для анализа монетарного союза представляется неоправданным. Мы проводим калибровку используемой модели для Евросоюза, принимая во внимание различия между регионами. После этого мы разрабатываем устойчивую к неопределенности монетарную политику, основываясь на методиках робастного контроля.

В работе мы показываем, как эти методики, впервые использованные в анализе монетарной политики Хансеном и Саржентом (2001), могут быть применены к многострановым моделям с рациональными ожиданиями. В результате мы приходим к выводу, противоположному Bihan (2002), Zacovic, Wieland, Rustem (2007). Мы выяснили, что основные характеристики устойчивой политики существенно зависят от одного специфического параметра – желания центрального банка разрабатывать именно устойчивую политику или от его опасений относительно ошибочной спецификации. Для выбора подходящей степени неопределенности применяется метод вероятности выявления ошибки, предложенный Hansen, Sargent (2001).

Работа организована следующим образом: первый раздел посвящен литературе, касающейся построения устойчивой к неопределенности политики. Во второй части рассматривается базовая модель монетарного союза. В заключительном, третьем, разделе с помощью метода робастного контроля для этой модели разрабатывается устойчивая к неопределенности политика.

1. Обзор литературы

1.1. Виды неопределенности

Неопределенность, которая влияет на принятие решений и эффективность проводимой политики, может относиться либо к конкретным переменным, включенным в анализ, либо к структуре используемой модели в целом. В зависимости от этого все возможные варианты неопределенности могут быть более или менее строго разделены на два класса. Первый класс имеет дело с так называемой *«параметрической» неопределенностью*. В таком случае общая структура модели принимается как верная конструкция, однако допускается неопределенность в отношении истинных значений конкретных параметров.

Второй класс принимает в расчет намного более существенную степень неопределенности – так называемую «структурную» неопределенность. При такой неопределенности не только значения каких-то параметров, но даже истинность базовой структуры модели ставится под сомнение. Например, согласно Levin, Williams (2003), неопределенность может затрагивать такие ключевые характеристики модели, как характер формирования ожиданий (впередсмотрящий или назадсмотрящий), наличие микроэкономических обоснований или лаговая структура переменных. В любом случае при такой неопределенности допускается, что истинная экономика существенно отличается от базовой модели.

1.2. Методы анализа

Очевидно, что методы анализа столь различных классов неопределенности также должны отличаться. И действительно, существует две общих методики поиска устойчивой политики. Первая из них относится к первому классу неопределенности – параметрической, и предполагает, что политик или экономист имеет в своем распоряжении единственную базовую модель экономики. Истинная экономика может отличаться от используемой модели, однако политик верит, что все возможные отличия принадлежат некоторому заранее известному набору (Brainard (1967)). Таким образом, в основании этого подхода лежит одна базовая модель и пространство возможных

отклонений от нее, что формирует набор похожих, но не идентичных моделей (Giannoni 2002).

Вторая методика относится ко второму, гораздо более серьезному виду неопределенности – *неопределенности относительно структуры экономики*. В этом случае использование лишь одной базовой модели не является допустимым. Так, Levin, Williams (2003) показывают, что монетарная политика, оптимальная для одной модели, может привести к катастрофическим последствиям, если истинная экономика отличается от нее характером построения ожиданий. Поэтому последователи этого подхода предлагают анализировать не одну спецификацию, а целый набор различных или «конкурирующих» моделей.

1.3. Критерии выбора

После того как исследователь определился с исследуемым типом неопределенности, необходимо выбрать критерий, согласно которому происходит оценка устойчивости той или иной политики. При этом у исследователя имеется несколько возможностей.

Первый возможный вариант, *байесовское усреднение*, предполагает, что устойчивое к неопределенности монетарное правило минимизирует взвешенную по всем возможным моделям сумму потерь политика (Brock, Durlauf, West 2004). При этом в качестве весов моделей выбираются апостериорные вероятности того, что эти модели являются истинными. С этим критерием связано несколько сложностей. Прежде всего чрезвычайно затруднительным представляется расчет апостериорных вероятностей. Кроме того, как указывают Brock, Durlauf, West (2004), большие сложные модели лучше соответствуют данным уже просто вследствие того, что они включают большее количество переменных, а вовсе не из-за их лучшего качества по сравнению с более простыми моделями. В таком случае веса, рассчитанные на основе апостериорных вероятностей, будут неоправданно завышены для таких больших моделей. Однако обе эти проблемы разрешаются, если выбираются *одинаковые веса* для всех моделей, как в Levin, Williams (2003).

Минимаксный критерий предполагает минимизацию потерь для худшего варианта модели. Этот критерий основан на простой логике: если политика приводит к приемлемым результатам при самых неблагоприятных обстоятельствах, то и в любом другом случае она

будет достаточно эффективной. Иными словами, согласно этому критерию, задачей политики в условиях неопределенности является недопущение коллапса, если вдруг худшие опасения относительно истинной модели экономики оправдаются.

Критерий максимизации результата чрезвычайно сходен с минимаксным. В таком случае проблема поиска устойчивой к неопределенности политики рассматривается как игра с нулевой суммой между политиком и некоторым дополнительным агентом или «недоброжелательной природой», задачей которой является максимизация потерь политика (Giannoni 2002). Итог такой же – приемлемый результат в наихудшем случае.

При использовании *критерия максимизации стабильности* (например, в Onatski, Stock 2002) политика выбирается таким образом, чтобы максимизировать количество моделей, в которых экономика оказывается стабильной.

Кроме указанных «чистых» критериев, существуют комбинированные или *гибридные критерии* выбора политики. Например, Kuester, Wieland (2008) приписывают веса отдельным моделям на основе байесовского метода, однако худшие возможные реализации получают дополнительный вес в функции потерь. Следовательно, данный метод является комбинацией байесовского усреднения и минимаксного критерия.

1.4. Общие результаты

Единого мнения о том, какой должна быть политика в условиях неопределенности, до сих пор не существует. Первым классическим результатом на этом поприще стал так называемый «консерватизм Брэйнарда», согласно которому политика в условиях неопределенности должна быть менее агрессивной, чем в случае, когда подобная неопределенность не принимается в расчет. Этот принцип подтверждается одними авторами (Bihan (2002), Zacovic, Wieland, Rustem (2007), и др.) и отвергается другими (Onatski, Stock (2002), Leitemo, Söderström (2004)). Вообще говоря, усреднение по моделям обычно ведет к более мягкой реакции на шоки, в то время как минимаксные критерии выбора приводят к большей агрессивности политики (Zacovic, Wieland, Rustem 2007). Однако даже это аккуратное утверждение нуждается в проверке. Например, Leitemo, Söderström (2004) утверждают, что ха-

рактер реакции политики зависит от вида шока, источника неопределенности и даже от желания политика проводить именно устойчивую политику.

1.5. Устойчивая к неопределенности политика Евросоюза

Что касается построения устойчивой к неопределенности политики для моделей еврозоны, то это направление исследований постепенно начинает приобретать все большую популярность. Altavilla, Ciccarelli (2008) показали, что в моделях еврозоны неопределенность относительно истинной структуры экономики действительно представляет опасность для монетарной политики, и усреднение по моделям является эффективным способом построения политики.

Сходный результат был получен Bihan, Sahuc (2002) при рассмотрении параметрической неопределенности. Основным результатом этой работы является обнаружение «брэйнардовского консерватизма» для еврозоны. К сходному выводу пришли Zacovic, Wieland, Rustem (2007), хотя они применяли минимаксный критерий выбора политики.

Kuester, Wieland (2008) осуществляют поиск устойчивой к неопределенности политики на основе гибридного критерия, сочетающего черты байесовского и минимаксного подходов, о которых мы упоминали ранее.

Все перечисленные в этом разделе работы объединяет одна немаловажная деталь: они рассматривают модели еврозоны в целом, без деления ее на отдельные страны. Однако Benigno (2004) показал, что условия торговли между различными странами оказывают воздействие на благосостояние жителей и, следовательно, на характеристики оптимальной политики. В этой работе мы иллюстрируем, каким образом возможно построение устойчивой к неопределенности монетарной политики для модели валютного союза, состоящего из двух независимых стран.

2. Базовая модель монетарного союза

В этой работе мы используем оптимизационную модель монетарного союза двух стран с жесткими ценами, описанную в Benigno

(2004). Основное отличие базовой модели нашей работы от модели, представленной у Benigno, заключается в выборе параметра α – степени инертности цен. В то время как Benigno не специфицирует никакого уровня этого параметра, для нашего анализа нам требуются некоторые конкретные значения. Поэтому на основе европейских данных мы разделили страны Европейского монетарного союза на две группы в соответствии с их ценовой жесткостью и рассчитали среднее значение параметра α для каждого из двух регионов. Затем эти значения используются для разработки устойчивой монетарной политики для союза.

Рассмотрим монетарный союз, состоящий из двух регионов (*H* и *F*). Население союза представляет собой единичный континуум, причем агенты из интервала [0, *n*) проживают в регионе *H*, а остальные [*n*, 1] – в регионе *F*. Мобильность населения отсутствует. В каждом регионе фискальная политика определяется независимым местным правительством. Монетарная политика проводится единым центральным банком.

Каждый агент является одновременно продавцом одного дифференцированного продукта на монополистически конкурентном рынке и потребителем всех типов продукции, производимых в союзе. Количество товаров, производимых в регионе *H*, равно *n*, таким образом, этот параметр также обозначает экономический размер региона или долю совокупного ВВП, произведенную на территории региона *H*. Аналогично экономический размер второго региона равен (1 – *n*).

2.1. Задача потребителя

Предпочтения репрезентативного потребителя в рассматриваемой экономике представлены следующей функцией полезности:

$$\max U_t^j = E_t \left\{ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left[U\left(C_s^j\right) + L\left(\frac{M_s^j}{P_t^i}; \varepsilon_s^i\right) - V\left(y_s^j; z_s^i\right) \right] \right\}, \qquad (1)$$

где $j \in [0,1]$ – индекс индивида, i – индекс региона (*H* или *F*), β – межвременной дисконт-фактор. Таким образом, полезность агента j в период s положительно зависит от его потребления C_s^j, его реаль-

ных кассовых остатков $\frac{M_s^j}{P_s^i}$ (что может интерпретироваться как некоторое предпочтение ликвидности) и негативно – от его предложения дифференцированного товара (y_s^j), так как y_s^j является функцией его трудозатрат и слагаемое $V(\bullet)$, иначе говоря, представляет собой дисполезность труда. ε_s^i – специфический для каждой страны шок предпочтений ликвидности, в то время как z_s^i представляет собой шок производительности в стране *i*.

Каждый индивид потребляет отечественную и зарубежную корзины товаров, которые являются субститутами. Таким образом, индекс C_t^j представляет собой сочетание потребительских индексов для отечественных и зарубежных товаров:

$$C^j = \frac{\left(C_H^j\right)^n \left(C_F^j\right)^{1-n}}{n^n \left(1-n\right)^{1-n}}. \tag{2}$$

В рамках каждой корзины товары являются заменителями с эластичностью замещения, равной σ. Таким образом, корзины товаров, потребляемых агентом *j*, могут быть представлены следующими выражениями:

$$C_H^j = \left[\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \int_0^n c^j\left(h\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dh\right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}; \tag{3}$$

$$C_F^j = \left[\left(\frac{1}{1-n}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \int_n^1 c^j\left(f\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} df\right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}, \tag{4}$$

где $c_t^j(h)$ обозначает количество товара $h \in [0,n)$, произведенного в стране H и потребляемого агентом j agent, а $c_t^j(f)$ – то же самое для $f \in [n,1]$, произведенного в регионе F.

Уровень цен в регионе i определяется следующим образом: $P^i \equiv \left(P_H^i\right)^n \left(P_F^i\right)^{1-n}$, где индексы цен для корзин, произведенных в регионах H и F и продаваемых на рынке региона i:

$$P_H^i \equiv \left[\left(\frac{1}{n}\right)\int_0^n p^i\left(h\right)^{1-\sigma} dh\right]^{\frac{1}{1-\sigma}};$$

$$P_F^i \equiv \left[\left(\frac{1}{1-n}\right)\int_n^1 p^i\left(f\right)^{1-\sigma} df\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}, \tag{5}$$

где $p^i(h)$ – цена товара h, продаваемого в регионе i, аналогичное обозначение сделано для товара f. В предположении о нулевых транзакционных издержках каждый товар должен стоить одинаково в любом регионе, или $p^H(j) = p^F(j) \forall j$.

При этом выбор потребителя определяется следующим бюджетным ограничением:

$$s.t. E_t\left\{q_t^i B_t^{i,j}\right\} + \frac{B_t^j}{P_t\left(1+R_t\right)} + \frac{M_t^j}{P_t} \le$$

$$\le B_{t-1}^{j,i} + \frac{M_{t-1}^j + B_{t-1}^j}{P_t} + \left(1-\tau^i\right)\frac{p_t\left(j\right)y_t\left(j\right)}{P_t\left(1+R_t\right)} - C_t^j + \frac{Q_t^{i,j}}{P_t} \forall t. \tag{6}$$

Бюджетное ограничение индивида включает следующие переменные: $B_t^{j,i}$ – реальная стоимость в момент t портфеля однопериодных контингентных ценных бумаг, принадлежащих агенту j, выпущенных в регионе i и выраженных в единицах индекса цен; q_t^i – вектор цен ценных бумаг; B_t^j – принадлежащие агенту j номинальные однопериодные облигации, номинированные в денежных единицах; R_t – номинальная ставка процента, инструмент монетарной политики; τ^i – региональный пропорциональный налог на номинальные доходы; $Q_t^{j,i}$ – номинальные аккордные трансферты от правительства региона i агенту j.

2.2. Фискальная политика

Фискальная политика независимо определяется местными правительствами. Каждое правительство собирает налоги по ставке τ^i, определяет сумму трансфертов $Q_t^{i,j}$ и покупает товары, произведенные в собственном регионе, на сумму G_t^i. В этой работе мы не рассматриваем проблему определения фискальной политики. Единственное, мы предполагаем, что выполняется межвременное ограничение каждого правительства:

$$E\sum_{t=0}^{\infty}\frac{\tau^i Y_t^i - Q_t^i - G_t^i}{\prod_{s=0}^{t}\left(1+R_s\right)} = 0.$$

Необходимо отметить, что центральный банк воспринимает действия фискальных властей как заданные, и, таким образом, мы не анализируем никаких стратегических взаимодействий между различными властями. Однако даже в рамках этой модели не составляет затруднения ввести некоторые дополнительные соображения относительно фискальной политики или даже взаимодействия различных политиков. Например, подобный анализ может быть сделан на основе модели Beetsma, Jensen (2005), где политические взаимодействия принимаются во внимание.

2.3. Совокупный спрос

Совокупный спрос на каждый товар представляет собой сумму спросов всех частных агентов и правительства региона, в котором производится это благо:

$$y^d\left(h\right) = \left(\frac{p\left(h\right)}{P_H}\right)^{-\sigma}\left[T^{1-n}\int_0^1 C^j dj + G^H\right];$$

$$y^d\left(f\right) = \left(\frac{p\left(f\right)}{P_F}\right)^{-\sigma}\left[T^{-n}\int_0^1 C^j dj + G^F\right], \qquad (7)$$

где $T_t = \dfrac{P_t^F}{P_t^H}$ – условия торговли между регионами.

Или, вводя индекс потребления для всего союза в целом: $C^W = \int_0^1 C^j dj$;

$$y^d(h) = \left(\frac{p(h)}{P_H}\right)^{-\sigma} \left[T^{1-n}C^W + G^H\right];$$
$$y^d(f) = \left(\frac{p(f)}{P_F}\right)^{-\sigma} \left[T^{-n}C^W + G^F\right]. \quad (8)$$

Или, на региональном уровне:

$$Y^H = \frac{\left[T^{1-n}C^W + G^H\right]}{P^H};$$
$$Y^F = \frac{\left[T^{-n}C^W + G^F\right]}{P^F}. \quad (9)$$

2.4. Фирмы

Производители в модели являются монополистами на рынках своего товара. Они устанавливают цены в соответствии с моделью Calvo. Каждый продавец с вероятностью $1 - \alpha$ в текущем периоде сможет поменять свою цену.

Такой вид номинальной жесткости предполагает следующую динамику уровня цен в каждом регионе *i*:

$$P_{J,t}^{1-\sigma} = \alpha^J P_{J,t-1}^{1-\sigma} + \left(1 - \alpha^J\right) \tilde{p}_t(i)^{1-\sigma}. \quad (10)$$

Таким образом, параметр α может быть интерпретирован как степень номинальной жесткости в соответствующем регионе. С помощью этого параметра мы вводим в модель гетерогенность регионов (как в Brissimis, Skotida 2008).

2.5. Детерминированное стационарное состояние

К сожалению, модель не может быть решена в явном виде. Следовательно, последующий анализ будет совершен в терминах откло-

нений от детерминированного равновесия. Это равновесие предполагает отсутствие каких-либо шоков и нулевую инфляцию. Далее мы принимаем обозначение $\bar{X}$ для уровня переменной X детерминированном стационарном состоянии. Также мы предполагаем, что

$$\bar{C} = const$$

$$\bar{\varepsilon} = \bar{G} = \bar{z} = \bar{\pi} = 0 \text{ и } \bar{T} = const$$

$$\bar{Y} = const$$

Для упрощения мы предполагаем, что правительства устанавливают равные налоговые ставки $\tau^H = \tau^F$, $\bar{T} = 1$ и $\bar{Y}^F = \bar{Y}^H = \bar{C}$.

2.6. Равновесие при жестких ценах

В последующем анализе мы рассматриваем только равновесия, близкие к представленному выше детерминированному случаю. Поэтому решение может быть найдено в терминах небольших отклонений от стационарного состояния с помощью лог-линеаризации модели.

Далее мы принимаем следующие обозначения: $\tilde{X}_t$ означает отклонение логарифма равновесного значения переменной X при гибких ценах от стационарного состояния, а $\tilde{X}_t$ – то же самое для жестких цен. Иными словами, $\tilde{X} \equiv \ln \frac{X(fl.prices)}{\bar{X}}$;

$$\hat{X} \equiv \ln \frac{X(st.prices)}{\bar{X}}.$$

Разность этих отклонений для соответствующей переменной будет обозначаться строчной буквой:

$$x_t = \hat{X}_t - \tilde{X}_t.$$

В некоторых случаях удобно воспользоваться общим для всего валютного союза значением переменной X^W, которое рассчитывается как взвешенная сумма региональных значений: $X^W = nX^H + (1-n)X^F$, или относительным значением, представляю-

щим собой разницу между значениями переменных для разных стран: $X^R \equiv X^F - X^H$.

Таким образом, динамика модели может быть представлена следующей системой уравнений:

$$E_t\hat{C}_{t+1}^W = \hat{C}_t^W + \rho^{-1}\left(\hat{R}_t - E_t\pi_{t+1}^W\right); \tag{11}$$

$$\hat{Y}_t^H = (1-n)\hat{T}_t + \hat{C}_t^W + g_t^H; \tag{12}$$

$$\hat{Y}_t^F = -n\hat{T}_t + \hat{C}_t^W + g_t^F; \tag{13}$$

$$\hat{T}_t = \hat{T}_{t-1} + \pi_t^F - \pi_t^H; \tag{14}$$

$$\pi_t^H = (1-n)k_T^H\left(\hat{T}_t - \tilde{T}_t\right) + k_C^H y_t^W + \beta E_t\pi_{t+1}^H; \tag{15}$$

$$\pi_t^F = -nk_T^F\left(\hat{T}_t - \tilde{T}_t\right) + k_C^F y_t^W + \beta E_t\pi_{t+1}^F; \tag{16}$$

где

$$k_C^i = \left[\frac{\left(1-\alpha^i\beta\right)\left(1-\alpha^i\right)}{\alpha^i}\right]\left[\frac{\rho+\eta}{1+\sigma\eta}\right] \quad \text{и} \quad \rho \equiv -\frac{U_{CC}\bar{C}}{U_C}, \quad \eta \equiv \frac{V_{yy}\bar{C}}{V_y}$$

$$k_T^i = k_C^i\left[\frac{1+\eta}{\rho+\eta}\right] \qquad \bar{Y}_t \equiv -\frac{V_{Y\varepsilon}\varepsilon}{V_{yy}\bar{C}}$$

первые три уравнения определяют отношения между потреблением, государственными закупками, разрывом ВВП, ожидаемой будущей инфляцией и номинальной процентной ставкой. Для упрощения последующих расчетов мы предположим, что действия фискальных властей известны заранее, т.е. $g_{t+1}^i = E_t g_{t+1}^i$. Тогда мы можем переписать уравнения (11) – (13) в виде (17):

$$E_t y_{t+1}^W = y_t^W + \frac{1}{\rho}\left[\hat{R} - E_t\pi_{t+1}^W\right]. \tag{17}$$

Это уравнение представляет собой стандартного вида кривую *IS* для валютной зоны в целом и определяет разрыв ВВП, который положительно зависит от своего будущего ожидаемого значения, от ожидаемой будущей инфляции и отрицательно – от ставки процента.

Уравнения (15) – (16) описывают совокупное предложение регионов и имеют вид новокейнсианских кривых Филлипса. Темп инфляции в каждом регионе определяется общим для монетарного союза разрывом ВВП, ожидаемой инфляцией и условиями торговли. Обычно условия торговли исключаются из рассмотрения, когда анализ основан на общей агрегированной модели монетарного союза, и оптимальная политика в таком случае строится на основе агрегированных показателей инфляции и выпуска. Однако из уравнений (15) – (16) видно, что учет торговых потоков между регионами чрезвычайно важен для построения оптимальной политики.

Уравнение (14) следует непосредственно из определения условий торговли и представляет собой динамику этой переменной, которая определяется ее прошлыми значениями и инфляцией в обоих регионах.

Таким образом, центральный банк должен устанавливать номинальную процентную ставку таким образом, чтобы максимизировать общественное благосостояние, принимая в качестве ограничения уравнения (14) – (17). Таким образом, в модели четыре впередсмотрящие переменные (T_t π_t^H, π_t^F, y_t^W) и одна переменная управления, инструмент центрального банка (R_t).

2.7. Критерий общественного благосостояния

Мы предполагаем, что центральный банк является беневолентным, т.е. старается максимизировать общественное благосостояние W, заданное как $W = E_0\left\{\sum_{t=0}^{+\infty}\beta^t w_t\right\}$ – ожидаемая приведенная будущая средняя полезность жителя союза $w_t \equiv U\left(C_t\right) - \int_0^1 V\left(y_t\left(j\right), z_t^i\right)dj$.

Аппроксимация второго порядка функции общественного благосостояния основана на Beetsma [3] и дает следующий критерий выбора политики:

$W = -E_0 \left\{ \sum_{t-0}^{+\infty} \beta^t L_t \right\}$, где однопериодные потери задаются следующим выражением:

$$L_t = \Lambda \left[y_t^W \right]^2 + n(1-n)\Gamma \left[\hat{T}_t - \tilde{T}_t \right]^2 +$$

$$+\gamma_H \left(\pi_t^H \right)^2 + \gamma_F \left(\pi_t^F \right)^2 + t.i.p + o\left(\|\varepsilon\|^3 \right), \tag{18}$$

где *t.i.p.* обозначает слагаемые, независимые от политики, и последнее слагаемое $\|\varepsilon\|^3$ включает пренебрежимо малые компоненты:

$$\Lambda = \frac{1/\sigma}{n/k_C^H + (1-n)/k_C^F}; \tag{19}$$

$$\Gamma = \frac{(1+\eta)/\sigma}{(n/k_C^H + (1-n)/k_C^F)(\rho+\eta)}; \tag{20}$$

$$\gamma_H = \frac{n/k_C^H}{n/k_C^H + (1-n)/k_C^F}; \tag{21}$$

$$\gamma_F = \frac{(1-n)/k_C^F}{n/k_C^H + (1-n)/k_C^F}. \tag{22}$$

Мы видим, что функция потерь L_t имеет стандартный квадратичный вид. Однако в противовес стандартному представлению потерь, определяемых разрывом ВВП и темпом инфляции, в нашей функции также присутствуют условия торговли между странами.

2.8. Калибровка

В нашей калибровке мы в основном следуем за Benigno (2004). Так, мы выбираем значение параметра η, равное 0,67. Параметр межвременного замещения β равен 0,99. Степень монополистической

конкуренции σ равна 7,66. Коэффициент несклонности к риску ρ установлен на уровне 1/6.

Кроме того, предполагаем, что $\tilde{T}_t$ следует авторегрессионному процессу следующего вида: $\tilde{T}_t = 0.95\tilde{T}_{t-1} + \varepsilon_t$, где ε_t означает белый шум с дисперсией 0.0086.

Наибольшая сложность касается выбора параметра инерционности цен α^i. При этом мы не следуем за Begnino (2004), который предполагал, что эти показатели могут принимать любые значения из достаточно широкого диапазона. Напротив, наш выбор этих значений основан на оценках ценовых режимов, приведенных в Vermeulen et al. (2007).

Таблица 1. Частота изменения цен и доля страны в европейском ВВП, %

	(2)	**(3)**
Бельгия	0,24	4,0
Франция	0,25	22,3
Германия	0,22	34,3
Италия	0,15	17,5
Португалия	0,23	1,5
Испания	0,21	8,5
Еврозона	0,22	

Примечания.
1. (2) – частота изменения цен $(1 - \alpha)$.
2. (3) – доля страны в ВВП еврозоны, %.
Источник: Vermeulen et al. [15].

Мы берем значение частоты изменения цен как прокси для вероятности изменения цен $(1 - \alpha)$.

Мы разделили все страны на две группы в соответствии со следующей схемой: если частота изменения цен меньше или равна 0,22 (среднее значение для региона), то страна входит в регион H. Если же частота выше, чем 0,22, страна является частью региона F. Таким образом, регион H состоит из Германии, Испании и Италии, а регион F – из Франции, Бельгии и Португалии.

В соответствии с табл. 1 регион H производит примерно 70% европейского ВВП, таким образом, мы устанавливаем экономический размер этого региона на уровне 0,7. С учетом весов из табл. 1 мы полагаем, что средняя вероятность изменения цены фирмы в регионе H равна 0,17, а аналогичный показатель для региона F составляет 0,23.

Эти значения соответствуют следующим значениям параметров модели: $\alpha^H = 0.83$ и $\alpha^F = 0.77$.

Теперь мы рассчитываем веса переменных функции:

$\Lambda = 0.0058$;

$\Gamma = 0.0024$;

$\gamma_H = 0.82$;

$\gamma_F = 1 - \gamma_H = 0.18$.

Таким образом, вес, который приписывается инфляции региона с большей инерционностью (H) в функции потерь, намного выше, чем вес инфляции менее инерционного региона, что совпадает с основными выводами работ, изучающих вопросы номинальных жесткостей в моделях еврозоны (см., например, Adalid, Coenen, McAdam et al. 2005).

2.9. Оптимизационная задача центрального банка

В соответствии с предложенной калибровкой мы рассчитываем численные значения основных параметров модели. Тогда задача центрального банка может быть переписана следующим образом:

$$\max E_0 \left\{ \sum_{t-0}^{+\infty} \beta^t L_t \right\};$$

$$L_t = 0.0058\left[y_t^W\right]^2 + 0.0024\left[\hat{T}_t - \tilde{T}_t\right]^2 + 0.82\left(\pi_t^H\right)^2 + 0.18\left(\pi_t^F\right)^2; \quad (23)$$

$$
s.t.\begin{cases}
E_t y_{t+1}^W = y_t^W + 6\left[R - E_t\pi_{t+1}^W\right] \\
\pi_t^H = 0.03\left(\hat{T}_t - \tilde{T}_t\right) + 0.005 y_t^W + 0.99 E_t \pi_{t+1}^H \\
\pi_t^F = -0.014\left(\hat{T}_t - \tilde{T}_t\right) + 0.01 y_t^W + 0.99 E_t \pi_{t+1}^F \\
\hat{T}_t - \tilde{T}_t = \hat{T}_{t-1} - \tilde{T}_{t-1} + \pi_t^F - \pi_t^H + e_t \\
e_t = 0.95 e_{t-1} + \varepsilon_t
\end{cases}
$$

Эта спецификация представляет собой задачу по нахождению оптимальной монетарной политики на базе единственной модели. Кроме того, из коэффициентов видно, что основной «головной болью» центрального банка является инфляция в регионе с высокой степенью номинальной жесткости. В следующем разделе мы обсудим политику центрального банка, который принимает эту модель в качестве базовой, но боится, что реальность может существенно отличаться от нее.

2.10. Модель в приведенной форме

Для упрощения последующего анализа мы переписываем программу (23) в более удобном для нашей задачи приведенном виде:

$$
\begin{aligned}
& e_{t+1} = 0.95 e_t + \varepsilon_{t+1}; \\
& E_t\left(\hat{T}_{t+1} - \tilde{T}_{t+1}\right) = 1.044\left(\hat{T}_t - \tilde{T}\right) - 0.01515 y_t^W - 1.01\pi_t^H + 1.01\pi_t^F + 0.95 e_t; \\
& E_t y_{t+1}^W = -0.012\left(\hat{T}_t - \tilde{T}\right) + 1.04 y_t^W - 4.24\pi_t^H - 1.82\pi_t^F + 6R; \\
& E_t \pi_{t+1}^H = -0.003\left(\hat{T}_t - \tilde{T}\right) - 0.005 y_t^W + 1.01\pi_t^H; \\
& E_t \pi_{t+1}^F = 0.014\left(\hat{T}_t - \tilde{T}\right) - 0.0098 y_t^W + 1.01\pi_t^F.
\end{aligned}
\tag{24}
$$

Или в краткой форме:

$$
\begin{bmatrix} e_{t+1} \\ E_t z_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} e_t \\ z_t \end{bmatrix} + BR + C\varepsilon_{t+1}, \tag{25}
$$

где $z_t = \begin{bmatrix} \tilde{T}_t - \hat{T}_t \\ y_t^W \\ \pi_t^H \\ \pi_t^F \end{bmatrix}$ – вектор впередсмотрящих переменных, $E_t z_{t+1}$ математическое ожидание периода t вектора этих переменных z следующего периода. A – это матрица размером 5×5 соответствующих коэффициентов в (25). $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ и $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ показывают, что только предетерминированная переменная e_t может быть подвергнута влиянию шоков.

Минимизируемая функция потерь может быть переписана в следующей форме:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (x'_t Q x_t), \tag{26}$$

где $x_t = \begin{bmatrix} e_t \\ z_t \end{bmatrix}$ и Q – матрица размером 5×5:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n(1-n)\Gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\gamma_H \end{bmatrix} \tag{27}$$

Таким образом, задача (23) может быть переписана так:

$$\begin{aligned} &\min_R E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (x'_t Q x_t); \\ &s.t. \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ E_t z_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} e_t \\ z_t \end{bmatrix} + BR + C\varepsilon_{t+1}. \end{aligned} \tag{28}$$

3. Робастный контроль

3.1. Неопределенность относительно истинной модели экономики

При моделировании программы поиска устойчивой политики мы применяем подход, впервые примененный Хансеном и Саржентом (2001), также называемый робастным контролем.

Мы предполагаем, что центральный банк имеет в своем распоряжении базовую модель экономики (24). Однако он опасается, что имеющаяся конструкция может недостаточно соответствовать действительности, т.е. существует риск неправильной спецификации. Иными словами, допускаются некоторые искажения модели по сравнению с реальной экономикой. Возможными источниками таких искажений являются неизвестные переменные или процессы.

Для того чтобы учесть наиболее вероятные искажения, мы ограничиваем анализ лишь классом альтернативных моделей, которые не могут с легкостью быть различены с помощью статистических методов. Другими словами, набор искажений ограничен – он включает лишь те из них, что с некоторой вероятностью не будут обнаружены. Причина, по которой мы вводим подобное ограничение, достаточно прозрачна – для существенных искажений, когда реальная экономика значительно отличается от базовой модели, нет никакого смысла принимать какие-либо решения на основе модели, которая заведомо неверна. В таком случае скорее требуется разработка не устойчивой к неопределенности политики, а новой модели.

Таким образом, задача центрального банка из программы поиска оптимальной политики в рамках базовой модели превращается в поиск политики, которая приводит к приемлемому функционированию экономики при любой реализации такого искажения. Для этой цели применяется минимаксный критерий – устойчивой к неопределенности политикой является такая, которая приводит к наименьшим потерям благосостояния при наихудшей возможной реализации искажений.

Далее, мы предполагаем, что искажения в модель привносятся в виде некоторых дополнительных шоков υ_{t+s}, которые прибавляются к обычным статистическим ошибкам ε_{t+s} в модели (24) и генерируются неким дополнительным агентом – «недоброжелательной природой», задачей которого является максимизация потерь общества.

Таким образом, поиск устойчивой политики может быть сформулирован как одновременная игра с нулевой суммой между этим недоброжелательным агентом и центральным банком. Агенты одновременно принимают решения: недоброжелательный агент определяет значение стратегического шока υ_{t+s}, а центральный банк выбирает уровень процентной ставки.

3.2. Прямая задача робастного оптимального контроля

Как уже обсуждалось в предыдущем разделе, существует некоторое ограничение на действия недоброжелательного агента. Мы предполагаем, что должно соблюдаться следующее межвременное ограничение недоброжелательной природы:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \upsilon_{t+1}' \upsilon_{t+1} \le \eta, \qquad (29)$$

где υ_t представляет собой вектор искажений, произведенных недоброжелательной природой. Кроме того, η – общая величина возможной ошибки спецификации. Другими словами, (29) представляет собой допустимый набор искажений, обсуждавшихся ранее. Если мы представим себе набор таких искаженных моделей, как облако с центром в базовой модели и радиусом η, то истинная модель должна находится где-то в этом облаке.

Такое представление возможного набора моделей соответствует *прямой задаче робастного контроля*, которая выглядит следующим образом:

$$\min_R \max_\upsilon E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (x'_t Q x_t);$$

$$s.t. \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ E_t z_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} e_t \\ z_t \end{bmatrix} + BR + C\left(\varepsilon_{t+1} + \upsilon_{t+1}\right); \qquad (30)$$

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \upsilon_{t+1}' \upsilon_{t+1} \le \eta.$$

Размах возможных искажений, η, определяется опасениями центрального банка по поводу неправильной спецификации: больший страх означает большие возможности недоброжелательного агента и большие возможные отклонения базовой модели от истинной, т.е.

большее значение η в (29). Больший страх ошибочной спецификации в то же время означает большие предпочтения *устойчивости политики*.

Например, если мы предположим, что центральный банк не испытывает никаких сомнений в истинности используемой модели или нет никаких предпочтений устойчивости политики, тогда $\eta = 0$, и получаем программу, эквивалентную (28).

Отметим, что мы анализируем решения политика для момента t и действия недоброжелателя в момент $t+1$. Это значит лишь то, что значение стратегического шока периода $t+1$ становится известным заранее, в момент t. Мы могли бы сделать альтернативное предположение, полагая, что действия недоброжелателя неизвестны заранее и являются, таким образом, скрытыми за стохастическими ошибками текущего периода.

Для данного закона динамики экономики общее благосостояние зависит только от действий политика и недоброжелательного агента. Тогда мы можем переписать программу (30) в следующей форме:

$$\begin{gathered}\min_{R}\max_{\upsilon}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^{t}L_{t}(R,\upsilon);\\ \sum_{t=0}^{\infty}\beta^{t}D_{t+1}(\upsilon)\le\eta,\end{gathered}\tag{31}$$

где R представляет собой последовательность решений центрального банка и υ – последовательность стратегических шоков, произведенных недоброжелательной природой: $D_{t+1}\left(\upsilon\right)=\upsilon_{t+1}'\upsilon_{t+1}$.

3.3. Косвенная или мультипликативная формулировка задачи робастного оптимального контроля

Другой возможной формулировкой задачи робастного контроля является мультипликативная или косвенная программа:

$$\begin{gathered}\min_{R}\max_{\upsilon}E_{0}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^{t}(x'_{t}Qx_{t}-\theta\upsilon_{t+1}'\upsilon_{t+1});\\ s.t.\begin{bmatrix}e_{t+1}\\ E_{t}z_{t+1}\end{bmatrix}=A\begin{bmatrix}e_{t}\\ z_{t}\end{bmatrix}+BR+C\left(\varepsilon_{t+1}+\upsilon_{t+1}\right),\end{gathered}\tag{32}$$

где θ представляет собой набор всех возможных отклонений базовой модели от истинной экономики. Когда параметр θ принимает небольшое значение, этот набор велик, и наоборот, когда θ большое, возможны лишь очень ограниченные искажения. Случай $\theta \to \infty$ соответствует стандартной программе оптимального контроля безо всякого учета возможности неверной спецификации.

Перепишем эту программу в таком же виде, что и (31):

$$\min_{R} \max_{\upsilon} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t(R,\upsilon) - \theta \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t D_{t+1}(\upsilon). \qquad (33)$$

3.4. Решение задачи робастного оптимального контроля

В этом и последующих разделах мы решаем косвенную программу робастного контроля, помня о том, что все эти результаты могут быть представлены в виде решения соответствующей прямой задачи. Задача была решена численно, и здесь мы представляем лишь некоторые технические детали решения, предложенного впервые Giordani, Soderlind (2004).

Giordani, Soderlind (2004) предполагают следующую программу робастного контроля:

$$\min_{\{u\}_0^{\infty}} \max_{\{\upsilon\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (x'_t Q x_t + u_t' R u_t + 2 x_t' U u_t - \theta \upsilon_{t+1}' \upsilon_{t+1});$$

$$s.t. \begin{bmatrix} x_{1t+1} \\ E_t x_{2t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{bmatrix} + B u_t + C\left(\varepsilon_{t+1} + \upsilon_{t+1}\right);$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ O_{n_2 \times n_1} \end{bmatrix},$$

где x_{1t} – вектор предетерминированных переменных размером $n_1 \times 1$; x_{2t} – вектор впередсмотрящих переменных размером $n_2 \times 1$; вектор x_t' всех переменных, равный $\left(x_{1t}', x_{2t}'\right)$; u_t представляет собой вектор инструментов центрального банка размера $\left(k \times 1\right)$; ε_{t+1} вектор $n_1 \times 1$

белошумных шоков и υ_{t+1} – вектор стратегических шоков размером $n_1 \times 1$. Q и R – симметричные матрицы.

Наша задача (32) является частным случаем анализа Giordani, Soderlind (2004), с единственным инструментом политики – процентной ставкой, т.е. $k = 1$. $n_1 = 1$, так как в нашей модели всего одна предетерминированная переменная e_t и четыре впередсмотрящие переменные, т.е. размерность вектора впередсмотрящих переменных $n_2 = 4$. Так как базовая структура нашей модели и предложенная Giordani, Soderlind (2004) идентичны, мы сразу перейдем к алгоритму решения нашей специфической программы.

Прежде всего определим ошибку ожиданий для периода $t+1$:

$$\xi^z_{t+1} = z_{t+1} - E_t z_{t+1}. \tag{34}$$

Затем выпишем общую ошибку модели:

$$\xi_{t+1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ \xi^z_{t+1} \end{bmatrix}_{5\times 1}. \tag{35}$$

Тогда программа (32) может быть переписана следующим образом:

$$\begin{aligned} &\min\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (x'_t Q x_t - \theta \upsilon_{t+1}' \upsilon_{t+1}); \\ &s.t. x_{t+1} = Ax_t + BR + \xi_{t+1} + C\upsilon_{t+1}. \end{aligned} \tag{36}$$

Лагранжиан:

$$L_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \begin{bmatrix} (x'_t Q x_t - \theta \upsilon_{t+1}' \upsilon_{t+1}) + \\ +2\rho'_{t+1}\left(Ax_t + BR_t + \xi_{t+1} + C\upsilon_{t+1} - x_{t+1}\right) \end{bmatrix}, \tag{37}$$

где ρ_{t+1} – вектор соответствующих множителей Лагранжа размерностью 5×1.

Условия первого порядка при дифференцировании по ρ_{t+1}, x_t, R_t и υ_{t+1} представлены следующим образом:

$$\begin{bmatrix} I_5 & O_{5\times1} & O_{5\times1} & O_{5\times5} \\ O_{5\times5} & O_{5\times1} & O_{5\times1} & \beta A'_{5\times5} \\ O_{1\times5} & O_{1\times1} & O_{1\times1} & B'_{1\times5} \\ O_{1\times5} & O_{1\times1} & O_{1\times1} & C'_{1\times5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ R_{t+1} \\ \upsilon_{t+2} \\ E_t\rho_{t+1} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} A_{5\times5} & B_{5\times1} & C_{5\times1} & O_{5\times5} \\ -\beta Q_{5\times1} & O_{5\times1} & O_{5\times1} & I_5 \\ O_{1\times5} & O_{1\times1} & O_{1\times1} & O_{1\times5} \\ O_{1\times5} & O_{1\times1} & \theta I_1 & O_{1\times5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ R_t \\ \upsilon_{t+1} \\ \rho_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{t+1} \\ O_{5\times1} \\ O_{1\times1} \\ O_{1\times1} \end{bmatrix} \quad (38)$$

где $O_{n\times k}$ обозначает нулевую матрицу размерностью $n \times k$.

Теперь переименуем матрицы соответствующих коэффициентов в (38) и получим:

$$G \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ R_{t+1} \\ \upsilon_{t+2} \\ E_t\rho_{t+1} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} x_t \\ R_t \\ \upsilon_{t+1} \\ \rho_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{t+1} \\ O_{5\times1} \\ O_{1\times1} \\ O_{1\times1} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Теперь посчитаем условное математическое ожидание (39) и, обозначая ρ_t^e теневую стоимость предетерминированной переменной e_t, а ρ_t^z – вектор размерностью (4×1) теневых стоимостей z_t , мы получаем:

$$GE_t \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ \rho^z_{t+1} \\ z_{t+1} \\ R_{t+1} \\ \upsilon_{t+2} \\ \rho^e_{t+1} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} e_t \\ \rho^z_t \\ z_t \\ R_t \\ \upsilon_{t+1} \\ \rho^e_t \end{bmatrix}$$, или переобозначая $k_t = \begin{bmatrix} e_t \\ \rho_t^z \end{bmatrix}$ и $\lambda_t = \begin{bmatrix} z_t \\ R_t \\ \upsilon_{t+1} \\ \rho_t^e \end{bmatrix}$ получаем:

$$GE_t \begin{bmatrix} k_{t+1} \\ \lambda_{t+1} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix} \quad (40)$$

Вектор $k_t = \begin{bmatrix} e_t \\ \rho_t^z \end{bmatrix}$ имеет начальные условия: первая часть представляет собой предетерминированную переменную с некоторым начальным условием e_0 и вторая часть – теневые стоимости для впередсмотрящих переменных, а посему их начальное значение может быть выбрано произвольно для начального периода, например, $\rho_0^z = 0$ в нашем случае.

Затем мы применяем декомпозицию системы, предложенную в Giordani, Soderlind (2004).

Квадратные матрицы G и D могут быть представлены следующей декомпозицией:

$\begin{matrix} G = VSZ^H \\ D = VTZ^H \end{matrix}$, где Z^H – транспонированная сопряженная Z.

Затем, $V^H V = Z^H Z = I$ и S и T верхнетреугольные.

Тогда (40) может быть переписано так:

$$VSZ^H E_t \begin{bmatrix} k_{t+1} \\ \lambda_{t+1} \end{bmatrix} = VTZ^H \begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix}. \tag{41}$$

Умножая (41) слева на V^H

$$SZ^H E_t \begin{bmatrix} k_{t+1} \\ \lambda_{t+1} \end{bmatrix} = TZ^H \begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix}. \tag{42}$$

Так как S и T верхнетреугольные, (42) может быть переписано так, что сначала идут стабильные решения. Стабильность решения проверяется величиной соответствующего собственного числа – его модуль должен быть меньше 1. Теперь мы обозначаем:

$$\begin{bmatrix} \theta_t \\ \delta_t \end{bmatrix} = Z^H \begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix}, \tag{43}$$

где θ соответствует стационарным корням, а δ – нестационарным, тогда:

$SE_t \begin{bmatrix} \theta_{t+1} \\ \delta_{t+1} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \theta_t \\ \delta_t \end{bmatrix}$, или

$$\begin{bmatrix} S_{\theta\theta} & S_{\theta\delta} \\ O & S_{\delta\delta} \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \theta_{t+1} \\ \delta_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\theta\theta} & T_{\theta\delta} \\ O & T_{\delta\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_t \\ \delta_t \end{bmatrix}, \tag{44}$$

где J_{ij} – соответствующая часть матрицы J.

Для каждого стационарного решения $\delta_t = 0$, тогда $S_{\theta\theta} E_t \theta_{t+1} = T_{\theta\theta} \theta_t$ или

$$E_t \theta_{t+1} = S_{\theta\theta}^{-1} T_{\theta\theta} \theta_t . \tag{45}$$

Затем, считая, что $e_{t+1} - E_t e_{t+1} = C_e \varepsilon_{t+1}$ и так как из [18] $\rho^z_{t+1} - E_t \rho^z_{t+1} = 0$, мы получаем:

$$\begin{bmatrix} e_{t+1} \\ \rho^z_{t+1} \end{bmatrix} - E_t \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ \rho^z_{t+1} \end{bmatrix} = k_{t+1} - E_t k_{t+1} = \begin{bmatrix} C_e \varepsilon_{t+1} \\ O \end{bmatrix} \tag{46}$$

Из (42) $$\begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} \theta_t \\ \delta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{k\theta} & Z_{k\delta} \\ Z_{\lambda\theta} & Z_{\lambda\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_t \\ \delta_t \end{bmatrix} \tag{47}$$

И так как $\delta_t = 0$,

$$\begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{k\theta} \\ Z_{k\delta} \end{bmatrix} \theta_t \tag{48}$$

Затем, $$k_{t+1} - E_t k_{t+1} = Z_{k\theta}(\theta_{t+1} - E_t \theta_{t+1}) = \begin{bmatrix} C_e \varepsilon_{t+1} \\ O \end{bmatrix} \tag{49}$$

Предполагая, что матрица $Z_{k\theta}$ обратима, получаем:

$$\theta_{t+1} = S_{\theta\theta}^{-1} T_{\theta\theta} \theta_t + Z_{k\theta}^{-1} \begin{bmatrix} C_e \varepsilon_{t+1} \\ O_{4\times1} \end{bmatrix} \tag{50}$$

Тогда

$$k_{t+1} = \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ \rho^z_{t+1} \end{bmatrix} = Z_{k\theta} \theta_{t+1} = Z_{k\theta} S_{\theta\theta}^{-1} T_{\theta\theta} \theta_t + \begin{bmatrix} C_e \varepsilon_{t+1} \\ O_{4\times1} \end{bmatrix} \tag{51}$$

или $$\begin{bmatrix} e_{t+1} \\ \rho^z_{t+1} \end{bmatrix} = Z_{k\theta} S_{\theta\theta}^{-1} T_{\theta\theta} Z_{k\theta}^{-1} \begin{bmatrix} e_t \\ \rho^z_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_e \varepsilon_{t+1} \\ O_{4\times1} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} e_t \\ \rho^z_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_e \varepsilon_{t+1} \\ O_{4\times1} \end{bmatrix} \tag{52}$$

$$\text{И } \lambda_t = \begin{bmatrix} z_t \\ R_t \\ \upsilon_{t+1} \\ \rho_t^e \end{bmatrix} = Z_{\lambda\theta} Z_{k\theta}^{-1} \begin{bmatrix} e_t \\ \rho_t^z \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} e_t \\ \rho_t^z \end{bmatrix}. \tag{53}$$

Из последнего равенства (53) можно выделить оптимальную устойчивую к неопределенности политику, которая формулируется как некоторая реакция на значения предетерминированной переменной и теневые стоимости впередсмотрящих переменных:

$$R_t = \left(Z_{\lambda\theta} Z_{k\theta}^{-1} \right)_R \begin{bmatrix} e_t \\ \rho_t^z \end{bmatrix}. \tag{54}$$

Равновесная динамика экономики существенно зависит от действий недоброжелательной природы, предпринятых в действительности. И здесь мы выделяем два возможных случая: наихудшую реализацию и базовый случай.

Наихудшая реализация соответствует случаю, когда недоброжелатель на самом деле пользуется своей возможностью создать искажения экономической модели. Такая модель описана уравнениями (52–53). Противоположная ситуация, когда центральный банк строит устойчивую политику, но недоброжелательная природа не предпринимает никаких действий, соответствует базовому случаю. Этот вариант может быть получен из наихудшей реализации, если мы полагаем, что все стратегические шоки в (53) равны нулю.

Естественно, результирующая динамика существенно зависит от параметра опасения неправильной спецификации θ. Следующий раздел посвящен обоснованию выбора значения этого параметра.

3.5. Определение возможного набора моделей θ

Следуя за Dennis (2003), мы выбираем величину этого параметра на основе задания вероятности выявления ошибки спецификации. Основная идея этого подхода заключается в том, что модели из доступного набора не могут быть легкоразличимыми на основе имеющейся информации. Иными словами, центральный банк не может с уверенностью определить, какая модель лежит в основе наблюдаемой действительности.

Первая ситуация, когда недоброжелательный агент использует все доступные ему ресурсы для воздействия на модель, называется наихудшей реализацией(W). Второй случай, когда этот агент не предпринимает никаких действий, называется базовым случаем или аппроксимирующей моделью (A).

Следовательно, согласно этому методу, центральный банк должен быть не в состоянии различить эти модели, (W) и (A), даже используя всю доступную информацию.

В противном случае, если он может с уверенностью определить, есть или нет какое-либо искажение, нет нужды строить устойчивую политику, скорее, стоит модифицировать базовую модель.

Вероятность ошибки $\pi(\theta)$:

$$\pi(\theta) = \Pr\left(L_A > L_W \middle| W\right)/2 + \Pr\left(L_W > L_A \middle| A\right)/2\,, \tag{55}$$

где L – функция максимального правдоподобия. Таким образом, первая часть выражения представляет собой вероятность принять наихудшую реализацию за базовый случай, а вторая часть показывает вероятность принять базовый случай за наихудшую реализацию.

Эта вероятность рассчитывается с помощью симуляций и зависит от параметра θ. Таким образом, мы должны выбрать допустимую вероятность ошибки и рассчитать соответствующий размер неопределенности.

Например, 50%-я вероятность ошибки соответствует отсутствию каких-либо предпочтений устойчивости (стандартный случай оптимальной политики в рамках базовой модели с рациональными ожиданиями). Низкая $\pi(\theta)$ означает высокий страх перед неверной спецификацией и высокое предпочтение устойчивости (или низкое значение θ).

3.6. Некоторые счетные результаты

Мы проанализировали различные варианты устойчивости политики. Коэффициенты устойчивой к неопределенности политики представлены вектором $R_t = \left(Z_{\lambda\theta} Z_{k\theta}^{-1}\right)_R \begin{bmatrix} e_t \\ \rho_t^z \end{bmatrix}$.

Реакция монетарной политики на различные переменные при разных вариантах предпочтений устойчивости представлена в табл. 2.

Таблица 2. Параметры устойчивой к неопределенности монетарной политики

$$R_t = \left(Z_{\lambda\theta} Z_{k\theta}^{-1}\right)_R \begin{bmatrix} e_t \\ \rho_t^z \end{bmatrix}$$

Вероятность обнаружения ошибки	θ	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
20%	1,11	0,0025	–0,614	–29,1285	0,0394	0,1278
30%	1,8797	0,0023	–0,615	–29,1285	0,0394	0,1278
40%	1,8816	0,0022	–0,615	–29,1285	0,0394	0,1278
50%	2000	0,0020	–0,616	–29,1285	0,0394	0,1278

Наиболее важным для нас является первый коэффициент r_1, отражающий реакцию монетарной политики на изменения условий торговли. Так как именно эта переменная в модели подвержена шокам, этот коэффициент также отражает реакцию политики на шоки. Если мы трактуем модуль соответствующего коэффициента как степень агрессивности политики, мы видим, что агрессивность реакции на шоки e_t растет при увеличении предпочтительности устойчивой политики. Это может быть объяснено следующим образом: при больших опасениях неправильной спецификации центральный банк допускает, что вероятность того, что экономический шок – это не просто статистическая ошибка, а действия недоброжелательного агента, выше. Иными словами, в этом заключении заложено нарушение «брэйнардовского консерватизма» для монетарного союза. Такой результат совпадает с привычным выводом для минимаксных стратегий, при которых реакция политики на шоки оказывается более агрессивной.

Другое важное наблюдение касается направления реакции на такой шок: если происходит положительный шок условий торговли, центральный банк повышает ставки. В этом утверждении заложена прозрачная интуиция: согласно (23), такой шок увеличивает инфляцию в регионе *H* и сокращает инфляцию во второй части союза. Однако согласно виду функции потерь центрального банка наибольшее беспокойство вызывает именно инфляция в регионе с наибольшей ценовой инертностью, т.е. в регионе *H*. Таким образом, оптимальной

реакцией на такой шок является именно увеличение ставки процента, чтобы сократить инфляцию в регионе *H*.

Теперь мы переходим к симуляции экономики в случае однократного единичного шока условий торговли, ε_t.

Функции импульсного отклика приведены на рис. 1, где используются следующие обозначения:

TT	Условия торговли	V	Значение стратегического шока
Y	Разрыв ВВП	L	Значение функции потерь
pih	Инфляция в регионе *H*	WC	Наихудшая реализация
pif	Инфляция в регионе *F*	A	Базовая модель
R	Инструмент монетарной политики	RE	Рациональные ожидания без неопределенности

Из этих графиков видно, что недоброжелательный агент реагирует на шок добавлением некоторого стратегического шока (наихудшая реализация). Зная это, центральный банк увеличивает ставку процента. В результате происходит замедление инфляции региона *H*.

Результатом игры между центральным банком и недоброжелательным агентом является рост разрыва ВВП и инфляции региона *H*, в то время как инфляция в регионе *F* сокращается. Последний график первой колонки представляет потери при наихудшей реализации. Очевидно, что недоброжелательные действия провоцируют существенные потери благосостояния.

Когда недоброжелательный агент не предпринимает никаких действий, потери практически нулевые (см. колонку 2), даже если применяется устойчивая к неопределенности политика. Таким образом, центральный банк на самом деле может без негативных последствий противостоять недоброжелательному агенту.

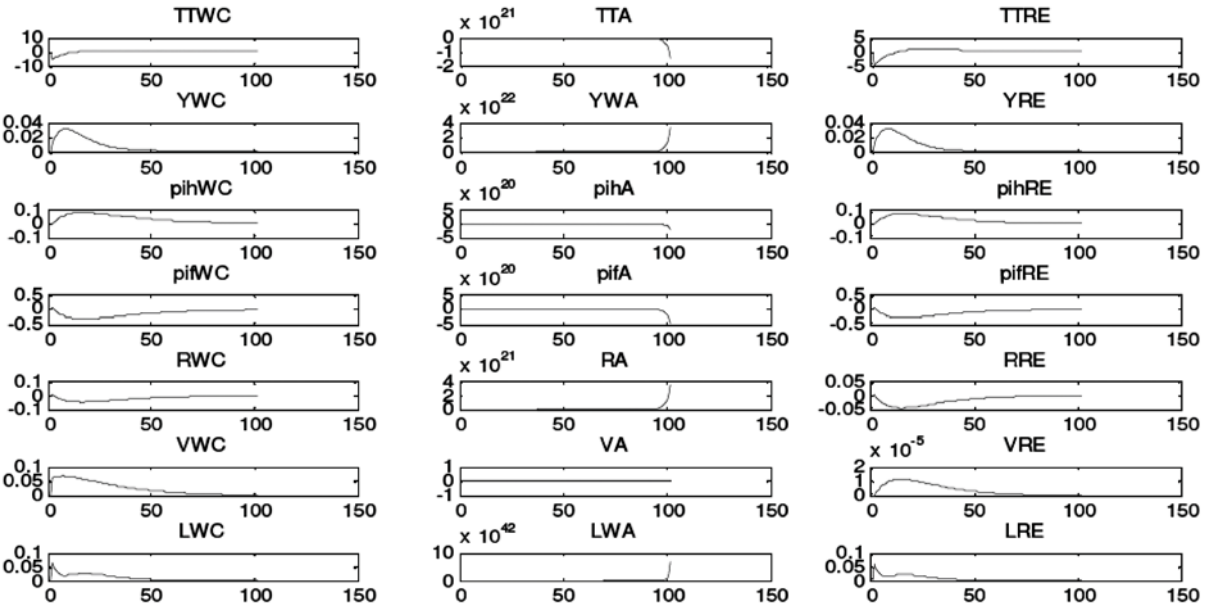

Рис. 1. Шок условий торговли при наихудшей реализации, в базовой модели и в модели с рациональными ожиданиями без учета неопределенности

Мы сравниваем устойчивую к неопределенности и простую оптимальную политику на основе общественного благосостояния. На рис. 2 изображена разница между благосостоянием при устойчивой политике и при простой базовой.

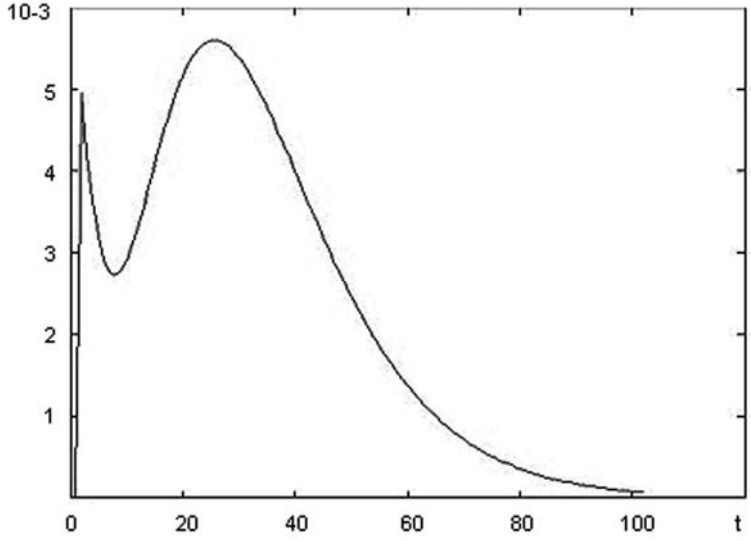

Рис. 2. Увеличение общественного благосостояния при применении устойчивой к неопределенности политики

Отсюда мы можем заключить, что устойчивая к неопределенности политика приносит некоторые дополнительные выгоды по сравнению с простой оптимальной политикой, разработанной для базовой модели. Таким образом, построение устойчивой к неопределенности политики действительно имеет смысл.

Заключение

Для микрообоснованной модели монетарного союза двух стран мы разработали устойчивую к неопределенности денежно-кредитную политику. Мы обнаружили, что чем выше допускаемая степень неопределенности, тем более агрессивно реагирует центральный банк

на экономические шоки. Таким образом, «брэйнардовский консерватизм» нарушается.

Существует множество возможностей расширения подобного анализа для построения денежно-кредитной политики монетарного союза. Во-первых, мы проанализировали только шоки условий торговли. Наш анализ без проблем может быть расширен на другие экономические шоки. Например, возможен анализ технологических изменений.

Во-вторых, мы рассмотрели лишь случай, когда центральный банк дает некие обязательства и следует им. Однако же, контроль над проведением такой политики – задача чрезвычайно сложная, что может повлиять на формирование ожиданий населения. Намного проще контролировать соблюдение обязательств центрального банка, если он придерживается политики правил. Таким образом, построение устойчивых к неопределенности простых монетарных правил также является важным расширением анализа.

В-третьих, в нашей модели отсутствует взаимодействие фискальных и монетарных властей. Влияние предпочтений центрального банка по поводу устойчивости политики на стратегическое взаимодействие монетарных и фискальных властей может быть проанализировано, например, на основе модели монетарного союза, представленной у Beetsma, Jensen [3].

Затем наш анализ без труда может быть расширен на случай трех и более стран. Например, моделирование Европейского монетарного союза как союза трех самых больших стран – Германии, Франции и Италии – может обогатить анализ учетом некоторых существенных экономических взаимосвязей.

Наконец, мы не рассматриваем взаимодействие монетарного союза с внешним миром. Однако международная торговля и потоки капитала также могут быть добавлены в анализ.

Литература

Adalid R., Coenen G., McAdam P. et al. (2005) The performance and robustness of interest-rate rules in models of the euro area // International Journal of Central Banking. Vol. 1 (1).

Altavilla S., Ciccarelli M. (2008) Inflation models, optimal monetary policy and uncertain inflation dynamics // Discussion paper No. 8. Department of economic studies, University of Naples.

Beetsma R., Jensen H. (2005) Monetary and fiscal policy interaction in a micro-founded model of a monetary union // Journal of International Economics, 67, 320–352.

Benigno P. (2004) Optimal monetary policy in a currency area // Journal of International Economics, 63, 293–320.

Bihan H., Sahuc C. (2002) Implications of parameter uncertainty for monetary policy in a simple Euro area model // Applied Economics Letters, 9, 553–556.

Brainard W. (1967) Uncertainty and the Effectiveness of Policy // American Economic Review (Papers and Procedings), 57 (2), 411–425.

Brissimis S.N., Skotida I. (2008) Optimal monetary policy in the euro area in the presence of heterogeneity // Journal of International Money and Finance. Vol. 27 (2), 209–226.

Brock W.A., Durlauf St.N., West K.D. (2004) Model Uncertainty and Policy Evaluation: Some Theory and Empirics // NBER Working Paper No. W10916.

Dennis R. (2003) Solving for optimal simple rules in rational expectations models // Journal of Economic Dynamics and Control. 2004. 28, 1635–1660.

Giannoni M.P. (2002) Does model uncertainty justify caution? Robust optimal policy in a forward-looking model // Macroeconomic Dynamics. 6 (1).

Giordani P., Söderlind P. (2004) Solution of macromodels with Hansen-Sargent robust policies: Some extensions // Journal of Economis Dynamics and Control 28 (12), 2367–2397.

Hansen L.P., Thomas J.S. (2001) Acknowledging misspecification in Macroeconomic Theory // Review of Economic Dynamics. 4 (3), 519–535.

Kuester K., Wieland V. (2008) Insurance Policies for Monetary Policy in the Euro Area // Working paper 08-29, Federal Reserve Bank of Philadelphia.

Leitemo K., Soderstrom U. (2004) Robust monetary policy in the New-Keynesian framework // Discussion paper No. 4805. Centre for Economic Policy Research.

Levin A.T., Williams J.C. (2003) Robust Monetary Policy with Competing Reference Models // Journal of Monetary Economics, 50, 945–975.

Onatski A., Stock J.H. (2002) Robust monetary policy under model uncertainty in a small model of the US economy // Macroeconomic dynamics, 6, 85–110.

Vermeulen S. (2007) Price setting in the euro area: some stylized facts from the individual producer price data // Working paper 111, National Bank of Belgium.

Žaković S., Wieland V., Rustem B. (2007) Stochastic Optimization and Worst-Case Analysis in Monetary Policy Design // Computational economics, 30 (4), 329–347.

Препринт WP12/2011/03
Серия WP12
Научные доклады Лаборатории макроэкономического анализа

Кузнецова Ольга Сергеевна

Устойчивая к неопределенности денежно-кредитная политика в монетарном союзе

Зав. редакцией оперативного выпуска *А.В. Заиченко*
Корректор Е.Л. Качалова
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

Отпечатано в типографии Высшей школы экономики
с представленного оригинал-макета

Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 2,4
Усл. печ. л. 2,35. Заказ № . Изд. № 1336

Высшая школа экономики. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография Высшей школы экономики. 125319, Москва,

Тел.: (499) 611-24-15