

Т. И. Трофимова

# РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ БАКАЛАВРОВ

2–е издание, переработанное и дополненное

*Допущено Министерством образования и науки Российской Федерации  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по техническим направлениям и специальностям*

Москва ■ Юрайт ■ 2013

УДК 53(03)  
ББК 22.3я73  
Т76

**Автор:**

**Трофимова Таисия Ивановна** — профессор, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры физики Московского государственного института электроники и математики (технического университета). Автор многочисленных учебных пособий, неоднократно переизданных в России и переведенных на иностранные языки.

**Трофимова, Т. И.**

Т76 Руководство к решению задач по физике : учеб. пособие для бакалавров / Т. И. Трофимова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2013. — 265 с. — Серия : Бакалавр. Базовый курс.

ISBN 978-5-9916-2328-5 (Издательство Юрайт)  
ISBN 978-5-9692-1404-0 (ИД Юрайт)

Изложены все разделы курса физики для вузов: механика, молекулярная физика, термодинамика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая и квантовая оптика, элементы квантовой физики атомов и молекул, элементы физики атомного ядра и элементарных частиц. Приводятся основные понятия, законы и формулы, примеры решения задач, а также задачи для самостоятельного решения.

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования третьего поколения.

*Для студентов технических специальностей вузов и техникумов, а также старшеклассников и абитуриентов, готовящихся к поступлению в технические вузы.*

УДК 53(03)  
ББК 22.3я73

ISBN 978-5-9916-2328-5  
(Издательство Юрайт)  
ISBN 978-5-9692-1404-0  
(ИД Юрайт)

© Трофимова Т. И., 2008  
© Трофимова Т. И., 2011,  
с изменениями  
© ООО «ИД Юрайт», 2013

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	5
<b>ОСНОВЫ ФИЗИКИ .....</b>	<b>7</b>
<b>Раздел I. Физические основы механики .....</b>	<b>8</b>
1.1. Элементы кинематики .....	9
1.2. Элементы динамики материальной точки и поступательного движения твердого тела .....	18
1.3. Работа и энергия .....	24
1.4. Механика твердого тела .....	32
1.5. Тяготение. Элементы теории поля .....	42
1.6. Элементы механики жидкостей .....	49
1.7. Элементы специальной (частной) теории относительности .....	55
<b>Раздел II. Основы молекулярной физики и термодинамики .....</b>	<b>60</b>
2.1. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов .....	61
2.2. Основы термодинамики .....	71
2.3. Реальные газы и жидкости .....	79
<b>Раздел III. Электричество и магнетизм .....</b>	<b>84</b>
3.1. Электростатика .....	85
3.2. Постоянный электрический ток .....	101
3.3. Магнитное поле .....	110
3.4. Электромагнитная индукция .....	119
3.5. Магнитные свойства вещества .....	126
3.6. Основы теории Максвелла .....	130
<b>Раздел IV. Колебания и волны .....</b>	<b>132</b>
4.1. Механические колебания .....	133
4.2. Электромагнитные колебания .....	144
4.3. Упругие волны .....	152
4.4. Электромагнитные волны .....	159
<b>Раздел V. Оптика. Квантовая природа излучения .....</b>	<b>164</b>
5.1. Элементы геометрической оптики .....	165

---

5.2. Интерференция света .....	169
5.3. Дифракция света .....	177
5.4. Взаимодействие электромагнитных волн с веществом .....	184
5.5. Поляризация света.....	191
5.6. Квантовая природа излучения.....	197
<b>Раздел VI. Элементы квантовой механики.....</b>	<b>207</b>
6.1. Волновые свойства микрочастиц.....	208
6.2. Уравнение Шрёдингера и его применение в некоторых задачах .....	214
<b>Раздел VII. Элементы физики атомов и молекул.....</b>	<b>225</b>
7.1. Атом водорода по Бору и его квантово-механическое описание.....	226
7.2. Элементы современной физики атомов и молекул.....	233
<b>Раздел VIII. Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц.....</b>	<b>239</b>
8.1. Характеристики атомного ядра. Ядерные силы .....	240
8.2. Радиоактивность.....	243
8.3. Ядерные реакции и их основные типы .....	248
8.4. Элементы физики элементарных частиц.....	252
<b>Приложения.....</b>	<b>255</b>

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое пособие охватывает все разделы курса физики: основы механики, молекулярная физика, термодинамика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая и квантовая оптика, элементы квантовой физики атомов и молекул, элементы физики атомного ядра и элементарных частиц. Оно соответствует программе курса физики для инженерно-технических специальностей.

Пособие предназначено *для изучения и повторения* курса физики, *весьма полезно при решении задач и подготовке к коллоквиумам, семинарам и экзаменам.*

Пособие может быть использовано студентами и преподавателями вузов и техникумов. Может быть полезно учащимся лицеев и колледжей, а также абитуриентам, готовящимся к поступлению в технические вузы.

**О структуре пособия.** Пособие состоит из двух частей. В первой части «Основы физики» каждый параграф начинается с перечисления основных физических понятий и законов, знание которых важно для усвоения данной темы. Затем приводятся формулы, необходимые для решения задач. Далее следуют примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения. Во второй части — «Толковом словаре физических понятий» даются «расшифровка» основных понятий, терминов, формулировка и выяснение физического смысла законов, объяснение различных физических процессов и явлений. Статьи словаря представлены в алфавитном порядке.

**О работе с толковым словарем.** Каждая статья, в зависимости от рассматриваемого материала, достаточно подробно (это особенно касается вопросов современной физики) раскрывает его содержание.

Если название статьи содержит несколько слов, включая и прилагательные, на первое место выносится существительное. Например, название статей следует искать на слова «Силы ядерные», «Моменты электронов и атомов механические и магнитные орбитальные», а не на сочетания слов «Ядерные силы», «Орбитальные механические и магнитные моменты электронов и атомов».

Для нахождения термина следует проверить его наличие по всем ключевым словам.

**О задачах и их решении.** В пособии около 400 задач, примерно 60% из них решены без каких-либо пояснений, поскольку сначала следует изучить материал по данной теме, провести собственный анализ задачи, решив ее, и только затем для сравнения посмотреть готовое решение, которое не всегда бывает единственным.

Все задачи оформлены однотипно (запись условия, перевод данных в СИ, запись необходимых уравнений, их решение в общем виде, подстановка числовых значений в конечную формулу, запись ответа). Цифры в задачах и ответах даны с точностью до трех значащих цифр. Значащие цифры — нули, стоящие в конце чисел, для упрощения записи опускаются.

Единицы физических величин вынесены в приложение, где задаются определяющие их уравнения, приводятся обозначения и определения. В приложении имеются также и другие вспомогательные таблицы.

# **ОСНОВЫ ФИЗИКИ**

## Раздел I

# ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

### РАЗДЕЛЫ МЕХАНИКИ

- ◆ Классическая механика
- ◆ Релятивистская механика
- ◆ Квантовая механика

### РАЗДЕЛЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

- ◆ Кинематика
- ◆ Динамика
- ◆ Статика



# 1.1. Элементы кинематики

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Материальная точка
- ◆ Абсолютно твердое тело (твердое тело)
- ◆ Абсолютно упругое тело
- ◆ Абсолютно неупругое тело
- ◆ Поступательное движение
- ◆ Вращательное движение
- ◆ Колебательное движение
- ◆ Тело отсчета
- ◆ Система координат
- ◆ Система отсчета
- ◆ Траектория
- ◆ Длина пути
- ◆ Вектор перемещения
- ◆ Скорость
- ◆ Средняя скорость
- ◆ Мгновенная скорость
- ◆ Ускорение и его составляющие
- ◆ Среднее ускорение
- ◆ Мгновенное ускорение
- ◆ Тангенциальная составляющая ускорения
- ◆ Нормальная составляющая ускорения
- ◆ Кинематические уравнения различных видов движения
- ◆ Угловая скорость
- ◆ Угловое ускорение
- ◆ Период вращения
- ◆ Частота вращения

## Основные формулы

Средняя и мгновенная скорости материальной точки

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Модули средней и мгновенной скоростей

$$\langle v \rangle = |\langle \vec{v} \rangle| = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$
$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}, \quad v = \frac{ds}{dt},$$

[ $\Delta \vec{r}$  — элементарное перемещение точки за промежуток времени  $\Delta t$ ;  
 $\vec{r}$  — радиус-вектор точки;  $\Delta s$  — путь, пройденный точкой за промежуток времени  $\Delta t$ ].

Среднее и мгновенное ускорения материальной точки

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

[ $r$  — радиус кривизны траектории в данной точке].

Классификация движения в зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения:

$a_\tau$	$a_n$	Движение
0	0	прямолинейное равномерное
$a_\tau = a = \text{const}$	0	прямолинейное равномерное
$a_\tau = f(t)$	0	прямолинейное с переменным ускорением
0	const	равномерное по окружности
0	$\neq 0$	криволинейное равномерное
const	$\neq 0$	криволинейное равномерное
$a_\tau = f(t)$	$\neq 0$	криволинейное с переменным ускорением

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки вдоль оси  $X$

$$x = x_0 + vt$$

[ $x_0$  — начальная координата,  $t$  — время].

Путь и скорость для равнопеременного движения

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \quad v = v_0 \pm at.$$

Длина пути, пройденного материальной точкой за промежутки времени от  $t_1$  до  $t_2$ ,

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

Свободное падение:

- путь, пройденный телом в свободном падении при  $\vec{v}_0 = 0$ ,

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

[ $g$  – ускорение свободного падения];

- скорость тела в произвольный момент времени  $t$

$$\vec{v} = \vec{g}t$$

[начальная скорость падения  $\vec{v}_0 = 0$ ];

- модуль скорости тела при падении с высоты  $h$

$$v = \sqrt{2gh};$$

- время падения тела с высоты  $h$  при  $v_0 = 0$

$$t = \sqrt{2/hg}.$$

Движение тела, брошенного вертикально вверх (рис. 1):

- движение вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$

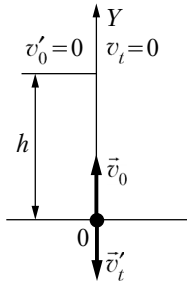


Рис. 1

$$\begin{cases} 0 = v_0 - gt, \\ 0 - v^2 = -2gt; \end{cases}$$

- время и высота подъема

$$t = \frac{v_0}{g}, \quad h = \frac{v_0^2}{2g};$$

- свободное падение от максимальной точки подъема

$$(v'_t)^2 - 0 = 2gh, \quad (v'_t)^2 = 2g \frac{v_0^2}{2g},$$

так как высота падения равна высоте подъема.

Конечная скорость падения равна начальной скорости бросания:

$$v'_t = v_0,$$

$$v'_t = 0 + gt'.$$

Время падения равно времени подъема:

$$t' = \frac{v'_t}{g} = \frac{v_0}{g} = t.$$

Движение тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью  $\vec{v}_0$  с высоты  $h$ , рассматривают как комбинацию двух движений (рис. 2):

- горизонтальное (равномерное) со скоростью  $\bar{v}_0$ ;
- вертикальное свободное падение (равноускоренное с ускорением  $g$ )

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{gt^2}{2}.$$

Уравнение траектории тела — парабола:

$$y = \frac{g}{2v_0} x^2.$$

Горизонтальная дальность полета

$$s = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Мгновенная скорость и ее модуль в каждой точке траектории

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{g}t, \quad v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

Движение тела, брошенного под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$  (рис. 3). Это движение рассматривают как комбинацию двух движений:

- горизонтальное (равномерное) движение со скоростью  $\bar{v}_x$ ;
- движение тела, брошенного вертикально вверх со скоростью  $\bar{v}_y$ .

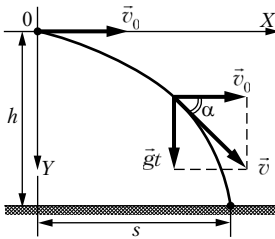


Рис. 2

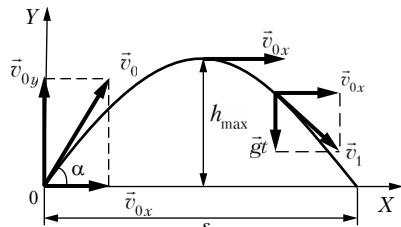


Рис. 3

Проекции скорости в любой момент времени при подъеме до верхней точки траектории

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Модули мгновенной скорости в каждой точке траектории при подъеме и спуске

$$v_{\text{п}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2},$$

$$v_{\text{сп}} = \sqrt{v_{0x}^2 + (gt)^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + g^2 t^2}$$

$[v_{0x} = v_0 \cos \alpha$  и  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$  — проекции начальной скорости на оси координат].

Время подъема тела

$$t_{\text{п}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$[v_y = 0; 0 = v_0 \sin \alpha - g t_{\text{п}}]$ .

Общее время движения

$$t_{\text{общ}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

[время падения равно времени подъема].

Дальность полета тела

$$s = \frac{v_0 \sin 2\alpha}{g}$$

$[s = v_{0x} t_{\text{общ}} = v_0 t_{\text{общ}} \cos \alpha]$ .

Максимальная высота подъема

$$h_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$\left[ h = v_{0y} t_{\text{п}} - \frac{g t_{\text{п}}^2}{2} = v_0 t_{\text{п}} \sin \alpha - \frac{g t_{\text{п}}^2}{2} \right]$ .

**У**гловая скорость

$$\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}$$

**У**гловая скорость равномерного вращательного движения

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

$[\varphi$  — угол поворота произвольного радиуса от начального движения;  $t$  — промежуток времени, за который произошел данный поворот;  $T$  — период вращения;  $n$  — частота вращения].

**У**гловое ускорение

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$$

**К**инематическое уравнение равномерного вращения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

$[\varphi_0$  — начальное угловое перемещение;  $t$  — время].

**Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения**

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

[ $\omega_0$  — начальная угловая скорость].

**Связь между линейными (длина пути  $s$ , пройденного точкой по дуге окружности радиусом  $R$ , линейная скорость  $v$ , тангенциальная составляющая ускорения  $a_\tau$ , нормальная составляющая ускорения  $a_n$ ) и угловыми величинами:**

$$s = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_\tau = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R$$

[ $\varphi$  — угол поворота,  $\omega$  — угловая скорость,  $\varepsilon$  — угловое ускорение].

## Примеры решения задач

**1.** Тело брошено со скоростью  $v_0 = 20$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту (рис. 4). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени  $t = 1,5$  с после начала движения: 1) нормальное ускорение; 2) тангенциальное ускорение.

*Дано:*

$v_0 = 20$ м/с		$v_y = v_{0y} - gt_1,$
$\alpha = 30^\circ$		$v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$
$t = 1,5$ с		При $h_{\max}$
		$v_y = 0,$
1) $a_n$ — ?		$v_0 \sin \alpha = gt_1,$
2) $a_\tau$ — ?		

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = 1,02 \text{ с}, \quad t = 1,5 \text{ с} > t_1 \text{ (спуск)},$$

$$t' = t - t_1 = 1,5 \text{ с} - 1,02 \text{ с} = 0,48 \text{ с},$$

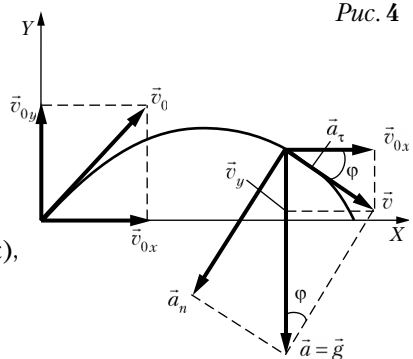
$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = gt',$$

$$\frac{v_y}{v_x} = \operatorname{arctg} \frac{gt'}{v_0 \cos \alpha}, \quad a = g, \quad a_\tau = g \sin \varphi, \quad a_n = g \cos \varphi,$$

$$a_n = g \cos \left( \operatorname{arctg} \frac{gt'}{v_0 \cos \alpha} \right), \quad a_\tau = g \sin \left( \operatorname{arctg} \frac{gt'}{v_0 \cos \alpha} \right).$$

*Ответ:* 1)  $a_n = 9,47$  м/с<sup>2</sup>; 2)  $a_\tau = 2,58$  м/с<sup>2</sup>.

*Решение:*



2. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые 10 с достигает значения  $5 \text{ м/с}^2$ . Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки; 2) путь, пройденный точкой.

Дано:

$$\begin{array}{l} a = kt \\ t_1 = 10 \text{ с} \\ a_1 = 5 \text{ м/с}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1) v_1 - ? \\ 2) s_1 - ? \end{array}$$

Решение:

$$a = kt, \quad k = \frac{a}{t} = \frac{a_1}{t_1},$$

$$v = \int_0^t a(t) dt = \int_0^t kt dt = \frac{kt^2}{2}, \quad v_1 = \frac{kt_1^2}{2} = \frac{a_1 t_1}{2},$$

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t \frac{kt^2}{2} dt = \frac{kt^3}{6}, \quad s_1 = \frac{kt_1^3}{6} = \frac{a_1 t_1^2}{6}.$$

Ответ: 1)  $v_1 = 25 \text{ м/с}$ ;  $s_1 = 83,3 \text{ м}$ .

3. Движение материальной точки в плоскости  $XU$  описывается законом  $x = At$ ,  $y = At(1 + Bt)$ , где  $A$  и  $B$  — положительные постоянные. Определить: 1) уравнение траектории материальной точки  $y(x)$ ; 2) радиус-вектор  $\vec{r}$  точки в зависимости от времени; 3) скорость  $v$  точки в зависимости от времени; 4) ускорение  $a$  точки в зависимости от времени.

Дано:

$$\begin{array}{l} x = At \\ y = At(1 + Bt) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1) y(x) - ? \\ 2) \vec{r}(t) - ? \\ 3) v(t) - ? \\ 4) a(t) - ? \end{array}$$

Решение:

$$x = At, \quad t = \frac{x}{A},$$

$$y = At(1 + Bt) = A \frac{x}{A} \left( 1 + B \frac{x}{A} \right) = x + \frac{B}{A} x^2,$$

$$y = x + \frac{Bx^2}{A},$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = At\vec{i} + At(1 + Bt)\vec{j},$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = A\vec{i} + (A + 2ABt)\vec{j},$$

$$v = \sqrt{A^2 + (A + 2ABt)^2} = A\sqrt{1 + (1 + 2Bt)^2},$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2AB\vec{j}, \quad a = 2AB = \text{const.}$$

Ответ: 1)  $y = x + \frac{Bx^2}{2}$ ; 2)  $\vec{r} = At\vec{i} + (1 + Bt)\vec{j}$ ;

3)  $v = A\sqrt{1 + (1 + 2Bt)^2}$ ; 4)  $a = 2AB = \text{const.}$

4. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения  $n = 50 \text{ с}^{-1}$ , после выключения тока, сделав  $N = 500$  оборотов, остановился. Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  якоря.

Дано:

$$n = 50 \text{ с}^{-1}$$

$$N = 500$$

$$\varepsilon = ?$$

Решение:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \varphi = 2\pi N,$$

$$\omega_0 = 2\pi n, \quad 2\pi N = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 - \varepsilon t, \quad 0 = 2\pi n - \varepsilon t,$$

$$t = \frac{2\pi n}{\varepsilon}, \quad 2\pi N = 2\pi n \frac{2\pi n}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon \cdot 4\pi^2 n^2}{2\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 n^2}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{\pi n^2}{N}.$$

Ответ:  $\varepsilon = 15,7 \text{ рад/с.}$

## Задачи для самостоятельного решения

5. С башни высотой  $h = 30 \text{ м}$  в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью  $v_0 = 10 \text{ м/с}$ . Определить: 1) уравнение траектории тела  $y(x)$ ; 2) скорость  $v$  тела в момент падения на Землю; 3) угол  $\varphi$ , который образует эта скорость с горизонтом в точке его падения.

6. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением  $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$  ( $C = 0,1 \text{ м/с}^2$ ,  $D = 0,03 \text{ м/с}^3$ ). Определить: 1) через какой промежуток времени после начала движения ускорение  $a$  тела будет равно  $2 \text{ м/с}^2$ ; 2) среднее ускорение  $\langle a \rangle$  тела за этот промежуток времени.

7. Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  определяется уравнением  $s = At - Bt^2 + Ct^3$  ( $A = 2 \text{ м/с}$ ,  $B = 3 \text{ м/с}^2$ ,  $C = 4 \text{ м/с}^3$ ). Запишите выражения для скорости и ускорения. Определить для момента времени  $t = 2 \text{ с}$  после начала движения: 1) пройденный путь; 2) скорость; 3) ускорение.

8. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону  $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ , где  $\vec{i}, \vec{j}$  — орты осей  $X$  и  $Y$ . Определить для момента  $t = 1 \text{ с}$ : 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.



**9.** Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону  $\vec{r} = 4t^2\vec{i} + 3t\vec{j} + 2\vec{k}$ . Определить: 1) скорость  $\vec{v}$ ; 2) ускорение  $\vec{a}$ . Вычислить модуль скорости в момент времени  $t = 2$  с.

**10.** Колесо радиусом  $R = 80$  см вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 2$  рад/с<sup>2</sup>. Определить полное ускорение колеса через  $t = 1$  с после начала движения.

**11.** Колесо автомобиля вращается равнозамедленно. За время  $t = 2$  мин оно изменило частоту вращения от  $n_1 = 240$  мин<sup>-1</sup> до  $n_2 = 60$  мин<sup>-1</sup>. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

**12.** Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = At^2$  ( $A = 0,5$  рад/с<sup>2</sup>). Определить к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения.

**13.** Диск радиусом  $R = 10$  см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = A + Bt^3$  ( $A = 2$  рад,  $B = 4$  рад/с<sup>2</sup>). Определить для точек на ободе колеса: 1) нормальное ускорение в момент времени  $t = 2$  с; 2) тангенциальное ускорение для этого же момента; 3) угол поворота  $\varphi$ , при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса угол  $\alpha = 45^\circ$ .

**ОТВЕТЫ:** **5.** 1)  $y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$ ; 2) 26,2 м/с; 3) 67,8°. **6.** 1) 10 с; 2) 1,1 м/с<sup>2</sup>.

**7.** 1) 24 м; 2) 38 м/с; 3) 42 м/с<sup>2</sup>. **8.** 1) 6,7 м/с; 2) 8,48 м/с<sup>2</sup>. **9.** 16,3 м/с.

**10.**  $a = \varepsilon R \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4} = 3,58$  м/с<sup>2</sup>. **11.** 1)  $\varepsilon = \frac{2\pi(n_1 - n_2)}{t} = 0,157$  рад/с<sup>2</sup>;

2)  $N = n_1 t - \frac{(n_1 - n_2)t}{2} = 300$ . **12.** 1) 2 рад/с; 2) 1 рад/с<sup>2</sup>; 3) 0,8 м/с<sup>2</sup>;

3,2 м/с<sup>2</sup>; 3,3 м/с<sup>2</sup>. **13.** 1) 230 м/с<sup>2</sup>; 2) 4,8 м/с<sup>2</sup>; 3) 2,67 рад.