ПРОЕКТИРОВАНИЕ УСТРОЙСТВ НАНОПЕРЕМЕЩЕНИЙ МЕТОДОМ МНОГОЦЕЛЕВОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

© 2015 г. Е.Н. ИВАШОВ, В.О. ЯГОВЦЕВ

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва
e-mail: yavvo@ya.ru

Рассмотрим метод последовательного многоцелевого принятия решений при формировании устройств наноперемещений. Ведем степень желаемости для лица, принимающего заключение (ЛПР), добиться оптимального значения целевой функции f (i = 1…k), которая может выражаться в процентах. Для любой целевой функции множество k значений предпочтений, отмеченных ЛПР с учетом множества вероятных возможных значений называется предпочтением критериев (preference criteria).

Процент достижимости (percentage of [1] achievement) $pa_i(f_i)$ [2] исполняет роль выраженного в процентах уровня i-й целевой функции, рассчитанного сообразно всему ряду ее вероятных значений. Через нечеткую функцию принадлежности, определяющую степень предпочтений ЛПР, станут назначены значения предпочтений критериев и процента достижимости. Данный способ основан на концепции целевого нечеткого программирования.

Рассмотрим совокупную постановку задачи: необходимо минимизировать

$$min\ f(x) \tag{1}$$

при наличии ограничений

$$q(x) \geq 0, \tag{2}$$

где f и q – некоторые вектор-функции.

Используя итеративную процедуру решения сформулированной задачи, можно сформировать множество опытных (испытательных) решений. Введем обозначение этого множества

$$U=f(x_u^*),\ u=1,2,\dots,r \tag{3}$$

Недоминируемой точкой будем называть точку $x^0 \in X$, если не существует такого $x \in X$, при котором

$$f_i(x) \geq f_i(x^0) \text{ и } f_j(x) > f_j(x^0), \text{ где } i \neq j$$

Из данного множества нужно отобрать лучшее компромиссное решение для того, чтобы согласовать все без исключения цели f_i. Следующие $(k+1)$ критериев отбора $C(i)$, $i=\overline{1,k}$ и $C(k+1)$ могут существенно помочь для нахождения некоторого компромиссного решения.

$$C(i):\quad 0 \leq pc_i \leq pa_i \leq 100, \forall i=1,2,\dots,k,$$

где pa_i – процент достижимости i – ой целевой функции,

pc_i – предпочтительность i-го критерия, устанавливаемая экспертом.

$$C(k+1):\ 0 \leq \sum_i^k \left(pa_i^g - pa_i\right) \leq E_g,$$

где pa_i^g — «глобальный» процент достижимости i-й целевой функции, рассчитан в результате решения следующей оптимизационной задачи:

$$\max_F \sum_{i=1}^{k} pa_i \tag{4}$$

где *F* - совокупность достигаемых целей, характеризуемая допустимым подмножеством *X*, E_g – наибольшее неотрицательное значение разности между суммой глобальных и действительных процентов достижимости сообразно всем *k* целям, устанавливаемое ЛПР.

Перейдем к «*fuzzy»* — интерпретации предлагаемого подхода. Установим концепцию нечетких целей (*fuzzy objectives*) и функций принадлежности. Будем рассматривать (*k*+1) подмножеств U_j множества *U* испытательных недоминируемых решений, которые определим следующим образом:

для *j* = 1,2,…,*k*

$$U_j=\{f(x_u^*): pa_i(f(x_u^*)) \text{ удовлетворяющее } C(j)\}$$

$$U_{k+1}=\{f(x_u^*): pa_j(f(x_u^*)), j=\overline{1,k}, \text{ удовлетворяющее } C(k+1)\}$$

Отметим, что недоминируемые решения — это элементы нечеткого множества. Назовем некоторое решение, функция принадлежности которого приблизительно равна 0, слабо желаемым; и сильно желаемым в случае, если эта функция близка к 1. Определим также (*k*+1) нечетких целей, представляющих собой размытые множества.

Определим функцию принадлежности h_j для каждого подмножества U_j недоминируемых решений, удовлетворяющих *j*-му критерию выбора.

При *j* = 1,2,…,*k* выполнено

$$h_j=\begin{cases}\dfrac{pa_i-pc_j}{100-pc_j}, \text{если } 0\le pc_j\le pa_j\le 100,\\ 0, \text{если } pc_j>pa_j\end{cases}$$

При *j*=*k*+1 выполнено

$$h_{k+1}=\begin{cases}1-\dfrac{\sum_{i=1}^{k}\left(pa_i^g-pa_i\right)}{E_g}, \text{если } 0\le \sum\limits_{i=1}^{k}\left(pa_i^g-pa_i\right)\le E_g,\\ 0, \text{если } pc_j>pa_j\end{cases}$$

где $E_g\ge 0$ для $j=\overline{1,k}$.

Нечеткими целями (*fuzzy objectives*) будем называть нечеткие множества, определенные следующим образом

$$G_j=\left\{\left(f(x_u^*),h_j(u_j)\right): f(x_u^*)\in U_j\right\},\qquad j=1,2,\dots,k+1.$$

Задача сводится к необходимости отыскать решение, удовлетворяющее сразу *k*+1 нечетким целям. Возьмем минимальное значение функции принадлежности по всем нечетким целям так, чтобы получить непустое размытое множество *M* недоминируемых решений, которые могут удовлетворить в всем критериям выбора *C(j), j* = 1,2,…,*k*+1. Нечеткое множество *M* выразим формулой:

$$M=\left\{\left(f(x_u^*),\min_{1\le j\le k+1}\{h_j(U_j)\}\right): f(x_u^*)\in U\right\}$$

В нечетком множестве *M* наилучшее компромиссное решение *f(x*)* есть недоминируемое решение с максимальным значением функции принадлежности, что соответствует оптимальному решению следующей максиминной задачи:

$$\max_M \min_{1\le j\le k+1}\{h_j(U_j)\} \qquad (5)$$

До сих пор нами рассматривалось дискретное множество альтернатив из *r* недоминируемых решений. Далее разовьем идею нечеткого программирования в качестве метода, позволяющего получить недоминируемое решение, удовлетворяющее всем критериям выбора также и в случае неограниченного множества допустимых недоминируемых решений.

Максиминная постановка задачи (5) может быть использована для нахождения нилучшего компромиссного решения из всех полученных недоминируемых решений исходной постановки задачи (1) и (2).

Тогда задачу можно представить в виде $\max_F$ таким образом, чтобы

$$h_j(U_j)\le Z, \forall j=1,2,\dots,k+1,$$

где $h_j(U_j), \forall j=1,2,\dots,k+1$ – функции принадлежности,

F – допустимое пространство целей, заданное ограничениями (2).

Перепишем как задачу нечеткого программирования *(fuzzy programme - FP).* Максимизировать *Z* так, чтобы для *i* = 1,2,…,*k* выполнялись условия:

$$\frac{pa_i - pc_i}{100 - pc_i} \geq Z, \tag{6}$$

$$0 \leq pc_i \leq pa_i \leq 100, \tag{7}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{k}(pa_i^g - pa_i)}{E_g} \geq Z, \tag{8}$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^{k}(pa_i^g - pa_i) \leq E_g, \tag{9}$$

$$pa_i = \left[1 - \frac{f_i(x) - f_i(x_i^*)}{f_i^+ - f(x_i^*)}\right]100, \tag{10}$$

$$f_i^+ \neq f_i(x_i^*), \tag{11}$$

где $f_i(x_i^*) = \min\ f_i$ при выполнении ограничений (2), $f_i^+ = \max_{1 \leq j \leq k}\{f_i(x_i^*)\}$,

$pc_i, i = \overline{1,k}$ – входная информация о предпочтительности критериев,

E_g – наибольшая разность между суммой глобальных и действительных процентов достижимости всех целей,

$pa_i^g, i = \overline{1,k}$ — глобальный процент достижимости целевых функций, который является результатом решения задачи (4),

F – пространство допустимых решений, соответствующее области допустимости *X,* определенной согласно (2).

Как видно, оптимальное решение размытой многокритериальной модели *(FP)* всегда соответствует недоминируемому решению исходной задачи.

Рассмотрим применение метода последовательного многоцелевого принятия решений для конкретного устройства виброперемещений.

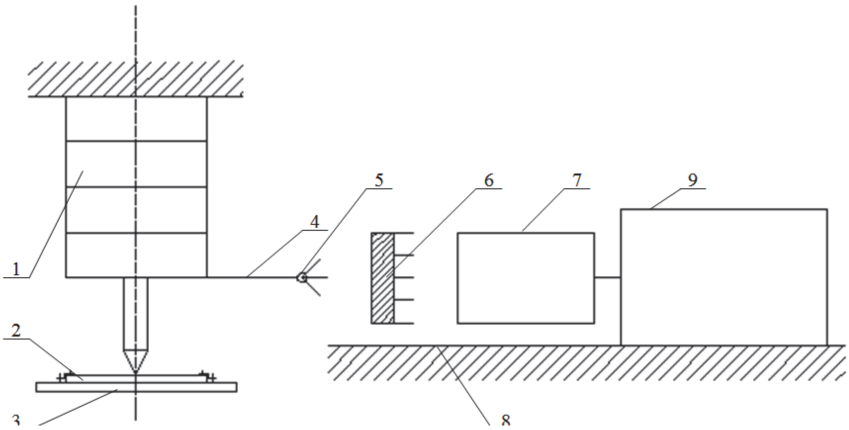

Рис. 1.

Устройство виброперемещений (рис. 1), содержащее пьезопривод 1 и подложку 2, закрепленную на подложкодержателе 3, отличающееся тем, что на подвижном торце 4 пьезопривода 1 жестко закреплен источник гамма-квантов 5 с возможностью взаимодействия с поглотителем 6 и счетчиком 7, которые закреплены на неподвижном основании 8, причем источник гамма-квантов 5 и поглотитель 6 идентичны по химическому состоянию мессбауэровских атомов и структуре, а счетчик 7 связан с регистрирующей электронной схемой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ветров В.А., Ивашов Е.Н., Федотов К.Д., Яговцев В.О.* Методы оптимизации технических решений пьезоприводов // Вестник машиностроения. 2015. № 3. С. 3-10. (ВАК РФ)
2. *Ивашов Е.Н., Федотов К.Д., Яговцев В.О.* Оптимизация технического решения пьезопривода для нанотехнологии // «INTERMATIC–2014», 1–5 декабря 2014 г., Москва / Ч. 4. М. : МГТУ МИРЭА, 2014. С. 116-119.