ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

А. Д. Смирнов

МАКРОФИНАНСЫ: МОДЕЛЬ ПУЗЫРЯ И КРИЗИСА

Препринт WP2/2010/03
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Москва
2010

УДК 336.14
ББК 65.261
С 50

Редактор серии WP2
«Количественный анализ в экономике»
В.А. Бессонов

Смирнов, А. Д.
С 50 Макрофинансы: модель пузыря и кризиса: препринт WP2/2010/03 [Текст] / А. Д. Смирнов ; Гос. ун-т – Высшая школа экономики. – М.: Изд. дом Гос. ун-та – Высшей школы экономики, 2010. – 100 с. – 150 экз.

Работа состоит из четырех частей. В первой части методология сложных систем применяется к исследованию макро- и микроскопических аспектов одной из особенностей развития финансовых систем – генезису, развитию и лопанию финансового пузыря. Показывается, что важнейшие характеристики рынка – иррациональность и доверие – не только признаки массовой психологии инвесторов, но встроены в структуру финансовых связей и имеют адекватную меру, в частности, как отношение стоимости актива к стоимости денег, что вполне аналогично «финансовому рычагу». Объясняется, как процедура формирования структурированного финансового инструмента порождает увеличение стоимости финансовых активов, не обеспеченных ростом реального богатства, рассогласованность которых лежит в основе зарождения финансовых кризисов. Во второй части исследуется макромодель взаимодействия денег и долгов. Динамика стоимости совокупного актива (долга) представлена уравнением Бернулли, зависящим от трех параметров, которое обобщает простую динамику стоимости финансового актива. Механизм эволюции системы реализуется для различных функциональных форм монетизируемой компоненты совокупного долга (периодического дохода). Доминирование иррациональности в поведении инвесторов, о чём свидетельствует отрицательное значение параметра ρ в макромодели рынка, приводит к образованию финансового пузыря. Финансовая система становится автокаталитической, теряет устойчивость, а в критической точке пузырь лопается. Эти качественные изменения моделируются в третьей части работы как процесс «классической» перколации, происходящий во взаимодействии участников рынка, т.е. на микроуровне системы. Определения Дж.М. Кейнса финансовой «спекуляции» и «предприимчивости» позволяют получить уравнения этих процессов, которые оказываются вполне аналогичными макромодели финансового рынка. Явление перколации объясняет иррациональность в поведении инвесторов, приводящую к провалам и потерям на глобальных рынках. Четвёртая часть работы содержит вероятностную интерпретацию предлагаемой модели для гипотез биномиального, пуассоновского, экспоненциального и степенного распределения кризисов. Инвариантные константы перколации, наряду с эмпирическими данными о глобальной ликвидности и долге, используются для расчёта различных вероятностных характеристик кредитного кризиса 2007–2010 гг.

УДК 336.14
ББК 65.261

Классификация JEL: E63, G13, H63, P24

Ключевые слова: финансовый пузырь, кризис, перколация, сингулярность, сложная система

Смирнов Александр Дмитриевич – заслуженный деятель науки РФ, доктор экономических наук, профессор, действительный член Российской академии естественных наук, Государственный университет – Высшая школа экономики. 101987 Москва, Покровский бульвар, 11. Тел: 772 9590*2175. E-mail: adsmir@hse.ru adsmir@gmail.com

Препринты Государственного университета – Высшей школы экономики размещаются по адресу: http://www.hse.ru/org/hse/wp

© Смирнов А. Д., 2010
© Оформление. Издательский дом Государственного университета – Высшей школы экономики, 2010

Модель явления должна быть как можно более проста, но не проще.
Альберт Эйнштейн

Финансовый кризис 2007–2010 гг. (credit crunch), последовательно обрушив долговые, фондовые, а затем и реальные рынки, по разрушительной силе и продолжительности занял второе место в истории после Великой депрессии 1929–1933 гг. Ведущие экономики мира по итогам 2009 г. потеряли до 5% ВВП, причём, согласно расчетам Международного валютного фонда, глобальные потери от невозвратных долгов и секьюритизированых активов к концу 2010 г. достигнут 4,1 трлн долл. [16]. Перегрузив потребителей и бизнес избыточными домами, оборудованием и долгами, система глобальных финансов оказалась не в состоянии эффективно трансформировать сбережения в производительные инвестиции, а рыночные механизмы саморегуляции не обеспечили её стабильность. В контексте расследований причин кредитного кризиса 2007–2010 гг., проводимых Конгрессом США, и скандала, связанного с операциями банка Goldman Sachs, актуально звучат слова Дж.М. Кейнса: «Деятельность Уолл-стрит, если социальное предназначение этого института состоит в сосредоточении инвестиций на наиболее прибыльных, в терминах будущей доходности, направлениях, не может быть признана выдающимся достижением системы свободного предпринимательства; это не удивительно, если я прав в том, что лучшие умы Уолл-стрит на самом деле решали несколько иные задачи» [38, Ch. 12, VI]. Соответственно, когда существование основных финансовых институтов оказалось в прямой зависимости от массированных вложений правительств и центральных банков развитых стран мира, испарилась и вера во всемогущество свободной и неограниченной конкуренции рынка.

Функционирование рынков, прежде всего финансовых, в первом десятилетии нынешнего века недвусмысленно указало на очевидные признаки иррациональности, свойственные не только отдельным участникам рынка, но и финансовой системе в целом. Действительно, вне понятия иррациональности трудно объяснить, почему и каким образом в отсутствие глобальных природных катастроф, мировых войн и социальных революций, развитие финансовых рынков привело не только к чудовищным потерям, но и к практически полному коллапсу системы в октябре 2008 г. Между тем вся история финансов свидетельствует о том, как рациональность,

реализуемая через спокойное, ламинарное течение финансовых процессов при определённых условиях может трансформироваться в турбулентный поток, заканчивающийся кризисом, который, по сути своей, является апофеозом иррациональности.

В теории финансов иррациональность, во многих обличиях и под разными наименованиями, является понятием, важность которого подчёркивалась такими выдающимися исследователями, как Дж.М. Кейнс, И. Фишер, Дж. Тобин, Б. Мандельброт, Г. Саймон, Х. Мински. Их идеи, равно как и труды современных исследователей, включая Т. Лакса, Р. Шиллера, Д. Сорнета, Г.Е. Стенли, Д. Штауфера, П. Кругмана, Д. Фармера используются в работе для обоснования того, что иррациональность – это не только признак массовой психологии инвесторов, но и характеристика, встроенная в структуру финансовой системы. Различные сочетания рациональности и иррациональности, по нашему мнению, определяют режимы развития системы и проявляются не только в поведении отдельных участников рынка, на микроуровне, но и в функционировании системы в целом. Рациональность и иррациональность как исключают, так и дополняют друг друга в рамках концепции «ограниченной рациональности» (bounded rationality), введенной в научный оборот Г. Саймоном [53, 59]. Простейшим и, пожалуй, наиболее убедительным финансовым прототипом их взаимодействия является процесс раздувания и лопания финансового «пузыря», который исследуется в настоящей работе. Это, хотя и «редкое» по историческим меркам, явление признано настолько важным, что давно имеет чисто эмпирическое объяснение с полушутливым названием «теории ещё большего дурака» (the greater fool theory). По сути, данная работа, продолжая двадцатилетние исследования автора данной проблемы [3–7], предлагает модель генезиса, раздувания и лопания финансового «пузыря», которая основана на применении методологии анализа сложных систем, в частности, теории перколации.

Логика и структура данной работы следующая. В первом разделе рассмотрены вопросы методологии моделирования финансовых и макроэкономических процессов, рассматриваемых как сложные системы. Взаимодействие элементов таких систем характеризует определённые градации сочетания рациональности и иррациональности. Между тем модель «рационального» инвестора, уподобляя безоговорочно систему её элементу,

принципиально не позволяет исследовать ситуации доминирования иррациональности, характерные для так называемых критических явлений. Глобальные дефолты или кризисы, хотя и относятся к классу «редких», или пуассоновских, событий, играют исключительно важную роль в процессе финансовой эволюции. В дискуссии между сторонниками и противниками гипотезы «рациональных ожиданий» автор полагает, что неадекватность гипотезы «рациональных» ожиданий проистекает исключительно из-за претензий на универсальность. В частности, исследование «рациональных пузырей», существенно продвинутое Т. Лаксом и Д. Сорнетом [45], хотя и даёт нереалистические значения критических экспонент, но прокладывает своеобразный «мост» к применению методологии сложных систем.

Во втором разделе исследуются макроаспекты финансовой системы. Простая модель двухкомпонентного финансового рынка Кейнса, дополненная гипотезой взаимодействия денег и долгов, порождает уравнение Бернулли, зависящее от трёх параметров. В предлагаемой макромодели финансового рынка стоимость долга есть функция эмиссии ликвидности, а соотношение стоимости долга и денег отражает степень рациональности системы. В режиме монетизации долга участники рынка действуют вполне рационально, тогда как растущий финансовый пузырь, иррациональный по своей природе, превращает систему в автокаталитическую, что в конечном счёте предопределяет неизбежный коллапс. На уровне макрофинансов рассматриваются три гипотезы взаимодействия денег и долгов.

Линейная и логистическая гипотезы уравнения стоимости финансового актива отражают доминирование рациональности в поведении инвесторов. Логистическая модель для постоянного параметра управления, учитывая взаимодействие заёмщиков, конкурирующих за ограниченные размеры кредитов, стабилизирует систему «деньги – долги». Между тем изменения этого параметра из-за растущей иррациональности способно порождать хаотические процессы, приводящие к коллапсу системы. Этот сценарий реализуется на дискретной модели удельного внешнего долга России в конце 1990-х годов. Макромодели хаоса требуют, однако, слишком детальной спецификации динамики параметра управления, что крайне затруднительно сделать для общего случая эволюции системы. Методологически проще выявить фазу доминирования иррациональности на макрофинансо-

вой модели, представленной уравнением Бернулли, в частности через изменение знака (на отрицательное значение) параметра при нелинейной компоненте. Решение этого уравнения моделирует возникновение положительных обратных связей по мере развития финансового пузыря, что приводит к сингулярности системы, иначе, появлению кризиса.

Сингулярность макрофинансовой системы в третьем разделе работы объясняется на основе перколационной модели поведения участников рынка. Микроструктурные представления о поведении инвесторов, конкретизирующие определения Кейнса «спекуляции» и «предприимчивости», приводят к уравнению поведения финансового инвестора, которое оказывается точно таким же, как и для макрофинансовой модели. Перколация конечномерной финансовой системы даёт целостное объяснение провалам и потерям в ходе кредитного кризиса 2007–2010 гг., а использование инвариантных констант позволяет рассчитать различные характеристики иррациональности, вполне аналогичные финансовому «рычагу».

Перколационная модель финансового пузыря допускает чисто вероятностную интерпретацию, что представлено в четвёртом разделе работы. Предположение о перколации финансовых процессов позволяет использовать инвариантные константы (для бесконечномерных систем) для вычисления параметров вероятностных распределений, особенно степенного закона, управляющего развитием финансового пузыря. Параметр Парето в рамках этого закона выражается через отношение условной вероятности времени кризиса к темпу прироста стоимости глобального долга. Эмпирическая параметризация степенной модели стоимости глобального долга приводит к достаточно правдоподобным значениям различных вероятностных характеристик текущего финансового кризиса.

В целом модели, рассмотренные во втором, третьем и четвёртом разделах, являются конкретизацией и иллюстрацией методологии, рассматриваемой в первом разделе работы. Разумеется, соотношение между ними однозначное, но не взаимно-однозначное, поскольку методологические утверждения могут конкретизироваться в моделях других типов.

Введение. Кризис методологии редукционизма

Кредитный кризис 2007–2010 гг., обнажив несовершенства глобальных финансов, а финансы – самое близкое приближение к идеальной конкуренции – показал ограниченность наших знаний о природе, взаимодействии, развитии и реакциях финансовых и реальных систем. И это несмотря на столетия функционирования кредитно-денежных рынков, многолетние обширные и скрупулёзные исследования, проводимые самыми блестящими умами, несмотря на обилие стандартов, правил, справочников и многостраничных учебников. «Нет худа без добра»: кризис, продемонстрировав очевидную неспособность финансовой системы к саморегуляции и обеспечению эффективного распределения общественных ресурсов, в полном объеме поставил вопрос о смене парадигмы экономической и финансовой науки. «Рыночный фундаментализм», против которого длительное время, но безрезультатно, выступали многие видные финансисты и экономисты – теоретики и практики – оказался, наконец, если не поверженным, то, по крайней мере, серьёзно скомпрометированным.

В1. Обзор дискуссии

Дискуссии экономистов вокруг основной парадигмы исследований – «гипотезы эффективного финансового рынка» и «рационального» экономического агента – достигли такого размаха и ожесточения, что выплеснулись на страницы широкой печати. Один из ведущих экономических журналов – лондонский «Экономист» – посвятил обзору этих дискуссий обширные статьи в двух выпусках 2009 г. [24], предоставив, в порядке исключения (журнал крайне редко публикует авторские статьи), «последнее слово» нобелевскому лауреату Р. Лукасу. Обвинения звучат с обеих сторон[1], как критиков, так и защитников этой парадигмы. Совершенно не одобряя эксцессы полемики, следует признать, что поводов для беспокойства и размышлений у теоретиков более, чем достаточно. И главный сре-

[1] Например, нобелевский лауреат П. Кругман заявил в публичной лекции, что «всё, чему учили экономистов в течение последних тридцати лет, в лучшем случае – бесполезно, а в худшем – вредно» [24]. Автор полагает, что это утверждение – всего лишь эпатаж почтеннейшей публики, хотя и по весьма серьёзному поводу.

ди них достаточно очевиден: финансовый и экономический кризис 2007–2010 гг., предпосылки которого, как сейчас очевидно, зрели в течение последнего десятилетия, оказался практически «незамеченным» наукой и регулятивными органами ведущих стран мира[2].

В огромном количестве работ по финансам и макроэкономике, опубликованных на рубеже веков, исследований финансовых кризисов, за редким исключением, не было. Поэтому нет ничего удивительного в том, что отдельные, даже достаточно серьёзные, предупреждения о неблагополучии в глобальных финансах не стали доминантой мнения научного сообщества в целом. Ни в малейшей степени не возлагая на науку вину за развязывание кризиса, хотя звучали и такие обвинения, следует признать, что научное сообщество целостного представления о грозящей катастрофе своевременно не сформировало[3].

Разумеется, наука не требует единогласия по всем вопросам, но научный консенсус относительно общего состояния экономики вполне возможен. Сказанное отнюдь не противоречит наличию разногласий о деталях и сроках наступления кризиса. Они неизбежны, отчасти потому, что точное предсказание невозможно, отчасти из-за того, что апокрифические исследования были, есть и будут, кстати, точно так же, как это было до последнего времени. Между тем только общее представление о грозящей катастрофе, если бы оно существовало и разделялось большинством исследователей, даже при расхождении в частностях, могло бы служить научной основой соответствующих научных прогнозов. Крупные международные организации, например, МВФ, ОЭСР, Всемирный банк, Базельский банк, следовательно, имели бы методологию для разработки практических мер по предотвращению, или, по крайней мере, минимизации последствий кризиса[4]. Сейчас проблема создания системы раннего обна-

---

[2] Странное впечатление производила экономическая конференция МВФ ноября 2008 г., обсуждавшая абстрактные модели рационального инвестора, когда вся мировая финансовая система летела, в буквальном смысле этого слова, в пропасть.

[3] Популярный электронный журнал “Wired Magazine” [76] опубликовал в 2009 г. блестяще написанную, но совершенно несостоятельную статью, в которой «вина» за кризис возлагалась на китайского теоретика-финансиста Д. Ли, предложившего использование копулятивной модели для анализа дефолтов в портфеле финансовых активов.

[4] 79-й ежегодный отчёт Базельского банка [14] содержит, в частности, объяснения практически непреодолимых трудностей, возникающих при попытках реализации масштабных мер по предотвращению кризиса.

ружения кризисов активно обсуждается [27], однако ничего подобного не наблюдалось в годы, предшествовавшие кризису.

Важнейшей причиной такого положения, по нашему мнению, явилась не малая влиятельность экономистов и финансистов, а отсутствие научной методологии, которая только и способна придать целостность и убедительность отдельным предсказаниям. Между тем методология изучения кризисов как части процесса взаимодействия и развития финансовых и реальных рынков не только не была создана, но, напротив, господствующие воззрения полностью отрицали её научную и общественную значимость, а следовательно, необходимость разработки. Эта позиция отчётливо сформулирована в статье «Макроэкономические приоритеты», написанной Р. Лукасом в 2003 г. В ней признанный глава теории «рациональных ожиданий» заявил буквально следующее: «Макроэкономика родилась в 40-е годы как интеллектуальная реакция на Великую депрессию. Этим термином обозначается определенная совокупность знаний и практических навыков, которые, как мы надеемся, способны предотвращать подобные экономические катастрофы. Мой тезис в данной лекции сводится к тому, что макроэкономика, в определении, данном выше, выполнила своё предназначение: её ***центральная проблема – предотвращение депрессии – успешно решена*** (выделение и курсив наши. – *А. Д. С*), и с практической точки зрения, решена уже в течение многих десятилетий»[5] [44].

С высоты прошедшего времени можно утверждать, что данный тезис Р. Лукаса оказался не более чем усиленной «ошибкой второго рода»: неверная гипотеза не только не была отвергнута, но, напротив, принята за основу господствующей теоретической конструкции[6]. Неадекватность редукционизма, который в экономике и финансах реализуется как модель «рационального инвестора», или «эффективного» (в информационном отношении) финансового рынка, сейчас достаточно очевидна. Кризис, и особенно предшествующий ему процесс раскручивания финансового

---

[5] Цитируемая статья – президентское послание Р. Лукаса ежегодной конференции американской ассоциации экономистов. Неадекватность универсальной методологии «рациональных ожиданий», в разработку которой он внёс большой вклад, на наш взгляд, не должна умалять личных заслуг этого видного учёного.

[6] Ошибки выдающихся умов, к сожалению, не редкость в финансах. Достаточно вспомнить потерю состояний И. Ньютоном (кризис Южных морей) и И. Фишером (Великая депрессия), а предсказание последнего накануне кризиса 1929–1933 гг., по сути, аналогично утверждению Р. Лукаса.

пузыря, во весь рост поставили вопрос о необходимости адекватного моделирования сложных систем и взаимодействия её элементов

B2. О редукционизме в финансах

В контексте методологии редукционизма гипотезы «рациональных» ожиданий (rational expectations), «эффективного» рынка (effective market hypothesis, EMH) и «рационального» инвестора (rational investor) используются как синонимы, хотя, разумеется, их конкретизация может существенно различаться. Методология редукционизма в основе своей проста и может быть выражена в нескольких словах. Поведение и свойства системы в целом уподобляются поведению и свойствам её отдельного элемента всегда и везде, при любых условиях, внутренних и внешних. Поскольку в экономике и финансах таким элементом является некий «типичный» экономический агент – инвестор или потребитель, имеющий, как правило, явно выраженную систему предпочтений, то финансовая (экономическая) система уподобляется своему типичному участнику. Соответственно, изучение более сложного объекта (системы) сводится к изучению более простого (относительно) элемента. Разумеется, научная редукция не столь прямолинейна, она опирается на исследование общей природы системы и элемента, выявление их унифицированных свойств. Теория (или гипотеза) «рациональных» ожиданий явилась результатом весьма нетривиальных интеллектуальных усилий, которые совершенно неправильно игнорировать, отбрасывать или оглуплять. Объективная оценка этой гипотезы вместе с тем должна содержать признание того, что конечным результатом научной редукции в экономике явилось замещение анализа системы на анализ её элемента, а экономика уподобилась отдельному «типичному» инвестору.

Конечно, представления о безусловном подобии системы своему элементу в экономике и финансах возникли, а тем более стали доминировать, не произвольно, и не по злому умыслу. Абсолютизировать кейнсианство и методологию pump-priming 1950-х годов[7] столь же неправильно, сколь

[7] В 50-х годах прошлого века широко использовались гидравлические аналоги Кейнсовой модели основных макроэкономических процессов.

и методологию «рационального инвестора». Дело в том, что простая макроэкономическая модель Кейнса, особенно в интерпретации Хикса – Хансена и Манделла – Флеминга, удовлетворяя, в частности, условиям теоремы о неявной функции, соответствует в целом лишь анализу квазистатики системы. Статичность макроэкономической модели, где финансы и реальный рынок определены, как в своё время говорили, «аксиоматически», была явным методологическим дефектом подобного подхода, поскольку препятствовала пониманию динамики реальных и монетарных процессов. Поэтому, начиная с работ Д. Джоргенсена о рациональном инвесторе, т.е. с 60-х годов прошлого столетия [35], экономисты предпринимали попытки объяснения поведения системы, используя достаточно очевидные факторы, влияющие на мотивацию типичного участника рынка. При этом, правда, вопрос о том, в какой мере можно «приписать» рациональную мотивацию, особенно выраженную в терминах полезности, системе в целом, т.е. рынку, с самого начала оставался открытым[8].

Финансовая интерпретация пионерных работ Р. Лукаса и Т. Сарджента о мгновенных реакциях рационального инвестора, начиная с 1970-х годов, стала доминировать в научных исследованиях. Финансовый рынок всё чаще стал уподобляться свойствам и поведению своего «типичного» элемента. Данная методология, однако, предполагает, что, когда реакции рыночных агентов формируются на основе всей доступной информации, отражающейся в ценах активов, взаимодействие агентов не требует специального анализа[9]. На следующем этапе, в интерпретации популярной в 1980-е годы модели «рационального инвестора» Р. Мертона, система, поведение которой было признано идентичным поведению отдельно взятого элемента, *alias* «типичного» участника рынка, оказалась наделённой свойством рациональности [20].

Столь радикальная трансформация свойств системы и элемента открыла дорогу для использования методов оптимизации системы в целом, что позволило получить ряд интересных теоретических утверждений, на-

---

[8] Автор вспоминает как А. Бергсон, один из основоположников теории благосостояния, после лекции в ЦЭМИ АН СССР в конце 60-х годов полушутливо заметил, что он «завидует» исследователям социалистической экономики, поскольку последнюю можно рассматривать в терминах общественной полезности.

[9] В эти годы была популярна шутка о том, что сторонник теории «рациональных ожиданий», увидев лежащую на полу стодолларовую купюру, никогда её не поднимет, поскольку убеждён, что кто-то это уже сделал до него.

пример, концепцию стохастического фактора дисконтирования. Вместе с тем не требуется решать уравнения Эйлера – Лагранжа, чтобы понять, что вдоль оптимальной траектории поведения инвестора вряд ли происходят критические явления типа финансового кризиса. Сказанное, разумеется, ни в малейшей степени не отрицает пользы применения математических методов оптимизации. Речь идёт о том, что модель рыночного агента, оптимизирующего своё поведение, содержательно ограничена некими «нормальными» условиями, не допускающими катастрофических потрясений и критических перестроек рынка. И вновь возникает уже затронутый вопрос: quod licet Jovi non licet bovi. Оптимальное поведение отдельного инвестора, пусть и с оговорками, вполне допустимо, но как понимать оптимизацию рынка в целом? Убедительного обоснования гамильтоновой системы в финансах не существует, и «напрямую» вряд ли его можно получить.

Модели «рационального» инвестора, как правило, с трудом подкреплялись эмпирическими данными и приводили к многочисленным парадоксам, неразрешимым в рамках данной умозрительной конструкции [20]. Это постепенно уменьшало интерес научного сообщества к подобным моделям. С другой стороны, финансовая практика никогда не принимала в полной мере предпосылку об идентичности рынка и его отдельного участника. И действительно, несколько странно, что отдельно взятый инвестор, который всегда борется за существование в неблагоприятной, а то и прямо ему противостоящей, среде, «на самом деле», как уверяет теория, имеет дело с объектом, имитирующим его собственное поведение. Это настолько противоречило действительности, равно как и интуиции участников рынка, что один из самых крупных финансистов-практиков, У. Баффетт, в частности, иронично заявил, что готов на свои средства создавать кафедры «эффективного рынка», чтобы потом безнаказанно разорять их выпускников [цит. по 47, с. 14]. Хорошо известны также отрицательные высказывания о гипотезе эффективного рынка, принадлежащие крупному финансисту Дж. Соросу [63, с. 41–42].

Не менее важно и то обстоятельство, что «типичный» инвестор изначально оказался своего рода «поручиком Киже»[10] современной финансовой теории. В экономике и финансах, где размеры участников рынка различаются зачастую на несколько порядков, средние величины, как правило, лишены содержательного смысла. Средний агент, несмотря на провозглашаемую «репрезентативность», таковым не мог быть, поскольку попросту не существовал для многих (scale free) финансовых и экономических процессов, не имеющих характеристической шкалы. Подобные свойства давно известны экономистам. Например, средний размер депозита для монополизированного рынка коммерческих банков (тысяча «обычных» банков плюс Сбербанк, если говорить о России) – величина, абсолютно не репрезентативная, нечто вроде «средней температуры всех пациентов больницы». Поэтому некритическое использование средних для таких процессов существенно искажает результаты анализа и предлагает зачастую явно нерациональные рекомендации.

Эмпирически «репрезентативность» рыночных агентов отождествлялась со средними значениями совокупности, а поскольку взаимодействие элементов, как правило, игнорировалось, то для случайных явлений поведение большого числа независимых элементов полагалось соответствующим условиям центральной предельной теоремы. Отсюда понятна популярность гипотезы «нормальности», или гауссовости, равно как и стремление к универсализации подобных стохастических процессов. Гауссова модель, по выражению Б. Мандельброта, – это модель эгалитарного процесса в том смысле, что для больших выборок добавление ещё одного наблюдения практически не меняет среднюю, которая является характеристической величиной[11]. При этом, правда, волатильности могут иметь существенные флуктуации. Поэтому гауссовость служила и служит одним из важнейших признаков «нормальной», или «идеальной», конкуренции, а универсализация гауссовской модели игнорировала многочисленные па-

---

[10] Поручик Киже из одноименного романа русского писателя Ю. Олеши – это персонаж, порождённый ошибкой переписчика официальных докладов в царской России. Несмотря на свой виртуальный характер, этот персонаж в бюрократической среде существовал вполне реально, получая денежное довольствие, чины и звания.

[11] Распределение Коши, напротив, не имеет средней, иными словами, случайная величина с этим распределением чрезвычайно колеблется, причём её дисперсия не существует. Соответственно, по Б. Мандельброту, – это модель элитарного процесса [47].

радоксы, равно как и соответствующую статистику «выбросов», настойчиво напоминающую о так называемых «толстых хвостах» в распределении финансовых показателей, в частности, доходностей активов.

Как отмечалось выше, редукционизм – методологический прием, характерный не только для экономики. В конечном счёте адекватность методологии проверяется экспериментом, что предполагает сопоставимость размерности модели и реальной системы. Поэтому дискуссия о модели «рационального» инвестора должна рассматриваться в общенаучном контексте доступности информации и эксперимента, следовательно, в аспекте размерности системы. В экономике и финансах недостаточность эмпирической информации, равно как и невозможность экспериментировать, заставляют экономистов регулярно ссылаться на модели соответствующих процессов, что практически никогда не делают физики. Результаты экспериментов в естественных науках, как правило, инвариантны к размерам систем, поскольку размерность моделируемых объектов чрезвычайно велика, порядка числа Авогадро (6×10^{23}). Напротив, нехватка информации имеет серьёзные методологические последствия для экономической науки, порождая неопределенность теоретических выводов, которые чрезвычайно чувствительны к массивам данных, имеющимся в распоряжении исследователя. Стенли и др. (см. [66]) приводят чрезвычайно важную последовательность смены гипотез о природе финансовых процессов.

Известно, что знаменитый расчёт Б. Мандельброта (1963) по хлопковым ценам имел весьма небольшой, по современным меркам, порядок данных, всего лишь 10^3 наблюдений. Для таких систем гипотеза распределения Леви – Парето представляется вполне адекватной и её выдвижение имело огромное значение для трансформации финансов в соответствии с современными теоретическими представлениями. Между тем в 1995 г. Стенли и др. провели исследования по экономическим системам, имевшим размерность, пропорциональную 10^6 наблюдений. Обработка эмпирических данных привела к гипотезе об «усечённом» распределении Леви (truncated Levy distribution). Наконец, исследование (Gopikrishman et al.) индикаторов, имевших размерность порядка 10^9, далеко вывело финансовые системы за пределы распределения Леви. Сейчас исследователи говорят о «кубическом законе», управляющем динамикой многих

финансовых индикаторов, тогда как семейство распределений Леви – Парето ограничивает величину параметра «частоты» экстремальных событий значением 2. Правомерна, поэтому, такая постановка вопроса: доступность информации, к примеру, порядка 10^{12} наблюдений, приведёт к уточнению существующей или к выдвижению принципиально новой научной гипотезы? Главной проблемой, разумеется, является не столько величина одного из параметров распределения, сколько научная обоснованность теории, которая выдвигается на массивах информации, несопоставимой с истинной размерностью системы. Информационная недостаточность неизбежно транслируется в различные характеристики теории, формирующейся на её основе, поддерживая рецидивы редукции в попытках преодоления ограниченности эмпирических данных. Важность этого методологического обстоятельства вполне очевидна в обсуждении *pro et contra* гипотезы «рационального инвестора», более чем тридцатилетнее господство которой заканчивается.

В свете сказанного выше краткий обзор несостоятельности методологии редукционизма завершим выводом, который многим может показаться парадоксальным. По нашему мнению, критика модели «рационального» финансового инвестора не означает её полную непригодность в анализе экономических явлений. Повторим, неприемлемыми представляются лишь претензии редукционизма на универсальность. Именно они порождают неадекватность модели «рационального» инвестора условиям турбулентного финансового рынка с резко падающими, к примеру, ценами активов и высокими рисками. Необоснованная универсализация этой концепции является истинной причиной её неприятия финансовой практикой. Между тем, если принять, что развитие науки происходит по типу «вложенных» множеств, то, отбросив необоснованные претензии «рациональных» ожиданий на универсальность, вполне можно выявить класс процессов, для которых данный подход вполне приемлем. В этом свете чрезвычайно интересными представляются исследования типа «рациональных» пузырей, которые, по нашему мнению, служат своеобразным «методологическим мостом» между гипотезой «рационального инвестора» и анализом сложных систем. Вполне убедительная связь между ними, коротко, может быть сформулирована следующим образом.

Все взаимодействия элементов большой и сложной системы охарактеризовать невозможно, но вполне возможно и допустимо выбрать некий доминирующий тип взаимодействия. В таком контексте анализ сложных экономических систем принципиально расширяет методологию «рационального» инвестора: вместо «типичного» агента исследуется «типичное» взаимодействие микроагентов. Понятно, что это – непростой переход, решать подобные проблемы можно только на основе серьёзного эмпирического изучения различных финансовых процессов. Например, какое взаимодействие – квадратичное, степенное или, в общем случае, фрактальное – следует принять как типичное. В свете сказанного позитивным выводом научной дискуссии должно явиться создание новой методологии, синтезирующей всё позитивное в экономической теории, включая и модели «рационального» инвестора.

B3. «Рациональные» финансовые пузыри

Периоды длительного и значительного роста стоимости финансовых активов известны очень давно и, разумеется, не могли остаться вне поля зрения экономистов. Простая модель финансового пузыря была предложена в 1982 г. *О. Бланшаром* и *Р. Ватсононом* [12], аналогичные попытки предпринимались и рядом других исследователей. Эти работы показали, что возникновение пузырей, при соблюдении достаточно простых условий, не противоречит гипотезе рациональных ожиданий. Содержательно, однако, возникновение, развитие и окончание (лопание) пузырей на финансовых рынках можно объяснить лишь эффектами взаимодействия агентов рынка, порождающими положительные обратные связи. Поскольку поведение независимых, однородных по масштабам, преференциям и горизонтам участников рынка, обладающих полной информацией, формулируется вне анализа этих эффектов, то интерес к исследованию рациональных пузырей надолго угас. Так, долговые пузыри были исключены из анализа на основании тех соображений, что для фиксированного контракта номинал долга, погашаемого через $t > 0$ лет известен точно. Для акций – положение более сложное, поскольку эти инструменты, строго говоря, никогда не погашаются, а в глазах закона корпорация существует вечно. Однако и в этом случае пузыри были исключены посредством

апелляции к исчислению так называемой «фундаментальной» стоимости актива.

В 2002 г., однако, появляется работа *Т. Лакса* и *Д. Сорнета* [45], в которой идея рациональных пузырей вновь рассматривается, но в рамках более общей модели мультипликативного случайного процесса (процесса Кестена). Финансовый пузырь, представленный процессом Кестена, естественно возникает при исчислении доходностей активов и порождает логнормальные и степенные распределения ставок доходностей. Модель Бланшара – Ватсона оказывается частным случаем процесса формирования стоимости финансовых активов. Для произвольного финансового актива A_t , $t = 0, 1, 2, \ldots$, который имеет случайно изменяющиеся будущую стоимость A_{t+1} и периодический доход s_{t+1}, рациональное поведение инвестора предполагает выполнение условия:

(B1.1) $$A_t = \delta \mathrm{E_t}[\mathrm{A_{t+1}} + \mathrm{s_{t+1}}],$$

где рыночная ставка дисконта $\delta = (1 + r_f)^{-1} < 1$, и r_f – рыночная ставка безрисковой доходности. Типичный рыночный агент (один из очень большого числа участников рынка) обладает полной на данной момент информациией I_t, что означает вычисление условного ожидания $\mathrm{E_t} \equiv \mathrm{E}[.|I_t]$. Рыночная стоимость финансового актива, согласно (1), есть дисконтированная стоимость будущего периодического дохода (купона или дивиденда) и капитальной стоимости актива.

Рынок, на котором цены активов отражают всю наличную информацию в соответствии с уравнением (B1.1), является эффективным в информационном отношении. Эта модель обычно дополняется условием «трансверсальности», которое исключает возникновение финансовых пузырей:

$$\lim_{j\to\infty} \delta^j \mathrm{E}_t\left[A_{t+j}\right] = 0.$$

Последовательное вычисление уравнения (B1.1) для разных значений времени при подстановке в него условия трансверсальности и выполнении «закона вложенных ожиданий»:

$$\mathrm{E_{t+j}}[\ldots \mathrm{E}_{t+1}\left[\mathrm{E}_t[X]\right] = \mathrm{E}_t[X],$$

приводит к следующему выражению для «фундаментальной» стоимости актива:

(B1.2) $$A_t = \delta^j \sum_{j=1}^{\infty} \mathrm{E}_t[\, s_{t+j}].$$

Уравнение (B1.2) означает, что на финансовом рынке торгуются активы, стоимость каждого из которых рациональными инвесторами определяется как дисконтированный по ставке безрисковой доходности поток будущих доходов, иначе, «фундаментальную» стоимость финансового актива. В отсутствие пузыря «фундаментальная» стоимость актива – существует и единственна, что существенно упрощает анализ ситуаций на финансовом рынке. Вместе с тем условие отсутствия финансовых пузырей не является обязательным. Существование пузыря модифицирует модель «рационального инвестор к виду

(B1.3) $A_t = \delta \mathrm{E_t}[\mathrm{A_{t+1}} + \mathrm{s_{t+1}} + B_{t+1}]$,

где B_{t+1} – уровень финансового пузыря. В модели (B1.3) финансовый пузырь должен удовлетворять условию

(B1.4) $B_t = \delta \mathrm{E_t}[\mathrm{B_{t+1}}]$,

которое обеспечивает непротиворечивость требований рациональности и существования пузыря. Это условие выполняется для широкого класса случайных мультипликативных дискретных уравнений с аддитивными компонентами (процессов Кестена):

(B1.5) $B_{t+1} = a_{t+1}B_t + \varepsilon_{t+1}$,

где $\{a_{t+1}\}$ и $\{\epsilon_{t+1}\}$ – случайные независимые и одинаково распределенные процессы, причем $\{\epsilon_{t+1}\}$ – *niid (0,1)* процесс. Совместность уравнений (B1.4) и (B1.5) обеспечивается, если выполняется равенство

(B1.6) $\mathrm{E}_t[a_{t+1}] = \frac{1}{\delta}$.

Процесс Кестена B_t – последовательность случайных положительных значений пузыря, зависящих от распределения случайной величины $\{a_{t+1}\}$. Каждое значение случайной величины

(B1.7) $a_{t+1}^i = \frac{B_{t+1}^i}{B_t}$; $i = \overline{1,n}$

является, по экономическому смыслу, условным состоянием (или условным темпом изменения уровня) финансового пузыря. Это так называемая *цена Эрроу*, приписываемая *i*-му состоянию пузыря в последующий момент времени. Соответственно, для дискретного распределения вероятностей условных состояний пузыря $\{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$, $\sum_{i=1}^n \pi_i = 1$, имеет место условие:

(B1.8) $\mathrm{E}_t[a_{t+1}] = \sum_{i=1}^n a_{t+1}^i \pi_i = \frac{1}{\delta}$.

Из теоремы Кестена [45] для мультипликативных случайных уравнений следует, что при выполнении весьма нежестких условий предельное распределение процесса B_t имеет характер степенного закона:

(B1.9) $\Pr\,[B_t > x] \sim x^{-\beta}$,

причем параметр Парето $\beta > 0$ удовлетворяет равенству:

(B1.10) $\mathrm{E}_t\left[\left|a_{t+1}^{\beta}\right|\right] = 1.$

Для модели *Бланшара – Ватсона*, где финансовый пузырь – бинарная случайная переменная

(B1.11) $a_t = \{ \begin{matrix} \bar{a}, & \pi; \\ 0, & 1-\pi \end{matrix}$

Согласно (B1.8) и (B1.10) находим, что $\bar{a} = (\delta\pi)^{-1}$ и $\bar{a}^{-\beta}\pi = 1$, откуда значение параметра Парето составляет $\beta = \frac{log\pi}{log\delta + log\pi}$. Например, для $\delta = 0{,}95$ (ставки безрисковой доходности в 5% годовых), и $\pi = 1 - \pi = 0{,}5$ параметр Парето равен $\beta = 0{,}93$.

Величина параметра Парето для «рационального пузыря», однако, оказывается значительно ниже эмпирических значений, которые для многих финансовых процессов фиксируются на уровне 3 («кубический закон). Это, на наш взгляд, объясняется условием (B1.8), которое устанавливает связь между условными состояниями пузыря и «безусловным» темпом его изменения $1/\delta$. Последний апеллирует к «нейтральности рисков», поскольку определяется уровнем безрисковой ставки процента $1/\delta = 1 + r_f$, которая минимальна на всем множестве положительных доходностей. Арбитражные возможности на рынке, таким образом, исключаются, но ценой сильного занижения величины параметра Парето. Методологический вывод из анализа данной модели состоит в том, что, хотя пузыри не противоречат гипотезе рациональных ожиданий, но, поскольку последняя не учитывает эффекты взаимодействия и нелинейности, неадекватные значения параметра степенного распределения неизбежны. Вместе с тем апелляция к процессам Кестена, порождающим логнормальные и степенные распределения, позволяет рассматривать гипотезу рациональных пузырей как некий «мост» к исследованиям финансов как сложной системы, которая, как правило, следует распределению Парето.

Часть I. Сложные системы и моделирование кризисов

Современная система финансов по объёмам сделок с основными и производными активами достигла поистине астрономических масштабов, исчисляемых сотнями триллионов долларов. Финансы не производят материальные ценности, но, являясь наилучшим приближением к «идеальной» конкуренции, расширяют возможности целесообразного использования дефицитных ресурсов. Финансовая система многократно мультиплицирует стоимость реальных ресурсов посредством как усложнения иерархии связей участников рынка, так и появления множества сложных, структурированных активов, подчас с плохо изученными свойствами и повышенными рисками. Финансовые контракты из-за своей сложности становятся непрозрачными, причём потеря транспарентности происходит зачастую не от недостатка, а от переизбытка информации[12].

Представление финансового рынка как сложной системы должно ответить на следующий вопрос. Каким образом система, основанная на контракте, устанавливающем равенство сторон, а соответственно, равенство издержек и результатов, генерирует рост финансового и реального богатства, рассогласованность которых может быть преодолена лишь в результате грубой коррекции рынка, иначе, кризиса? Не претендуя на полноту, тем более истинность, ответа, приведём ряд соображений, помогающих в структуризации этой, без преувеличения, основной проблемы макрофинансовой теории.

1.1. Богатство и взаимодействие реальных и финансовых рынков

Известно, что производство товаров и услуг невозможно без целесообразного использования ресурсов – знаний, природных ресурсов, капитала и труда – причём величина издержек производства имеет тот же порядок, что и доходы (выпуск или объёмы продаж). В мире вещей ничего не происходит мгновенно (overnight), поскольку использование ресурсов требу-

[12] Зарегистрированы многие случаи, когда инвесторы в обеспеченные активами обязательства (collaterized debt obligation, CDO) получали от эмитентов этих инструментов проспекты, насчитывающие сотни страниц, смысл которых не могли дешифровать даже специально нанятые аналитические фирмы [77].

ет времени, а значит, производственные процессы всегда инерционны. У. Баффет эту простую мысль выразил в присущей ему образной манере: «Американская экономика не может развернуться на пятачке»[13]. В отличие от производства вещей эмиссия финансовых активов имеет относительно малые издержки. В отсутствие инерции издержек стоимость активов определяется стохастикой «новостей», случайные шоки которых трудно предсказуемы. Эти изменения происходят практически мгновенно, а следовательно, стоимость финансовых активов растёт или падает существенно быстрее, чем меняются номинальные индикаторы реального рынка. Но, поскольку балансовое равенство в финансах обязательно соблюдается, материальное обеспечение активов замещается во всё большей степени другими финансовыми активами, включая непогашенные долги. Отсутствие издержек в «производстве» финансовых активов открывает дорогу для формирования квазииздержек, а именно созданию или синтезу новых активов, обеспечением которых являются существующие активы и, во всё большей степени, непогашенные долги.

Богатство отдельного участника рынка, представленное, в частности, большой положительной величиной чистого частного богатства (net private worth, NPW) *a priori* не предполагает ненулевых реальных (материальных) ресурсов. Известно, что в рыночной экономике можно быть очень богатым человеком, не имея материальных ресурсов, специальных знаний, а располагая лишь денежными активами. Напротив, макроскопически чистое финансовое богатство равно нулю, поскольку активы кредиторов равны пассивам должников, а в конкурентной и сбалансированной экономике сбережения равны инвестициям (с точностью до внешнеэкономических связей). Это «исчезновение» финансов на макроуровне объясняет, почему исторически и логически финансовая экономика развивалась, прежде всего, на микроуровне, как формирование цен и условий торговли отдельными активами. С другой стороны, финансовое богатство, представляя совокупную стоимость всех «бумажных» активов, стоит ровно столько, сколько собственники ликвидности или фондов (liquidity, funds) готовы платить сегодня за ожидаемые доходы в будущем. Финансист из фирмы PIMCO П. Маккалли пишет: «Ликвидность – не столько некоторое количество денег, сколько определённое состояние настрое-

[13] “The US [economy] can’t turn around on a dime” [Bloomberg, 10 Mar 2009].

ний… коллективных аппетитов заёмщиков и кредиторов относительно рисков, функция желания инвесторов компенсировать риски посредством заёмных средств и готовности сберегателей давать эти средства взаймы инвесторам» (цит. по [41, p. 11]). Эти настроения материализуются финансовой системой в процессе торговли активами на первичных, и особенно на вторичных, рынках.

Стоимость финансовых активов, представляя рыночную стоимость совокупных частных прав на общественные доходы и ресурсы, является богатством лишь в той мере, в какой отражает господствующие настроения и ожидания участников рынка адекватны текущему состоянию и перспективам экономики. В определенном, хотя и произвольном, масштабе цен совокупная стоимость финансового богатства (либо активов, либо пассивов в отдельности) отлична от нуля [15]. Регулируя стоимость различных активов, исходных и производных, т.е. права собственности на доходы, финансы обеспечивают, в принципе, эффективное распределение дефицитных ресурсов в соответствии с общественными приоритетами. Эта важнейшая функция финансовой системы подвергается сомнению, особенно в период разрушительных кризисов. Тем не менее, перефразируя известное высказывание У. Черчилля, следует подчеркнуть, что хотя современные финансы, безусловно, имеют серьёзные недостатки, но более совершенной системы распределения общественных ресурсов просто не существует.

Эффективное регулирование дефицитных ресурсов происходит, однако, лишь при условии когерентного развития финансовых и реальных рынков, которое проявляется лишь за длительные периоды времени, причём необязательно в пропорции 1:1. Можно утверждать, что если увеличение стоимости финансовых активов соответствует в целом росту стоимости реальных ресурсов, то общество в целом становится богаче, и наоборот [72]. Однако весьма непросто превратить данное утверждение в операциональное определение. Это, в частности, затрудняет своевременное распознание кризисных явлений, поскольку на ранних стадиях практически невозможно отличить спекулятивное раздувание пузыря от здо-

рового удорожания стоимости активов[14]. С другой стороны, когда рост стоимости финансовых активов, раскручиваемый взаимодействием участников рынка, не сопровождается когерентным увеличением масштабов использования реальных ресурсов, благосостояние общества в целом не повышается. За последние примерно десять лет именно это способствовало извлечению кредиторами-посредниками, банковской системой прежде всего, сверхдоходов, по сути, арбитражной прибыли, за счет производителей-заемщиков[15]. Так, глобальный рынок CDO составил на конец 2006 г. около 2 трлн долл. [75], что примерно совпадает с интегральными потерями инвесторов на мировых рынках. Конечно, такое сопоставление достаточно условно, поскольку необеспеченный рост стоимости финансовых активов сопровождался значительными перекосами в распределении общественных доходов, неоправданно высоким вознаграждением за услуги финансового посредничества, осуществляемого как в стандартных формах (banking), так и, особенно, на альтернативном рынке банковских услуг (shadow banking). Однако равенство масштабов финансовых сверхдоходов и потерь симптоматично. Вполне понятно, что длительное ущемление доходов заемщиков в целом эквивалентно многократному увеличению кредитных рисков. Это, конечно, не может продолжаться бесконечно долго, и финансовый пузырь обязательно лопается. Иными словами, совокупные финансовые потери, исчисляемые триллионами долларов, – это в основе своей номинальные сверхдоходы кредиторов, которые не имели реального обеспечения товарами, услугами и другими элементами общественного капитала. Кредитный кризис 2007–2010 гг. восстановил нарушенный дисбаланс между частным и общественным богатством. Однако точность, а тем более справедливость подобной коррекции весьма сомнительны, и это явилось фактором роста финансовых и экономических напряжений, которые, как в Греции в 2010 г., способны перерастать в социальные волнения.

---

[14] Выражение А. Гринспена об иррациональном возбуждении (irrational exuberance) финансовых рынков общеизвестно, хотя, как справедливо отмечает П. Кругман [40], бывший председатель правления ФРС мало что сделал по предотвращению финансовых пузырей. По нашему мнению, эта пассивность во многом объясняется причинами, отмеченными выше.

[15] Первичные кредиторы, например, владельцы домов, также получили определённую часть арбитражной прибыли из-за возрастания стоимости недвижимости, но их часть просто несопоставима с прибылью финансовых гигантов – теперь уже бывших инвестиционных банков.

1.2. Контракт: микроэлемент финансовой системы

Гетерогенность экономических условий, равно как и стохастический характер их изменений, объективно превращают финансовый, особенно долговой, контракт (взаимодействие кредитора и заёмщика) в базовый элемент любой, самой развитой экономической системы. Взаимная выгода участников контракта состоит в том, что кредитору не нужны деньги в данный момент, но необходимы доходы в будущем, тогда как заёмщик имеет прямо противоположные цели и намерения. Согласование их целей и намерений посредством контракта (соглашения, предполагающего отсутствие арбитражной прибыли) открывает дорогу заключению взаимовыгодной сделки и расширению бизнеса. Финансовый контракт обеспечивает развитие экономики, невозможное в противном случае, т.е. обе стороны получают выгоду, которая, в общем случае, сопровождается рисками. Взаимная выгода участников контракта определяется величиной номинальной ставки доходности, $r > 0$, которая для долга является ставкой доходности к погашению (yield to maturity,YTM), которая, в свою очередь, диктуется рынком. Величина ставки доходности в конечном счёте зависит от развития производства и эффективного использования всех материальных и интеллектуальных ресурсов. Установление этого соответствия и есть важнейшая общественная функция, которая реализуется во взаимодействии финансовых и реальных рынков, рассогласованность которых восстанавливается посредством грубой коррекции (кризиса).

В краткосрочном периоде долговой контракт, априори предполагающий равенство сторон, есть «справедливая игра» или «игра с нулевой суммой», поскольку сверхдоход одной стороны равен дополнительным издержкам контрагента. Это условие, известное как принцип отсутствия арбитража (no-arbitrage relation) реализуется в широкой гамме отношений, возникающих на различных финансовых рынках: от формирования форвардной цены актива, до «финансового рычага». Отсутствие арбитража в контракте, однако, органически связано с неопределенностью. Финансовый контракт (на бесконечно короткий период времени) устанавливает связь между (альтернативными) издержками кредитора $rB(t)$ и его будущим доходом: периодической компонентой, $m(t)$ (купон или дивиденд) и изменением капитальной стоимости актива, $\dot{B}$, которая представлена

производной стоимости долга по времени. Уравнение финансового контракта

$$rB(t) = \dot{B} + m(t)\,, \tag{1.2.1}$$

по сути, воспроизводит динамику стоимости (исходного) финансового актива, что будет детально рассмотрено во второй части работы[16]. В контексте данного исследования представляет интерес типичный контракт ипотечного рынка, структура связей которого воспроизводит процессы секьюритизации активов. На одном из сегментов этого самого крупного рынка долгов начались все события текущего кредитного кризиса [58].

Ипотечный банк (mortgagee) в своих активах замещает стоимость дома на величину ипотечного займа, выданного ипотечному заемщику (mortgagor), который обязан его погасить в установленные сроки. Агрегат этих сделок имеет объём обязательств, не превышающих стоимость залога, или материальных ресурсов. В этом случае, по крайней мере теоретически, невозможность погашения долга не влечёт разорения кредитора, получающего стоимость залога. Многовековая практика таких долгосрочных займов показала, что при соблюдении необходимых условий ипотека, схема которой (для непрерывно начисляемой ставки доходности) представлена ниже, – один из наиболее надёжных видов финансовой деятельности. Приведенные схемы используют условие: $m(t) = y = const$.

Таблица 1.1. Ипотечный кредитор

Активы	**Пассивы**
Стоимость дома, $-H$	
Ипотечный заём, $+M = y\int_0^T \exp[-rt]\,dt$	

Таблица 1.2. Ипотечный заёмщик

Активы	**Пассивы**
Стоимость дома, H	Ипотечный долг, $M = y\int_0^T \exp[-rt]\,dt$

[16] Вероятностный аналог уравнения (1.2.1) финансового контракта для простого броуновского движения рассмотрен в работах автора [5, 6].

Разумеется, на длительный период невозможно предсказать случайную динамику ставок доходности, r, равно как и оценить размеры ожидаемых периодических платежей, y, поэтому, строго говоря, вероятности дефолтов заёмщиков всегда отличны от нуля. В период ипотечного кризиса кредитор сталкивается практически с неизбежными потерями, поскольку массовые дефолты заёмщиков создают у них избыточное количество домов, которые невозможно продать, следовательно, возместить их первоначальную стоимость. Кроме того, неоплаченный долг может быть погашен лишь с некоторой ненулевой вероятностью, – в настоящий момент уверенности в этом быть не может. Следовательно, доверие инвесторов отражает величину вероятности возврата займов, иначе, является дополнением до единицы величины кредитного риска (риска дефолта). Доверие инвесторов к соответствующим инструментам и к рынку в целом скрепляет подобную, опрокинутую вниз, финансовую иерархию: как только исчезает доверие, то вся сложная конструкция финансовых отношений и контрактов начинает рушиться [74]. В какой мере стоимость финансового контракта при отсутствии дефолта приводит к изменению частного и общественного богатства? Некоторые причины нарушений этих соотношений происходят при создании сложных структурированных финансовых инструментов (контрактов), использующих ипотечные займы.

1.3. Структурированные инструменты и финансовый пузырь

Очевидно, что генезис и раздувание финансового пузыря (отсутствие глобального дефолта) происходят при соблюдении условий контракта. Однако при некоторых условиях рациональная установка – купить дешевле, чем продать, которой руководствуются все участники рынка, оказывается встроенной в иррациональный процесс увеличения спроса на активы, подпитываемый избыточной ликвидностью. На критических уровнях ликвидности инвесторы в массовом порядке меняют «длинные» позиции на «короткие». Когда все начинают продавать, то стоимость активов падает, как правило, катастрофически, а покупатели, вместе с ликвидностью, исчезают, и ещё недавно азартный покупатель не способен продать переоценённый актив. Провал стоимости активов обычно не меньше предшествовавшего ему роста, поэтому инвестор, слишком поздно осознавший

качественную перестройку рынка, оказывается в числе проигравших, а проще – самым большим дураком. В современных терминах эта «теория» – не что иное, как эмпирическое объяснение автокаталитического характера раздувания финансового пузыря, возникающего вследствие взаимодействий инвесторов, в которых доминируют иррациональные мотивы – сознательное завышение цен активов в надежде продать их дороже, чем они куплены. Подобная установка, однако, формируя положительные обратные связи на финансовом рынке, дестабилизирует систему, что неизбежно заканчивается катастрофой.

В современных финансах, особенно в англо-саксонской модели финансового рынка, пузырь реплицируется, прежде всего, посредством формирования синтетических активов. Финансовый синтез позволяет резко разнообразить спектр средств, которыми располагает инвестор, расширить спрос на активы, повысить ликвидность рынков и в конечном счёте снизить транзакционные издержки. Синтетические активы, включая производные и структурированные (derivative and structurized), играют большую и всё возрастающую роль: их многие десятки, если не сотни, среди которых ARS, ABS, ABCP, CDO, CDS и др. История структурированных инструментов насчитывает несколько десятилетий, и в канун кризиса объём торговли этими инструментами исчислялся триллионами долларов [33]. Кредитный кризис нанёс страшный удар по многим сегментам рынка, на которых торговались эти активы, а многие из них просто «схлопнулись». Как выясняется в ходе расследований причин кредитного кризиса 2007–2010 гг., даже для создателей свойства структурированных активов оставались загадкой, последствия их массового применения были просто неизвестны, а практика торговли этими инструментами изобиловала эксцессами, злоупотреблениями доверием и прямым обманом инвесторов[17] [64].

Обычный, или «нормальный», процесс монетизации долга предполагает погашение долгов «звонкой монетой», тогда как его трансформация допускает «оплату» старых долгов посредством эмиссии новых займов, что неизбежно заканчивается катастрофой. Подобное возможно и в «нор-

[17] Объективное изучение практики использования структурированных инструментов должно приводить не к их отрицанию, а к более полному пониманию положительных и отрицательных сторон этих активов и пределов их эффективного использования.

мальном» режиме функционирования финансового рынка, но это – аномалия, которая отмечалась еще классиками. Так, напомним цитирование *Д. Рикардо* выступления в британском парламенте некоего Гескиссона, утверждавшего, что «в основе предположения, что старый долг оплачен, лежит то обстоятельство, что мы заключили новый заем, на гораздо большую сумму...» [2, с. 235]. Когда отмеченная аномалия, при некоторых условиях, превращается в норму поведения инвесторов, то процесс монетизации долга неизбежно принимает сингулярный характер. Однако эмиссия долговых обязательств, как на основе необеспеченных долгов, так и на основе долгов, обеспеченных непогашенными долгами, полностью разорвала связь между финансовыми и материальными активами[18].

Свойства и процедуры синтеза, условия торговли и ценообразования синтетических инструментов изучают микрофинансы, нас же интересуют макроскопические аспекты финансового синтеза – замещение во всё больших масштабах непогашенных долгов на новые долговые обязательства. Главным последствием создания сложных синтетических активов явилось увеличение стоимости активов, не обеспеченное ростом реального богатства. Массовое распространение подобной практики неизбежно влечёт перерождение процесса монетизации долга – основы любой, самой развитой финансовой системы.

Литература по современным структурированным инструментам огромна, но концентрируется на вопросах предсказания коррелированных дефолтов, возникающих, как правило, в копулятивной модели портфеля активов инвестора [36]. Достаточно сложная, а подчас и просто громоздкая математика этих моделей затрудняет понимание экономической сути процесса синтеза CDO, которая, если абстрагироваться от многих технических деталей, сводится к тому, что создание синтетического инструмента, например, актива, обеспеченного долгами – CDO, позволяет увеличить суммарную стоимость рыночных активов. Рассмотрим этот процесс на

[18] Процедура продажи (физической или синтетической) непогашенных долгов специально созданным инвестиционным организациям (Special Investment Vehicles, SIV), которые их перемешивают (repackage) и оформляют как обеспечение новых ценных бумаг, известна как секьюритизация активов (asset securitization). Провалы сегментов, на которых торговались эти бумаги, явились одним из важнейших факторов глобального кредитного кризиса 2007–2010 гг.

простом примере. Пусть финансовый рынок состоит из двух бинарных случайных исходных активов (underlying assets):

$x \coloneqq \{X, \bar{X}\}$ и $y \coloneqq \{Y, \bar{Y}\}$,

комбинации состояний которых образуют полную группу событий. Исходные активы, как правило, находятся на балансе кредиторов, в том числе участников ипотечного рынка, как было указано в предыдущем разделе. Предположим, что исходные активы – бескупонные, типа стрипсов, погашаются через год и имеют равные номиналы: $F_x = F_y = F$. Символ X обозначает состояние дефолта, а символ $\bar{X}$ соответствует погашению (отсутствию дефолта) актива x. Полагаем, что выплаты и дефолты актива независимы, причём события $X \cap \bar{X} = \emptyset$, т.е. несовместны. Состояние дефолта реализуется с вероятностью $p_{x,}$ а отсутствие дефолта имеет место с вероятностью $1 - p_x$. Аналогичный смысл имеют обозначения для актива y.

Допустим, как это имеет место в действительности, что высокие вероятности дефолта препятствуют продажам исходных активов. Стремление продавать такие активы инвесторам, избегающим высоких рисков, наряду с получением значительных комиссионных, явилось причиной формирования так называемых «структурированных» финансовых активов, среди которых наибольшую известность получили активы, обеспеченные долгами (collaterized debt obligations, CDO). Если продать активы x и y «напрямую» невозможно, либо их продажи сопровождаются большими потерями, то можно продать синтетические активы s и e, называемые обычно траншами (tranches), составленные, например, по типу

$s = 0{,}75(x + y)$ и $e = 0{,}25(x + y)$,

где суммарная стоимость исходных активов $x + y$ соответствует стоимости M активов на балансе кредитора ипотечного рынка, представленном в предыдущем разделе работы. Процедуры формирования траншей, число которых может достигать пяти, достаточно сложны, но сводятся к следующему. Исходные активы (и их доходы) объединяются в общий пул и распределяются так, чтобы сначала обеспечить выплаты по привилегированным (senior) траншам, а лишь затем – по субординированным (mezzanine and equity) активам. Примем, что структурированные активы s и e имеют такие же номиналы, что и исходные активы x и y, но отличаются порядком формирования выплат. Привилегированный транш s вы-

плачивает доход, если хотя бы один исходный актив не находится в состоянии дефолта, что формально означает:

$s: \bar{S} = \bar{X} \cup \bar{Y},$

тогда как субординированный транш e имеет ненулевую стоимость, если оба исходных актива не находятся в состоянии дефолта одновременно:

$e: \bar{\mathrm{E}} = \bar{X} \cap \bar{Y}.$

Выплаты по привилегированному траншу происходят как реализация случайного события[19]

$\bar{S} = (\bar{X} \cap \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cap Y) \cup (X \cap \bar{Y})$, вероятность которого равна $\Pr[s = \bar{S}] = 1 - p_x p_{y.}$

Соответственно, дефолт привилегированного транша есть событие, происходящее с вероятностью

(1.3.1) $\Pr[s = S] = 1 - \Pr[s = \bar{S}] = p_x p_{y.}$

Для субординированного транша вероятность выплат (отсутствия дефолта) составляет

$\Pr[e = \bar{E}] = 1 - p_x - p_y + p_x p_y$, а вероятность дефолта есть величина:

(1.3.2) $\Pr[e = E] = p_x + p_y - p_x p_y.$

Очевидно, что дефолт привилегированного транша – событие менее вероятное, чем дефолт исходных активов, тем более дефолт субординированного транша[20]. Привилегированный актив, как более надёжный, получает более высокий рейтинг и становится более дорогим. Следовательно, ставки доходности активов группируются в обратном порядке:

(1.3.3) $r_s < r < r_e,$

причём наиболее надёжный актив, как самый дорогой, продаётся под наинизшую ставку доходности. В неравенствах (1.3.3) полагается, что исходные активы имеют одинаковые доходности: $r_x = r_y = r$.

Выявленное соотношение изменений вероятностей дефолта и ставок доходностей означает, что формирование сложного структурированного актива, сохраняя значения номиналов, приводит к увеличению текущей рыночной стоимости активов. Покажем это на интуитивном уровне при условии равенства вероятностей дефолта исходных активов: $p_x = p_y = p$.

---

[19] Нетрудно убедиться, что состояния траншей, образуют полную группу событий.

[20] Вполне аналогичный пример процедуры синтеза CDO рассмотрен Р. Ксенакисом [73].

В данных предположениях рыночная стоимость исходных активов равна $2(1-p)Fexp(-rt)$,
а стоимость производных активов составляет $(1-p^2)Fexp(-r_s t) + (1-p)^2 Fexp(-r_e t)$.

Для $t = 1$ и равенства спредов $s_1 = s_2 = s$, где $s_1 = r_s - r$ и $s_2 = r_e - r$, неравенства

$(1+p)exp(-r_s) + (1-p)exp(-r_e) > 2\exp(-r)$ или

(1.3.4) $(1+p)exp(s) + (1-p)exp(-s) > 2$,

выполняются для достаточно широкого спектра значений вероятностей дефолта и спредов[21], что видно на рис. 1.

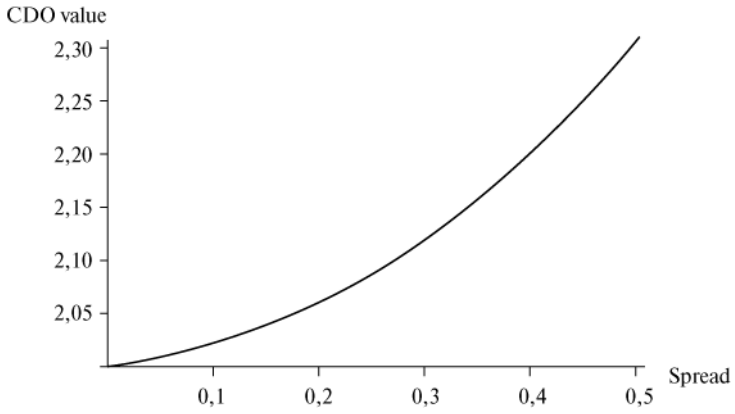


Рис. 1. Рост стоимости CDO

Как нетрудно заметить, для $p = 0$, средняя скорость удорожания стоимости CDO (относительно стоимости исходных активов) становится функцией гиперболического косинуса от значений спреда доходностей активов:

(1.3.5) $\frac{1}{2}(\exp[s] + \exp[-s]) = \cosh[s]$.

[21] Заметим, что спред доходностей привилегированного транша и исходных активов – величина отрицательная, что объясняется «сверхобеспечением» этого транша (overcollaterization, O/C). На практике это достигается как увеличением стоимости активов, входящих в обеспечение траншей, так и страхованием их доходностей посредством покупки гарантий у специальных компаний (monoline insurers).

Поскольку эта функция симметрична, положительна и всегда больше единицы, факт превышения стоимости CDO над стоимостью исходных активов можно считать доказанным. Соотношение стоимостей исходных и структурированных (привилегированного и субординированного) активов показано на рис. 2.

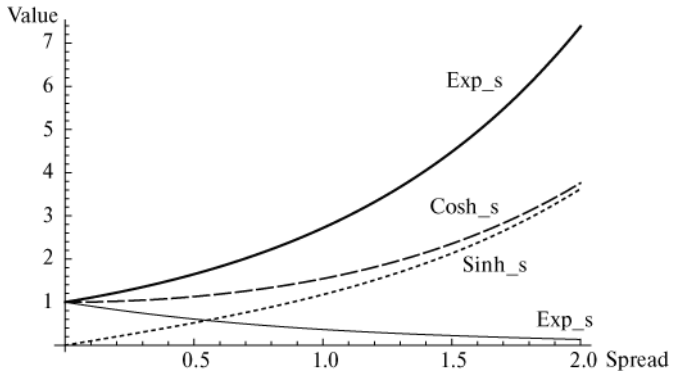


Рис. 2. Изменение стоимостей активов

Рассмотренная процедура секьюритизации активов не отвечает на вопрос о появлении арбитражных возможностей; последние могут отсутствовать, если учесть широкое использование на практике процедур сверхобеспечения CDO и страхования их доходностей. Однако рост стоимости синтетических активов в результате операций “slice and dice” – создания CDO – очевиден. Поэтому вывод экспертов о роли синтетических активов как фактора кредитного кризиса 2007–2010 гг. получает убедительное подтверждение. Прямым следствием сказанного является утверждение о том, что увеличение стоимости финансовых активов, когда оно не обеспечено ростом реального богатства, неизбежно готовит грубую коррекцию рынка, иначе, – финансовый кризис. Вместе с тем «провисание» стоимости CDO возле начала координат корректирует предупреждения У. Баффета и Р. Раджана [75] относительно роли структурированных инструментов как «распространителей», а не демпферов рисков. Из поведения «цепной» функции (catenary) следует, что эти предупреждения справедливы для малых спредов, тогда как для их больших значений, когда стоимость

траншей растет существенно, риски вряд ли играют столь плохую роль, которую им обычно приписывают.

В завершение этого раздела отметим, что, поскольку $\cosh[s] = \cos[i\,s]$, то, вполне возможно, эволюцию стоимости CDO следует исследовать на множестве комплексных чисел, где мнимые числа соответствуют степени иррациональности поведения инвесторов, особенно на заключительных стадиях формирования долгового пузыря. Об этом же говорит и представление $-\rho = i^2\rho$, параметра иррациональности ρ, который будет введен во второй части работы.

1.4. Финансовый рычаг и коллапс

Не менее важным представляется ещё одно обстоятельство. Увеличение стоимости активов обычно сопровождается расширением использования инвесторами заёмных средств, или ростом финансового рычага (leverage). Так, кредитный кризис 2007–2010 гг. во многом вызван несоразмерным использованием участниками рынка финансового рычага, а также недостаточным контролем за его величиной посредством Базельского регулирования[22] [30]. Известно, что, теперь уже бывшие, инвестиционные банки Merrill Lynch и Lehman Brothers накануне кризиса использовали финансовый рычаг порядка 40, т.е. лишь один доллар их собственного капитала поддерживал около 40 долл. заёмных средств[23] [34]. В условиях роста стоимости активов рычаг больших размеров резко увеличивал доходность собственного капитала, но когда стоимость активов начала снижаться, он явился причиной разорения многих крупных участников рынка. Широкое использование участниками рынка заёмных средств и секьюритизированных активов, что эквивалентно увеличению финансового рычага, предопределило неизбежность кризиса, иначе, сингулярный характер финансовых процессов.

---

[22] Соглашения Базель I, устанавливая пропорции собственного капитала, поддерживающего активы, дифференцированные по степени рискованности, регулировали величину, обратную к значению финансового рычага банковских учреждений. Понятно, что увеличение доли заёмных средств есть фактор роста рискованности, хотя обратное неверно. Так, даже сравнительно низкие значения рычага могут не уменьшить риски, если, например, банк инвестировал в ненадёжные ипотечные активы.

[23] Как известно, финансовый рычаг может рассчитываться либо как отношение стоимости активов, либо стоимости заёмных средств на единицу собственного капитала.

Интересно, что склонность современных финансовых систем к коллапсу обнаруживается достаточно просто, без апелляции к сложным моделям перколационного типа. Так, для финансового рычага, $x = \frac{D}{E}$, где D – размеры заёмных средств и E – собственный капитал, запишем простое уравнение связи между ставкой доходности на собственный капитал, $\rho \equiv ROE$, ставкой инвестиционной доходности, $\mu \equiv ROA$, и стоимостью заёмных средств, r. Это уравнение, без учёта обратных связей (компании, обремененные долгами, обычно получают кредиты по более высоким ставкам процента), записывается как

(1.4.1) $\rho = \mu + (\mu - r)x.$

Понятно, что, когда стоимость заёмных средств ниже инвестиционной доходности, финансовый рычаг – мощное средство увеличения доходности собственного капитала, что и является причиной его массового использования. Однако падение стоимости активов приводит к противоположным результатам, что и подтверждает мнение экспертов о том, что одной из причин кредитного кризиса 2007–2010 гг. явилось неоправданное использования финансового рычага. В предположении постоянства ставок доходности, $\rho = \bar{\rho}$, $\mu = \bar{\mu}$, уравнение (1.4.1) относительно величины рычага принимает следующий вид:

(1.4.2) $x = \frac{\bar{\rho} - \bar{\mu}}{\mu - r}.$

В условиях роста стоимости финансовых активов ставка доходности собственного капитала обычно превышает ставку инвестиционной доходности, $\rho > \mu$, а величины инвестиционной доходности μ и стоимости заёмных средств r сближаются, что уменьшает влияние рычага. Если типичная фирма стремится обеспечить постоянную доходность на собственный капитал, то в условиях растущего финансового пузыря сближение стоимости заёмных средств и инвестиционной доходности заставляет участников рынка неограниченно увеличивать рычаг. Таким образом, когда $r \to \mu$, то значение рычага становится сколь угодно высоким, $x \to \infty$, что говорит о сингулярности рынка, поскольку рычаг не может принимать сколь угодно большие значения. Это показано на рис. 3.

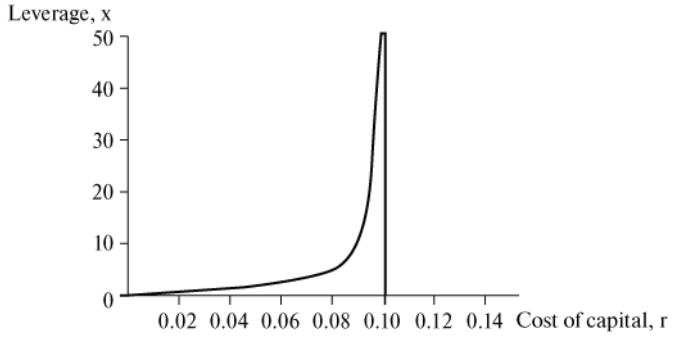


Рис. 3. Финансовый рычаг

Математика сингулярности широко применяется, например, для моделирования фазовых переходов или явлений магнетизма. Как известно, фазовые переходы характеризуются существенными изменениями переменных системы, происходящими, когда некоторый «контрольный параметр» системы достигает критического значения. Подобные качественные изменения можно рассматривать как широкий класс явлений сингулярности, которые происходят в динамической системе за конечное время. Утверждение о сингулярности финансового рынка, как показано на рис. 4, справедливо и для изменений ставок инвестиционной доходности, что происходит при увеличении спроса на активы.

Хотя финансовый рычаг известен давно, тем не менее лишь в начале этого века Т. Адриан и С. Шин [8] установили различия в использовании рычага разными группами участников рынка, которые, безусловно, способствовали увеличению размаха и тяжести финансовых потерь в ходе кризиса. Отмеченная склонность финансового рынка к сингулярности полностью согласуется, в частности, с выводами этих американских исследователей и подтверждается имитацией поведения инвесторов на перколационных моделях рынка. Ускоряющийся рост стоимости активов, по выражению У. Баффета, «финансовый наркотик» для инвесторов [26], обязательно несёт на себе печать вырожденности, что подтверждается и эмпирикой, и финансовой теорией, в том числе моделями перколационного типа, что будет показано во второй и третьей частях работы.

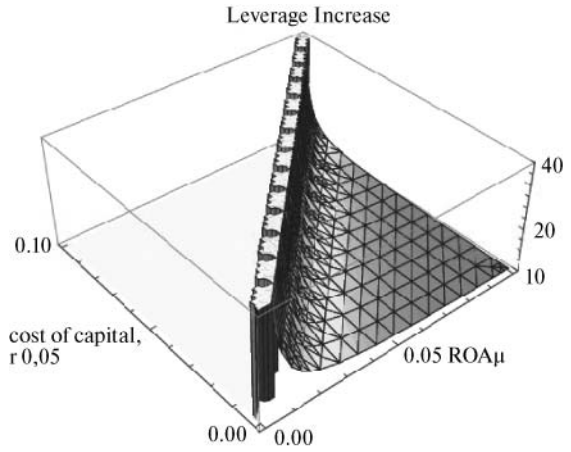


Рис. 4. Сингулярность как следствие роста финансового рычага

1.5. Финансовый рынок как сложная система

В настоящее время превалирующей точкой зрения на финансовый рынок является его представление как сложной большой системы, функционирующей в условиях неопределенности. Поведение финансового рынка есть результат взаимодействия огромного количества гетерогенных инвесторов, которые используют всё более сложные (структурированные) инструменты. На глобальных рынках основных, производных и структурированных активов многие тысячи участников продают и покупают десятки тысяч самых разнообразных инструментов. Стоимость финансовых инструментов формируется под воздействием факторов самой различной природы – экологических, социальных, экономических и культурно-исторических. Поэтому финансовые рынки непрерывно поглощают и перерабатывают огромное количество самой разнообразной информации: от природных и социальных катастроф до интимных похождений видных политических и общественных деятелей[24]. Участники рынка, число кото-

[24] Информационная всеядность финансовых рынков общеизвестна. Вместе с тем разнообразная и разнородная информация постоянно фильтруется, причём рынки неизменно отдают приоритет событиям финансового и экономического характера [20].

рых исчисляется десятками тысяч, различаются размерами, плановыми горизонтами, информацией и преференциями. Они вступают между собой в разнообразные технологические, информационные и экономические связи, опосредованные влиянием социально-культурной и экологической среды.

Общепринятого определения понятия сложной системы не существует [54], однако чрезвычайно удобным представляется лаконичное определение, предложенное Г.Е. Стенли и др., согласно которому в сложной системе «всё зависит от всего» [66]. Удобство такого определения состоит в том, что оно подразумевает взаимодействие элементов системы, которое образует исходную точку современной парадигмы исследований. По сути, это перефразировка известного высказывания об экономике или финансах как «собаке, кусающей собственный хвост». Определение Г. Стенли конкретизируется Д. Сорнетом: «…сложная система состоит из большого числа взаимодействующих частей, часто связанных с окружением системы, которые самоорганизуют свою внутреннюю структуру и динамику, проявляя подчас новые и неожиданные свойства» [61]. Сходного определения придерживаются, к примеру, Р. Маршински и Л. Матассини [49], В. Ньюмен и Д. Тюркот [51], а также ряд других исследователей.

Сложные системы, как выяснилось, во-первых, проявляют определенные черты универсальности независимо от их природы, а во-вторых, методы их исследования при помощи методологических упрощений (редукционизма) оказались несостоятельными. В современной науке концепция сложности, в основе которой лежит изучение характера взаимодействия элементов и частей системы, является методологией, позволяющей выявлять свойства, организацию и поведение систем самой различной природы. Именно взаимодействие системы и её частей, а не внешние шоки и влияние окружающей среды, доминирует в определении свойств и поведения объектов различной природы. Анализ сложных систем развивает и конкретизирует утверждение о том, что «целое больше, чем сумма частей его составляющих», сформулированное ещё гештальт-психологией в конце XIX в. и популярное в 1960-е годы [71]. Продолжая эту давнюю традицию, современная методология исследования сложности вместе с тем предлагает целый спектр современных методов и моделей.

Хорошо известно, что природные и общественные системы являются неупорядоченными, поскольку чистые и идеальные формы, одинаковые размеры, безупречные образцы, в том числе поведения, практически не существуют. Финансовые системы, так же как и более общие экономические системы, являются неупорядоченными (disordered) системами. Один из способов проявления неупорядоченности – это взаимодействие и связность (connectedness) частей или элементов сложной системы [10]. Практически все исследователи полагают, что сложность системы порождена, прежде всего, взаимодействием её частей и большого количества составляющих её элементов, причем последние существенно различаются между собой как свойствами, так и размерами [13, 48]. Даже в простейшем случае моделирование взаимодействия одинаковых элементов системы приводит к появлению «смеси» элементов с разными свойствами, что принципиально отличается от редукционистского агрегата, представляющего однородное целое. Предположение о существовании «рационального инвестора» с этой точки зрения можно рассматривать как попытку наложения упорядоченности на неупорядоченную систему с целью изучения последней. В неупорядоченных системах связность микроскопических элементов оказывает огромное влияние на её макроскопические свойства и поведение. Разумеется, для экономиста моделирование взаимодействия элементов системы не представляется чем-то принципиально новым. Достаточно вспомнить известную функцию Кобба – Дугласа, $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$, которая отражает взаимодействие качественно различных элементов экономической системы: технологии, капитала и труда.

Развитие и распространение кредитного кризиса 2007–2010 гг. представляет пример взаимодействия финансовых рынков. Так, рассмотрим цепь событий, приведших к «схлопыванию» сегмента синтетических облигаций с переменной ставкой доходности, определяемой на периодических аукционах (auction-rated security, ARS) [41]. Это событие некоторые эксперты расценили как самую масштабную пирамиду в истории финансов. Начало всей цепи было положено на сравнительно небольшом сегменте так называемых «ненадежных ипотечных займов» (subprime loans), емкость которого оценивалась примерно в 200 млрд долл. Когда по ряду причин, прежде всего из-за недостаточности обеспечения этих активов, частота дефолтов на этом сегменте в начале 2007 г. резко возросла, то,

соответственно, возросли кредитные риски и издержки страховых фирм – гарантов платежей по таким займам. Последствия этих событий носили двоякий характер. Во-первых, существенно снизилось доверие инвесторов ко всем инструментам, обеспеченным ненадёжными займами, стоимость которых снизилась из-за сокращения спроса на них. Во-вторых, рост кредитных рисков вынудил рейтинговые агентства весной 2007 г. начать массовое понижение степени надёжности финансовых страховщиков муниципальных облигаций (monocline insurers), которые гарантировали выплаты по ненадёжным займам. Поскольку страховщики этой группы занимались и гарантией синтетических облигаций ARS, то падение рейтинга страховщиков вызвало снижение доверия к этим инструментам и неизбежное падение их стоимости, ставшее особенно заметным к середине 2007 г. Интерес основной массы инвесторов к ARS упал столь значительно, что этот сегмент синтетических облигаций, емкостью до 400 млрд долл., во второй половине 2008 г. практически прекратил своё существование[25]. Сложные взаимодействия подобного типа вполне аналогичны злокачественным метастазам, распространявшимся с ускорением на различные сегменты долгового рынка.

В современной теории исследование сложности концентрируется на изучении малой окрестности так называемой критической точки, где происходят качественные изменения системы, иначе, система совершает перколацию[26]. В окрестности критической точки система претерпевает качественные изменения, меняя свою структуру, свойства и количество элементов, и поведение [11, 13]. Ранее несвязные микроскопические элементы становятся взаимосвязанными, причём эти взаимосвязи распространяются и могут охватывать всю систему. Взаимосвязи микроэлементов влияют на формирование макрохарактеристик системы в целом. Функция распределения кластеров в малой окрестности точки перколации

---

[25] Многие инвесторы инициировали судебные преследования эмитентов ARS, провал рынка которых называется финансовой аферой, намного превосходящей пирамиду Дж. Медоффа объёмом в 50 млрд долл., рухнувшую в 2008 г. При этом, правда, забывается, что сегмент ARS благополучно существовал и развивался более двух десятилетий, а предупреждения против эксцессов в их использовании звучали с момента изобретения этих инструментов.

[26] Перколация (от лат. per – через, сквозь; colare – поток) – изменение качества системы, происходящее при особых условиях. Исследование процесса вулканизации резины, опубликованное в 1941 г. П. Флори (Paul Flory), впоследствии нобелевским лауреатом по химии, содержало основы теории перколации систем в современном понимании этого термина [68].

является степенной, а колебания системы возле критической точки не имеют характеристической шкалы (scale-free). В критической точке, и только в ней, произвольная неупорядоченная система становится подобной своему элементу, или самоподобной системой.

За последние десятилетия установлено, что огромное разнообразие эмпирических систем имеет безмасштабные (scale-free) флуктуации в критической точке. Эмпирические значения констант различаются у различных систем, но возле критической точки они одинаковы, несмотря на различия в деталях. Процессы самой различной природы, такие как изменение ферромагнитных свойств, термодинамические процессы, вулканизация резины, землетрясения, формирование снежных лавин и лесных пожаров, распространение эпидемий и банковских паник в окрестности критической точки ведут себя в определённом смысле практически идентично, например, имеют одинаковые константы перколации. Практически любая сложная система, насчитывающая большое количество взаимодействующих элементов, подчиняется степенному закону [50].

По определению, системы принадлежат одному классу универсальности, если они имеют одинаковые константы перколации. Предположение о том, что зарождение, развитие и лопание финансового пузыря происходит по законам фазовых переходов, означает, что эти явления принадлежат одному классу универсальности. Оба процесса – сложные системы, поведение которых формируется эндогенно, в результате взаимодействия большого количества микроэлементов. По определению, две системы принадлежат одному классу универсальности, если они имеют одинаковые константы перколации [66, с. 211]. Если процесс развития финансового пузыря есть процесс перколации, то они одного класса универсальности. Известно, что такие системы, как правило, следуют степенному распределению. Следовательно, модель перколации может рассматриваться как адекватное представление финансового рынка, а структура рынка в критических условиях должна изменяться с теми же константами перколации. В этом заключается основная идея предлагаемой модели поведения инвесторов. Процесс изменения структуры финансового рынка на момент лопания финансового пузыря полагается аналогичным, т.е. принадлежит одному классу универсальности, процессам фазового перехода в малой окрестности критической точки. Следовательно, при выполнении

некоторых условий модель перколации может помочь в объяснении эволюции финансового пузыря и появления кризиса.

1.6. Некоторые положения теории «классической» перколации

В экономических исследованиях применение теории перколации находится, по нашему мнению, в начальной стадии [60, 68]. Между тем эта теория, являясь органической частью методологии анализа сложных систем, находит массу приложений в самых различных областях естествознания и человеческой деятельности. Великолепным сводом методологии, методов и моделей современной теории перколации и её приложений является Encyclopedia of Complexity and Systems Science [25]. Предлагаемый ниже материал, следуя работам [67, 37, 18], содержит минимальные сведения о теории «классической» перколации ячеек плоской сети, которые необходимы для понимания модели поведения инвесторов на финансовом рынке.

Теория перколации является геометрическим приложением теории вероятностей, которая имеет дело с формированием различных конфигураций на (бесконечно) больших сетях, состоящих из случайным образом занятых, либо пустых клеток (site percolation). На сети линейного размера L каждая ячейка, независимо от других, полагается занятой с некоторой априорной вероятностью p и пустой – с вероятностью $(1-p)$. Априорная вероятность p есть мера того, что выбранная наугад ячейка окажется занятой, и для достаточно большого числа реализаций системы имеет смысл:

$$p = \frac{\text{среднее число занятых ячеек}}{\text{общее число ячеек сети}}.$$

Последовательный перебор всех клеток сети с датчиками, например, равномерно-распределённых случайных чисел, порождает различные конфигурации (кластеры) занятых клеток. Более точно кластер определяется как множество занятых клеток (ячеек), имеющих общее ребро, причём для «классической» перколации полагается, что каждая клетка имеет четыре соседа, а четыре образуют её периметр. Число и структура кластеров полагается функцией их размеров (числа ячеек, входящих в кластер); для вычисления кластеров и их характеристик используется, как правило,

алгоритм Хошена – Копельмана. Процесс формирования кластеров, которые образуют соседние занятые ячейки, изучается посредством имитации Монте-Карло. Базовая единица анализа – это ожидаемое число кластеров размера $n_s\,(p)$ для данной сети. Среднее число кластеров конечного размера s вычисляется по достаточно большому числу реализаций для заданного значения вероятности p:

$$n_s\,(p) = \frac{\text{среднее число кластеров размера } s}{\text{общее число ячеек сети}}.$$

Из общих соображений ясно, что для малых значений априорной вероятности большинство занятых клеток сети являются изолированными, а размеры кластеров малы. Очевидно, что если выбор занятых клеток происходит независимо, то вероятность того, что кластер состоит из одной ячейки, равна $n_1 = p(1-p)^4$, а вероятность образования кластера из двух соседних клеток составляет

$$n_2 = 2p^2(1-p)^6.$$

Формула вероятности образования кластеров размера до 20 клеток существенно сложнее:

$$n_s = \sum_t g_{st} p^s (1-p)^t,$$

где периметр t – число клеток, граничащих с пустыми ячейками, а g_{st} – число конфигураций размера s с периметром t.

С другой стороны, для априорной вероятности, близкой к единице, практически все клетки заданной сети оказываются занятыми. Они образуют один большой (бесконечной размерности) кластер весьма произвольной формы с множеством различных «дыр» внутри. Возникает вопрос: при каких условиях появляется кластер, ячейки которого образуют непрерывный путь от одного конца сети до другого? Ответ имеет не столько техническое, сколько методологическое значение: поскольку для малых априорных вероятностей такой путь не существует, то его появление для больших вероятностей знаменует качественное изменение свойств и поведения системы. Эксперименты с моделями перколации показывают, что для бесконечномерной плоской квадратной сети существует критическая вероят-

ность p_c, такая, что для $p < p_c$ перколационный кластер отсутствует, а для $p > p_c$ существует как минимум один перколационный кластер. Интересно, что, несмотря на многие десятилетия исследования такой «простой» проблемы, точное (аналитическое) решение для критической вероятности не найдено. Критическая вероятность для ячеистой сети определяется численно и составляет $p_c = 0{,}5927460$. Следует отметить, что указанная критическая вероятность для сети конечного размера L другая и пропорциональна p^L.

Для $p = p_c$ число кластеров конечного размера подчиняется степенному закону: $n_s(p) = s^{-\tau}$. Характеристики кластеров сети изучаются при помощи моментов $M_k = \sum_s n_s(p) s^k$, при исчислении которых перколационные кластеры исключаются. Поскольку каждая занятая ячейка принадлежит либо конечному, либо бесконечному кластеру, то асимптотически верно следующее отношение пропорциональности:

$P_\infty(p) = p - M_1 \propto (p - p_c)^\beta$,

где β – одна из инвариантных констант перколации. Характеристика $P_\infty(p)$ задаёт вероятность того, что случайно выбранная ячейка принадлежит перколационному кластеру. Иными словами, из выбранной наугад клетки можно дойти до границы заданной сети по пути, образованному занятыми ячейками. Данная вероятность отличается от вероятности того, что выбранная наугад ячейка окажется занятой, а также от вероятности существования перколационного кластера, которая для сети бесконечного размера есть единичная функция:

$$R(p) = \begin{cases} 0, & p < p_c; \\ 1, & p \geq p_c. \end{cases}$$

Параметр чувствительности (susceptibility) χ и средний размер кластера $\langle s \rangle$ в окрестности критической точки асимптотически ведут себя одинаково с константой перколации γ:

$\chi = M_2 \propto |p - p_c|^{-\gamma}$,

а для общей массы кластеров в окрестности критической точки имеет место условие:

$G(p) = |p - p_c|^{-1/\sigma}$,

где σ – ещё одна инвариантная константа перколации. Изменения параметра порядка и связности показаны на рис. 5.

В основе процесса формирования растущих кластеров лежит усиливающая корреляционная связность различных ячеек сети. В критической точке $p = p_c$ происходит изменение качества системы (фазовый переход), означающее, что для $p < p_c$ система макроскопически несвязна, а для $p > p_c$ система становится макроскопически связной. Поэтому можно утверждать, что теория перколации изучает эффекты связности $\xi^2(p)$ элементов системы на её макроскопические свойства. В малой окрестности точки перколации функция связности соответствует степенному закону с инвариантной константой ν:

$$\xi^2(p) = \frac{\sum_s n_s s^2 R_s^2}{\sum_s n_s s^2} \propto |p - p_c|^{-2\nu}.$$

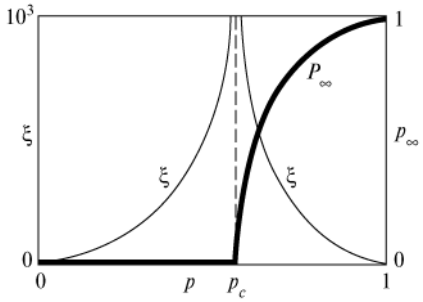


Рис. 5. Характеристики связности и порядка

Корреляционная «длина» $\xi(p)$ характеризует типичный радиус кластеров для $p < p_c$, или «дыр» для $p > p_c$.

Для плоской $D = 2$ клеточной сети (2D site lattice) некоторые константы перколации приведены в таблице 1.3. Следует отметить, что критическая вероятность p_c константой перколации не является, а зависит от размерности системы и формы ячеек.

Таблица 1.3. Некоторые константы перколации

D	**β**	**γ**	**ν**	**σ**	**τ**	**d**
2	5/36	43/18	4/3	36/91	187/91	91/48

Константы перколации связаны между собой рядом соотношений. Например, для фрактальной размерности d имеет место:

$$d = D - \frac{\beta}{\nu} = \frac{(\gamma+\beta)}{\nu} = \frac{1}{\sigma\nu} ,$$

причём типичный перколационный (spanning) кластер имеет фрактальную размерность $d = {}^{91}/_{48} \cong 1{,}89583$. Фрактальные свойства перколационного кластера представлены на рис. 6, взятом из работы [18]. Три из четырёх картинок являются увеличением зоны, обведенной квадратом, исходного кластера, но перемешаны. Поскольку подобие кластеров сильно выражено, то восстановить истинную последовательность чрезвычайно трудно. Отметим, что свойство самоподобия характерно и для финансовых индексов.

Известно, что если два природных или общественных феномена в неоднородных средах имеют различные наборы критических экспонент, то они должны быть принципиально различными. Критические экспоненты, таким образом, помогают классифицировать процессы по степени их универсальности. Теория перколации утверждает, что хотя численные характеристики различных процессов не универсальны, но возле критической точки они имеют один и тот же универсальный набор экспонент, которые совершенно не зависят от микроскопических свойств различных систем.

В малой окрестности критической точки некоторая характеристика системы X соответствует количеству $|p - p_c|^{-x}$, что имеет место только для бесконечно больших систем. Для сети конечного размера L корреляционная длина становится сопоставимой с размерами системы:

$\xi(p_c) \cong L$, откуда $X(p = p_c) \propto L^{\frac{x}{\nu}}$.

Вероятность существования перколационного кластера $R(p)$ увеличивается от нуля до почти единицы в интервале $p \propto L^{-1/\nu}$, причём производная $\frac{dR}{dp}$ характеризует вероятность того, что перколация впервые произойдёт при вероятности p. Возле $p = p_c$ этот индикатор достигает максимального значения и, казалось бы, должен соответствовать гауссовскому распределению. Однако это не так, поскольку в критической точке связность становится сопоставимой с размерами системы. Это означает, что каждая часть системы оказывает влияние на всю систему, т.е. «всё

зависит от всего» – все элементы системы взаимосвязаны. Таким образом, как показано в [67], условия центральной предельной теоремы не выполняются и распределение состояний системы не является гауссовским. В предлагаемой модели взаимосвязи инвесторов, представленных геометрически ячейками большой перколационной сети, формируют микроосновы процесса расширения финансового пузыря. Поэтому данный результат теории перколации – ключевое звено унифицированного объяснения причин провалов и потерь в функционировании конкурентного рынка. В третьей части работы они будут детально рассмотрены в рамках перколационной модели финансового пузыря.

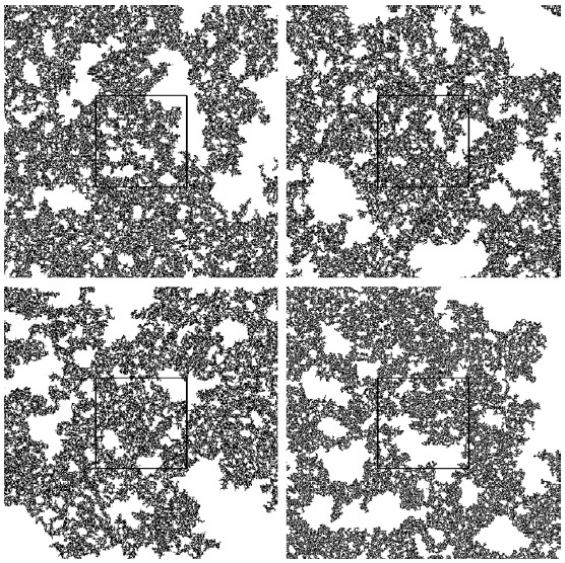


Рис. 6. Фрактальные свойства перколационного кластера [18]

Часть II. Макромодель финансового пузыря и кризиса

В основе современного финансового рынка лежит взаимодействие денег и долгов, которое происходит на протяжении более пяти тысяч лет.

Исходной и конечной точкой долгового контракта являются деньги: их получает заемщик на момент заключения контракта, и они возвращаются кредитору на момент исполнения контракта вместе с оплатой использования заёмных средств. Взаимодействие денег и долгов, или монетизация долга, – это базовый процесс, лежащий в основе любой, самой развитой и сложной финансовой системы. Нарушения процесса монетизации долга порождают как локальные аномалии на отдельных рынках, так и приводят к возникновению и раздуванию глобальных финансовых пузырей, которые рано или поздно лопаются.

Совершенно очевидно, что деньги являются макрохарактеристикой, определяющей свойства и особенности развития современной рыночной экономики. Хотя, как отмечал ещё Дж.Ст. Милль, «деньги – всего лишь вуаль», но любая современная рыночная экономика – это монетарная экономика, ибо бартер обусловлен непозволительным расточительством природных ресурсов, капитала, интеллекта и труда. Баланс общего и финансового богатства может быть составлен, если существует мера всех, физически разнородных, вещей. Исторически этой мерой служили и служат деньги – особый товар, единственная полезность которого состоит в соизмерении всех других товаров и услуг, включая и финансовые инструменты. В частности, понятие ликвидности отражает свойство любых товаров трансформироваться в деньги, соответственно, ликвидность денег равна единице, поскольку деньги тождественны себе (имеется в виду одна национальная денежная единица). Деньги – историческая мера всех вещей, способ соизмерения гигантского разнообразия товарного мира, элементы которого несопоставимы по своим физическим свойствам. Вместе с тем хорошо известно, что такая естественная мера имеет столь же естественный недостаток – она сама элемент мира товаров и активов, а потому уподобляется резиновой линейке. Крайне трудно, если возможно вообще, предложить для неё априорный стандарт[27]. Макроэкономическая

[27] Экономисты около двух столетий безуспешно пытаются избавиться от этого недостатка, в частности, посредством апелляции к полезности, или некоторой априорной единице потребительских свойств различных товаров и услуг. Эту огромную проблему мы в данном исследовании оставляем в стороне, заметив лишь, что если бы она была успешно решена, то система централизованного распределения ресурсов – принципиально неденежная – получила бы мощное основание для своего успешного функционирования. С другой стороны, введение денег под знак функции полезности – модное в 60-е годы прошлого столетия упраж-

природа денег достаточно хорошо изучена, тогда как органическая связь долга и денег не всегда ясна. Между тем современная денежная система основана на взаимосвязи (обмене) денег на долги, и наоборот. Идея зависимости стоимости долга как функции эмиссии денег рассматривалась в работах автора [5, 6], но различение макро- и микроаспектов функционирования долговых инструментов и денег не проводилось достаточно отчетливо.

2.1. Простая модель взаимодействия денег и долгов

Динамика нормального финансового рынка, развитие и лопание финансовых пузырей могут быть объяснены на модели финансового рынка *Дж. М. Кейнса*. В этой простой модели, которая может быть получена на основе баланса богатства, совокупная стоимость финансовых активов на каждый момент времени t предстает как финансовое богатство, $A(t)$, состоящее из денег, $M(t)$, и рыночной стоимости долга (debt outstanding), $B(t)$:

(2.1.1) $A(t) = M(t) + B(t)$.

Уравнение (1) предполагает непрерывный обмен денег на долги, причём относительный рост денежной массы означает относительное сокращение стоимости долга, и наоборот. В данной модели долги являются единственным активом, приносящим доход, и доходность долга будем полагать положительной величиной, $r > 0$, тогда как деньгам припишем нулевую доходность[28]. Соответственно, изменение стоимости финансового богатства за предельно короткий промежуток времени, $\dot{A}$, формируется посредством эмиссии денег, $\dot{M}$, и новых долгов, $\dot{B}$:

(2.1.2) $\dot{A} = \dot{M} + \dot{B}$.

нение экономистов, а периодически возникающее вновь, – несёт на себе печать избыточности, являясь утверждением вроде «мокрой воды».

[28] Простота данной модели Кейнса, разумеется, относительна. Достаточно напомнить о том, что поведение инвестора формируется относительно как текущей, так и ожидаемой ставок доходности долгового актива, что порождает различные стратегии поведения инвесторов. С другой стороны, объяснение формирования даже простейшего портфеля инвестора, состоящего только из денег и долгов, как показано Дж. Тобином, требует апелляции к фактору неопределенности, или финансовым рискам.

Взаимодействие денег и долга в процессе изменения стоимости финансового богатства особенно заметно, если $A(t) = const$. В этом случае положительное приращение долга возможно лишь при сокращении денежной массы, либо наоборот, т.е. $dM = -dB$. В общем случае отличного от нуля приращения финансового богатства, поскольку только долги являются активом, приносящим доход, имеет место равенство:

(2.1.3) $\dot{A} = rB(t);\ r > 0,$

где постоянство ставки доходности долга является непринципиальным упрощением модели. Без потери общности можно полагать, что эмиссия денег происходит разом, или одномоментно, $\dot{M} = m(t)$, а погашение долга осуществляется посредством периодической выплаты денег. Уравнение роста стоимости финансового богатства (2.1.2), с учётом сказанного, представляет уравнение стоимости финансового контракта (1.2.1), рассмотренное в первой части работы. Это обыкновенное линейное неоднородное дифференциальное уравнение относительно функции стоимости долга $B(t)$:

(2.1.4) $\dot{B} = rB(t) - m(t).$

Согласно (2.1.4), приращение стоимости долга происходит в меру его рыночной доходности, причем будущая стоимость долга сокращается на величину купонных выплат, осуществляемых в форме денежной эмиссии. Экономически уравнение (2.1.4) моделирует процесс монетизации долга, который соответствует довольно сложной структуре взаимодействий между бизнесом и населением, центральным банком и правительством [31, 52]. Приведём стилизованное объяснение этих процессов.

Исходным моментом является предположение о том, что правительство получает дополнительные средства, $\dot{B}^{Total} = Saving,$ лишь размещая на свободном рынке свои долговые обязательства. Это соответствует тому, что в современных экономиках правительства не печатают деньги, – эти прерогативы переданы центральным банкам, которые полагаются независимыми от правительства. Табл. 2.1 показывает, что новые долги правительство обслуживает по рыночной ставке процента, $r > 0$, причём размеры погашения долга в каждом периоде составляют величину $rB(t)$.

Таблица 2.1. Баланс правительства

Активы	**Пассивы**
Размещение новых долгов, $\dot{B}^{Total}$	Обслуживание долга, $rB(t)$

Таблица 2.2 характеризует укрупненный счет населения и бизнеса, которые замещают часть своих доходов (сбережений), $Saving \equiv M^{old}$, на обещания доходов в будущем, $\dot{B}$. Для этих участников рыночного процесса изменение состава активов не меняет общую сумму их обязательств (пассивов), хотя формирование конкретных инвестиционных портфелей на микроуровне может затрагивать не только структуру, но и объём пассивов. По сути – это процесс трансформации сбережений в инвестиции, хотя полностью инвестиции в этой таблице не раскрываются. Важно понять, что в основе сложного процесса замещения сбережений на обещания доходов лежит спрос населения и бизнеса на будущие доходы, который определяется наличными деньгами, благосостоянием, демографической структурой и преференциями во времени. Это один из каналов связи финансов и реальной экономики, хотя, повторим, полностью процесс трансформации сбережений в инвестиции в данной модели не раскрывается.

Таблица 2.2. Баланс бизнеса и населения

Активы	**Пассивы**
Продажа сбережений, $-m(t)^{old}$	
Покупка нового долга, $+\dot{B}$	

В отличие от населения и бизнеса, которые покупают новые долги на имеющиеся у них деньги, центральный банк пользуется для решения аналогичных задач своими исключительными полномочиями эмиссионного центра. В таблице 2.3 показано, что центральный банк, на основе соображений монетарной политики, диктуемых состоянием экономики, покупает часть новых долгов правительства, $\dot{B}^{CB}$, размещаемых на свободном рынке. Эта часть монетизируется, поскольку центральный банк на сумму покупок долгов правительства эмитирует свои обязательства, т.е. деньги, $m(t)$.

Таблица 2.3. Баланс центрального банка

Активы	**Пассивы**
Покупка новых долгов, $\dot{B}^{CB}$	Эмиссия денег, $m(t)$

Правительство обещает и гарантирует населению и бизнесу поток доходов в будущем, получая взамен средства (деньги), необходимые для финансирования текущих потребностей, прежде всего, обслуживания долга. Таким образом, баланс правительства, представленный в таблице 2.1, конкретизируется в таблице 2.4 как монетизация долга в каждом периоде времени. Вместе с тем эмиссия денег центральным банком облегчает правительству обслуживание долга, поскольку снижает размер будущих налогов населения и бизнеса.

Таблица 2.4. Взаимодействие основных участников рынка

Активы	**Пассивы**
Деньги населения и бизнеса, $m(t)^{old}$	
Эмиссия денег центральным банком $m(t)$	Обслуживание долга правительством, $rB(t)$

Спрос на новые долги, который формирует население и бизнес, и который балансируется в соответствии с позициями таблицы 2.4, при небольшой перестройке позиций активов и пассивов объясняет взаимодействие основных участников рынка на макроуровне. Это представлено в таблице 2.5, которая, следовательно, полностью соответствует уравнению (2.1.4).

Таблица 2.5. Баланс долгового контракта

Активы	**Пассивы**
Покупка нового долга населением и бизнесом, $\dot{B}$	Обслуживание долга правительством, $rB(t)$
	Эмиссия денег центральным банком, $-m(t)$

Даже весьма упрощённое объяснение процесса монетизации долга иллюстрирует сложность реальных процессов взаимодействия денег и долгов, за которыми стоят отношения большого числа участников рынка.

2.2. Решение уравнения модели: стоимость микродолга

Экономическая интерпретация уравнения (2.1.4), приведенная выше, объясняет возрастание будущей стоимости долга. Для «нормального» финансового процесса, т.е. процесса монетизации долга, рост стоимости последнего корректируется на величину совокупных купонных выплат за весь период времени t рассмотрения процесса:

(2.2.1) $$B(t) = B(0)\exp(rt) - \int_0^t m(z)\exp\left[-r(z-t)\right]dz\,.$$

Интересна модификация этого решения, которая происходит при специальном выборе произвольной константы интегрирования. Обычно, как в решении (2.2.1), эта константа совпадает с начальным уровнем задолженности, $B(0)$. Между тем процесс монетизации гарантируется на неопределённо долгий срок, если формирование стоимости долга подчинить условию

(2.2.2) $$\lim_{t\to\infty} m(t)\exp(-rt) = 0.$$

Согласно условию трансверсальности (2.2.2), асимптотический рост купонных платежей не должен превышать величину ставки доходности по долгам, и его выполнение позволяет задать произвольную константу интегрирования как сходящийся интеграл:

(2.2.3) $$A = \int_0^\infty m(t)\exp(-rt)\,dt < \infty\,,$$

а общее решение уравнения (2.1.4) представить в форме

(2.2.4) $$B(t) = \int_t^\infty m(z)\exp[-r(z-t)]\,dz.$$

Согласно решению (2.2.4), текущая стоимость долга на любой момент времени t является дисконтированным по рыночной ставке процента непрерывным потоком будущих доходов, приведенная стоимость которого увеличивается по мере перемещения вдоль оси календарного времени[29].

---

[29] Аналогичное уравнение исследуется в [23]. Идея трансверсальности, которая задаёт асимптотические свойства системы «деньги – долги», широко используется в расчётах дискретной динамики стоимости акции (известно, что динамика акции и «длинного» долга вдоль координаты реального времени мало чем отличаются друг от друга):

Ситуация отрицательного долга, предполагающая изменение положения участников контракта – с должника на кредитора – в данной модели не рассматривается.

Для положительных значений доходности долга, $r > 0$, уравнение (2.1.4) является неустойчивым. В зависимости от размеров купонных платежей стоимость долга может неограниченно возрастать, сохраняться неизменной, либо достигать нулевого значения (см. рис. 7). Купонные выплаты определяют обратные связи в системе «деньги – долги», а указанные качественные изменения динамики долга зависят от размеров купонных выплат. Так, в линейной модели долга (2.1.4), если купонные выплаты меньше размеров роста стоимости долга, то последний растёт неограниченно, иными словами, не может быть погашен. Одним из наиболее интересных аспектов анализа устойчивости модели долга (2.1.4) является исследование проблемы погашения долга за конечный промежуток времени. Отметим, что эта проблема актуальна лишь на микроуровне, поскольку любой индивидуальный эмитент долга может его погасить полностью; анализ макромодели долга будет дан в следующем разделе работы.

Возможность погашения долга за конечный период времени следует из общего решения (2.2.1). Если долг погашается за некоторый конечный период времени, то $B(t) = 0$ и

(2.2.5) $$B(0) = \int_0^t m(z)\exp(-rz)\,dz\,.$$

Формула (2.2.5) погашаемого долга, начальный размер которого равен величине $B(0)$, связывает размеры первоначальных заимствований, непрерывный поток переменных купонных платежей, рыночную доходность долга и конечное время погашения. Для фиксированных размеров купонных выплат, $m(t) = m$, на микроуровне – это хорошо известная формула аннуитета:

(2.2.6) $$B(0) = \frac{m}{r}(1 - \exp[-rt]).$$

$x_t = y_t \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{1+\rho}{1+\delta}\right)^j = \frac{y_{t+1}}{\rho-\delta}$.

Это равенство известно как формула Гордона стоимости акции, хотя она впервые была предложена в работе Вильямсона. Для модели Дюрана стохастический аналог этой формулы, как показано в [70], приводит к анализу пузырей на фондовом рынке и фрактальным явлениям типа Петербургского парадокса.

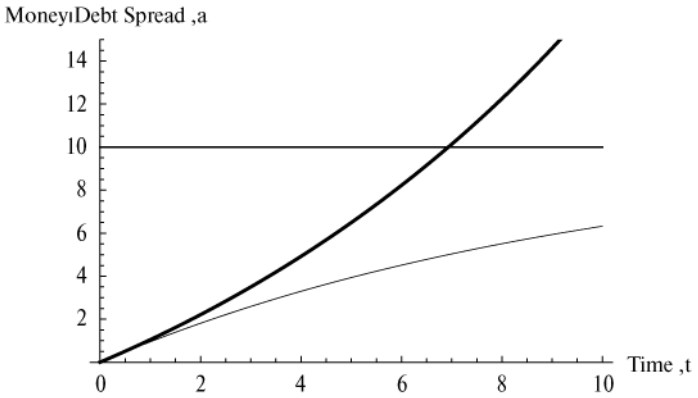


Рис. 7. Динамика погашаемого и невозвратного долга

2.3. Макромодель стоимости долга и денег

Исторически, что вполне естественно, долги всегда исчислялись и погашались деньгами. Так, клинописные таблички, относящиеся к временам XX династии фараонов, которые содержали записи долгового характера, указывают на существование денег. Последние могли иметь различную форму – зерна, рабов или металла, но обязательно выполняли функции измерения и погашения долга. Поэтому деньги и долги не являются независимыми субстанциями, а долг имеет своей мерой некоторое количество денег. В принципе, допустимо и обратное, поскольку столь же справедливо утверждение о том, что в основе современной денежной системы лежат долги. Так, независимый центральный банк, покупая на свободном рынке долги правительства, увеличивает свои активы, что позволяет ему эмитировать собственные обязательства, т.е. деньги[30]. В модели принимается

[30] Старинная японская история рассказывает об одном бедном человеке, который мог заработать себе лишь на хлеб. Он ел его, однако, всегда с удовольствием, поскольку до него доносился чудесный аромат жареной рыбы, которая готовилась в харчевне неподалёку. Однажды хозяин харчевни потребовал, чтобы человек оплатил эту «услугу». Бедняк не стал спорить, а потряс кошельком, в котором забренчала мелочь: «Я вдыхал запах твоей жареной рыбы и заплатил за это звоном своих монет. Думаю, что мы в расчёте».

допущение о функциональной зависимости стоимости долга B и купонных выплат m от размеров эмиссии денег s, или наличие соотношений:

(2.3.1) $\quad B = B(s) \quad и \quad m = m(s).$

С учетом сказанного общая макромодель системы «деньги – долги» динамика представлена уравнением:

(2.3.2) $\quad \frac{dB}{ds} = rB(s) - \rho m(s),$

которое зависит от двух параметров, r $и$ ρ, а функция купонных выплат $m(s)$ удовлетворяет различным гипотезам, отражающим режимы развития финансового рынка. Параметр r соответствует номинальной ставке процента, а параметр ρ служит мерой рациональности финансового рынка. Положительные значения ρ отражают преимущественно рациональный характер взаимодействия инвесторов; отрицательные значения этого параметра соответствуют различным градациям «иррационального возбуждения» (irrational exuberance) инвесторов.

Следует отметить, что интерпретация уравнения (2.3.2) совершенно другая по сравнению с истолкованием уравнения (2.1.4). Дело в том, что в современной монетарной экономике деньги и долги должны существовать всегда. Следовательно, в макромодели «деньги – долги» (2.3.2) нулевые значения этих переменных лишены экономического смысла: для $m(s) = 0$ стоимость долга растёт неограниченно, но это может происходить не в монетарной, а бартерной системе. С другой стороны, условие $B(s) = 0$ для произвольной эмиссии денег предполагает динамику не долга, а кредита (отрицательного долга), которая, как отмечено выше, в данной работе не рассматривается. Из сказанного следует, что асимптотика системы денежной эмиссии, в отличие от стоимости микродолга во времени, скорее всего, экономического смысла не имеет. Печатный станок за фиксированный (тем более бесконечно короткий) интервал времени может произвести лишь конечную, пусть сколь угодно большую, сумму денег. Это справедливо как для нормальной экономики, так и периодов знаменитых гиперинфляций, имевших место в Германии, России, Венгрии и в некоторых латиноамериканских странах.

Взаимосвязь денег и долгов, по нашему мнению, во многом напоминает эту историю, или, выражаясь формально, принадлежит одному классу универсальности явлений.

Для произвольной, не связанной с уровнями задолженности, функции купонных выплат $m(s)$ и значении параметра $\rho = +1$, решение уравнения (2.3.2) записывается вполне аналогично решению (2.2.1):

(2.3.3) $$B(s) = \exp(rs)\,[B(0) - \int_0^s m(z)\exp\,(-r\,z)dz].$$

Формула (2.3.3) характеризует эволюцию финансового богатства для рационального поведения инвесторов, что имеет место для ограниченных размеров эмиссии денег. Тем более интересно, что даже конечные размеры эмиссии денег могут, при определённых условиях, порождать иррациональное поведение инвесторов, неизбежно приводящее к катастрофе, или сингулярности системы. Прежде чем перейти к анализу этого явления, рассмотрим несколько гипотез купонных платежей, которые соответствуют различным режимам развития макросистемы «деньги – долги».

2. 3.1. *Простая гипотеза эмиссии денег* $m(s) = s$

Важным частным случаем процесса монетизации долга является непосредственное возмещение долгового купона денежной эмиссией, иначе, условие $m(s) = s$. В этом предположении уравнение (2.3.2) является неоднородным линейным уравнением и имеет своим решением функцию

(2.3.4) $$B(s) = \left[B(0) - \frac{1}{r^2}\right] Exp[rs] + \frac{rs+1}{r^2},$$

которая показана на рис. 8 для начального долга в 15 трлн долл., ежегодной доходности в 10% и эмиссии денег в интервале от нуля до 3 трлн долл. Увеличение эмиссии денег говорит о возможности некоторого роста общего долга, стоимость которого затем, по мере роста эмиссии денег, снижается. В пределах ограниченной эмиссии денег линейная гипотеза достаточно реалистично характеризует «нормальный» режим функционирования системы «деньги – долги», в котором взаимодействие инвесторов рационально и потому не оказывает влияния на эволюцию системы.

Линейная модель долга имеет неустойчивую динамику. В этом случае стационарное значение долга практически недостижимо: последний либо неограниченно растет, либо выплачивается полностью. Между тем большинство стран с развитой экономикой имеют удельный долг, значение которого колеблется на достаточно высоком уровне, т.е. номинал долга не погашается, что, как правило, не вызывает потрясений реальных рынков. Существование непрерывной и значительной стоимости долга на макроуровне – непременный атрибут современной рыночной экономики, ото-

бразить который можно посредством введения обратной связи между выплатами и уровнем долга. Эта модификация приводит к так называемой логистической модели долга.

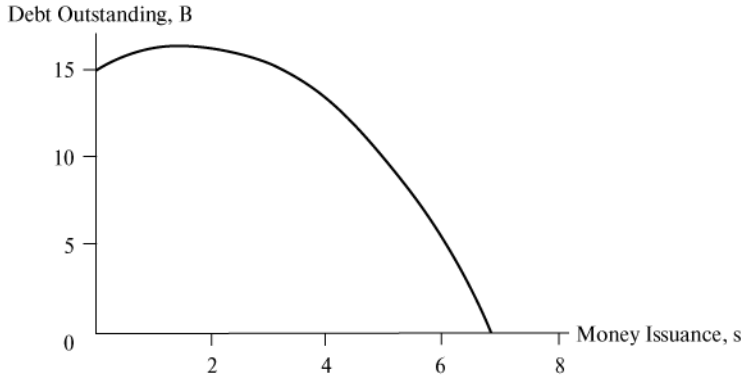


Рис. 8. Изменение стоимости простого долга

2.3.2. *Гипотеза логистического долга:* $m(s) = rB^2(s)$

В рамках данного предположения о функциональной форме купонных выплат гомогенные заёмщики конкурируют за ограниченный объём кредитов. Простая модификация уравнения (2.3.2) приводит к логистическому уравнению

(2.3.5) $\frac{dB}{ds} = rB(1-B)$,

где функция $s(t) = rB^2(t)$ отражает совокупное поведение заёмщиков, конкурирующих за ограниченные кредиты. Нелинейные взаимодействия логистического типа порождают обратные связи, стабилизирующие долговую систему, поскольку на нормально функционирующем финансовом рынке повышение уровня задолженности затрудняет получение кредитов заёмщиком и наоборот. Увеличение долга вызывает падение темпа его прироста, $\dot{B}/B(t)$, который является убывающей функцией уровня задолженности экономики, что стабилизирует систему (см. рис. 9). Отметим, что логистическая модель (2.3.5) сохраняет универсальность принципа отсутствия арбитражной прибыли, характеризующего «нормальный» финансовый рынок.

Логистическое уравнение, решение которого представляет так называемую S-образную кривую, было предложено бельгийским математиком X. Верхульстом (Verhulst) еще в середине XIX столетия для анализа динамики популяций в биологии. Практическая применимость логистического уравнения весьма велика, например, издательство Springer выпустило в середине 1990-х годов интересную монографию, посвященную практическим применениям этой модели. Российскому читателю интересно знать, что в конце 20-х годов XX в. советские экономисты-математики использовали логистическое уравнение в рамках «теории затухающих темпов», призванной объяснить особенности первого пятилетнего плана реконструкции народного хозяйства СССР.

Современный анализ дискретного логистического уравнения, зависящего от параметра, в популярной форме обобщен Р. Мэем (R. May). В его знаменитой статье, опубликованной журналом “Nature” (1972), была раскрыта сложная динамика этого простого нелинейного уравнения. Научная литература, в которой феномен хаоса исследуется применительно к экономическим процессам, огромна, и в нашу задачу не входит ее систематизация или даже простой обзор. Следует отметить, что интерес к экономическим моделям хаоса, весьма популярным в 1990-е годы, постепенно уменьшился во многом из-за отсутствия должных эмпирических обоснований возникновения хаотических ситуаций [32].

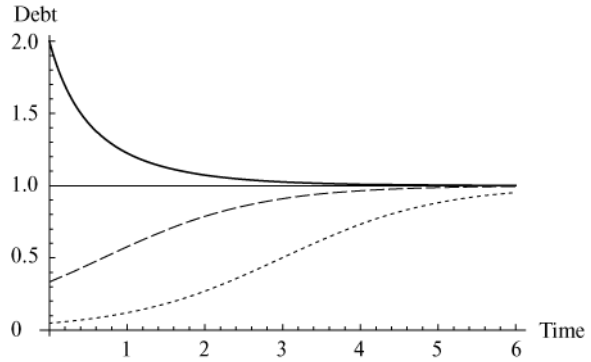


Рис. 9. Динамика долга в простой логистической модели

Хаотические процессы основаны на принципиально иной, в отличие от вероятностной, трактовке неопределенности, поскольку порождаются детерминированными нелинейными системами, зависящими от параметра. Хаос представляет апериодическое и непредсказуемое поведение детерминированной системы за длительные периоды времени [56, 69]. В экономике дрейф системы к хаосу означает развал рынка, на котором инвесторы полностью теряют ориентиры поведения. Это объясняет наш интерес к дискретному логистическому уравнению[31], которое представлено как модель внешнего государственного долга России [4]. Система внешних заимствований России в 1999 г., как следует из расчётов, была близка к хаосу, равносильному полному коллапсу. Это экономическое событие осталось в тени финансового краха августа 1998 г. Хотя модель хаотического типа обобщить весьма затруднительно, она интересна своеобразной трактовкой ситуации коллапса долговой системы.

2.4. Логистическая модель дрейфа к хаосу российского долга

Известно, что в дискретном случае одно нелинейное конечно-разностное уравнение, например, логистическое, способно породить хаотическое поведение системы, которое, по сути, является проявлением развала системы. Эти свойства демонстрирует модель удельного внешнего долга России, которая показывает, по крайней мере, возможность дрейфа экономики к хаосу [4].

В нелинейной модели рост долговой зависимости заставляет добросовестного должника, если ему позволяют доходы, увеличивать платежи и снижает уверенность кредиторов в надежности заемщика. С учётом сказанного в разделе 2.3.2 , это приводит к дискретному уравнению логистического типа:

(2.4.1) $$\beta_{t+1} = a\beta_t(1-\beta_t),$$

где β_t – удельный внешний долг. Динамика внешнего долга и производства Российской Федерации за 1990-е годы представлена в таблице 2.6,

[31] В непрерывном случае требуются три дифференциальных уравнения для того, чтобы система демонстрировала свойства хаотического поведения.

где последняя строка таблицы рассчитана на основе уравнения (2.4.1) по формуле

(2.4.2) $$a_t = \frac{\beta_{t+1}}{\beta_t(1-\beta_t)}.$$

По экономическому смыслу, параметр управления a_t представляет соотношение номинальной ставки процента, темпа изменения производства и обменного курса валют: $a_t = \frac{1+i_t}{1+\lambda_t}\alpha$; $\alpha = \frac{e_{t+1}}{e_t}$, где e_t – номинальный обменный курс доллара США в рублях.

Максимальное значение удельного долга, как следует из $f'(\beta) = a - 2a\beta = 0$, достигается в точке $\beta^* = \frac{1}{2}$, где значение удельного долга равно $\frac{a}{4}$. Следовательно, все допустимые значения удельного долга принадлежат единичному отрезку, если значения параметра a ограничены пределами $0 \le a \le 4$. С учётом сказанного динамика удельного внешнего долга России задана на множествах значений удельного долга и параметра управления:

(2.4.3) $$0 \le \beta_t \le 1 \text{ и } 0 \le a \le 4.$$

Таблица 2.6. Динамика удельного внешнего долга России за 1995–2001 гг. [32]

Показатели	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**
Номинальный ВВП, млрд долл.	313,8	391,7	404,9	271,2	195,9	259,7	306,6
Внешний государственный долг, млрд долл.	128,0	143,3	147,0	166,4	155,0	143,4	130,1

[32] Таблица составлена по данным [1].

Показатели	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Внешний долг/ВВП, %	37,9	34,8	35,8	59,5	80,1	55,2	42,0
Средняя ставка по кредитам, %	147,4	91,4	32,0	41,8	39,7	24,4	17,9
Параметр управления, a_t	1,469	1,578	2,589	3,324	3,463	1,698	

Таблица 2.6. показывает, что удельный внешний долг России достиг в 1999 г. своего максимального значения в 80,1%. Это произошло, однако, не столько из-за увеличения объема долгов, сколько из-за резкого обесценения рубля и сокращения объемов производства после кризиса августа 1998 г. Параметр управления, a_β, достигает в 1999 г. своего максимального значения, равного 3,460. С экономической точки зрения скачок удельного долга – это явный сигнал тревоги в платежных отношениях страны с внешним миром.

Логистическое уравнение имеет две точки равновесия:

(2.4.4) $\beta_1 = 0$, и $\beta_2 = 1 - \frac{1}{a}$,

существование которых эквивалентно утверждению о возможности расплатиться с долгами. Это, однако, обусловлено свойствами устойчивости системы, которые зависят от значений рыночной ставки процента и темпа роста производства.

В диапазоне значений параметра управления $0 < a < 1$ удельный долг может иметь только одну точку равновесия, причём в нуле система устойчива, так как $f'(0) = a < 1$, и локально удельный долг тяготеет к равновесному значению. В указанных пределах рыночная ставка процента ниже темпа роста ВВП, а значит погашение долга не вызывает затруднений. Когда значение параметра управления становится равным единице, система претерпевает качественное изменение: две точки равновесия сливаются в одну. Это так называемая *транскритическая бифуркация* системы в точке $\beta = 0$, которая происходит при $f'(0) = a = 1$. Дальнейшее возрас-

тание значения параметра управления приводит к появлению новой, причем устойчивой, точки равновесия в диапазоне значений параметра управления $1 < a < 3$, а начало координат становится неустойчивым равновесием.

На интервале $1 < a < 2$ точка устойчивого равновесия соответствует пересечению прямой и левой ветви функции $f(\beta) = a\beta(1-\beta)$, а в диапазоне $2 < a < 3$ – прямой и правой ветви функции $f(\beta)$. Для значений параметра управления в интервале $1 < a < 3$ величина долга стремится к некоторому постоянному значению, например, $\beta = 0,64$ для $a = 2,8$. Наличие постоянной и значительной задолженности становится непременным атрибутом макроэкономической динамики. Подобные равновесия долговой динамики, особенно на левой ветви кривой $f(\beta) = a\beta(1-\beta)$, типичны для развитых в экономическом отношении стран, которые практически постоянно имеют значительные долги, как внутренние, так и внешние.

Дальнейшее увеличение значения параметра управления порождает новую, при значении $a = 3$, бифуркацию системы долга, на этот раз так называемую бифуркацию «щелчка» (*flip bifurcation*)[33], которая происходит при значении удельного долга $\beta = 2/3$. Она по типу относится к бифуркации «сборки» (*pitchfork bifurcation*) и, по сути, означает, что система начинает дрейфовать к хаосу. Стационарная точка $\beta = 2/3$ становится неустойчивой, так как $f'(2/3) = -1$. Потеря устойчивости при этом значении удельного долга – несомненный сигнал тревоги, который отражает информацию о нарастающих трудностях в обслуживании долга. В интервале значений параметра управления

$$3 < a < 1 + \sqrt{6}$$

появляются две устойчивые точки равновесия, а точка равновесия $\beta = 0,64$ становится неустойчивой. В цикле периода 2 возникают противоречивые тенденции в динамике факторов, что определяет амплитуду

[33] Интересно отметить, что эмпирически, по правилам МВФ, значение удельного долга, равное 0,7, и считается критическим, свидетельствующим о наличии или нарастании негативных процессов в экономике страны-должника. Если полагать гипотезу логистической модели долга адекватной действительности, то бифуркация «щелчка» подкрепляет теоретически данное правило, слегка корректируя критическое значение удельного долга – до 0,64.

колебаний долга между 0,55 и 0,83 при его фактическом значении на уровне 0,69. Известно, что начало хаотической перестройки системы демонстрируется так называемым колебательным циклом второго порядка ($period - 2cycle$), в котором долговая система дрейфует вокруг четырех точек равновесия, причем две новые появляются после бифуркации системы при значении параметра управления $a = 3$. Колебания уровней внешнего долга вначале между двумя устойчивыми значениями, а затем между четырьмя, восемью и т.д. устойчивыми значениями, экономически характеризует начало распада системы заимствований и обслуживания долга, которое приводит к коллапсу долговой системы и банкротству страны-должника. Такой вывод следует из теории хаоса, которая утверждает появление колебательных циклов порядка четыре, восемь, шестнадцать и т.д. при увеличении параметра управления. Соответственно растет число точек равновесия системы, локализация которых становится непредсказуемой. При значении параметра управления $a_{\infty} = 3,5699...$ число точек равновесия становится чрезвычайно большим (рис. 10), а их появление, т.е. поведение системы, становится хаотическим и *полностью непредсказуемым*[34].

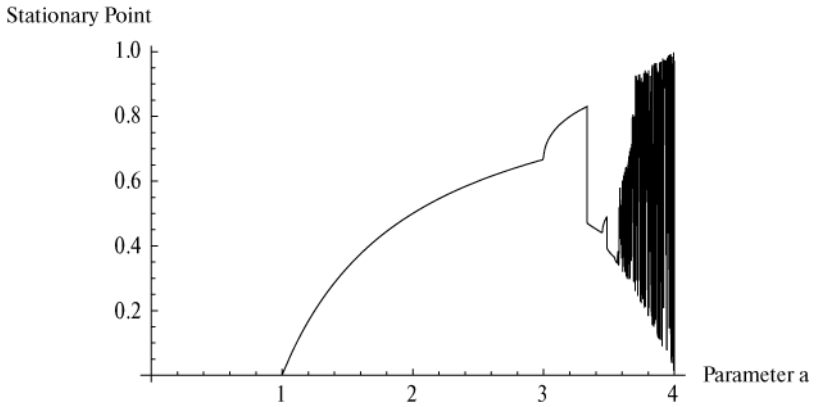


Рис. 10. 500 итераций логистического отображения

[34] Строго говоря, хаос имеет свой порядок и структуру, представленную, например, последовательностью чисел Фейгенбаума и появлением так называемых «окон», и устойчивого колебательного цикла порядка три.

Эмпирические данные о величинах номинального темпа прироста российского ВВП в долларах, инфляции и номинальной ставке доходности не противоречат гипотезе хаотической перестройки удельного внешнего долга России в 1999 г. В предположении о том, что основная масса внешних долгов была оформлена как еврооблигации, доходность последних в 1999 г. равнялась доходу по американским T-bills плюс спред примерно в 40% годовых[35]. Отметим, что это примерно совпадает со средней ставкой процента по коммерческим кредитам российских банков в 39,7% за 1999 г. Таким образом, величина параметра управления составила $a = 3{,}16$ при ее расчетном значении, приведенном в таблице 2.6, равным 3,46. Эмпирическая оценка параметра управления позволяет утверждать, что цикл второго порядка появился практически достоверно, указывая на дрейф долговой системы России к хаосу. Итерации логистического уравнения удельного долга России для $\beta_0 = 0{,}218; a = 3{,}2$ показаны на рис. 11.

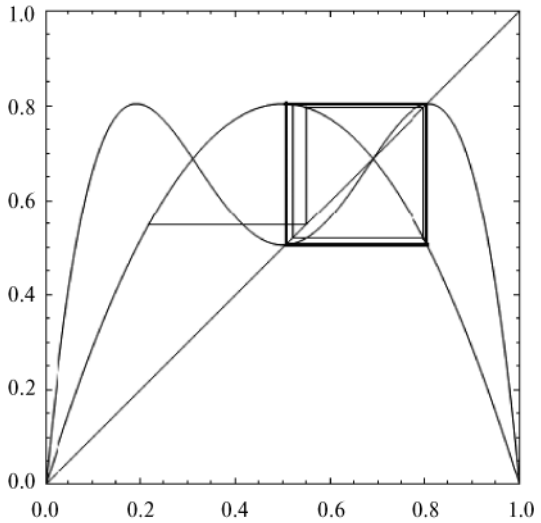


Рис. 11. Итерации логистического уравнения долга для $a = 3{,}2$

[35] Журнал «Экономист» (The Economist, October, 9, 2003) отмечал, что спред по российским еврооблигациям за 1999 г. находился в диапазоне 3000–5000 базисных пунктов.

Фактически, однако, Россия не объявила дефолт по внешним долгам, и не стала банкротом. Столь счастливый исход объясняется ростом мировых цен на нефть и увеличением объемов экспорта, что при сокращении импорта позволило увеличить долговые выплаты. Разумеется, при этом сократились расходы на внутреннее частное и государственное потребление, а также на инвестиции. В целом, как представляется, логистическая модель правильно указывает на трудности с выплатой внешнего долга, резко усилившиеся в 1999 г.

2.5. Простая модель сингулярного долга: $\boldsymbol{m(s) = \rho B^a(s);\ r \cong 0; \rho < 0; a > 1}$

Общее уравнение долга в рамках этой гипотезы для весьма малых значений параметра r и значении параметра рациональности рынка $\rho = -1{,}0$, модифицируется в простое уравнение Бернулли:

(2.5.1) $\frac{dB}{ds} = B(s)^a;\ a > 1,$

Уравнения (2.4.1) и (2.5.1) можно рассматривать как модели взаимодействия участников рынка, в которых нелинейность Верхульста, $m(t) = \mu B(t)^2$, замещается на более общую нелинейность Бернулли. При этом параметр взаимодействия инвесторов, $a > 1$, не обязан равняться целому числу, например, двум, как в логистической модели (2.3.5).

Снижение практически до нуля параметра доходности $r \cong 0$ имеет эмпирическое объяснение, основанное на монетарной политике центральных банков основных стран мира. Так, с начала кредитного кризиса 2007–2010 гг. ФРС увеличила размеры своих активов более чем в 2 раза, одновременно снизив ставку рефинансирования, которая более полутора лет находится в диапазоне от нуля до 25 базисных пунктов. Аналогично поступили центральные банки всех экономически развитых стран, включая Европейский центральный банк. Подобная когерентная политика центральных банков вполне объяснима в свете коллапса кредитных рынков, наступившего вследствие потери доверия инвесторов к структурированным инструментам типа обеспеченных долгами активов, CDO, обязательств с аукционной ставкой доходности, ARS, и обеспеченных активами коммерческих векселей, ABCP, и последующего их массового сброса участниками рынка [34].

Уравнение Бернулли (2.5.1) является, пожалуй, наиболее простым представлением динамической системы, претерпевающей сингулярность на конечном отрезке изменений независимой переменной. В контексте динамики рынка долгов это уравнение характеризует изменение стоимости долга как результат нелинейного роста спроса на долговые активы из-за взаимодействия покупателей долга. Для начальных условий в 15 млрд долл., параметре иррациональности $\rho = -1$ и $a = 1.42$ динамика системы, моделируемой уравнением Бернулли (16), представлена на рис. 12. Как видно, при денежной эмиссии от 3 до 4 млрд долл. система имеет бесконечное множество решений, т.е. практически не существует. Кроме того, значения долга порядка 10^{70}, экономического смысла, понятно, иметь не могут, что вполне согласуется с утверждением (разд. 2.3) об отсутствии экономического смысла у асимптотики макродолга.

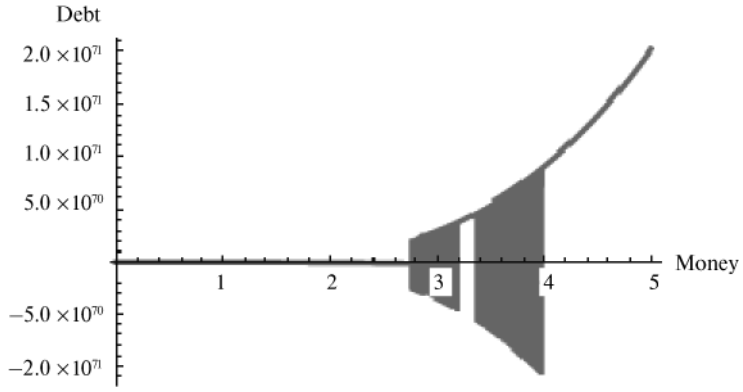


Рис. 12. Динамика системы деньги – долги

Модель сингулярности можно рассматривать как режим эволюции рынка «деньги – долги», в котором, однако, взаимодействие участников рынка не стабилизирует, а дестабилизирует систему. Формально доминирование факторов иррациональности в поведении финансовых инвесторов приводит к исчезновению тренда (линейной компоненты) и перемене знака у нелинейной компоненты модели (2.3.2), что превращает динамику стоимости долга в сингулярный процесс.

Теоретически можно полагать, что подобное замещение происходит при смене инвесторами стереотипов своего поведения. Если поведение

инвесторов начинает формироваться под воздействием преимущественно иррациональных факторов, таких как «животные инстинкты» (animal spirit, по Дж.М. Кейнсу), или, в современной терминологии, «сбивание в стаю» (herding). В следующем разделе будет показано, что явления, способствующие усилению гомогенности системы, сопровождаются значительным ростом параметра связности (connectedness) элементов. Скачок от несвязности к связности, по-видимому, может объяснить изменение знака параметра ρ с положительного на отрицательный, что, в свою очередь, драматически меняет свойства системы в целом. Макроскопически стоимость долга начинает расти неограниченно, поэтому не может быть погашена. Внезапная утрата доверия инвесторов к торгуемым инструментам может породить каскад разорений и общий коллапс системы.

Как известно, простой подстановкой $z(s) = B(s)^{1-a}$ уравнение (2.5.1) может быть приведено к линейному, которое имеет аналитическое решение следующего вида:

$$B(s) = B(0)\left[1 - \frac{s}{s_c}\right]^{\frac{-1}{a-1}}, \tag{2.5.2}$$

где критический объём эмиссии денег s_c зависит от параметра a и начальных условий системы $B(0)$:

$$s_c = \frac{a-1}{[B(0)]^{a-1}}. \tag{2.5.3}$$

Сингулярность решения (2.5.2) в точке s_c объясняется тем, что в модели с нелинейностью Бернулли (2.5.1) значение мгновенного темпа изменения долга при изменении эмиссии денег $\frac{d \ln B(s)}{ds} = B^{a-1}$ возрастает вместе с увеличением значения стоимости долга $B(s)$, а значит, по мере изменений эмиссии денег s. Увеличение темпа прироста стоимости долга происходит под воздействием положительной обратной связи между уровнем $B(t)$ стоимости долга и его темпом прироста $B(t)^{(a-1)}$.

Положительная обратная связь, порождаемая взаимодействием участников рынка, таким образом, является важнейшим фактором сингулярности процесса роста стоимости долга за конечное время. Основным механизмом, приводящим к положительным обратным связям и усилению не-

стабильности финансовой системы, является иррациональность (irrational exuberance), принимающая форму подражательности (herding) и «животных инстинктов» (animal spirit), которые при определённых обстоятельствах начинают формировать стереотипы поведения участников финансового рынка [9]. Положительные обратные связи лежат в основе формирования «финансовых пузырей», которые подготавливают нестабильность системы и финансовые кризисы.

Интересно, что уравнение макрофинансовой динамики оказывается точно таким же, что и уравнение микрофинансового поведения участников рынка. В третьей части работы рассматривается процесс перколации финансового рынка, объясняющий иррациональный характер раздувания финансового пузыря, который моделируется уравнением Бернулли.

Часть Ш. Микрофинансовая модель кризиса

Известно, что состояние финансового рынка определяется огромным количеством факторов, а полное описание всех его изменений – дело чрезвычайно трудное, если возможное вообще. В микромодели финансового пузыря изменение объемов ликвидности влияет на поведение инвесторов, принимающих решения независимо, но способных образовать кластеры участников с однотипным поведением, например, кластеры покупателей долга. Исследование пузыря сводится к определению точки, в которой происходят необратимые качественные изменения структуры рынка (перколация системы), за которыми неизбежно следует собственно кризис ликвидности. Строго говоря, «созревший» кредитный пузырь – не кризис, но кризис обязательно наступает вследствие необратимых изменений структуры рынка.

3.1. Микроструктура рынка долгов

Случайная микродинамика финансового рынка представлена как *двумерная модель перколации*, которая объясняет процесс кластеризации покупателей долга, происходящий под влиянием накопления ликвидности.

Отрезок значений ликвидности $[s^*, \hat{S}]$ удобно нормализовать, например, как

$$p = \frac{s - s^*}{\hat{S} - s^*}; 0 \le p \le 1,$$

где s^* – объем ликвидности, обеспечивающий полное погашение долга, а константа характеристического масштаба $\hat{S}$ определяет объем ликвидности в условиях абсолютного доминирования кластера покупателей долга. Параметр p положителен, равен нулю и единице на концах отрезка $[s^*, \hat{S}]$, следовательно, может интерпретироваться как априорная вероятность p, значение которой определяет некоторое случайное состояние финансового рынка. Поэтому все рассуждения можно проводить в терминах ликвидности, которым соответствуют некоторые априорные вероятности состояний финансового рынка. Феномен перколации на финансовом рынке понимается как появление кластера покупателей долга в размерах, сопоставимых с размерами системы. Доминирование на рынке кластера покупателей долга делает систему самоподобной, а ее размерность – фрактальной.

Различные состояния рынка предстают как стохастическая последовательность конфигураций (числа, размеров и локализации кластеров) на заданной сети ячеек, где ячейка (клетка) отождествляется с действиями некоторого инвестора. Уровень априорной вероятности p характеризует размер ликвидности, циркулирующей на финансовом рынке: $0 \le p \le 1$; $\sum_i p_i = 1$. Для каждого уровня априорной вероятности на сети линейного размера L, $L \times L = N$, последовательно рассматриваются все ячейки $b_i, i \in N$, которые случайным образом, независимо друг от друга, находятся в одном из двух состояний:

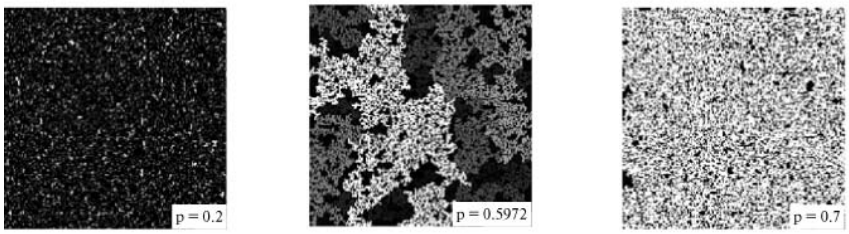
$$b_i = \begin{cases} +1, & p_i < p, \\ 0, & p_i \ge p. \end{cases}$$

Принимается, что ячейка в «занятом» состоянии (+1) соответствует длинной позиции, т.е. инвестор b_i преимущественно покупает долги. Длинная позиция инвестора может объясняться либо его преференциями в условиях избыточной ликвидности, либо наличием недооцененного ак-

тива. Такие инвесторы участвуют в формировании кластеров покупателей долга. Напротив, если ячейка принимает состояние (0), то ассоциированный с ней инвестор покупает и продает долги, не демонстрируя явно выраженных предпочтений, следовательно, не участвует в формировании кластеров покупателей.

Для заданного шага, например $\Delta p = 0{,}1$, происходит последовательный перебор значений априорной вероятности (нормированных значений ликвидности). При каждом значении априорной вероятности на сети формируется некоторая конфигурация «занятых» ячеек сети, которая случайным образом изменяется для каждого цикла имитации системы. Это интерпретируется таким образом, что, хотя каждый инвестор принимает решение о приобретении долга независимо, но совокупность покупателей долга образует кластеры. Формально кластеры вычисляются по алгоритму *Хошена – Копелмана* (Hoshen – Kopelman) как множество ячеек, находящихся в состоянии (+1) и имеющих общее ребро [18, 28]. С помощью компьютерной программы, разработанной И. Пименовой для системы линейного размера $L = 100$, был проведен ряд экспериментов, некоторые результаты которых приведены ниже. Для разных объемов ликвидности $s = \frac{s_c}{p_c} p$ (либо априорной вероятности) на рис. 13 представлены три типичные конфигурации, взятые из работы И.В. Пименовой [3].

Для небольших объемов ликвидности, $s < s_c$, рынок функционирует «нормально». Это означает, что число продавцов и покупателей активов, а также объемы их транзакций, различаются незначительно, а поведение инвесторов имеет относительно низкую когерентность. Как правило, «нормальный» рынок – «глубокий» и «широкий», на котором размеры кластеров покупателей долга сравнительно малы. На рис. 13а видно, что в этом состоянии число темных ячеек (продавцов и покупателей долга) примерно равно числу светлых ячеек (покупателей долга), а средний размер кластеров покупателей долга $\langle b \rangle$ конечен и сравнительно невелик. Это говорит о гетерогенности финансового рынка в том смысле, что преференции инвесторов разделены и симметричны, а число покупателей примерно равно числу продавцов. Для таких объемов ликвидности размер кластеров покупателей долга не зависит от размера рынка в целом.



а) $s < s_c$ б) $s \approx s_c$ в) $s > s_c$

Рис. 13. Конфигурации сети участников рынка размера $L = 100$ для разных объемов ликвидности

Увеличение ликвидности усиливает когерентность поведения участников рынка, поскольку большая масса денег способствует росту числа покупателей долга. Рост объемов ликвидности влечет за собой увеличение числа и среднего размера $\langle b \rangle$ кластеров покупателей долга. Для каждого уровня характеристического размера системы $L \geq \xi(p)$ система макроскопически гомогенна, тогда как для $L \geq \xi(p)$ рынок гетерогенный. Перколационный (spanning) кластер, возникающий в критической точке, является фракталом, т.е. самоподобен и имеет дробную размерность. На рис. 13б представлена конфигурация системы для объемов ликвидности, близких к критическому уровню, $s \approx s_c$. В этом состоянии общее число продавцов долга по прежнему примерно равно числу покупателей, но последние сорганизованы в единый кластер (ячейки светлого цвета), который имеет максимальную размерность, сопоставимую с размерами всего рынка. Это характеризует явление *перколации системы*, которое знаменует необратимое изменение рынка, ведущее к неизбежному кризису. Инвариантность масштаба, свойственная степенному распределению, характеризует перколационный кластер как фрактал, размерность которого равна $d = 0{,}189 \pm 0{,}03$. Фрактальный характер перколационного кластера говорит о качественных изменениях, происходящих на финансовом рынке, где начинает доминировать кластер покупателей долга.

В критической точке, $s \approx s_c$, кластер покупателей долга имеет размер, сопоставимый с размерами рынка. Геометрически для сети конечного

размера кластер покупателей может располагаться, например, от верхней до нижней границы сети[36]. Вместе с тем организация максимального (spanning) или перколационного кластера довольно рыхлая. Перколационный кластер, как видно на рис. 13б, имеет нерегулярную форму с «дырами», а кроме того, на сети различимы многие независимые кластеры покупателей долга меньшей размерности.

Перколация финансового рынка означает радикальное изменение его свойств из-за доминирования когерентных действий покупателей долга (инстинкт толпы). Размер перколационного кластера определяется «корреляционной связностью» $\xi(p) \propto |s - s_c|^{-\nu}$ системы, т.е. степенью взаимного влияния покупателей долга, не нарушенного собственными преференциями участников данного кластера. Связность элементов системы и средний размер кластера в окрестности критической точки становятся теоретически бесконечными, хотя в реальных конечных системах они ограничены размерами всего накопленного долга. Свойство самоподобия системы – важнейшее свойство фрактала – появляется в результате резкого увеличения корреляционной связности ячеек сети (инвесторов), что отражает иррациональный характер «эффекта толпы» на финансовом рынке, происходящего под воздействием увеличения объема ликвидности.

Модель перколации финансового рынка утверждает, что в малой окрестности критического значения эмиссии ликвидности, $s = s_c$, распределение средних размеров кластеров следует степенному закону:

(3.1.1) $$\langle b \rangle \propto |s - s_c|^{-\gamma},$$

где $\gamma = 43/18$ – одна из инвариантных констант перколации для ячеистой плоской сети. В окрестности критической точки конечный объем ликвидности способствует формированию кластера покупателей долга сколь угодно большой размерности, увеличивая (теоретически – до бесконечных размеров) спрос на активы и их стоимость. Иными словами, конечные объемы ликвидности монетизируют произвольно большие объемы задолженности.

[36] Определение перколационного кластера для систем конечной размерности является предметом специального соглашения.

Наконец, на рис. 13в воспроизводится конфигурация рынка долгов для объемов ликвидности, превышающих критический уровень, $s > s_c$. В этом состоянии когерентность поведения инвесторов настолько велика, что практически все становятся покупателями долга. Только очень малое число участников рынка продает долги и образует отдельные кластеры (светлого цвета). Однако все постоянно и неопределенно долго покупать не могут. Осознание этого факта приводит к массовой смене позиций участниками рынка с длинной на короткую, что приводит к дефициту ликвидности. «Теория еще большего дурака», рассмотренная в первой части работы, представляется простым и вполне убедительным объяснением такого поведения. Рынок покупателей на «закритической» стадии лопания «финансового пузыря» превращается в рынок продавцов, означающий наступление кризиса ликвидности.

Важнейшее преимущество использования модели перколации – это возможность адаптации результатов, полученных в исследовании систем совершенно другой природы. Вместо экспериментов в финансах, которые либо невозможны, либо чрезвычайно опасны, теория перколации предлагает ряд инвариантных констант, или «критических экспонент» (critical exponent), полученных в результате экспериментирования с фазовыми переходами совершенно других систем. В нашей модели такие константы используются непосредственно, но, вообще говоря, этому должны предшествовать специальные исследования. Критические экспоненты перколации на ячеистой сети, строго говоря, справедливы для бесконечно больших систем $(L \to \infty)$, тогда как реальная финансовая система имеет конечный размер. Следовательно, объем критической задолженности существует и конечен, а в окрестности критической точки существуют различные кластеры, величины которых следует степенному распределению. Проблема в том, как эмпирически определять размеры системы: числом фирм, участвующих в торговле финансовыми инструментами, либо брокеров-дилеров, и т.д. Апелляция к системам бесконечной размерности позволяет использовать в расчетах константы перколации, не решая сложные вопросы агрегации, по крайней мере, на предварительных этапах [78].

Напомним, что гипотеза свободной конкуренции включает требования большого количества примерно равных (малых), независимых участников

рынка, который не разгорожен барьерами. Эти условия нарушаются в экстремальной ситуации кризиса, когда дефицит ликвидности делает всех участников рынка зависимыми друг от друга, равно как и от состояния системы в целом. Связность элементов системы становится сопоставимой с её размерами. Это и является объяснением того, что в экстремальных ситуациях механизмы саморегуляции рынка неспособны предотвратить дестабилизацию и коллапс системы.

Свойство сложных систем, в том числе финансовых, резко увеличивать связность в критических ситуациях (во время кризиса) проливает свет, в частности, на причины провала сегмента структурированных продуктов, обеспеченных непогашенными долгами (в частности, Collaterized Debt Obligation, CDO), соответственно, разорение крупных участников рынка – бывших инвестиционных банков – торговавших этими инструментами в больших количествах. Такие продукты, как полагали многие теоретики, позволяли диверсифицировать риски среди большого количества участников рынка. Однако это могло иметь место лишь при условии независимости рыночных агентов. Между тем кризис в критической точке вызвал скачкообразный рост корреляционной связности, и самые различные участники сегмента ипотеки, практически никак не связанные друг с другом в нормальных условиях, оказались как бы в «одной лодке». В результате риски вместо диффузии и распределения малыми дозами среди многих инвесторов оказались сконцентрированными у нескольких крупных банков и финансовых страховщиков, типа Bear Stearns, Merrill Lynch, AIG, Lehman Brothers. В условиях всеобщего падения стоимости активов это предопределило их разорение.

3.2. Кластеры и стоимость финансового актива

Экономическая интерпретация изменений микроструктуры финансового рынка вполне соответствует характеристике, данной *Дж.М. Кейнсом* процессам «спекуляции» и «предприимчивости» инвесторов [38]. Как известно, под термином «спекуляция» (speculation) он понимал аспект поведения инвесторов, состоящий в предвидении действий других участников рынка. С другой стороны, инвесторы заняты постоянным поиском и приобретением активов, имеющих наивысшую стоимость для владельца, или

максимальную доходность для покупателей. Этот аспект поведения инвесторов Кейнс характеризовал посредством термина «предприимчивость» (enterprise)[37]. Спекуляция и предприимчивость на финансовом рынке – сопряженные понятия, поскольку изменение цен активов когерентно формированию кластеров покупателей долга. В контексте определений Кейнса цепь причинно-следственных зависимостей следующая: накопление избыточной ликвидности формирует основной импульс образования кластеров покупателей долга, что увеличивает спрос на долги и вызывает рост их стоимости.

Перестройка микроорганизации рынка, ведущая к перколации, позволяет составить уравнение «спекуляции», которое характеризует динамику среднего размера кластеров $\langle b \rangle$ покупателей долга. По мере приближения эмиссии ликвидности к критическому уровню размеры конечных кластеров увеличиваются. С учетом этого, дифференцируя равенство (3.1.1) по переменной ликвидности, получаем:

$$\frac{d\langle b \rangle}{ds} = (-\gamma)\left|s - s_c\right|^{-\gamma-1} \frac{d}{ds}\left|s - s_c\right| = \gamma \langle b \rangle^{\frac{1}{\gamma}} \langle b \rangle \propto \langle b \rangle^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \text{ , для } s < s_c \text{ .}$$

Это приводит к нелинейному дифференциальному уравнению для среднего размера кластеров:

$$\frac{d\langle b \rangle}{ds} = \langle b \rangle^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \text{ ,} \tag{3.2.1}$$

где γ – критическая экспонента перколации. По мере формирования кластеров покупателей долга изменяется стоимость новых заимствований: чем больше покупателей и чем более согласованно они действуют, тем выше спрос на активы, следовательно, выше их стоимость. Динамика стоимости новых заимствований является нелинейным процессом, поскольку избыточность ликвидности влечет качественные изменения микроструктуры рынка. Пожалуй, самой простой моделью нелинейности является дифференциальное уравнение «предприимчивости», по сути, совпадающее с уравнением «спекуляции»:

$$\frac{dB}{ds} = B^a(s); \; a > 1 \text{ ,} \tag{3.2.2}$$

[37] Это понятие не следует смешивать с термином «предпринимательство» (entrepreneurship), который обычно используется в широком социально-экономическом контексте.

где параметр $a > 1$ характеризует меру влияния стоимости новых долгов на скорость их роста. Из аналогии процессов формирования кластеров покупателей долга и возрастания стоимости новых заимствований следует равенство соответствующих параметров в правых частях уравнений (3.2.1) и (3.2.2), которые измеряют скорости изменения состояний. Согласно равенству $\frac{1+\gamma}{\gamma} = a = 1,42$

средний размер кластера покупателей растет в результате взаимодействия каждого участника кластера примерно с двумя другими, что через параметр $a = 1,42$ влияет на рост стоимости новых заимствований. Уравнение (3.2.2), как было выяснено в разд. 2.5, редуцируется к линейному уравнению, что позволяет вычислить критический объем эмиссии ликвидности:

(3.2.3) $$s_c = \frac{1}{a-1} B(0)^{-(a-1)} ,$$

и стоимость нового долга:

(3.2.4) $$B(s) = B(0)[1 - \frac{s}{s_c}]^{-\frac{1}{a-1}} .$$

В критической точке s_c, как следует из (3.2.4), стоимость новых долгов становится сопоставимой с размерами всего долга, что может иметь место лишь для бесконечно высоких объемов заимствований. Однако бесконечно высокие объемы заимствований не могут иметь надежное обеспечение активами, а деньги в таких условиях теряют свою ценность. Это эквивалентно коллапсу финансовой системы. Конечные размеры всех реально существующих систем лишь маскируют этот феномен.

Уравнение (3.2.2) в точности совпадает с уравнением сингулярности макрофинансового пузыря (2.5.1), которое получено во второй части данной работы. Таким образом, процессы образования кластеров покупателей долга лежат в основе и объясняют раздувание финансового пузыря, иррациональный характер которого отражается в изменении параметра ρ с положительного на отрицательное значение.

3.3. Фрагмент системы «раннего предупреждения» кризисов

По модели перколации были проведены расчёты, аналогичные [6], но по другим исходным данным и для более позднего, 2007 г. Так, уравнение (3.2.4) было использовано для расчета характеристик глобального внутреннего долга (global domestic debt), который является одной из мер мировой задолженности и рассчитывается Базельским банком международных расчетов. Данные, взятые из 79-го Годового отчёта Банка [14], приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Объемы мировой задолженности и их изменения (млрд долл)

Годы	**Декабрь 2006**	**Декабрь 2007**	**Декабрь 2008**
Объем мирового долга	49 735,1	56 210,7	59 666,0
Приращения объемов мирового долга		3 969,4	3 743,5

Согласно данным инвестиционного банка *Natixis*, приращение мирового объема денежной базы за 2007–2008 гг. составило около 1,3 трлн долл. [Special Report, 199, 2 July, 2009]. Значение параметра $a = \frac{1+\gamma}{\gamma}$ было сохранено таким же, как и в предыдущем варианте расчетов, т.е. $a = 1{,}42$. Решение уравнения

$$b(1 - 0.42 * 1.3 * b^{0.42})^{-2.39} = 3{,}7$$

относительно параметра $b(0)$ даёт значение $b(0) = 0{,}76$. Соответственно, критическое значение эмиссии денежной базы составило $s_c = 2{,}67$, или 2,67 трлн долл. Сравнительные результаты расчетов представлены в таблице 3.2.

Из таблицы 3.2 видно, что, несмотря на существенные различия в исходных данных, основные характеристики модели довольно близки друг к другу. Так, сопоставление расчетов показывает нарастание предкризисных напряжений в системе мирового долга. Эти напряжения вызваны, прежде всего, значительным падением уровня монетизации долга: с 0,55 до 0,35 – за период 2005–2007 гг., по которым проводились расчеты. Нарастание кризисных явлений выразилось в более чем двукратном росте

вероятностей кризиса – до 29% в 2007 г. при 12% за 2005 г. Соответственно, вероятность перколации системы увеличилась с 21% в 2005 г. до 49% в 2007 г. Соответственно, и весьма существенно сократилось «время возврата», т.е. время до перколации системы – до двух, вместо почти пяти, лет.

Таблица 3.2. Сравнительные результаты расчетов индикаторов модели по данным за 2005 и 2007 г.

Годы	**2005**	**2007**
Фактическая эмиссия денег, s (трлн долл.)	0,61	1,3
Фактическая эмиссия долга, $b(s)$ (трлн долл.)	1,1	3,7
Параметр $b(0)$ (трлн долл.)	0,62	0,76
Критическая эмиссия денег, s_c (трлн долл.)	2,91	2,67
Уровень монетизации долга, $s/b(s)$	0,55	0,35
Априорная вероятность кризиса, p	0,12	0,29
Условная вероятность перколации, s/s_c	0,21	0,49
Вероятность «выживания», $u = 1 - {}^{s}/_{s_c}$	0,79	0,51
Периодичность, или время до перколации от соответствующего года, $t = {}^{s_c}/_{s}$	4,8	2,05

Анализ данных, представленных в таблице, свидетельствует о том, что заметное нарастание опасных изменений в системе глобального долга не должно было остаться без внимания и принятия адекватных мер. Таким образом, данная таблица может считаться фрагментом системы «раннего предупреждения» кризисов, вполне в духе предложений МВФ [27]. За последнее время, особенно в связи с «незамеченностью» финансового

кризиса 2007–2010 гг., интерес к возможностям создания таких систем существенно возрос.

В завершение данного раздела заметим, что объём критической эмиссии денег для 2007 г. (2,67 трлн долл.) оказался весьма близким к объёмам фактической эмиссии денег для декабря 2008 г. (2,34 трлн долларов), полученным в разд. 4.2 по величинам TED-спреда для модели перколации.

3.4. Скорость дивергенции стоимости долга в критической точке

Уравнение $B(s) = B(0)[1 - {}^{s}/_{s_c}]^{-\gamma}$ можно истолковать в вероятностном смысле, если полагать, что переменная ${}^{s}/_{s_c}$ является вероятностью перколации финансового рынка для фактической эмиссии денег в размере s. Тогда, по определению, величина $1 - {}^{s}/_{s_c} = u$ характеризует вероятность отсутствия перколации. С учётом сказанного уравнение (3.2.4) можно записать в форме:

(3.4.1) $\frac{B(s)}{B(0)} = u^{-\gamma}$.

С другой стороны, в точке, сколь угодно близкой к точке перколации, функция $B(s)$ может быть разложена в ряд Тейлора с точностью до линейного члена разложения:

$$B(s) = B(s_c) - \frac{dB}{ds}(s_c)(s_c - s) = B(s_c)\left[1 - \frac{s_c}{B(s_c)}\frac{dB}{ds}(s_c)\left(1 - {}^{s}/_{s_c}\right)\right] = B(s_c)(1 - \varepsilon\, u),$$

где $\varepsilon = -\frac{s_c}{B(s_c)}\frac{dB}{ds}(s_c)$ – эластичность стоимости долга по ликвидности[38], и

(3.4.2) $\frac{B(s)}{B(0)} = 1 - \varepsilon\, u$.

Приравнивая (3.4.1) и (3.4.2), получаем уравнение

(3.4.3) $u^{-\gamma} + \varepsilon\, u - 1 = 0$.

Для известных вероятностей отсутствия перколации это уравнение можно использовать для оценки параметра эластичности, который отражает чувствительность изменений стоимости долга в зависимости от изменений объемов эмиссии ликвидности. Соответствующие результаты расчётов по уравнению (3.4.3) представлены в таблице 3.3 и на рис. 14.

---

[38] Разложение, для простоты, проводим в критической точке, что можно делать только для конечномерной системы и пренебрегаем ошибкой из-за линейности разложения.

Таблица 3.3. Вероятности и эластичности перколации

Вероятность перколации, s/s_c	**Вероятность «выживания», u**	**Эластичность, ε**
0,2	0,8	0,88
0,8	0,2	229,2

Приведенные данные показывают, что по мере приближения к критической точке скорость изменения стоимости долга стремительно возрастает. Это соответствует теоретическому выводу, приведенному в разд. 1.5, и показывает, что остановить кризисные явления можно только заблаговременно, задолго до формирования перколационного кластера. С другой стороны, если известны параметры уравнения (3.4.3), то оно может использоваться для оценки вероятностей перколации рынка, что представляет несомненный практический интерес[39]. При этом следует иметь в виду, что в общем случае свободный член в уравнении (3.4.3) отличен от единицы.

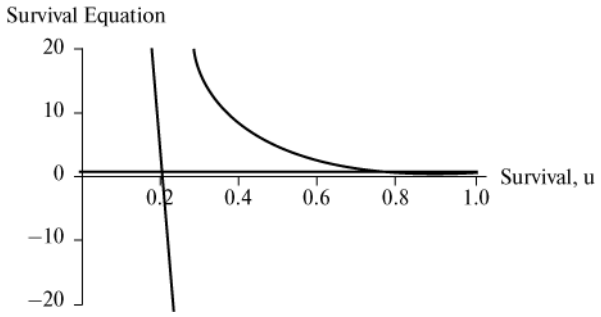


Рис. 14. Изменение эластичности стоимости долга

[39] Свободный член в уравнении (3.4.1) отличен в общем случае от единицы.

Часть IV. Вероятностные характеристики модели кризиса

Исследование финансовых и экономических кризисов до самого последнего времени носило, как правило, описательный характер; известны несколько интересных и глубоких работ такого типа, например [21, 39]. Информация о кризисах фрагментирована, статистика кризисов неполна, коротка и не очень надёжна [43]. Финансовый кризис, как неоднократно указывалось выше, – явление сложное и многопараметрическое. В общем виде понятие «кризис» не является операциональным, хотя известен ряд подходов, аппроксимирующих это сложное явление. В целом, как это ни парадоксально, серьёзные эмпирические исследования экономических и финансовых кризисов лишь только начинаются.

4.1. Простой вероятностный анализ кризисов

В порядке иллюстрации, не более, предлагаемых методов исследования предположим, что можно идентифицировать некоторые события, которые по ряду признаков попадают в разряд кризисов. Приведём следующую таблицу (таблица 4.1) финансовых и экономических кризисов за последние сто лет, составленную по данным [40]. Если общее число кризисов обозначить через m, а весь период наблюдений – за t (лет), то частота (плотность вероятностей) появления события, называемого кризисом, за данный период будет равна

(4.1.1) $h = \frac{m}{t}$.

Для нашей таблицы кризисов имеем: $m = 13, t = 100, h = 0.13$. Разделив на m правую часть выражения (4.1.1), получаем, что $\frac{1}{t/m} = h$, или $h * TR = 1$, где TR – «время возврата», или средний интервал времени возникновения кризиса. Для нашего примера время возврата составляет 7,7 лет, или примерно семь лет и восемь месяцев.

Таблица 4.1. Финансовые кризисы за 1907–2007 гг.

№ п/п	Описание события	Годы
1	Банковская паника, США	1906–07
2	Великая депрессия, страны мира	1929–33
3	Финансовая рецессия, США	1980
4	«Классический» финансовый кризис, страны мира	1987
5	Кризис ипотечных финансов (S&L), США	1989–90
6	Банковский кризис, страны Скандинавии	1991–92
7	«Текила-кризис», Мексика	1995–96
8	Финансовый кризис, страны Юго-Восточной Азии	1997
9	Финансовый дефолт и банкротство LTCM, Россия, США	1998
10	Финансовый кризис и «рецессия роста», Япония	1990–2003
11	Долговой кризис, Аргентина	2001
12	Кризис доткомов, США	2002
13	Ипотечный и кредитный кризис, США, страны мира	2007–10

Поскольку банковская паника 1907 г. и, более того, кризис «высокотехнологических компаний» 2002 г. сами по себе вряд ли предопределили возникновение кредитного кризиса 2007 г., то в первом приближении допустимо предположение о взаимной независимости финансовых кризисов. Если, кроме того, плотность распределения событий на временной оси, по крайней мере за последние сто лет, одинакова, то вероятность возникновения кризиса за предстоящий год составляет

(4.1.1) $p = h\Delta t = 0{,}13$,

где $n\Delta t = t$ и длина стандартного интервала времени Δt равна одному году.

Соответственно, вероятность возникновения кризиса в течение предстоящих двух лет составит $P_2 = p^2 + 2p(1-p) = 2p - p^2 = 1 - (1 - 2p + p^2) = 1 - q^2$,

где $q = 1 - h$ может трактоваться как вероятность отсутствия кризиса в предстоящем году. Для нашего примера P_2 =0,24. Для произвольного

числа лет вероятность возникновения кризиса может быть вычислена как

$$P_k = 1 - q^k,$$

но точность расчётов, разумеется, не очень велика в силу общности составленной модели явления.

Биномиальное и пуассоновское распределения кризисов. Согласно таблице 4.1 в предположении независимости кризисов вероятность тринадцати кризисов ($m = 13$) за сто лет ($n = 100$) может быть рассчитана непосредственно по формуле биномиального распределения

(4.1.2) $P_{m,n} = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m},$

что для $p = 0{,}13$ составляет 0,118. Дополнив условия независимости событий и их одинаковой плотности распределения на всём временном интервале требованием практической несовместности событий (пренебрежимо малой вероятности двух и более кризисов на коротком временном интервале сравнительно с вероятностью осуществления одного кризиса), рассматриваемый вероятностный процесс можно считать пуассоновским, зависящим от параметра ht.

Пуассоновский процесс – дискретный, и его часто называют «законом редких событий». Действительно, согласно таблице 4.1 кризисы, хотя и происходят апериодически, но не часто, примерно один раз за восемь лет, а потому плотность вероятностей осуществления кризисов для гипотезы Пуассона имеет порядок небольшой, примерно на уровне 0,1. Так, для пуассоновского процесса вероятность осуществления 13 кризисов за последние сто лет составляет

$$\Pr[k = 13{,}13] = \frac{13^{13} Exp[-13]}{13!} = 0{,}11,$$

что весьма близко к эмпирически найденной плотности вероятностей $h = 0{,}13$. Отличие от биномиальной вероятности вызвано тем, что закон Пуассона является предельным для биномиального распределения, т.е. предполагается, что он реализуется для бесконечно большого числа наблюдений.

Большой практический интерес представляет расчёт вероятности события, состоящего в отсутствии кризиса в течение одного (предстоящего) года, часто называемой вероятностью «выживания» (survival) системы:

(4.1.3) $S \equiv \Pr[k = 0, (ht)] = \frac{(ht)^0 Exp(-ht)}{0!} = Exp(-ht)$.

Для нашего иллюстративного расчёта вероятность отсутствия кризиса в предстоящем году составляет $Exp[-0{,}13 \times 1] = 0{,}878$. Соответственно, вероятность того, что в течение одного года произойдет хотя бы один кризис, равна $1 - S = 1 - Exp(-ht)$. Для таблицы 4.1 вероятность (хотя бы) одного кризиса в течение предстоящего года составляет $1 - S = 0{,}122$, что весьма близко к расчётной плотности вероятностей кризиса $h = 0{,}13$. Функция пуассоновского распределения кризисов представлена на рис. 15.

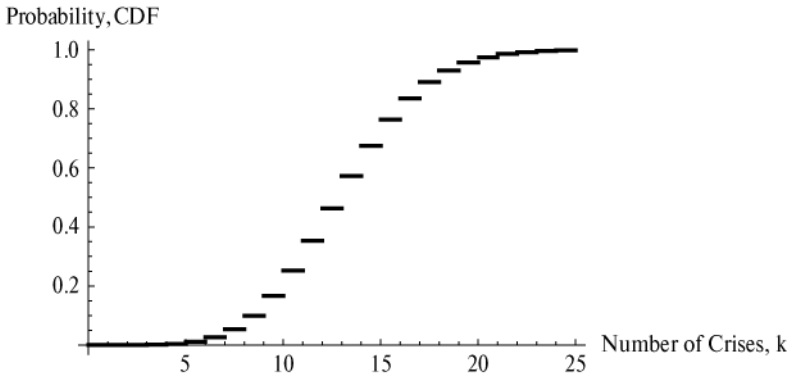


Рис. 15. Пуассоновское распределение кризисов

Эмпирическая информация об экстремальных финансовых событиях, а кризисы, несомненно, являются таковыми, явно недостаточна для того, чтобы делать статистически надёжные выводы о частоте и времени их появления. Эксперименты с моделями перколации, если полагать появление перколационного кластера соответствующим началу финансового кризиса, позволяют обойти это ограничение. Так, имитация с предложенной моделью на протяжении порядка 10^3 циклов показала, что появление перколационных кластеров происходит в течение квазипериодических интервалов времени. Подобная апериодичность вполне естественна, поскольку процедура выбора занятых ячеек и формирования кластеров но-

сит случайный характер. Однако для того, чтобы распределение кризисов во времени (1 цикл = 1 год) соответствовало распределению Пуассона, появление кризисов (перколационных кластеров) должно быть чисто случайным и независимым, происходить с весьма малой вероятностью и одинаковой средней плотностью, причём соответствовать условию $\langle \mathrm{T} \rangle = \sigma_{\mathrm{T}}^2$. Эти условия в совокупности, как показывают эксперименты, являются слишком жёсткими даже для модели, не говоря о реальной действительности. В частности, модель перколации основана, как отмечалось выше, на последовательном увеличении объёмов ликвидности и измерении его влияния на поведение инвесторов и рост стоимости активов. Понятно, что кризис не может наступать при малых значениях избыточной ликвидности, либо «восстановление» монетизации предшествовать кризису. Однако это может происходить в рамках пуассоновского процесса, который носит чисто случайный характер.

Экспоненциальная гипотеза распределения времени кризисов. По мнению многих экспертов, последний кризис ликвидности имел место в 1998 г. после российского дефолта и краха хедж-фонда LTCM[40]. Следовательно, финансовые кризисы достаточно далеко, порядка 10 лет, разнесены во времени, что позволяет считать их независимыми друг от друга. Из эмпирических соображений следует также, что вероятность кризиса на длинном временном интервале выше, чем на коротком, а ранний кризис более вероятен, чем коллапс системы, отдаленный во времени. Сказанное позволяет трактовать время кризиса как случайную величину T, имеющую экспоненциальное распределение вероятностей. Непрерывное экспоненциальное распределение времени осуществления очередного кризиса тесно связано с дискретным пуассоновским процессом распределения кризисов и имеет функцию распределения следующего вида:

---

[40] Long Term Capital Management, LTCM – крупный хедж-фонд, в котором участвовали два нобелевских лауреата по финансам. Фонд имел крупный пакет производных по российскому долгу инструментов, которые обесценились после августовского дефолта 1998 г., что поставило LTCM на грань разорения. При активном участии ФРС, которая стремилась избежать масштабной катастрофы, фонд был продан консорциуму частных финансовых организаций. Предотвращение последствий краха LTCM – первый случай вмешательства государства в попытке спасения финансового игрока «слишком большого для того, чтобы разориться» (too big to fail). В период кредитного кризиса 2007–2010 гг. подобные действия стали политикой центрального банка и правительства США.

(4.1.4) $$P(t) \equiv \Pr[T \leq t] = \int_0^t p(z)dz = 1 - \exp(-ht),$$

где функция плотности даётся выражением

(4.1.5) $$p(t) = \begin{cases} h\exp(-ht), t \geq 0 \\ 0, \ \ t < 0 \end{cases}$$

h – условная вероятность (hazard rate) наступления кризиса ликвидности:

(4.1.6) $$h = \frac{1}{1-P(t)}\frac{dP}{dt},$$

а T – случайная длительность промежутка времени между очередными кризисами.

Соответствующее пуассоновским событиям время осуществления события (кризиса) распределено экспоненциально и обладает свойством отсутствия памяти. Однако компьютерные эксперименты, строго говоря, псевдослучайны, а следовательно, следы памяти присутствуют, что делает распределение экспериментального времени кризисов квазициклическим.

4.2. Степенной закон и перколация глобального долга

Вернемся к вопросу о прогнозе возможных сроков наступления кризиса ликвидности (дефолта системы) и объемов глобальной задолженности на этот момент. В модели перколации, рассмотренной в третьей части работы, глобальная задолженность определялась через объем денежной базы, которая в реальных условиях может изменяться из-за потребностей рынков товаров и услуг. Поэтому расчет критического объема долга «напрямую» представляет несомненный практический интерес. Кризис ликвидности можно идентифицировать, если существуют некоторые содержательные представления о характеристиках дефолта системы. Как таковое, степенное распределение их не содержит, но модель перколации дает значения вероятностей текущего и критического состояния системы, которые могут быть использованы для оценки размера глобального внутреннего долга на момент дефолта. Эти вероятности, и соответствующие им временные характеристики, помогают практически определить степень опасности долгового пузыря, не формулируя в явном виде критерий,

согласно которому «здоровый» рост стоимости долговых активов можно отличать от гипертрофированного[41].

Напомним, что согласно модели перколации финансового рынка величина кластеров покупателей долга определяет стоимость глобальной задолженности. Из теории перколации следует, что в окрестности критической точки объем долга является случайной величиной, имеющей степенное распределение вероятностей состояний. Объём глобального внутреннего долга B будем считать случайной величиной, которая на момент перколации (глобального кризиса) t равна

(4.2.1) $$B = B(0)\exp[rT],$$

где r – непрерывно начисляемый темп изменения глобального внутреннего долга[42], а T – случайный временной отрезок между очередными кризисами, распределённый экспоненциально. Согласно данным 79-го ежегодного отчета Базельского банка, по соотношению

$$\exp(r * 3) = \frac{59{,}7}{49{,}7}$$

непрерывно начисляемый за последние три года темп прироста глобального внутреннего долга r составляет 0,061, или примерно шесть процентов за год.

Известно [50], что величина, изменяющаяся экспоненциально во времени, в нашей модели – стоимость глобального долга, $b = b(0)\exp(rt)$, имеющая экспоненциальное распределение вероятностей времени состояний: $P(t) = \Pr[T \le t] = 1 - \exp(-ht)$, следует степенному закону, или распределению Парето, с плотностью вероятностей

(4.2.2) $$p(b) = p(t)\left|\frac{dt}{db}\right|.$$

---

[41] Актуальность исследований в этом направлении отмечена, например, лондонским «Экономистом» (Economist.com, April 26th, 2008).

[42] Глобальный внутренний долг – не однородная величина, а сложная композиция различных долгов частных корпораций и государств. Поэтому данный подход неявно использует предпосылку о существовании единичной корреляции между дефолтами различных частных и суверенных долгов. Такое предположение, разумеется, малореалистично, но принципиально упрощает финансовую систему, позволяя рассматривать ее как единое целое. Для окрестности критической точки, где система подобна своему элементу, данное допущение методологически может быть принято, по крайней мере, в первом приближении. Дальнейшие исследования в этом направлении могут использовать хорошо развитые подходы прогнозирования дефолтов в системе взаимосвязанных долгов.

Плотность распределения глобального долга вычисляется достаточно просто и равна

$$p(b) = \frac{\alpha-1}{b(0)}\left(\frac{b}{b(0)}\right)^{-\alpha},$$

откуда

(4.2.3) $$P(b) = \Pr[B \le b] = 1 - \int_b^\infty p(\acute{b})db = 1 - \left(\frac{b}{b(0)}\right)^{-\beta}$$ и

(4.2.4) $$u = \Pr[B > b] = \left(\frac{b}{b(0)}\right)^{-\beta},$$

где $\alpha = \beta + 1$; $\beta = \frac{h}{r}$. Параметр β является параметром Парето соответствующего распределения (не смешивать с параметром порядка, который традиционно обозначается таким же символом), h – условная вероятность перколации, $b(0)$ – минимальное значение глобального долга для степенного распределения (4.2.3). Из сопоставления (3.4.1) и (4.2.4) находим, что параметр Парето – это обратная величина к инвариантной константе перколации γ:

(4.2.5) $$\beta = \frac{1}{\gamma}.$$

Параметры «корреляционной» перколации. Использование величины $\gamma = 2{,}39$ для «классической» перколации даёт очень низкое значение параметра Парето, $\beta = 0{,}42$. Между тем, как отмечалось в первой части работы, большинство финансовых индикаторов имеет этот показатель, равный примерно 3 (кубический закон) [46]. По нашему мнению, низкое значение параметра Парето является следствием того, что система перколации не имеет памяти и в этом смысле подобна чисто случайному процессу. Сказанное напоминает расчёт параметра Парето для «рационального пузыря», полученный в разд. I. Однако эмпирический финансовый рынок не является чисто случайным процессом [42]. Люди помнят, по крайней мере, недавнее прошлое, и делают, по возможности, выводы на основе полученного опыта. Поведение, известное под термином herding, отражает эффекты подражания успешным действиям, следовательно, содержит следы памяти, корреляции во времени и инерции[43] [9, 17, 57]. Учёт подобных факторов характеризует большое направление исследова-

[43] Существует распространённое мнение о том, что кризис 1987 г. произошёл из-за того, что поколение трейдеров, помнивших крах 1929 г., ушло, а новые поколения не действовали столь же осторожно, как их предшественники.

ний, известное как «коррелированная перколация». Разработка и экономическое содержание модели коррелированной перколации (и её разновидностей) – особая тема, которая в данной работе не рассматривается. В приведенных ниже расчётах используется лишь то обстоятельство, что фактор коррелированности поведения инвесторов изменяет значения инвариантных констант [19, 55, 59, 65], которые для модели финансового рынка приведены в таблице 4.2.

Использование константы $\gamma_{corr} = 0{,}475$ соответствует значению параметра Парето $\beta_{corr} = 2{,}105$, которое может считаться вполне реалистическим значением этой характеристики. Этому значению параметра Парето для темпа прироста долга $r = 0{,}065$ находим по формуле (4.2.5) величину условной вероятности перколации:

$h = 2{,}105 * 0{,}065 = 0{,}128.$

Таблица 4.2 Параметры случайной и коррелированной перколации

	Случайный процесс	**Коррелированный процесс**
σ	0,397	2,0
γ	2,39	0,475
Параметр Парето, β	0,42	2,105

Соответственно, вероятность кризиса через год составляет для экспоненциального распределения $P(t) = 0{,}12$, а вероятность отсутствия перколации $u(t) = 0{,}88$. Эти величины весьма близки к результатам, полученным выше для биномиального и пуассоновского распределений. Однако для вероятностной модели, имеющей распределение Парето, характеристики долгового рынка становятся намного реалистичнее.

Для степенного распределения глобального долга, принимая $b(0) = 56{,}7$ трлн долл. (мировой долг за 2007 г.), вероятность кризиса, рассчитанная по формуле (4.2.3), к 2008 г. резко возрастает, до 0,897, или почти до 90%. Практическая достоверность данного события вполне согласуется с действительностью, если вспомнить коллапс мировых кредитных рынков в конце 2008 г.

Спред доходностей. Реалистичность гипотезы степенного распределения подтверждается и расчётами на основе эмпирической величины спре-

да доходностей долговых инструментов. Распространенная мера рискованности рынка денег – TED-spread – рассчитывается как разность ставок LIBOR по негарантированным кредитам и доходности 3-месячных казначейских векселей США [15, 22, 30]. В декабре 2008 г. этот показатель достиг огромного значения – в 0,0656, или почти 6,6 процентных пунктов, что свидетельствовало о том, что рынок кредитов практически перестал функционировать [29]. Аналог этого спреда для модели перколации финансового рынка можно представить как логарифм отношения кластерной массы к среднему размеру кластеров в окрестности критической точки:

(4.2.5) $$log\frac{G(p)}{\langle b\rangle} = -\left(\frac{1}{\sigma_{corr}} - \gamma_{corr}\right) log(p - p_c); \quad \text{для} \quad p < p_c.$$

Априорная вероятность по этой формуле составляет $p = 0{,}519,$ что даёт объём мировой ликвидности в 2,34 трлн долл.:

$s = \frac{0.519*2.67}{0.592} = 2{,}34.$

Такие размеры денежной эмиссии определяют перколациию глобального финансового рынка в декабре 2008 г. как практически достоверное событие, вероятность которого составляет

$\frac{s}{s_c} =$,88 или 88% при малой вероятности отсутствия кризиса: $u = 1 - \frac{s}{s_c} = 0{,}12.$

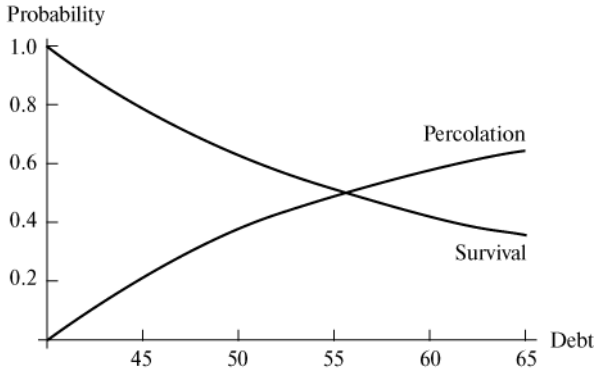


Рис. 16. Вероятности перколации и «выживания» для глобального долга

Экономический интерес представляют две ситуации развития событий, которые уточняют результаты [7]. Во-первых, на отметке примерно в 56 трлн долл. шансы осуществления, либо отсутствия, кризиса глобальной системы долга уравниваются и составляют 50:50. Это важное состояние системы находится из решения уравнения $P(b) = u(b)$, или

(4.2.6) $$1 - \left(\frac{b}{b(0)}\right)^{-\beta} = \left(\frac{b}{b(0)}\right)^{-\beta}.$$

Эти функции (для $b(0) = 40$ трлн долл.) приведены на рис. 16. Во-вторых, если полагать, что степенное распределение с данными параметрами существует в окрестности точки перколации, то из уравнения:

(4.2.7) $$0.59274 = 1 - \left(\frac{b}{40}\right)^{-2.105}$$

следует, что при значениях глобального внутреннего долга, близких 61 трлн долл. система претерпевает качественную перестройку. «Точность» результата, разумеется, эфемерна, – скорее это сигнал о попадании системы в зону быстрого и неуправляемого роста задолженности.

Наконец, подставляя величины $b_l = 61,29$ и $r = 0,061$ в уравнение (4.2.1), можно восстановить период времени, оставшийся до глобального кризиса: $61,29 = 56,7\exp(0,061t)$. Считая от 2007 г., это время равно 1,3 года, что практически совпадает с фактическим коллапсом глобальных кредитных рынков в октябре – декабре 2008 г. Отметим, что для гипотезы простого экспоненциального распределения (4.1.4) ожидаемое время глобального кризиса: $\langle T \rangle = 1/h \cong 8 лет$, представляется чрезмерно оптимистичным, и вряд ли может служить приемлемым ориентиром.

Заключение

Мировой кризис переходит в третью стадию, или фазу. Первая фаза – это обрушение различных сегментов рынка кредитов, а затем фондового рынка. На второй стадии отсутствие кредитов реальному сектору, равно как и инерция череды финансовых провалов, привели к сокращению мирового спроса, падению производства и огромному росту безработицы. Практически полный коллапс финансовых рынков был предотвращён гигантскими инъекциями денег и капитала со стороны государства, что привело к медленному и неуверенному восстановлению экономики в 2009–

2010 гг. Однако чудес не бывает, и только барон Мюнхгаузен мог себя самого вытащить за волосы. Беспрецедентная накачка в экономику государственного капитала привела к гигантскому росту денежной массы и задолженности, в основном стран, развитых в экономическом отношении. Неизбежная, пусть и с лагом в несколько лет, тенденция увеличения цен и государственного долга означает переход глобального кризиса в третью, долговую, фазу.

По долгам надо платить, и государства это могут сделать только одним способом – увеличив налоги и разного рода сборы, переложив тем самым тяжесть выплат на население и бизнес. Долговой кризис в Греции, огромные трудности с финансированием разбухшего бюджетного дефицита в Португалии, Испании, Ирландии и даже Великобритании, несмотря на большие различия в деталях, имеют общую основу: выплаты огромных долгов, которые будут растянуты на многие поколения, требуют глубокой структурной перестройки экономики. Это означает, что рост экономики, доселе подпитываемой непогашенными долгами, сменяется на развитие, обусловленное погашением долгов. Сейчас всё более очевидно, что за эксцессы финансовой верхушки, которую в мире именуют собирательным термином *Уолл-стрит*, расплачиваются и будут расплачиваться поколения простых людей. Однако модель социального партнёрства, в которой всегда выигрывает только одна сторона, по вполне понятным причинам, энтузиазма не вызывает, и наиболее дальновидные представители мировой «элиты» это отчётливо понимают[44]. Неопределённость в отношении возможностей роста в условиях выплаты гигантской задолженности ставит вопрос о перестройке экономической и социальной модели современного общества, которая предотвращала бы развитие событий в негативном направлении.

В свете «столь захватывающих» перспектив профилактика социальной болезни – финансы важная часть социальной активности – действительно выглядит намного дешевле. Финансовые и экономические невзгоды коренятся в бесконтрольном раздувании финансового пузыря. Условия, порождающие массовое иррациональное поведение финансовых инвесторов,

---

[44] Американский вариант существующей социально-экономической модели выражен весьма кратко: “Heads we win, tails you lose” (Орёл – наш выигрыш, а решка – ваш проигрыш). Это – буквальный смысловой аналог старинной русской сказки, когда одним всегда доставались «вершки», а другим – «корешки».

необходимо решительно изменить, даже ценой отказа от быстрого, но неустойчивого и чреватого провалами экономического развития. Осознание необходимости глубоких реформ мировых финансовых рынков, равно как и движение в этом направлении налицо. Но насколько глубокими и целостными окажутся такие реформы на практике, и когда они будут реализованы, окутано пеленой неопределённости. Хотелось бы, чтобы на этот раз «мужик перекрестился» до того, «как грянет гром».

Литература

1. Гавриленков Е., Струченевский А. (2003) Экономика России. М.: Тройка-Диалог, 2010.

2. Рикардо Д. Опыт о системе фундированных государственных займов // Рикардо Д. Сочинения. Т. 2. М.: Госполитиздат, 1941.

3. Пименова И.В. Перколационная модель финансового рынка и кризисы ликвидности: бакалаврская работа.

4. Смирнов А.Д. (2004) Внешний долг и хаос: модель российского опыта конца 90-х годов: доклад на 5-й Международной конференции «Модернизация экономики России».

5. Смирнов А.Д. (2005) Монетизация государственного долга. М.: Изд. дом Гос. ун-та – высшей школы экономики.

6. Смирнов А.Д. (2007) Монетизация глобального долга: погашение или кризис // Экономический журнал ВШЭ. Т. 11. № 4.

7. Смирнов А.Д. (2008) Кредитный кризис и перколация финансового рынка // Вопросы экономики. № 10.

8. Adrian T., Shin H.S. (2008) Liquidity and financial contagion, Banque de France // Financial Stability Review. № 11. February.

9. Akerlof G., Shiller R. (2009) Animal Spirits, etc. Princeton: Princeton University Press.

10. Ball P. (2004) Critical Mass. London: Arrow Books.

11. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. (1988) Self-Organized Criticality // Physical Review. A, 38, 364.

12. Blanchard O., Watson M. (1982) Bubbles, Rational Expectations and Speculative Markets (in Campbell et al., ch. 7).

13. Blume L.E., Durlauf S.N. (eds.) (2005) The Economy as an Evolving Complex System III. Oxford: Oxford University Press.

14. Bank for International Settlement // 79th Annual Report. Basel, 2009.

15. Blake D. (2000) Financial Market Analysis. London: McGraw Hill Book Company.

16. Bloomberg, April 21, 2009, IMF Says Global Losses from Credit Crisis May Hit $ 4.1 Trillion.

17. Bunde A., Havlin S. (2009) Fractal Geometry, A Brief Introduction to, Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Springer, Berlin/Heidelberg.

18. Bunde A., Kantelhardt J. (2005) Diffusion and Conduction in Percolation, in Diffusion in Condensed Matters, Springer, Berlin/Heidelberg.

19. Chaves C., Koiller B. (1995) Universality, thresholds and critical exponents in correlated percolation // Physica A, 218, 271–278.

20. Campbell J., Lo A., MacKinlay C. (1997) The Econometrics of Financial Markets, Princeton University Press, Princeton, USA.

21. Cooper G. (2008) The Origin of Financial Crises: Central Banks, Credit Bubbles and the Efficient Market Fallacy, Harriman House, London.

22. Cuthbertson K., Nitzsce D. (2002). Financial Engineering. Derivatives and Risk Management, John Wiley &Sons, Chichester, Sussex, England.

23. Dixit A., Pindyck R. (1994). Investment under Uncertainty. Princeton University Press.

24. The Economist (July 18th-24th, 2009) What went wrong with economics, London.

25. Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Springer, Berlin/Heidelberg, 2009.

26. Financial Times, Buffett bats off criticism of Moody's, June 2, 2010.

27. Ghosh A., Ostry J., Tamirisa N., Anticipating the Next Crisis, Finance and Development, September 2009.

28. Gould H., Tobochnik J., Christian W. (2006) An Introduction to Computer Simulation Methods: Application to Physical Systems, 3d Edition, Addison- Wesley, Reading, Mass.

29. Global Financial Stability Report, IMF, October 2009, Washington.

30. Greenlaw D., Hatzius J., Kashyap A., Shin H.S. (2008) Leveraged Losses: Lessons from the Mortgage Market Meltdown, US Monetary Policy Forum Conference, February.

31. Hayford M., Malliaris A.G. (2004) Monetary policy and the U.S. stock market // Economic Enquiry. Vol. 42. № 3. P. 387–401.

32. Hsieh D. (1991) Chaos and Nonlinear Dynamics // The Journal of Finance. Vol. 16. № 5.

33. International Monetary Fund, Global Financial Stability Report, October 2009, Washington.

34. International Banking and Financial Markets Development, BIS Quarterly Review, December 2008, Basel.

35. Jorgensen, D. (1963) Capital Theory and Investment Behavior // American Economic Review. Vol. 53. P. 247–257.

36. Kasapis A. (2008) Mastering Credit Derivatives, 2nd edition, Prentice Hall, London.

37. Kesten H. (2006) What is percolation, Notices to AMS. Vol. 53. № 5. May 2006.

38. Keynes J.M. (1936) The General Theory of Employment, Interest and Money, Harcourt-Brace, New York.

39. Kindleberger C.P. (2000) Manias, Panics and Crashes: A History of Financial Crises J. Wiley, New York.

40. Krugman P. (2008) The Return of Depression Economics. London: Penguin Books.

41. Lee S. (2008) Auction-Rate Securities: Bidder Remorse, NERA Economic Consulting.

42. Lillo F., Farmer J.D. (2004) The long memory of the efficient market, Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics. Vol. 8. Iss. 3, the Berkeley Electronic Press, www/bepress.com/snde.

43. Lauven L., Valencia F. (2008) Systemic Banking Crises: A New Database, IMF Working Papers, WP/08/224.

44. Lucas R. (2003) Macroeconomic Priorities // American Economic Review.

45. Lux T., Sornette D. (2002) On Rational Speculative Bubbles and Fat Tails // Journal of Money, Credit and Banking. Vol. 34. № 3. P. 589–610.

46. Lux T. (2005) Financial Power Laws: Empirical Evidence, Models, and Mechanism.

47. Mandelbrot B., Hudson R. (2005) The (mis)Behaviour of Markets. A Fractal View of Risk, Ruin and Reward, Profile Books, London.

48. Mantegna R., Stanley H.E. (2000) An Introduction to Econophysics, Cambridge University Press.

49. Marschinski R., Matassini L. (2001) Financial Markets as a Complex System: A Short Time Scale Perspective, Deutsche Bank Research. Nov 09. 2001.

50. Newman M.J.E. (2006) Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. arXiv: cond-math/0412004 v3 29 May 2006.

51. Newman W.I., Turkotte D.L. (2002) A simple model for the earthquake cycle combining self-organized complexity with critical point behavior, Nonlinear Processes in Geophysics, 9: 453–461.

52. Orphanides A. (2003) Historical Monetary Policy Analysis and the Taylor Rule, frs.com.

53. Rubinstein A. (1998). Modeling bounded rationality. MIT Press.

54. Sahimi M. (2009) Percolation Phase Transition, in Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Springer, Berlin/Heidelberg.

55. Sahimi M. (1994) Long Range correlated percolation and flow and transport in heterogeneous porous media // Journal of Physics. Vol. 4. 1263–1268.

56. Sauer T. et al. (1996) Chaos: An Introduction to Dynamic Systems, SpringerVerlag New York.

57. Shiller R. (2000) Irrational Exuberance. Princeton: Princeton University Press.

58. Shin H.S. (2010) Financial Intermediation and the Post-Crisis Financial System, BIS Working Papers, March, Basel.

59. Simon H. (1991). Bounded Rationality and Organizational Learning, Organization Science 2(1): 125–134.

60. Sornette D. (2003) Critical market crashes, arXiv: cond-math/0301543 v1 28 Jan 2003.

61. Sornette D. (2004) A Complex System View of Why Stock Market Crash, New Thesis. Vol. 01 (1). P. 5–17.

62. Sornette D., Sammis C. (2002) Positive feedback, memory, and the predictability of earthquakes, PNAS, February. Vol. 99. Suppl. 1. P. 2501–2508.

63. Soros G. (1998) The Crisis of Global Capitalism, Open Society Endangered, Little, Brown and Company, London. P. 41–42.

64. Soros G. (2010) America must face up to the dangers of derivatives, Financial Times, Friday, April 23.

65. Spyratos V., Bourgeron P., Ghil M. (2007) Development at the wildland-urban interface and the mitigation of forest fire risk, PNAS. September 4. Vol. 104. No. 36.

66. Stanley H.E., Gopikrishnan P., Plerou V., Salinger M.A. (2003) Patterns and Correlations in Economic Phenomena Uncovered Using Concepts of Statistical Physics, Lecture Notes in Physics (Series). Vol. 621/2003. Springer, Berlin/Heidelberg.

67. Stauffer D. (2009) Classical Percolation, Lecture Notes in Physics (Series). Vol. 762/2009, Springer, Berlin/Heidelberg.

68. Stauffer D. (2001) Percolation Models of Financial Market Dynamics // F. Schweitzer (ed.). Modeling Complexity in Economic and Social Systems, World Scientific, River Edge.

69. Strogatz S. (1994). Nonlinear Dynamics and Chaos. New York, Addison Wesley.

70. Szekely G., Richards D. (2004) The St. Petersburg paradox and the crash of high-tech stocks in 2000 // The American Statistician. August 2004. Vol. 58. № 3.

71. Systems Thinking (1970) ed. by F.E. Emery, Penguin Books, Middlesex.

72. Tobin J. (1985) Financial innovations and deregulation in perspective. Bank of Japan Monetary Studies. Vol. 3. № 2.

73. Xenakis J. (2008) A primer on financial engineering and structured finance, www. Generational Dynamics.

74. von Peter G. (2005) Debt-Deflation: Concepts and a Stylised Model, BIS Working Papers.

75. Wikipedia, the free encyclopedia (2010) Collaterized Debt Obligations.

76. Wired Magazine (2009) Recipe for disaster: the formula that killed Wall Street, 02.23.09.

77. Wired Magazine (2009) Road Map for Financial recovery: Radical transparency Now! 02.23.09.

78. Zaliapin I., Wong H., Gabrielov A. (2006) Hierarchical aggregation in percolation model // Tectonophysics, 413. 93–107.

Smirnov, A. D.
MacroFinance: A Model of Bubbles and Crises : Working paper WP2/2010/03 [Text] / A. Smirnov ; The University – Higher School of Economics. – Moscow: Publishing House of the University – Higher School of Economics, 2010. – 100 p. (in Russian). – 150 copies.

Proposed a model of financial bubbles and crises based upon the methodology of complex systems analysis. It was shown how the procedures (slice and dice) of a CDO synthesis generated the excess growth of the securitized assets value. The latter being coupled with the high leverage might produce the total collapse of a financial system. On a macrolevel of a system its behaviour was modeled by a differential equation depending on three parameters. The irrationality of financial investors, as it was well known, had been empirically explained by "the greater fool theory" . This process, in modern terms, was represented as the autocatalytic process leading to a system's singularity. Such an outcome was explained on the system's microlevel as a process of financial percolation which was modeled, quite surprisingly, by the same equation of a Bernoulli type. Invariant constants of percolation were used to estimate different parameters of a model. The model application to the study of 2007–2010 credit crunch has given rise to the impressively coherent results in terms of probabilities and the return time periods of critical events that took place on the global financial markets.

JEL Classification: E63, G13, H63, P24

Key Phrases: financial bubble, crisis, percolation, singularity, complex system

Smirnov, Alexander. D., Professor, State University – Higher School of Economics, Pokrovsky Boulevard 11, Moscow 101987, Russia, tel. 772 9590*2175, e-mail: adsmir@hse.ru; adsmir@gmail.com

Препринт WP2/2010/03
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Смирнов Александр Дмитриевич

Макрофинансы: модель пузыря и кризиса

Выпускающий редактор *А.В. Заиченко*
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

Отпечатано в типографии Государственного университета –
Высшей школы экономики с представленного оригинал-макета.
Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 5
Усл. печ. л. 5,8. Заказ № . Изд. № 1195

Государственный университет – Высшая школа экономики.
125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография Государственного университета – Высшей школы экономики.

Тел.: (495) 772-95-71; 772-95-73