

УДК 523.945-46

БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА

© 2012 г. Н. С. Петрухин^{1*}, Е. Н. Пелиновский², Е. К. Бацына¹

¹Национальный исследовательский университет, Высшая школа экономики, Нижний Новгород

²Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Поступила в редакцию 27.10.2011 г.

Исследована возможность прохождения температурного минимума вертикальными акустическими волнами с частотами меньше, чем частота отсечки, соответствующая этому минимуму. Также показано, что усредненный температурный профиль в атмосфере Солнца может быть аппроксимирован несколькими так называемыми безотражательными профилями, на которых акустические волны распространяются без внутреннего отражения. Тем самым объясняется возможность проникновения вертикальных акустических волн, в том числе низкочастотных, в корону Солнца.

Ключевые слова: акустические волны, атмосфера Солнца, спокойное Солнце, хромосфера Солнца, корона Солнца.

ВВЕДЕНИЕ

Интерес к изучению акустико-гравитационных волн среди астрофизиков продолжает оставаться высоким. Это обусловлено прежде всего тем, что остается открытым вопрос о нагреве хромосфер и корон Солнца и других звезд (Стикс, 2002; Ульмшнайдер, 2003).

Исторически акустико-гравитационные волны (а точнее, акустический шум), генерируемые подфотосферной конвекцией, определялись одним из основных кандидатов — переносчиков энергии в солнечную атмосферу (см., например, обзор Ульмшнайдер, 2003). При этом считалось, что за нагревание хромосферы ответственны в основном высокочастотные волны после их превращения в ударные (Ульмшнайдер, 1971; Каплан и др., 1972), так как длинные волны должны испытывать сильное отражение от неоднородности температурного профиля (Стикс, 2002; Ульмшнайдер, 2003) и, следовательно, их роль в энергетическом балансе атмосферы Солнца должна быть незначительной. Однако анализ наблюдательных данных, проведенный в последнее время, ставит этот тезис под сомнение (Понтье и др., 2005; Фоссум, Карлсон, 2005, 2006; Джеффрис и др., 2006; Марш, Уолш, 2006).

В данной работе предлагается новый подход к объяснению феномена проникновения волн на

большие расстояния без потери энергии, основанный на аналитических так называемых безотражательных решениях волнового уравнения для акустических волн в атмосфере с большими температурными градиентами. Решения такого рода найдены для акустических волн в атмосфере Земли (Петрухин и др., 2011) и гравитационных волн в стратифицированном океане (Талипова и др., 2009; Гримшоу и др., 2010), демонстрируя принципиальную возможность распространения волн в сильно неоднородной среде при определенных условиях, накладываемых на профиль неоднородности.

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА, ДОПУСКАЮЩИЕ БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА

В линейном приближении одномерную систему уравнений Эйлера для идеального сжимаемого газа, находящегося в поле силы тяжести, легко свести к волновому уравнению для вертикальной скорости частиц газа $V(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = c^2(z) \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \gamma g \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (1)$$

Коэффициенты этого уравнения определяются единственным параметром: вертикальным распре-

* Электронный адрес: npetruhin@hse.ru

делением скорости звука $c(z) = (\gamma p_0 / \rho_0)^{1/2}$. Здесь

$$p_0(z) = p(0) \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right], \quad (2)$$

$$\rho_0(z) = \rho(0) \frac{T(0)}{T(z)} \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right],$$

где $p(0)$, $\rho(0)$ и $T(0)$ — давление, плотность и температура соответственно на некотором фиксированном уровне ($z = 0$), $H(z) = c^2(z)/\gamma g$ — высота эквивалентной однородной атмосферы на горизонте z , g — ускорение силы тяжести, которая направлена противоположно оси oz , и γ — показатель адиабаты.

Как будет показано ниже, существуют определенные профили скорости звука, при которых решения уравнения (1) описывают бегущие волны с переменной амплитудой и фазой, не отражающиеся в толще атмосферы.

В общем случае решение линейного уравнения (1) описывает процесс трансформации падающей волны в отраженную на неоднородностях среды, и не распадается на два независимых, соответствующих волнам, бегущим в противоположных направлениях. Существование бегущих волн тривиально в случае уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами, поэтому попробуем найти преобразования, сводящие уравнение (1) к уравнению с постоянными коэффициентами; основная идея такого преобразования обсуждалась в наших работах Петрухина (2011), Талиповой (2009) и здесь кратко воспроизводится.

Будем искать решение уравнения (1) в виде, похожем на выражение волнового поля в ВКБ приближении, однако без ограничений на длину волны

$$V(z, t) = A(z)\Phi(\tau, t), \quad \tau = \tau(z), \quad (3)$$

где все функции подлежат определению. После подстановки (3) в (1) получаем уравнение Клейна—Гордона с переменными коэффициентами

$$A(z) \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2(z) \left(\frac{d\tau}{dz} \right)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} \right] - \quad (4)$$

$$- \left[2c^2 \frac{dA}{dz} \frac{d\tau}{dz} + c^2 A \frac{d^2 \tau}{dz^2} - \gamma g A \frac{d\tau}{dz} \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} -$$

$$- \left(c^2 \frac{d^2 A}{dz^2} - \gamma g A \right) \Phi = 0.$$

Это уравнение преобразуется в уравнение Клейна—Гордона с постоянными коэффициентами ($P = \text{const}$)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = P\Phi, \quad (5)$$

если наложить следующие условия:

$$\tau(z) = \int \frac{dz}{c(z)}, \quad (6)$$

$$A(z) \sim \sqrt{c(z)} \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right],$$

$$P = \frac{1}{A} \left[c^2(z) \frac{d^2 A}{dz^2} - \gamma g A(z) \right]. \quad (7)$$

Физический смысл функции $\tau(z)$ очевиден, это есть время распространения волны. Обратим внимание, что амплитуда волны задается тем же выражением, что и в рамках ВКБ-подхода для плавно меняющейся среды, хотя в данном случае неоднородность произвольная, в том числе и сильная. Это дает дополнительные аргументы для обоснования получаемых решений в виде безотражательных волн. Итак, в результате преобразований исходное уравнение (1) с переменными коэффициентами свелось к уравнению (5) с постоянным коэффициентом P . Его решения в виде бегущих волн будут рассмотрены в следующем параграфе. Здесь мы исследуем уравнение (7), которое с учетом (6) представляет собой искомое обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка для нахождения “безотражательных” профилей скорости звука. Перепишем его в безразмерном виде, содержащем только один параметр β

$$\frac{d^2 u}{dh^2} - \frac{1}{2u} \left(\frac{du}{dh} \right)^2 - \frac{2}{u^2} \frac{du}{dh} - \frac{1}{2u^3} = -\frac{\beta}{2u}, \quad (8)$$

где

$$u = c(z)/c_0, \quad h = z/H_0, \quad H_0 = c_0^2/\gamma g,$$

$$\beta = -4P/\omega_0^2, \quad \omega_0 = \gamma g/2c_0.$$

Здесь c_0 — значение скорости звука на некоторой высоте $z = 0$, ω_0 — частота отсечки акустических волн, соответствующая изотермической атмосфере, скорость звука в которой равна c_0 .

Решить уравнение (8) аналитически в общем виде не получается. Лишь при $\beta = 0$ удается получить два профиля, которые в размерных переменных имеют вид

$$c^2(z) = c^2(0) - \frac{2}{3} \gamma g z, \quad (9)$$

$$c^2(z) = c^2(0) - 2\gamma g z.$$

Распределения скорости звука (9) соответствуют известной модели политропной атмосферы, т.е. атмосферы с постоянными градиентами температуры, равными соответственно

$$\frac{dT}{dz} = -2\mu g, \quad \frac{dT}{dz} = -2\frac{\mu g}{R}, \quad (10)$$

где μ — молекулярный вес, R — газовая постоянная. Учитывая, что показатель адиабаты может принимать значения в пределах $1 \leq \gamma \leq 5/3$, при таких значениях градиентов выполняется известный критерий Шварцшильда конвективной неустойчивости (Соболев, 1985)

$$-\frac{dT}{dz} > -\left.\frac{dT}{dz}\right|_{ad} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\mu g}{R}. \quad (11)$$

Профили (9) могут быть использованы при моделировании конвективных зон Солнца, а также других звезд.

Другие безотражательные профили скорости звука (температуры) можно определить с помощью численного интегрирования уравнения (8).

ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ В БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЙ АТМОСФЕРЕ

Уравнение Клейна–Гордона (5) в случае $P = 0$, имеет решения, описывающие бегущие волны

$$V(t, z) = GA(z)\Phi\left[t - \int \frac{dz}{c(z)}\right], \quad (12)$$

где $\Phi(t)$ определяет волновое поле на излучателе, G — произвольная постоянная. При $P \neq 0$ элементарное решение уравнения (5) находится для монохроматической волны

$$V(t, z) = GA(z) \exp\left[i\left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)}\right)\right] \quad (13)$$

с дисперсионным соотношением

$$l = \pm \sqrt{\sigma^2 - \beta}. \quad (14)$$

Здесь $l = K/\omega_0$ и $\sigma = \omega/\omega_0$

Известно (Эккарт, 2004), что в изотермической атмосфере дисперсионное соотношение для вертикальных акустических волн имеет вид

$$\omega^2 = c_0^2 k^2 + \omega_0^2, \quad (15)$$

из которого следует, что волны с частотой, меньше чем частота отсечки ω_0 , распространяться в такой атмосфере не могут. Полагается, что подобный запрет должен распространяться и на неизотермическую атмосферу. В частности, в астрофизической литературе считается, что через слой атмосферы, имеющий температурный минимум, или, что тоже самое, минимум скорости звука, не могут проходить акустические волны с частотой меньше, чем частота отсечки, соответствующая скорости звука в минимуме. Уже из простого анализа уравнения (8) можно заметить, что это утверждение, вообще говоря, неверно. Известно, что в точке минимума

дифференцируемой функции ее первая производная должна равняться нулю, а вторая быть положительной. Учитывая это, из уравнения (8) получаем

$$\left(\frac{d^2 u}{dz^2}\right)_{\min} = \frac{1 - \beta}{2}. \quad (16)$$

Здесь $\left(\frac{d^2 u}{dz^2}\right)_{\min}$ — вторая производная функции в минимуме, а значение функции u в этой точке принято равным единице ($u = c(z)/c(0)$, где $c(0)$ — скорость звука на уровне температурного минимума). Из (16), в частности, следует, что при $\beta < 0$, волны любых частот, а следовательно, и с частотами, меньшими, чем частота отсечки в эквивалентной изотермической атмосфере с температурой, равной температуре на уровне минимума, могут проходить через этот слой. При положительных значениях β частота отсечки ω_{ot} определяется из дисперсионного соотношения (14) формулой

$$\omega_{ot} = \beta^{1/2} \omega_0, \quad (17)$$

т.е. отличается от традиционной частоты отсечки ω_0 на множитель $\beta^{1/2}$ и при $\beta < 1$ $\omega_{ot} < \omega_0$. Уже из этого простого примера следует принципиально новый результат: через область температурного минимума могут проходить без отражения вертикальные акустические волны с частотой, меньшей, чем частота отсечки, соответствующая этому минимуму.

На рис. 1 представлены безотражательные профили для различных значений величины β в диапазоне $(-1, +1)$, в области минимума температуры. Для удобства высота точки минимума принята $h = 0$, а безразмерная скорость звука в этой точке $u = 1$. Здесь же точками представлено изменение скорости звука в области температурного минимума атмосферы Солнца для модели VAL3c (Вернацца и др., 1981). Учитывая, что хорошее сравнение с используемой моделью получается при $\beta = 0.9$, разница в частотах отсечки по сравнению с изотермическим случаем ($\beta = 1$) невелика, см. (17).

Из линейных уравнений газодинамики можно найти все компоненты волнового поля. Так, волновая часть давления определяется формулой (Ламб, 1947)

$$p' = \frac{i\rho_0}{\omega} \left[c^2(z) \frac{\partial V}{\partial z} - gV \right]. \quad (18)$$

Легко вычислить также плотность потока энергии по вертикали (Эккарт, 2004)

$$\Pi = \frac{1}{2} [p'V^* + Vp'^*], \quad (19)$$

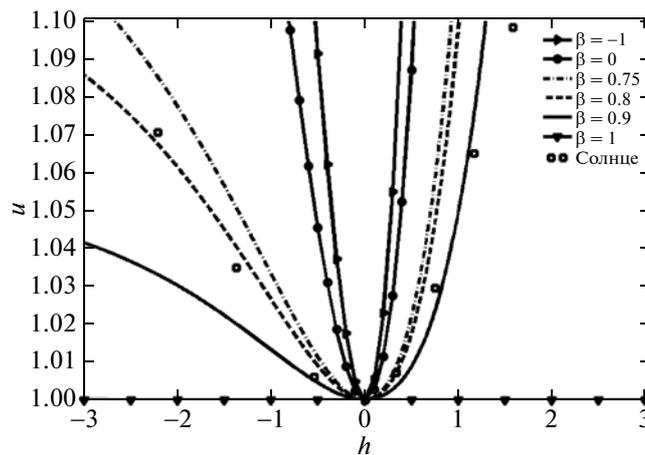


Рис. 1. Безотражательные профили скорости звука, проходящие через температурный минимум. Точки соответствуют распределению скорости звука в модели Солнца VAL3c (Вернацца и др., 1981).

где (*) означает комплексное сопряжение. Подставляя сюда (13) и (19) с учетом (2), получаем

$$\Pi = \frac{\gamma |G|^2 K p(0)}{\omega}, \quad (20)$$

следовательно, поток энергии не зависит от z и сохраняется, несмотря на сильную неоднородность атмосферы. В результате монохроматическая волна может распространяться на большие высоты без потери энергии. Этот вывод справедлив для волн на любом из безотражательных профилей вне зависимости от величины и знака параметра β .

БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ЧЕРЕЗ СОЛНЕЧНУЮ АТМОСФЕРУ

Наблюдения показывают (Шрайвер и др., 1997; Рюттен, 2007), что солнечная атмосфера имеет довольно сложную структуру. Ее параметры нестационарны, изменяются с высотой, кроме того, локально неоднородны по всем направлениям. В частности, даже в областях спокойного Солнца хромосфера состоит из множества мелкомасштабных магнитных трубок. Учет всех отмеченных факторов делает задачу анализа распространения волновых движений в такой среде крайне сложной даже численно. Поэтому для качественных оценок свойств волновых движений с параметрами, много большими временных и пространственных локальных неоднородностей, часто используются одномерные усредненные модели атмосферы, в том числе модель VAL3c. Но даже в таком приближении обычно не удается получить аналитические решения волнового уравнения. Исключение составляет исследование коротких акустических волн, для которых справедливо прибли-

жение ВКБ (Госсард, Хук, 1978), а так же распространение акустико-гравитационных волн в атмосфере с постоянным градиентом температуры (Ламб, 1947; Петрухин, 1983а,б). В связи с этим в большинстве работ распространение волновых возмущений в солнечной атмосфере исследовалось численно (Малинс, Эрдели, 2007; Федун и др., 2009). Результаты всех этих работ указывают на то, что акустико-гравитационные волны относительно свободно проходят через атмосферу. Вместе с тем в этих работах нет ответа на вопрос, почему в среде, параметры которой существенно неоднородны, а градиенты температуры значительны, возможно слабое отражение волн.

На наш взгляд, ответ связан с возможностью аппроксимации распределения параметров солнечной атмосферы безотражательными профилями. Один из вариантов подобной аппроксимации представлен на рис. 2. В качестве модели солнечной атмосферы нами использована модель VAL3c. Здесь высота нормирована на высоту однородной атмосферы $H_0 = 120$ км и скорость звука на $c(0) = 7$ км/с (оба параметра соответствуют солнечному температурному минимуму для модели VAL3c).

Из рис. 2 видно, что наблюдаемое распределение скорости звука в атмосфере Солнца от зоны генерации акустических волн в конвективной зоне до нижней короны можно аппроксимировать семью безотражательными профилями, полученными при решении уравнения (15) для различных значений β и для начальных условий, соответствующих профилю Солнца.

В точках сшивки скачок значения градиента скорости звука мал и фактически происходит лишь

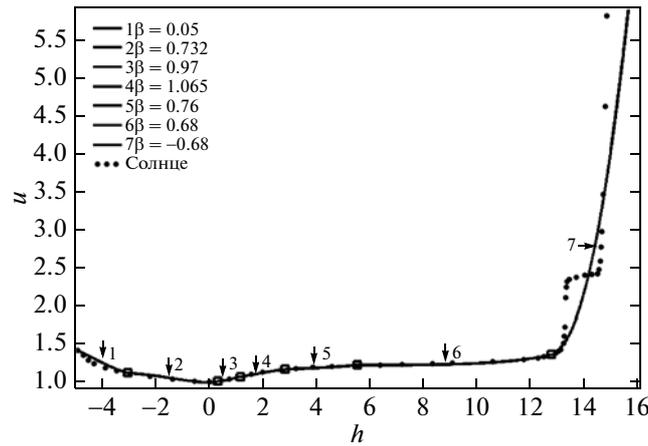


Рис. 2. Аппроксимация модели атмосферы Солнца безотражательными профилями. Точки соответствуют распределению скорости звука в модели VAL3c.

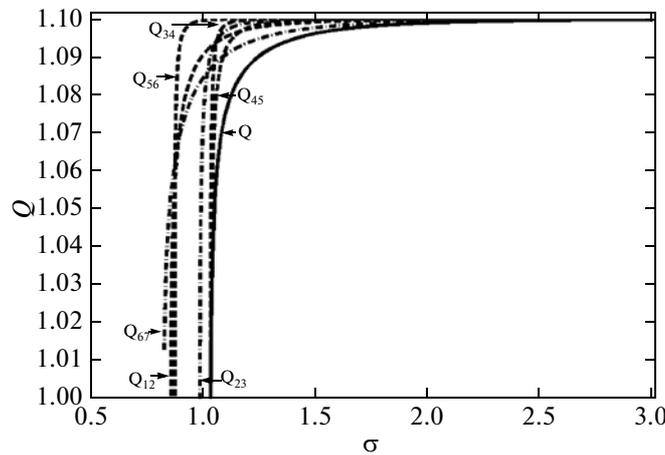


Рис. 3. Энергетические коэффициенты прохождения акустических волн от зоны генерации в корону Солнца.

скачок второй производной. Малость скачков градиента скорости звука на границах безотражательных слоев свидетельствует о малости отражения волновой энергии и эффективному проникновению волн в верхнюю атмосферу.

Рассмотрим более подробно трансформацию волны на сшивке безотражательных профилей. Граничные условия на границе выражают непрерывность вертикальной скорости движения газа и давления

$$[V]_{-}^{+} = 0, \quad [p]_{-}^{+} = 0, \quad (21)$$

где $[]$ означает разность величин по обе стороны скачка. Используя выражение (18), условия (21)

можно представить в виде

$$[V]_{-}^{+} = 0, \quad \left[\frac{\partial V}{\partial z} \right]_{-}^{+} = 0. \quad (22)$$

Учитывая, что в точках сопряжения скорость звука $u(h)$ остается непрерывной, а ее производная du/dh разрывна (как и параметр β), находим из (22) коэффициент прохождения T для монохроматической волны (рассматривается волновая переменная V), проходящей границу, разделяющую два слоя j и s

$$T_{js} = \frac{4il_j}{(u'_j - u'_s) + 2i(l_j + l_s)}, \quad (23)$$

где $u' = du/dh$.

Используя представленную выше модель, оценим коэффициент прохождения волны через атмосферу Солнца от зоны генерации в корону. Как уже отмечалось, потери энергии могут происходить только в точках сшивки. При распространении волны через границу js энергетический коэффициент прохождения волны будет определяться коэффициентом

$$Q_{js} = \frac{P_s}{P_j} = \frac{l_s |T_{js}|^2}{l_j}, \quad (24)$$

где P_j — поток энергии волны в слое j .

Для получения оценки потока энергии Q , проходящего через все границы слоев безотражательных профилей, необходимо перемножить величины (24) во всех стыковочных точках.

На рис. 3 представлены графики функций Q_{js} и Q в зависимости от безразмерной частоты σ . Значения величин Q_{js} и Q приведены без учета переотражения волн от каждого разрыва. Как следует из рис. 3, учет вторичных отражений для всех волн с $\sigma > 1.1$ или с периодами, меньшими, 200–230 с, не нужен, так как для таких волн атмосфера практически прозрачна. Таким образом, мы по существу показываем, что данная модель солнечной атмосферы имеет параметры, близкие к безотражательным, что и объясняет хорошее проникновение волн в верхние слои, наблюдаемое в численных экспериментах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получен новый класс точных решений линейных гидродинамических уравнений сжимаемого газа, находящегося в поле тяжести, которые соответствуют “безотражательному” вертикальному распространению акустических волн в плоскостистой атмосфере. В этом случае волны могут распространяться на большие расстояния без потери энергии. Такие решения получены для специфических законов изменения температуры в атмосфере, и число таких профилей в теории достаточно велико. Сопоставление с данными усредненной атмосферы Солнца (модель VAL3c) показало, что она может быть аппроксимирована несколькими “безотражательными” профилями. На границах слоев, сопрягаемых достаточно гладко, отражение также достаточно слабо. В результате демонстрируется, что энергия акустических волн может проникать на большие расстояния.

Разумеется, описание реальной атмосферы Солнца с помощью усредненной модели является достаточно грубым. Однако расчет распространения волн в нестационарной и неоднородной атмосфере является крайне трудным делом даже численно, поскольку необходима адаптация к

быстро изменяющимся условиям в атмосфере. Именно поэтому для численного анализа трансформации волн в атмосфере Солнца зачастую атмосферу рассматривают стационарной и усредненной, как, например, в работах Брайсона и др. (2005), Федуна и др. (2009), Фонтенла и др. (2006). Что же касается аналитических методов, то они применялись ранее только для простейших геометрий (изотермическая (Госсард, Хук, 1978), политропная атмосфера (Петрухин, 1983а,б), двухслойная модель (Тароян, Эрдели, 2008)). Новым результатом данной работы является демонстрация того, что волны и в неизотермической атмосфере могут распространяться на большие расстояния без отражения даже при очень сильной неоднородности, например, при переходе от хромосферы к короне.

Следует заметить, что рассмотренный в данной работе аналитический подход носит универсальный характер. На наш взгляд, эта методика может быть полезной при анализе магнито-звуковых и альвеновских волн в магнитных трубках солнечной атмосферы.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 11-05-00216, 12-02-00235) и президентского гранта для молодых ученых (МК-6734.2010.5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брайсон и др. (S. Bryson, A. Kosovichev, and D. Levy), *Physica D* **201**, 1 (2005).
2. Вернацца и др. (J.E. Vernazza, E.H. Avrett, and R. Loeser), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **45**, 635 (1981).
3. Госсард Э., Хук У., *Волны в атмосфере* (М.: Мир, 1978).
4. Гримшоу и др. (R. Grimshaw, E. Pelinovsky, and T. Talipova), *J. Phys. Oceanography* **40**, 802 (2010).
5. Джеффрис и др. (S.M. Jefferies, S.V. McIntosh, J.D. Armstrong, et al.), *Astrophys. Lett.* **648**, 151 (2006).
6. Каплан С.А., Островский Л.А., Петрухин Н.С. и др., *Астрон. журн.* **49**, 1267 (1972).
7. Ламб Г., *Гидродинамика* (М.-Л.: Гостехиздат, 1947).
8. Малинс, Эрдели (C. Malins and R. Erdelyi), *Solar Phys.* **246**, 41 (2007).
9. Марш, Уолш (M.S. Marsh and R.W. Walsh), *Astrophys. J.* **643**, 540 (2006).
10. Петрухин Н.С., *Астрон. журн.* **60**, 122 (1983а).
11. Петрухин Н.С., *Астрон. журн.* **60**, 703 (1983б).
12. Петрухин Н.С., Пелиновский Е.Н., Бацына Е.К., Письма в ЖЭТФ **93**, 625 (2011).
13. Понтье и др. (B. De Pontieu, R. Erdelyi, and I. de Moortel), *Astrophys. Lett.* **624**, 61 (2005).
14. Рюттен (R. Rutten), *ASP Conf. Ser.* **368**, 27 (2007).
15. Соболев В.В., *Курс теоретической астрофизики* (М: Наука, 1985).

16. Стикс (M. Stix), *The Sun. An introduction* (Berlin: Springer, 2002).
17. Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Петрухин Н.С., *Океанология* **49**, 673 (2009).
18. Тароян, Эрдели (Y. Taroyan and R. Erdelyi), *Solar Phys.* **251**, 523 (2008).
19. Ульмшнайдер (P. Ulmschneider), *Astron. Astrophys.*, **12**, 297 (1971).
20. Ульмшнайдер (P. Ulmschneider), *Lecture on Solar Physics* (Ed. Antia, Bhatnagar, Ulmschneider, Berlin: Springer-Verlag, 2003), p. 232.
21. Федун и др. (V. Fedun, R. Erdelyi, and S. Shelyag), *Solar Phys.* **258**, 219 (2009).
22. Фонтенла и др. (J.M. Fontenla, E. Avret, G. Thuiller, et al.), *Astrophys. J.* **639**, 441 (2006).
23. Фоссум, Карлсон (A. Fossum and M. Carlson), *Nature* **435**, 919 (2005).
24. Фоссум, Карлсон (A. Fossum and M. Carlson), *Astrophys. J.* **646**, 579 (2006).
25. Шрайвер и др. (C. Schrijver, A. Title, A. von Ballegoopen, et al.), *Astrophys. J.* **487**, 424 (1997).
26. Эккарт К., *Гидродинамика океана и атмосферы* (Ижевск: Научно-издательский центр "Регулярная и хаотическая динамика", 2004).