

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ РАН
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
– ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Е.К. Бацына, Н.С. Петрухин, Е.Н. Пелиновский

***БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ
ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ СЖИМАЕМОЙ
АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ И СОЛНЦА***

Нижний Новгород
2014

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ -
– ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ РАН

Е.К. Бацына, Н.С. Петрухин, Е.Н. Пелиновский

**БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ
ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ СЖИМАЕМОЙ
АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ И СОЛНЦА**

Монография

Нижний Новгород 2014

**УДК 534
Б 31**

Бацына Е.К., Петрухин Н.С., Пелиновский Е.Н.

Б 31 Безотражательное распространение волн в неоднородной сжимаемой атмосфере Земли и Солнца: монография / Е.К. Бацына, Н.С. Петрухин, Е.Н. Пелиновский. – Нижний Новгород, 2014. – 121 с.

ISBN 978-5-502-00429-9

В книге рассматриваются «безотражательные» волны в сильно неоднородной атмосфере. Находятся безотражательные решения одномерного волнового уравнения в неоднородной сжимаемой атмосфере, объясняющие передачу волновой энергии на большие расстояния, и обсуждается применение полученных результатов к геофизическим и астрофизическим приложениям.

Рис. 43. Табл. 3. Библиогр.: 120 назв.

УДК 534

ISBN 978-5-502-00429-9

© Бацына Е.К., Петрухин Н.С.,
Пелиновский Е.Н., 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Безотражательные волны в неоднородной атмосфере.....	9
1.1. Аналитический подход к нахождению безотражательных волн в неоднородной среде.....	11
1.2. Основные уравнения.....	18
1.2.1. Волновые уравнения для сжимаемой неоднородной атмосферы.....	18
1.2.2. Трансформация волнового уравнения к уравнению Клейн-Гордона (переменная χ).....	22
1.2.3. Трансформация волнового уравнения к уравнению Клейн-Гордона (переменная V).....	25
1.3. Безотражательные профили скорости звука (1-й класс).....	28
1.4. Безотражательные профили скорости звука (2-й класс).....	40
1.5. Замечания о числе безотражательных профилей.....	49
Глава 2. Вертикальные безотражательные акустические волны в атмосфере Земли.....	52
2.1. Основные данные об атмосфере Земли.....	54
2.2. Безотражательное распространение акустических волн в стандартной атмосфере Земли.....	59
2.3. Коэффициенты отражения и прохождения акустической волны через безотражательную атмосферу Земли.....	64
2.4. Распространение импульсов в сильно неоднородной безотражательной атмосфере.....	75
Глава 3. Распространение безотражательных вертикальных волн в атмосфере Солнца.....	85
3.1. Некоторые сведения об атмосфере Солнца.....	86
3.2. Безотражательное распространение волн через солнечную атмосферу.....	88
3.3. Коэффициенты прохождения акустической волны через безотражательную атмосферу Солнца.....	93
3.4. Прохождение волн через температурный минимум атмосферы Солнца.....	104
Заключение.....	108
Библиографический список.....	109

ВВЕДЕНИЕ

Исследование волновых процессов является актуальной тематикой механики сплошных сред. Изучение распространения акустико-гравитационных волн в сильно неоднородной сжимаемой среде является одновременно ключевой задачей современной атмосферной геофизики и астрофизики. В теоретическом плане получение аналитических решений системы дифференциальных уравнений для акустико-гравитационных волн в атмосфере по причине ее сильной неоднородности даже в линейном приближении является трудной задачей. Одно из известных приближенных решений было получено для коротких (длина волны меньше размеров неоднородности) акустических волн, для которых выполняется приближение ВКБ [13]. В работе [35] рассмотрен случай полярной атмосферы (с линейным профилем температуры) и получены точные аналитические решения. В статье [37] найдены аналитические решения для экспоненциального профиля температуры. В статье [44] исследованы аналитически акустико-гравитационные волны в атмосфере, профиль температуры в которой представлен в виде отношения полиномов, аппроксимирующего реалистичное распределение температуры. В работе [45] рассмотрена атмосфера с кусочно-линейным профилем температуры и получены аналитические решения для акустико-гравитационных волн в приближении несжимаемой среды. В работе [113] рассмотрена модель двухслойной солнечной атмосферы с кусочно-линейным профилем температуры, в которой толщина нижнего слоя достаточно мала. Для этой модели также получены аналитические решения.

Большое число работ, посвященных исследованию акустических волн в атмосфере, связано со способностью этих волн переносить значительные потоки энергии и импульса между слоями атмосферы. В атмосфере Земли такие волны оказывают сильное влияние на циркуляцию воздуха, определяющую метеорологическое состояние атмосферы (погоду). В атмосфере Солнца акустические волны участвуют в нагреве хромосферы и короны.

Циркуляция воздуха в атмосфере Земли, движение холодных и теплых фронтов связаны с потоками энергии и импульса. Во многих работах экспериментально и численно показано, что акустико-гравитационные волны переносят между слоями атмосферы энергию, сравнимую с энергией солнечного излучения, нагревающего все слои атмосферы. В работе [88] на основе данных измерений вычисляется энергия, которую приносят в ионосферу гравитационные волны. Показано, что нагрев ионосферы происходит со скоростью от 10 К в день на высоте 95 км до 100 К в день на высоте 140 км (что сравнимо с нагревом этой области от солнечного света). Остаточная энергия этих волн, достигающая верхней части ионосферы (выше 140 км), может превышать 0,1 мВт/м² и играть важную роль в энергетическом балансе верхней ионосферы. В статье [101] рассматривается рассеивание микробаром (инфразвука частоты 0,2 Гц), генерируемых волнами в океане, в нижней термосфере на высоте от 110 до 140 км. Показано, что поток энергии составляет около 0,33 Вт/кг и обеспечивает нагрев воздуха не менее 30 К в день. В работе [87] предложена численная модель рассеивания вертикальных акустических волн в термосфере. Приведенные вычисления доказывают, что акустические волны могут локально нагревать термосферу со скоростью в десятки кельвинов в день. В работе [118] с помощью методов имитационного моделирования исследуется поведение акустических волн, создаваемых интенсивной глубокой конвекцией в тропосфере. Моделирование подтверждает, что акустические волны, возникающие во время грозы, приводят к локальному нагреву термосферы. В статье [105] рассмотрены различные механизмы нагрева термосферы акустическими волнами и сделан вывод о том, что основным источником нагрева является диссипация волн вследствие вязкости среды. В работе [96] на основе модели, учитывающей неоднородность и нелинейные процессы в атмосфере, исследуется разрушение акустических волн и нагрев атмосферы при этом. Показано, что акустические волны с периодом 3 мин могут нагревать атмосферу на высоте 323-431 км на 13 К в день. Таким образом, акустические волны, регистрируемые в ходе различ-

ных наблюдений в области мезопаузы и выше нее, могут быть причиной значительного нагрева термосферы.

В статье [100] инфразвуковые волны рассматриваются как источник колебаний температуры мезопаузы. В статье [22] изучается зависимость энергии, переносимой акустико-гравитационными волнами, от их спектральных характеристик. Показано, что существуют определенные частоты и длины волн, при которых перенос энергии наиболее эффективен, и волны именно с такими характеристиками преобладают в атмосфере полюсов Земли. В статье [82] с помощью численного моделирования акустико-гравитационных волн исследовано распространение и разрушение этих волн, приводящее к эффективному переносу энергии в верхние слои атмосферы. В статье [4] разработан численный алгоритм для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движение акустико-гравитационных волн в атмосфере Земли. Вычисления для реалистичной модели атмосферы Земли MSISE-90 показывают, что, несмотря на сильную неоднородность параметров атмосферы, акустико-гравитационные волны проходят через всю атмосферу вплоть до ионосферных высот.

Гипотеза о нагреве хромосферы и короны Солнца акустическими волнами впервые была предложена в работах [55, 56, 106] и обсуждалась в работах [109, 114, 110]. Вопрос о механизме нагрева хромосферы и короны Солнца до сих пор остается открытым, хотя по этой проблеме опубликовано достаточно большое число работ [53, 112, 95, 54, 76, 97, 8, 93, 60, 83, 84, 19]. Считается, что низкочастотные акустические волны не могут распространяться на большие высоты в атмосфере Солнца вследствие сильного отражения от неоднородностей [111, 115]. В ряде работ показано, что высокочастотные акустические волны, наблюдаемые в атмосфере Солнца, обладают энергией, недостаточной для нагрева короны [79, 80]. Однако последние данные наблюдений с более высоким разрешением показывают существование звуковых волн в верхних слоях атмосферы Солнца, обладающих достаточной энергией [83]. Кроме того, в работе [93] отмечено, что в немагнитной области хромосферы не наблюдаются

магнитные волны, поэтому ее нагрев может происходить только за счет акустических волн.

В работе [76] на основе двумерной численной модели исследуется распространение акустических волн от точечного источника в атмосфере Солнца. С помощью численных экспериментов для модели атмосферы Солнца VAL3c [117] показано, что высокочастотные акустические волны распространяются из нижней атмосферы в корону, испытывая слабое отражение и перенося значительную энергию. Также, согласно численным экспериментам, точечный источник акустических колебаний с периодом 5 минут в верхней фотосфере приводит к генерации стоячих акустических волн в хромосфере и поверхностных волн в переходной области. В статье [97] рассмотрен более реалистичный случай присутствия двух источников звуковых колебаний разной частоты в области фотосферы и показано, что при определенных частотах этих источников в переходной области и в нижней короне возникают крупномасштабные температурные неоднородности.

Несмотря на сильное отражение и рассеивание акустических волн в неоднородной атмосфере Земли и Солнца, из экспериментальных данных известно, что акустические волны переносят значительную энергию между слоями атмосферы [88, 101, 53, 93, 83, 84, 19, 22]. Кроме того, предложено множество численных моделей, хорошо согласующихся с данными наблюдений, и доказывающих возможность переноса энергии акустическими волнами [87, 4, 118, 105, 96, 76, 97, 100, 82].

В настоящей работе предлагается новый механизм, объясняющий передачу волновой энергии на большие расстояния. Он связан с существованием так называемых «безотражательных» волн в сильно неоднородной атмосфере. В данной работе будут найдены безотражательные решения одномерного волнового уравнения в неоднородной сжимаемой атмосфере, объясняющие передачу волновой энергии на большие расстояния, и обсуждено применение полученных результатов к геофизическим и астрофизическим приложениям. Для этого необходимо решить следующие задачи:

1. Найти преобразование уравнений газодинамики, описывающих акустические волны в сжимаемой неоднородной атмосфере, к уравнениям волнового типа с постоянными коэффициентами.

2. Определить безотражательные профили скорости звука в неоднородной атмосфере, допускающие передачу волновой энергии на большие расстояния.

3. Исследовать структуру волновых полей в такой безотражательной атмосфере.

4. Применить полученные результаты к анализу прохождения акустических волн в атмосферах Земли и Солнца.

В работе получены следующие результаты:

1. Продемонстрирована возможность сведения уравнений для малоамплитудных звуковых волн в сжимаемом неоднородном газе к уравнениям типа Клейна-Гордона с постоянными коэффициентами (ранее этот подход применялся только к волновым полям в несжимаемой среде).

2. Найдены профили скорости звука в неоднородной атмосфере, при которых акустические волны распространяются без отражения, несмотря на неоднородность среды. Такие профили содержат, как правило, несколько констант, позволяющих хорошо аппроксимировать реально наблюдаемые неоднородности среды.

3. Исследована структура безотражательных акустических волн в такой атмосфере; показано, что неоднородность среды может приводить к дисперсии волнового пакета, но не к его отражению.

4. Аппроксимированы так называемые стандартные профили атмосферы Земли и Солнца кусочно-непрерывными безотражательными профилями скорости звука и вычислены коэффициенты прохождения вертикальных акустических волн через реальную неоднородную атмосферу.

Исследования, результаты которых включены в эту книгу, поддержаны грантом РФФИ 13-02-00656 «Изгибные колебания корональных арок». Они опубликованы в пяти статьях [38, 39, 40, 41, 102]. Полученные результаты вошли в кандидатскую диссертацию Е.К. Бацыной, защищенную в Нижегородском государственном техническом университете в 2013 году.

Глава 1. Безотражательные волны в неоднородной атмосфере

В настоящей главе приведены основные уравнения механики неоднородного газа, описан аналитический метод нахождения безотражательных волн в неоднородной среде, с помощью которого получены новые классы точных решений для акустических волн в сильно неоднородной сжимаемой атмосфере. Эти теоретические результаты будут применены в главах 2 и 3 для исследования безотражательных волновых процессов в атмосферах Земли и Солнца.

В разделе 1.1 описан математический метод нахождения так называемых безотражательных конфигураций неоднородных сред, допускающих существование бегущих волн. Интерес к таким решениям связан с проблемой переноса волновой энергии на большие расстояния. В неоднородной среде, в общем случае, эффекты рассеяния энергии волн оказываются весьма значительными. Они обусловлены не только прямым отражением от различного рода дискретных или размытых слоев скачков параметров среды, но и эффектами рефракции и дифракции. Разумеется, в трехмерно неоднородной среде, каковой являются атмосферы Земли и Солнца, возможен и обратный процесс, когда в каких-то точках энергия концентрируется, например, появление каустик и фокусов в волновом поле [7, 9, 28, 29, 68-74]. Учитывая, что неоднородности еще и движутся в атмосфере, это может приводить к возникновению сильной локализации поля на короткое время в определенном месте, так называемому явлению волн-убийц, интенсивно изучаемому в настоящее время [25, 94, 108]. Однако, для многих атмосферных задач хорошей аппроксимацией является одномерная неоднородность, когда невозмущенные параметры атмосферы зависят только от высоты. В одномерной среде также возможна локализация энергии в силу резонансных эффектов [42, 32]. Однако при монотонном изменении плотности газа трудно ожидать сильных резонансов, и более естественно предполагать, что волны не будут доходить до верхних слоев. Тем не менее, при специальных законах изменения параметров среды внутреннее отражение волн может отсутствовать, и, следовательно, волна может распространяться на большие расстоя-

ния. Задачи такого рода активно изучались в последние пять лет для волн в океане [16, 17, 62-66, 33, 34, 47, 48, 49, 85]. Решение подобных задач в перечисленных работах основано на сведении основных уравнений модели (в том числе и нелинейных) к уравнениям с постоянными коэффициентами, для которых существование бегущих волн тривиально. Следует сразу сказать, что в математической физике известно много способов сведения одних уравнений к другим, в частности, с применением алгебры Ли [57; 59, 107, 116, 58, 90, 86], при этом возможно получение уравнений с постоянными коэффициентами. Однако для этого зачастую «смешиваются» координаты и время, так что придать физический смысл получаемым решениям весьма затруднительно. В данной работе используется трансформационный подход, когда временная переменная не используется при заменах. Именно такой подход и был использован в цитируемых ранее работах по безотражательным волнам в океане. Этот метод, описанный в данной главе, будет применен далее для исследования безотражательных волновых процессов в атмосферах Земли и Солнца.

В разделе 1.2 приведены все основные уравнения. В разделе 1.2.1 кратко воспроизводится известный вывод линейных одномерных волновых уравнений, описывающих вертикальное распространение акустических волн. В разделах 1.2.2 и 1.2.3 волновые уравнения с помощью трансформационных преобразований сведены к уравнению Клейн – Гордона с постоянными коэффициентами при выполнении специальных условий на вертикальный профиль скорости звука. Эти условия выполняются, если скорость звука удовлетворяет неоднородному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Это уравнение содержит произвольную постоянную, так что его решения в общем случае представляет собой трехпараметрические функции своего аргумента.

В разделе 1.3 получен аналитически первый класс безотражательных профилей скорости звука в неоднородной сжимаемой атмосфере. Он соответствует как монотонным изменениям скорости звука, так и не монотонным. Наличие трех параметров позволяет аппроксимировать реально наблюдаемые профили скорости звука на отдельных участках с весьма большой точностью. По-

казано, что существует два типа распространяющихся акустических волн в такой безотражательной среде. Первый тип, названный бездисперсионным, соответствует распространению волны без изменения временной формы вдоль трассы, меняется только ее амплитуда и время прихода в заданную точку. Второй тип, названный дисперсионным, соответствует волнам, которые диспергируют в неоднородной атмосфере. Все эти волны не отражаются в атмосфере, и вертикальный поток энергии для них остается постоянным с высотой.

В разделе 1.4 получены решения уравнения для безотражательных профилей скорости звука, представляющие собой второй класс решений. Они также как и первый класс решений, являются трехпараметрическим семейством функций, найденных численно. Рассмотрена структура бегущих акустических волн в неоднородной атмосфере на безотражательных профилях скорости звука второго класса. Демонстрируется, что вертикальный поток энергии не зависит от высоты, подтверждая отсутствие внутреннего отражения акустических волн в неоднородной атмосфере.

В разделе 1.5 обсуждаются количество безотражательных профилей в неоднородной атмосфере и применимость полученных решений.

1.1. Аналитический подход к нахождению безотражательных волн в неоднородной среде

Аналитический подход для нахождения безотражательных волн в неоднородной среде разработан в работах [33, 34, 86] и большинство приложений касалось поверхностных и внутренних волн в океане [16, 17, 62-66, 33, 34, 47, 48, 49, 85]. Опишем, следуя главным образом работам [33, 85], данный подход в общем виде на примере типичного одномерного волнового уравнения, которое может быть записано в трех различных видах:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[c^2(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right] = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 [c^2(x)\eta]}{\partial x^2} = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - c^2(x) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0, \quad (1.3)$$

где η – волновая функция, t – время, x – координата, $c(x)$ – переменная скорость распространения волн.

Легко видеть, что с математической точки зрения эти уравнения могут быть сведены друг к другу. Так, обозначая $c^2 \eta$ в (1.2) за новую функцию автоматически получается уравнение (1.3). С другой стороны, дифференцируя уравнение (1.3) по x , и обозначая $\partial \eta / \partial x$ за новую функцию, получается уравнение (1.1). Однако на практике удобно получать безотражательные волны в рамках того уравнения, которое ближе всего соответствует физике задачи. В частности, в теории длинных поверхностных и внутренних волн популярно уравнение (1.1), рассмотренное в работах [33; 34], и именно оно и будет использовано в этом разделе для демонстрации метода.

Прежде всего, отметим, что если коэффициенты волнового уравнения постоянны, то его общее решение на безграничной оси $-\infty < x < \infty$ представляет собой сумму двух бегущих волн неизменной формы, распространяющихся в противоположные стороны. Будем искать подобные решения в случае, когда коэффициенты волнового уравнения (1.1) не являются постоянными.

Сначала покажем физические основания для существования бегущих волн в неоднородных средах. Для этого произведем ревизию метода геометрической оптики (акустики) для волн в плавно неоднородной среде, чтобы ясно были видны основные приближения. В соответствии с методом геометрической оптики решение, отвечающее распространению монохроматической волны, отыскивается в виде

$$\eta(x, t) = A(x) \exp(i[\omega t - \Psi(x)]), \quad (1.4)$$

где $A(x)$ и $\Psi(x)$ – действительные функции (амплитуда и фаза), подлежащие определению. Формально нужно добавить комплексно сопряженную часть в (1.4), однако в силу линейности волнового уравнения, можно «вспомнить» об этом на финальной стадии. После подстановки (1.4) в уравнение (1.1) и разделении его на действительную и мнимую части, приходим к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\left[\frac{\omega^2}{c^2} - k^2(x) \right] A + \left[\frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{c^2} \frac{dc^2}{dx} \frac{dA}{dx} \right] = 0, \quad (1.5)$$

$$2k \frac{dA}{dx} + A \frac{dk}{dx} + \frac{1}{c^2} \frac{dc^2}{dx} kA = 0, \quad (1.6)$$

где $k(x) = d\Psi/dx$ – переменное волновое число. Уравнение (1.6) интегрируется в общем виде и напоминает собой закон сохранения потока энергии,

$$A^2(x)k(x)c^2(x) = \text{const}. \quad (1.7)$$

Уравнение (1.5) осталось уравнением второго порядка с переменным коэффициентом, которое не решается в общем случае и, по существу, ничем не проще исходного уравнения (1.1). В случае медленно меняющейся скорости распространения волны (плавно неоднородная среда), слагаемые во второй скобке (1.5) малы, и ими пренебрегают. Тогда уравнение (1.5) становится алгебраическим и легко решается

$$k(x) = \frac{\omega}{c(x)}. \quad (1.8)$$

Оно обобщает известное дисперсионное соотношение для волн в среде с постоянными параметрами. После подстановки (1.8) в (1.7) получаем явную формулу для амплитуды волны

$$A(x) \sim c^{-1/2}(x). \quad (1.9)$$

В результате, амплитуда и фаза волны находятся однозначно через переменную скорость распространения волны (неоднородных параметров среды). В следующих порядках асимптотической теории параметры бегущих волн уточняются, но на этом здесь останавливаться не будем, смотри, например, [7, 9, 28, 72-74].

Если же скорость волны меняется не медленно, то слагаемыми во второй скобке (1.5) пренебречь нельзя, и, учитывая связь (1.7), уравнение (1.5) становится нелинейным уравнением с переменным коэффициентом. Уравнение такого класса в общем виде не решается в квадратурах, но бегущие волны должны быть его решениями. Кроме того, как следует из структуры уравнения (1.5), в общем случае амплитуда волны зависит от частоты волны. Такая зависимость (резонанс или дисперсия) связана с взаимодействием прямой и обратной волн, так что подобное решение не может быть бегущей волной. Это противоречие может быть разрешено, если приравнять нулю обе скобки в (1.5), переопределив, тем самым, систему уравнений для амплитуды и фазы. Тогда наряду с (1.7) и (1.8), получается еще одно уравнение

$$c^2(x) \frac{dA}{dx} = \text{const}. \quad (1.10)$$

Естественно, что в общем случае система трех уравнений для двух неизвестных функций (амплитуды и фазы) стала противоречивой, и для разрешения возникающего парадокса необходимо считать скорость распространения волны также неизвестной функцией. Тогда она находится в явном виде:

$$c(x) \sim x^{2/3}. \quad (1.11)$$

Таким образом, в случае этого специального профиля $c(x)$, решение (1.4)

$$\eta(x, t) = A(x) \exp(i\omega(t - \tau(x))), \quad (1.12)$$

$$A(x) = A_0 \left(\frac{c_0}{c(x)} \right)^{1/2}, \quad (1.13)$$

$$\tau(x) = \int_{x_0}^x \frac{dy}{c(y)}, \quad (1.14)$$

имеет тот же вид, что и приближенное решение, но при этом не накладывається условие на плавность изменения скорости звука. Для определенности константы интегрирования выбраны в точке x_0 , которой соответствует скорость распространения волны c_0 . Аналогично находится волна, распространяющаяся «влево» (знак перед τ меняется на противоположный). Эти волны независимы друг от друга и, действительно, представляют собой бегущие волны, хотя и с переменными параметрами. Таким образом, бегущие волны могут существовать в сильно неоднородных средах, но только для специфических неоднородностей.

С точки зрения принципа причинности удобно рассматривать решения в виде бегущих волн импульсного типа. Используя принцип Фурье-суперпозиции элементарных решений (1.4), легко написать общее решение для «бегущей» волны над специфическим пляжем, который будем называть безотражательным

$$\eta(x, t) = A(x) f[t - \tau(x)], \quad (1.15)$$

где $f(t)$ описывает форму волны в точке x_0 . Эта функция может быть ограниченной во времени, так что можно ставить корректно начальную задачу (задачу Коши). Как видим, временная форма волны в любой точке пространства остается неизменной, меняется только ее амплитуда и время прихода в данную точку. В то же время пространственная форма волны меняется со временем, так что волна трансформируется в пространстве.

Подчеркнем еще раз, что полученное решение является точным, и оно соответствует бегущей волне с переменной амплитудой и фазой. Решения такого типа уже получались в литературе [11, 9, 51], и разные авторы придавали им разный физический смысл. В силу произвольного (не медленного) изменения амплитуды и фазы интерпретация их как бегущей волны, распространяющейся без отражения, нуждается в серьезной проверке. Еще в [9] отмечено, что любое решение волнового уравнения для монохроматической волны (при любом изменении параметров среды) может быть представлено в виде (1.4), но оно, в общем случае, не является бегущей волной. Поэтому необходим более углубленный анализ получаемых решений.

Решения в виде бегущих волн типа (1.15) наталкивают на мысль, что существует преобразование исходного волнового уравнения (1.1) к волновому уравнению с постоянными коэффициентами. Действительно, если отыскивать общее (а не частное) решение уравнения (1.1) в виде

$$\eta(x, t) = B(x)H[\tau(x), t], \quad (1.16)$$

где функция H должна удовлетворять волновому уравнению с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial \tau^2} = 0 \quad (1.17)$$

то легко найти, что такое преобразование возможно, если неизвестные функции $B(x)$ и $\tau(x)$ удовлетворяют трем обыкновенным дифференциальным уравнениям [65, 66, 86]

$$\frac{d}{dx} \left[c^2 \frac{dB}{dx} \right] = 0, \quad (1.18)$$

$$c^2 \frac{dB}{dx} \frac{d\tau}{dx} + \frac{d}{dx} \left[c^2 B \frac{d\tau}{dx} \right] = 0, \quad (1.19)$$

$$c^2 \left(\frac{d\tau}{dx} \right)^2 = 1. \quad (1.20)$$

Эти уравнения фактически такие же, как и приведенные выше, если задать равенство ($B = A$). Они переопределены и требуют, чтобы скорость распространения волны изменялась в соответствие с (1.11). Этим методом доказывается единственность рассмотренного ранее класса бегущих волн. Более того, сведение исходной задачи к уравнению (1.17) позволяет использовать весь аппарат математической физики, великолепно развитый для волнового уравнения.

Более того, можно попытаться найти преобразование исходных уравнений к уравнению Клейна – Гордона с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial \tau^2} = PH, \quad (1.21)$$

которое также описывает бегущие волны. В этом случае, уравнение для нахождения скорости распространения волн будет содержать произвольную константу P , и в результате, число безотражательных конфигураций среды возрастает. Такие семейства безотражательных профилей для волн в океане рассмотрены в [16, 17, 62-66, 33, 34, 47, 48, 49, 85], и здесь подробно не обсуждаются.

Описанный ранее подход и будет использован для поиска бегущих волн в неоднородной сжимаемой атмосфере.

В заключение следует сказать, что в принципе можно решать прямо и сами линейные волновые уравнения с переменными коэффициентами, поскольку для них могут быть определены функции Грина, которые для определенных условиях находятся в явном виде, или использовать преобразования типа Бесселя-Ханкеля [24]. Можно также искать асимптотические решения волнового уравнения [9, 67]. Для частных случаев безотражательного распространения, разного рода асимптотические решения становятся точными, как это показано выше. При этом функции Грина записываются в элементарных функциях. Однако применение подхода безотражательных волн позволяет сразу получать простые выражения, понятные с точки зрения физики. Именно им и посвящена настоящая книга.

1.2. Основные уравнения

1.2.1. Волновые уравнения для сжимаемой неоднородной атмосферы

Во многих задачах атмосферу Земли, Солнца, а также других звезд и планет считают состоящей из идеального газа. Для описания волновых процессов, протекающих в ней, используются уравнения динамики сжимаемого газа под действием силы тяжести. Будем считать атмосферу плоскостной, находящейся в постоянном поле силы тяжести. Для идеального газа без ионизации и диссипативных сил (вязкости и теплообмена), основные уравнения механики сжимаемого газа без учета сил Кориолиса имеют вид [26]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (1.22)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p = \vec{g}, \quad (1.23)$$

$$\frac{dp}{dt} - c^2 \frac{d\rho}{dt} = 0, \quad (1.24)$$

где ρ – плотность газа, p – давление, \vec{v} – скорость частиц газа, t – время, \vec{g} – ускорение свободного падения, $c = (\gamma p / \rho)^{1/2}$ – адиабатическая скорость звука и γ – показатель адиабаты. Здесь (1.22) – уравнение неразрывности, (1.23) – уравнение Эйлера, и (1.24) – уравнение сохранения энергии. В дальнейшем предполагается, что ось z направлена вертикально вверх, так что сила тяжести направлена вниз.

Предметом исследования в данной книге являются акустические волны в атмосфере, распространяющиеся вертикально. Воспроизведем кратко вывод линейных одномерных волновых уравнений, для таких волн. Пусть $V(z, t)$ – скорость газа, тогда основные уравнения (1.22) – (1.24) упрощаются:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V) = 0, \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g, \quad (1.26)$$

$$\frac{dp}{dt} - c^2 \frac{d\rho}{dt} = 0. \quad (1.27)$$

В общем случае система уравнений (1.25) – (1.27) описывает нелинейные волновые процессы, в том числе образование ударных волн. В данной работе рассматриваются линейные волны. Считая возмущения давления и плотности среды малыми по отношению к невозмущенному состоянию атмосферы, представим основные функции в виде:

$$\rho(z, t) = \rho_0(z) + \rho'(z, t), \quad (1.28)$$

$$p(z, t) = p_0(z) + p'(z, t), \quad (1.29)$$

где ρ_0, p_0 – невозмущенные состояния параметров атмосферы; ρ', p' – волновые составляющие параметров атмосферы.

Стационарные распределения параметров атмосферы удовлетворяют уравнениям гидростатического равновесия, вытекающим из (1.25) – (1.27):

$$\frac{dp_0}{dz} = -g\rho_0, \quad (1.30)$$

$$c^2(z) = \frac{dp_0}{d\rho_0} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}, \quad (1.31)$$

и определяются зависимостью от температуры газа $T(z)$ по формулам:

$$p_0(z) = p(0) \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right], \quad (1.32)$$

$$\rho_0(z) = \rho(0) \frac{T(0)}{T(z)} \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right], \quad (1.33)$$

где $p(0), \rho(0)$ и $T(0)$ – давление, плотность и температура соответственно на фиксированном уровне $z = 0$, $H(z)$ – высота эквивалентной однородной атмосферы:

$$H(z) = c^2(z)/\gamma g. \quad (1.34)$$

Подставим формулы (1.28) – (1.29) в уравнения (1.25) – (1.27) и с учетом приведенных ранее формул, получим линеаризованные уравнения движения для идеального сжимаемого газа:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_0 V) = 0, \quad (1.35)$$

$$\rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial z} + g \rho' = 0, \quad (1.36)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - g \rho_0 V - c^2(z) \left[\frac{\partial \rho'}{\partial t} + V \frac{d\rho_0}{dz} \right] = 0. \quad (1.37)$$

В этих формулах скорость звука зависит от z . Изменением ускорения силы тяжести с высотой пренебрегаем.

Теперь если продифференцировать уравнение (1.36) по t , а уравнение (1.37) по z , и исключить из этих уравнений волновые и равновесные составляющие давления и плотности, получим уравнение для вертикальной компоненты скорости газа:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \gamma g \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \quad (1.38)$$

Уравнения, аналогичные уравнению (1.38), можно получить и для всех остальных волновых характеристик среды (давления, плотности, температуры) и они будут отличаться друг от друга. В частности, продифференцировав уравнение (1.38) по переменной z , получим уравнение для величины $\chi = \frac{dV}{dz}$, которая представляет собой одномерный вариант трехмерной дивергенции скорости частиц газа:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} - \left[\frac{dc^2}{dz} - \gamma g \right] \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0. \quad (1.39)$$

Таким образом, вертикальное распространение акустических волн в сильно неоднородной сжимаемой атмосфере описывается волновыми уравнениями с переменными коэффициентами для различных физических составляющих волнового поля. Форма этих уравнений также различна. В настоящей работе будут рассмотрены только уравнения (1.38) и (1.39).

Приведенные выше уравнения представляют собой линейные гиперболические дифференциальные уравнения в частных производных с переменными коэффициентами, которые будут использованы в следующих разделах для исследования распространения безотражательных волн в неоднородной сжимаемой атмосфере.

1.2.2. Трансформация волнового уравнения к уравнению Клейн-Гордона (переменная χ)

Для описания распространения акустических волн в неоднородной сжимаемой атмосфере воспользуемся сначала волновым уравнением (1.39) для производной скорости газа $\chi(z,t)$, коэффициенты которого зависят лишь от вертикального распределения скорости звука $c(z)$:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = c^2(z) \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} + \left[\frac{dc^2(z)}{dz} - \gamma g \right] \frac{\partial \chi}{\partial z}. \quad (1.40)$$

В общем случае решение уравнения (1.40) описывает процесс трансформации падающей волны в отраженную на неоднородностях среды, и не распадается на два независимых, соответствующие бегущим волнам в противоположных направлениях. Следуя методике, описанной в разделе 1.1, попробуем найти преобразования, сводящие уравнение (1.40) к уравнению с постоянными

коэффициентами. Тем самым будем искать решения данного уравнения в виде бегущих волн, представляющих собой безотражательные акустические волны.

Представим функцию χ в виде произведения двух неизвестных функций:

$$\chi(z,t) = A(z)\Phi(\tau,t), \quad \tau = \tau(z), \quad (1.41)$$

где все три функции подлежат определению. После подстановки (1.41) в (1.40) получаем уравнение Клейна – Гордона с переменными коэффициентами

$$A \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2(z) \left(\frac{d\tau}{dz} \right)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} \right] - \left[\frac{d}{dz} \left(c^2(z) A \frac{d\tau}{dz} \right) + \left(c^2(z) \frac{dA}{dz} - \gamma g A \right) \frac{d\tau}{dz} \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} - \frac{d}{dz} \left(c^2(z) \frac{dA}{dz} - \gamma g A \right) \Phi = 0. \quad (1.42)$$

Это уравнение преобразуется в уравнение Клейна - Гордона с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = P\Phi, \quad (1.43)$$

если наложить следующие условия:

$$c^2(z) \left(\frac{d\tau}{dz} \right)^2 = 1, \quad (1.44)$$

$$\frac{d}{dz} \left(c^2(z) A \frac{d\tau}{dz} \right) + \left(c^2(z) \frac{dA}{dz} - \gamma g A \right) \frac{d\tau}{dz} = 0, \quad (1.45)$$

$$\frac{1}{A} \frac{d}{dz} \left[c^2(z) \frac{dA}{dz} - \gamma g A \right] = P = \text{const}. \quad (1.46)$$

Из формулы (1.44) получаем:

$$\tau(z) = \int \frac{dz}{c(z)}. \quad (1.47)$$

Отсюда ясен физический смысл функции $\tau(z)$ – это время распространения акустической волны в неоднородной атмосфере. Знак перед интегралом может быть любым и зависит от направления, в котором распространяется волна. Здесь мы ограничимся случаем распространения волн вверх в атмосферу.

Подставляя (1.44) в (1.45), получаем уравнение на амплитуду $A(z)$:

$$4c^2 \frac{dA}{dz} + A \frac{dc^2}{dz} = 2\gamma g A. \quad (1.48)$$

Решение уравнения (1.48) дает:

$$A(z) \sim \frac{1}{\sqrt{c(z)}} \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right], \quad (1.49)$$

где

$$H(z) = \frac{c^2(z)}{\gamma g}, \quad (1.50)$$

как и ранее, высота эквивалентной однородной атмосферы на горизонте z . Сразу отметим, что амплитуда волны задается таким же выражением, как и в рамках ВКБ - подхода (геометрической оптики) для плавно меняющейся среды, хо-

тя в данной работе не было оговорок о плавном изменении параметров среды. Это дает дополнительные аргументы для обоснования получаемых решений в виде безотражательных волн.

Уравнение (1.46) после подстановки выражения для амплитуды (1.45) преобразуется в искомое уравнение для нахождения профилей скорости звука, которые обеспечивают безотражательное распространение акустических волн:

$$\frac{d^2 c^2}{dz^2} - \frac{1}{4c^2} \left(\frac{dc^2}{dz} \right)^2 + \frac{\gamma^2 g^2}{c^2} = -4P. \quad (1.51)$$

Важно подчеркнуть, что это обыкновенное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с произвольной константой P . В процессе интегрирования, как всегда для уравнения второго порядка, появятся еще две константы, так что решения уравнения (1.51) представляют собой функции, определяемые тремя произвольными константами. Они образуют первый класс безотражательных профилей скорости звука в неоднородной атмосфере. Таки-ми многопараметрическими кривыми легче аппроксимировать реально наблюдаемые профили скорости звука. Общее точное решение уравнения (1.51) будет получено в разделе 1.3.

1.2.3. Трансформация волнового уравнения к уравнению Клейн-Гордона (переменная V)

Рассмотрим теперь другое волновое уравнение - уравнение (1.38) для вертикальной скорости газа $V(z,t)$:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = c^2(z) \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \gamma g \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (1.52)$$

В это уравнение входят три параметра: переменная скорость звука, c , ускорение силы тяжести, которая направлена противоположно оси oz и обозначено, как и ранее, g , и γ - показатель адиабаты – постоянные величины. В результате коэффициенты уравнения (1.52) определяются единственным переменным параметром: вертикальным распределением скорости звука, который находится через вертикальные распределения давления и температуры

$$c(z) = (\gamma p_0 / \rho_0)^{1/2}. \quad (1.53)$$

Воспользовавшись процедурой, описанной в разделе 1.1, найдем решения уравнения (1.52), описывающие бегущие волны с переменной амплитудой и фазой, не отражающиеся в толще атмосферы - безотражательные акустические волны. Для этого будем искать решение уравнения (1.52) снова в виде, похожем на выражение волнового поля в ВКБ приближении, однако без ограничений на малость длины волны:

$$V(z, t) = A(z)\Phi(\tau, t), \quad \tau = \tau(z), \quad (1.54)$$

где все три функции подлежат определению. После подстановки (1.54) в (1.52) получаем уравнение Клейна – Гордона с переменными коэффициентами

$$A(z) \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2(z) \left(\frac{d\tau}{dz} \right)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} \right] - \left[2c^2(z) \frac{dA}{dz} \frac{d\tau}{dz} + c^2(z) A(z) \frac{d^2 \tau}{dz^2} - \gamma g A(z) \frac{d\tau}{dz} \right] \times \\ \times \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} - \left(c^2(z) \frac{d^2 A}{dz^2} - \gamma g A(z) \right) \Phi = 0. \quad (1.55)$$

Это уравнение преобразуется в уравнение Клейна - Гордона с постоянными коэффициентами ($P = \text{const}$)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = P\Phi, \quad (1.56)$$

если наложить следующие три условия:

$$c^2(z) \left(\frac{d\tau}{dz} \right)^2 = 1, \quad (1.57)$$

$$2c^2(z) \frac{dA}{dz} \frac{d\tau}{dz} + c^2(z) A(z) \frac{d^2 \tau}{dz^2} - \gamma g A(z) \frac{d\tau}{dz} = 0, \quad (1.58)$$

$$\frac{1}{A(z)} \left(c^2(z) \frac{d^2 A}{dz^2} - \gamma g A(z) \right) = P. \quad (1.59)$$

Постоянство коэффициента P возможно только для специфических профилей скорости звука, которые и надлежит найти. При этих условиях исходное уравнение (1.52) с переменными коэффициентами свелось к уравнению (1.56) с постоянным коэффициентом P . Его решения в виде бегущих волн будут рассмотрены в разделе 1.4. Как говорилось ранее, существование бегущих волн свидетельствует о возможности прохождения волновой энергии на большие высоты.

Уравнение (1.58) с учетом выражения (1.57) принимает вид

$$4c^2(z) \frac{dA}{dz} - A(z) \frac{dc^2}{dz} = 2\gamma g A(z). \quad (1.60)$$

Решение данного уравнения и уравнения (1.57) записываются через скорость звука $c(z)$:

$$\tau(z) = \int \frac{dz}{c(z)}, \quad (1.61)$$

$$A(z) \sim \sqrt{c(z)} \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right], \quad (1.62)$$

где $H(z)$, как и ранее, высота однородной атмосферы:

$$H(z) = \frac{c^2(z)}{\gamma g}. \quad (1.63)$$

После подстановки (1.62) в (1.59), получаем обыкновенное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка для нахождения безотражательных профилей скорости звука:

$$\frac{d^2 c}{dz^2} - \frac{1}{2c} \left(\frac{dc}{dz} \right)^2 - \frac{2\gamma g}{c^2} \frac{dc}{dz} - \frac{\gamma^2 g^2}{2c^3} = \frac{2P}{c}. \quad (1.64)$$

Отметим, что хотя в уравнение (1.64) входит одна неизвестная константа P , его решения, как решения дифференциального уравнения второго порядка, определяются через две дополнительные произвольные константы, и с учетом P можно говорить о трехпараметрическом семействе кривых. Очевидно, что такая свобода позволит выбрать наилучшее приближение для реальных профилей скорости звука в неоднородной атмосфере. Решения уравнения (1.64) составляют второй класс безотражательных профилей скорости звука и исследуются в разделе 1.4.

1.3. Безотражательные профили скорости звука (1-й класс)

В этом разделе найдем профили скорости звука, являющиеся решением уравнения (1.51):

$$\frac{d^2 c^2}{dz^2} - \frac{1}{4c^2} \left(\frac{dc^2}{dz} \right)^2 + \frac{\gamma^2 g^2}{c^2} = -4P, \quad (1.65)$$

и исследуем безотражательные акустические волны, соответствующие этим профилям. Уравнение (1.65) может быть записано в безразмерном виде

$$\frac{d^2 u^2}{dh^2} - \frac{1}{4u^2} \left(\frac{du^2}{dh} \right)^2 + \frac{1}{u^2} = \beta, \quad (1.66)$$

где

$$u = c(z)/c_0, \quad h = z/H_0, \quad H_0 = c_0^2/\gamma g, \quad \beta = -P/\omega_0^2, \quad \omega_0 = \gamma g/2c_0.$$

Здесь c_0 – значение скорости звука на некоторой высоте $z = 0$, H_0 – высота однородной атмосферы для этой же высоты, ω_0 – частота отсечки акустических волн, соответствующая изотермической атмосфере, скорость звука в которой равна c_0 . Уравнение (1.66) содержит единственную произвольную константу β , изменяющуюся по величине и знаку, так что число физических профилей скорости звука достаточно велико.

Уравнение (1.66) сводится к квадратурам

$$h + h_0 = \pm \int \frac{udu}{\sqrt{\beta u^2 + \alpha u + 1}}, \quad (1.67)$$

где α , β и h_0 – три произвольные постоянные, которые могут меняться в широких пределах, как по величине, так и по знаку. Таким образом, как уже говорилось ранее, у нас имеется трехпараметрическое семейство решений. В даль-

нейших формулах $h + h_0$ без потери общности заменяется на h . Интеграл в (1.67) вычисляется аналитически при любых значениях этих коэффициентов.

«Недисперсионный» профиль скорости звука. Рассмотрим сначала решения уравнения (1.66) при $\beta = 0$, когда $P = 0$, и уравнение (1.43) сводится к волновому уравнению, не содержащему дисперсию. Будем называть такие профили «недисперсионными». Здесь существуют два профиля:

1) при $\alpha = 0$

$$u = \sqrt{2|h|}, \quad (1.68)$$

2) при $\alpha \neq 0$

$$h = \pm \frac{2}{3\alpha^2} \sqrt{1 + \alpha u} (\alpha u - 2). \quad (1.69)$$

Профиль скорости звука, описываемый формулой (1.68), соответствует случаю политропной атмосферы, когда температура, определяемая квадратом скорости звука, изменяется линейно с высотой [27].

Характер безотражательных профилей, описываемых выражениями (1.68) и (1.69) при $\beta = 0$ и различных значениях параметра α показан на рис. 1.1.-1.3. При $\alpha = 0$ обратная функция является параболой. Профили скорости $u(h)$, заданные формулой (1.69) через обратные функции, определены в случае $\alpha > 0$ при $h \geq -4/3\alpha^2$ и $h \leq 4/3\alpha^2$ для левой и правой ветвей, соответственно. Отметим асимптотическую формулу, вытекающую из (1.69), которая описывает изменение скорости звука на больших высотах:

$$u \approx \left(\frac{3\sqrt{\alpha}}{2} h \right)^{2/3}. \quad (1.70)$$

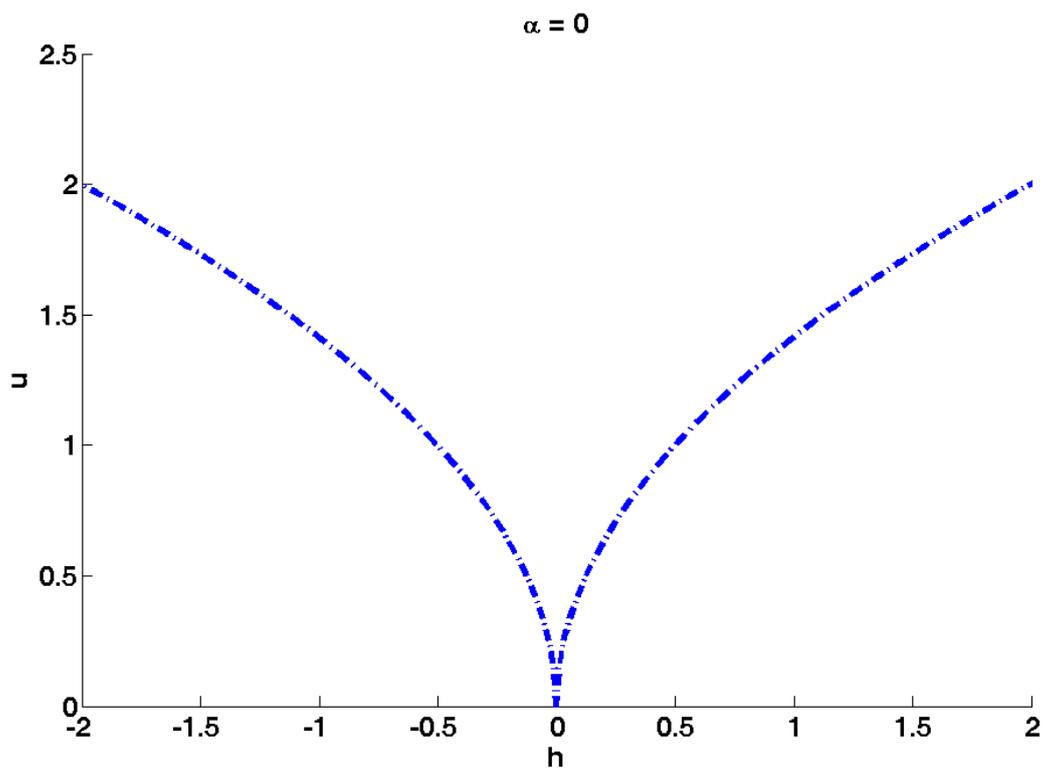


Рис. 1.1. Безотражательные профили скорости звука ($\beta = 0, \alpha = 0$)

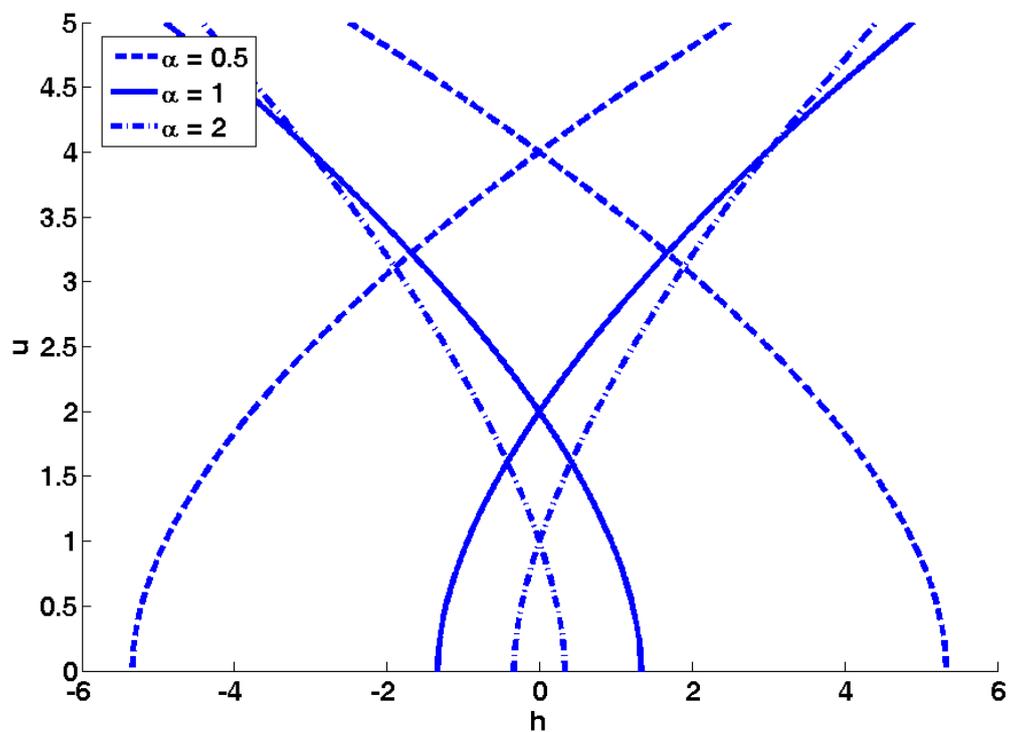


Рис. 1.2. Безотражательные профили скорости звука ($\beta = 0, \alpha > 0$)

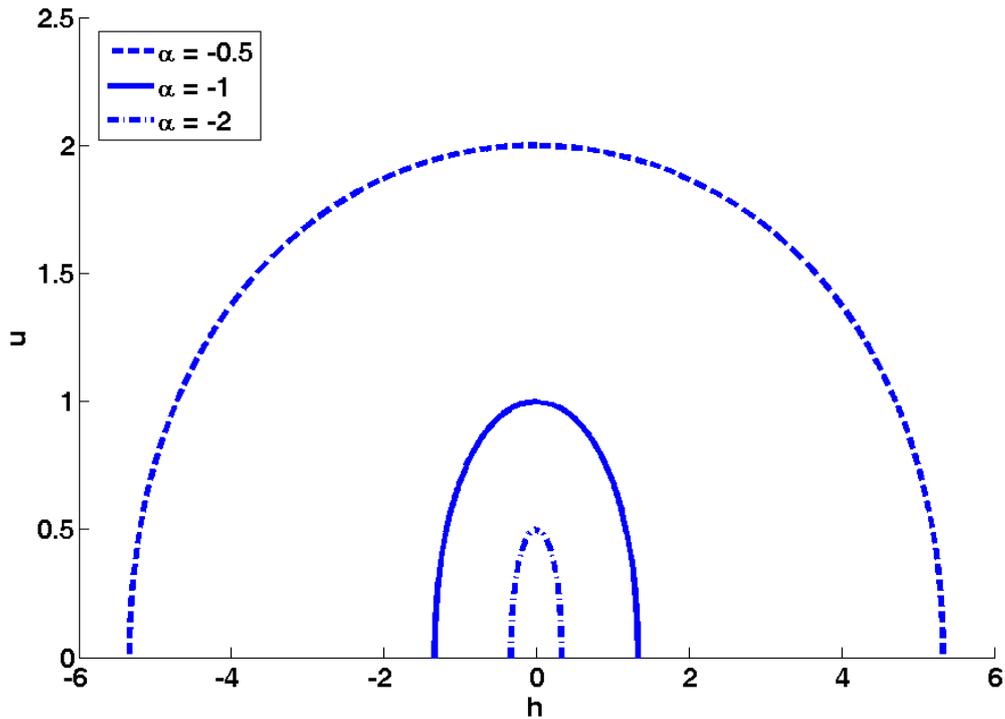


Рис. 1.3. Безотражательные профили скорости звука ($\beta = 0$, $\alpha < 0$)

При малых скоростях звука справедлива другая асимптотика

$$u \approx \frac{2}{\alpha} \sqrt{\frac{2}{3} \left(h + \frac{3}{8\alpha^2} \right)}, \quad (1.71)$$

которая совпадает с (1.68). Отметим, что качественно профиль (1.69) при $\alpha > 0$ совпадает с профилем (1.68) при $\alpha = 0$. Изменение нулевой точки по оси h (по высоте) легко делается за счет параметра h_0 .

В случае $\alpha < 0$ при $-4/3\alpha^2 \leq h \leq 4/3\alpha^2$, скорость звука меняется в диапазоне $0 \leq u \leq -1/\alpha$ и большие значения скорости звука невозможны.

Таким образом, при нулевом P имеются всего два качественно различных профиля для скорости звука: все они начинаются с нуля и идут с возрастанием высоты на конечное или бесконечное значение. Поскольку для всех этих профилей $P = 0$, то волны распространяются вверх без дисперсии (как решения

«чисто» волнового уравнения), и поэтому эти профили можно назвать «недисперсионными».

«Дисперсионные» безотражательные профили скорости звука. При $P \neq 0$ (или $\beta \neq 0$) получаются три различные формы решения уравнения (1.67) в зависимости от знака β .

При $\alpha = 0$

$$h^2 - \beta u^2 = 1, \quad (1.72)$$

и в зависимости от знака β функция $u(h)$ есть гипербола или эллипс (рис. 1.4).

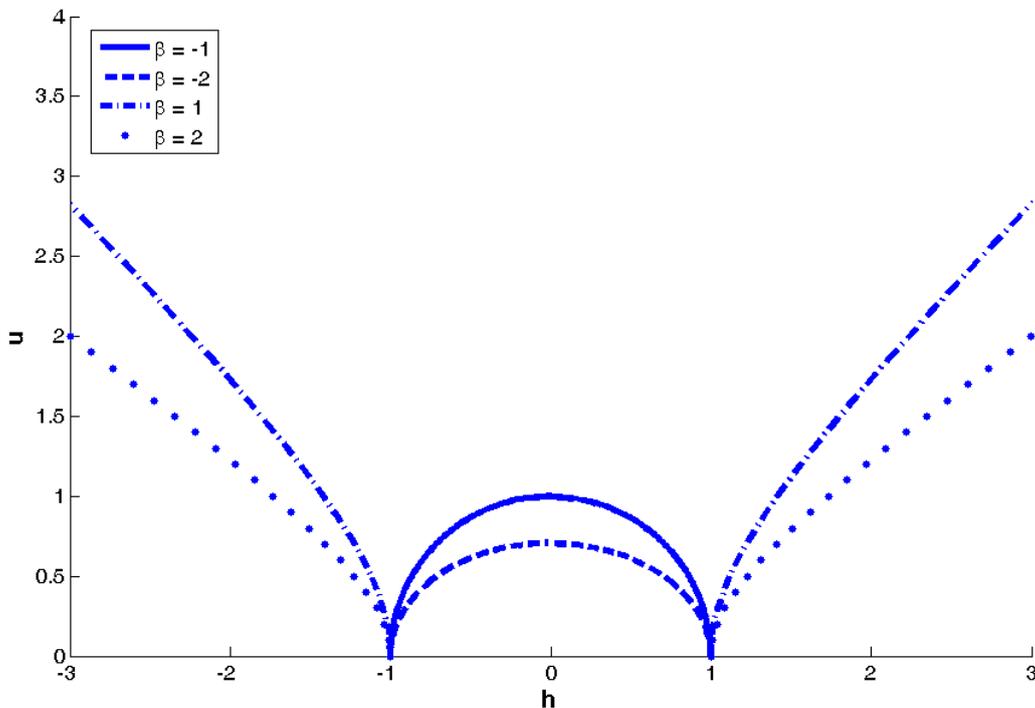


Рис. 1.4. Безотражательные профили скорости звука ($\alpha = 0, \beta \neq 0$)

При $\beta > 0$ безотражательные профили скорости звука описываются

$$\pm h = \frac{1}{\beta} \sqrt{\beta u^2 + \alpha u + 1} - \frac{\alpha}{2\beta^{3/2}} \ln \left[2\sqrt{\beta(\beta u^2 + \alpha u + 1)} + 2\beta u + \alpha \right], \quad (1.73)$$

а при $\beta < 0$

$$\pm h = -\frac{1}{|\beta|} \sqrt{-|\beta| u^2 + \alpha u + 1} - \frac{\alpha}{2|\beta|^{3/2}} \arcsin \left[\frac{-2|\beta|u + \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + 4|\beta|}} \right]. \quad (1.74)$$

Исследуем вначале безотражательные профили, описываемые выражением (1.73) при $\beta > 0$. Прежде всего, отметим, что решение (1.72) следует из (1.73) предельным переходом и может отдельно не рассматриваться. Характер алгебраической кривой (1.73) определяется параметром $\nu = \alpha / \sqrt{\beta}$. Так в случае отрицательных $\nu < -2$, функция $u(h)$ возрастает, оставаясь выпуклой вниз; она начинается с конечной точки h_0 и u_0 , зависящей от величины ν . В диапазоне $-2 < \nu < 0$ кривая $u(h)$ остается монотонно возрастающей, но при малых скоростях звука она выпукла вверх, а при больших – вниз. При $0 < \nu$ кривая монотонно возрастает, будучи выпуклой вверх. Графики безотражательного профиля скорости звука, описываемого формулой (1.73), для случая $\beta = 1$ и знака “+” в правой части приведены на рис. 1.5.

Меняя параметр β , можно «управлять» градиентами скорости звука (рис. 1.6 и 1.7). Отметим, что семейство «дисперсионных» профилей (1.73) получается при $P < 0$, так как $P \sim -\beta$. В целом, они описывают монотонно возрастающие профили скорости звука с высотой.

В случае $\beta < 0$, безотражательная скорость звука описывается выражением (1.74), и характер кривой по-прежнему зависит от параметра $\nu = \alpha / \sqrt{|\beta|}$. Профиля безотражательной скорости звука приведены на рис. 1.8 для случая $\beta = -1$. Отметим, что кривая, соответствующая $\alpha = 0$, совпадает с изображенной на рис. 1.4. В целом полученные профили описывают монотонные профили, как растущие с высотой, так и убывающие.

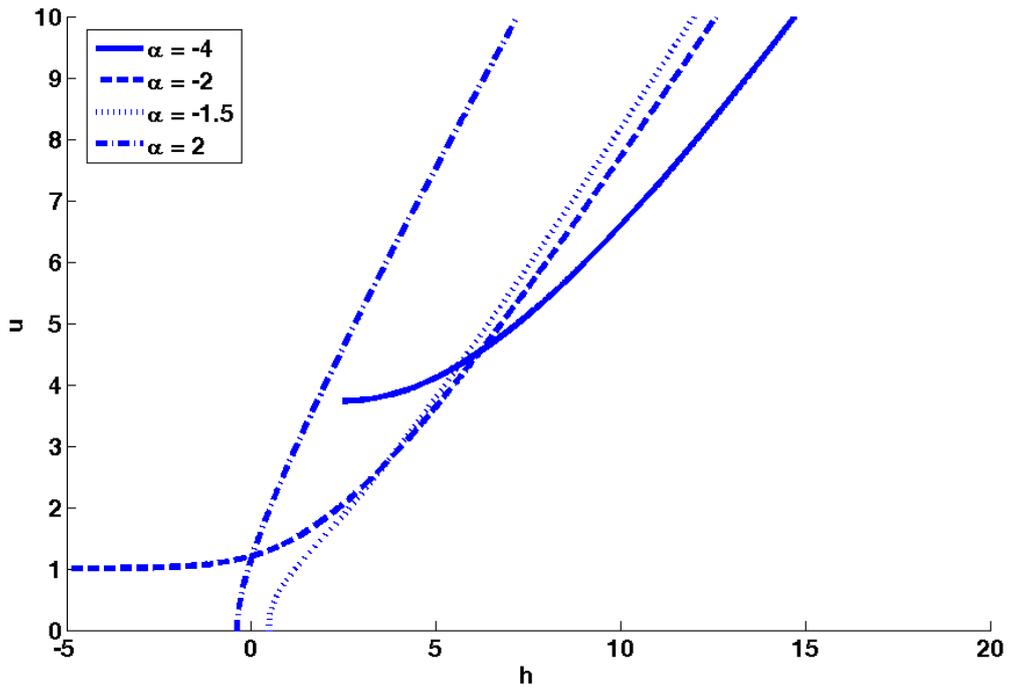


Рис. 1.5. Безотражательные профили скорости звука ($\alpha \neq 0, \beta = 1$)

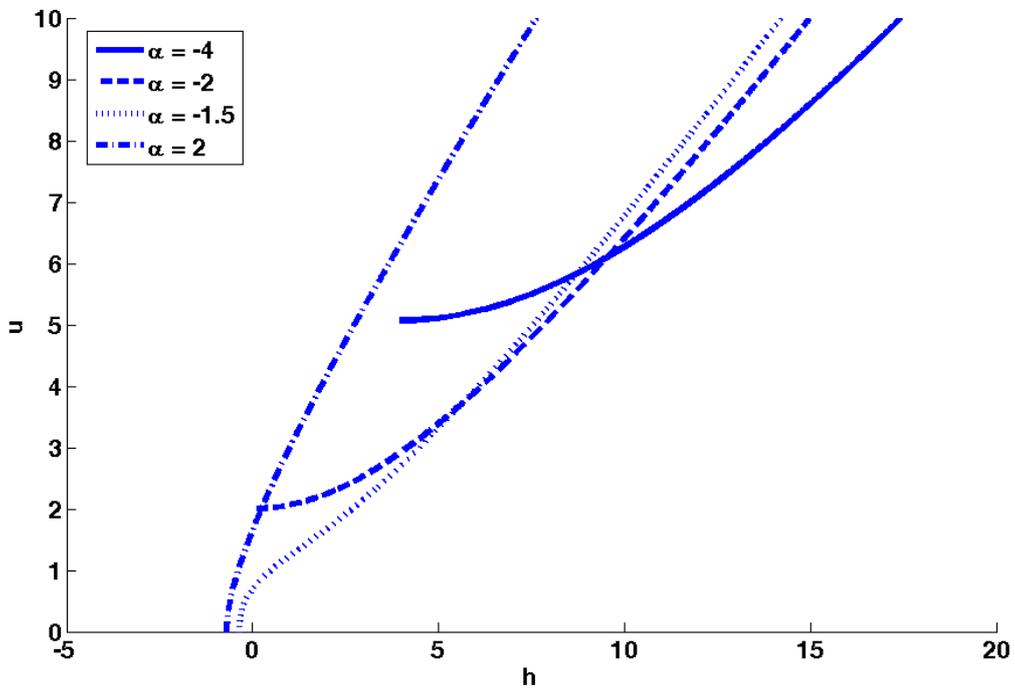


Рис. 1.6. Безотражательные профили скорости звука ($\alpha \neq 0, \beta = 0.75$)

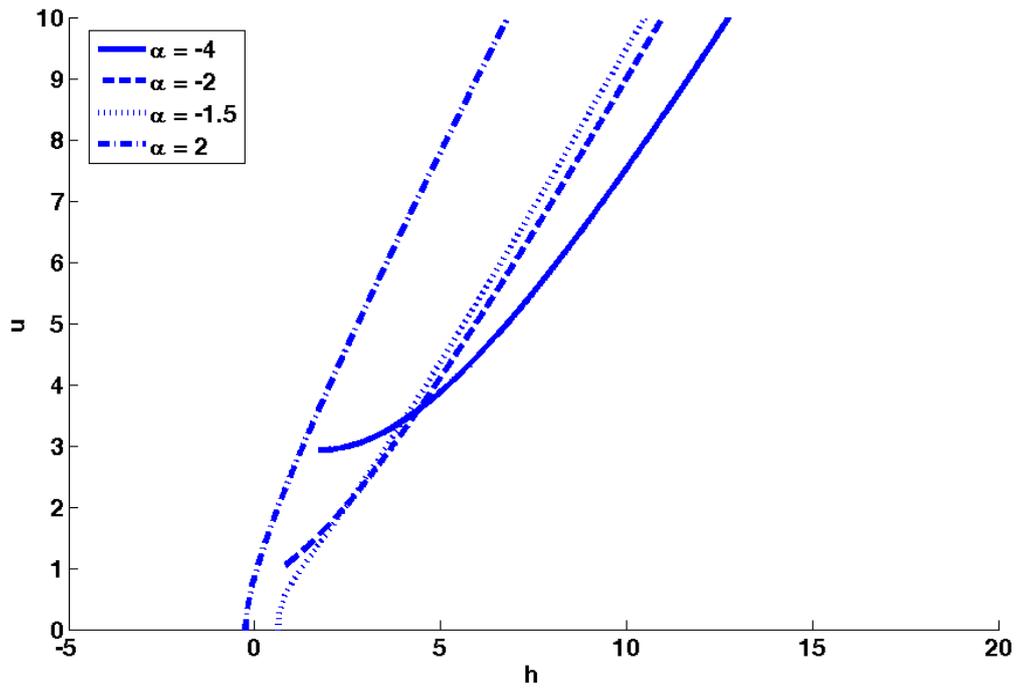


Рис. 1.7. Безотражательные профили скорости звука ($\alpha \neq 0, \beta = 1.25$)

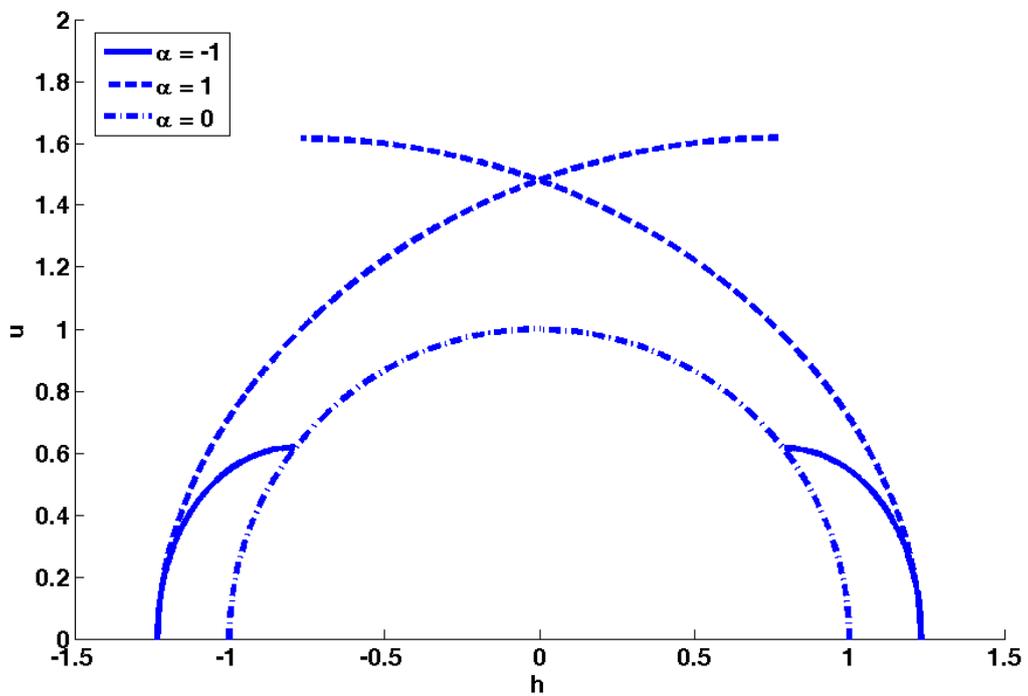


Рис. 1.8. Безотражательные профили скорости звука ($\beta = -1$)

Итак, в общем случае с учетом знака в (1.67) существует десять выражений для безотражательного вертикального распределения скорости звука, в большинство из которых входят произвольные константы, так что можно сказать, что существует очень широкий класс вертикальных распределений скорости звука в атмосфере, допускающих безотражательное распространение акустических волн по вертикали. Рассмотрим структуру этих волн.

Безотражательные монохроматические волны. Уравнение Клейна – Гордона (1.43) в случае $P = 0$ совпадает с волновым уравнением. Его решения в исходных переменных, описывающие бегущие волны, есть

$$\chi(t, z) = \frac{G}{\sqrt{c(z)}} \exp\left[\int \frac{dz}{2H(z)}\right] \Phi\left[t - \int \frac{dz}{c(z)}\right], \quad (1.75)$$

где $\Phi(t)$ описывает волновое поле на некоторой высоте и G – произвольная постоянная. Как видим, временная форма волны на разных высотах не меняется, меняется только ее амплитуда и время прихода. При этом амплитуда волны меняется также как и в случае плавно неоднородной среды. В тоже время, как уже отмечалось ранее, пространственная форма волны изменяется.

При $P \neq 0$ явное (элементарное) решение уравнения (1.43) находится только для монохроматической волны

$$\chi(t, z) = \frac{G}{\sqrt{c(z)}} \exp\left[\int \frac{dz}{2H(z)}\right] \exp\left[i\left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)}\right)\right] \quad (1.76)$$

с дисперсионным соотношением

$$K = \pm \sqrt{\omega^2 + P}. \quad (1.77)$$

Если $P > 0$, то волны любых частот распространяются вверх в атмосферу; если же $P < 0$, то распространяющимися являются только высокочастотные волны с частотой, превышающей частоту отсечки

$$\omega > \sqrt{\beta} \omega_0 = \frac{\sqrt{\beta} \gamma g}{2c_0}. \quad (1.78)$$

Обратим внимание, что частота отсечки волн в безотражательной атмосфере может быть как больше, так и меньше частоты отсечки акустико-гравитационных волн в эквивалентной изотермической атмосфере (мы будем подробно обсуждать это в третьей главе).

Зная решение (1.76), можно найти все спектральные компоненты волнового поля. Так, вертикальная скорость частиц V , волновая часть давления p' и волновая часть плотности ρ' есть [27]:

$$V = -\frac{1}{\omega^2} \left[c^2(z) \frac{\partial \chi}{\partial z} - \gamma g \chi \right], \quad (1.79)$$

$$p' = \frac{i\rho_0}{\omega^3} \left[g c^2(z) \frac{\partial \chi}{\partial z} - (\gamma g^2 - \omega^2 c^2(z)) \chi \right], \quad (1.80)$$

$$\rho' = \frac{i\rho_0}{\omega^3} \left[g(z) \frac{\partial \chi}{\partial z} - \left(\frac{\gamma g^2}{c^2(z)} - \omega^2 \right) \chi \right]. \quad (1.81)$$

Подставляя в приведенные формулы выражение (1.76) для $\chi(z,t)$:

$$V = \frac{G}{\omega^2 \sqrt{c(z)}} \left[\frac{\gamma g}{2} + \frac{1}{4} \frac{dc^2}{dz} + iKc(z) \right] \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \times$$

$$\times \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right], \quad (1.82)$$

$$p' = \frac{G\rho_0}{\omega^3 \sqrt{c(z)}} \left[gKc(z) - i \left[\frac{\gamma g^2}{2} + \frac{g}{4} \frac{dc^2}{dz} - \omega^2 c^2 \right] \right] \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \times$$

$$\times \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right], \quad (1.83)$$

$$\rho' = \frac{G\rho_0}{\omega^3 \sqrt{c(z)}} \left[\frac{gK}{c(z)} - i \left[\frac{\gamma g^2}{2c^2(z)} + \frac{g}{2c(z)} \frac{dc}{dz} - \omega^2 \right] \right] \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \times$$

$$\times \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right]. \quad (1.84)$$

Динамика импульсных возмущений может быть исследована с помощью Фурье суперпозиции спектральных компонент.

Для исследования возможности распространения акустических волн на большие расстояния в случае безотражательных профилей скорости звука вычислим плотность потока энергии по вертикали [26]:

$$\Pi = \frac{1}{2} [p'V^* + Vp'^*], \quad (1.85)$$

где Π – плотность потока энергии, и (*) означает комплексное сопряжение. Подставляя сюда формулы (1.82) и (1.83), получаем

$$\Pi(z) = \frac{\rho_0 G^2 c^2(z) K}{\omega^3} \left(\exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \right)^2. \quad (1.86)$$

Учитывая соотношение $c^2(z) = \gamma p_0 / \rho_0$ и стационарное распределение давления $p_0(z)$ (1.32), плотность потока энергии представляет собой

$$\Pi = \frac{\gamma G^2 p(0) K}{\omega^3}, \quad (1.87)$$

и, следовательно, поток энергии не зависит от z и сохраняется, несмотря на сильную неоднородность атмосферы. В результате, монохроматическая волна может распространяться на большие высоты без потери энергии. Этот вывод справедлив для волн на любом из рассмотренных безотражательных профилей, вне зависимости от величины и знака параметра P .

1.4. Безотражательные профили скорости звука (2-й класс)

Рассмотрим теперь другое уравнение на скорость звука (1.64), решения которого обеспечивают распространение акустических волн по вертикали на большие расстояния без потери энергии:

$$\frac{d^2 c}{dz^2} - \frac{1}{2c} \left(\frac{dc}{dz} \right)^2 - \frac{2\gamma g}{c^2} \frac{dc}{dz} - \frac{\gamma^2 g^2}{2c^3} = \frac{2P}{c}. \quad (1.88)$$

Перепишем уравнение (1.88) в безразмерном виде, содержащем только один параметр β

$$\frac{d^2 u}{dh^2} - \frac{1}{2u} \left(\frac{du}{dh} \right)^2 - \frac{2}{u^2} \frac{du}{dh} - \frac{1}{2u^3} = -\frac{\beta}{2u}, \quad (1.89)$$

где

$$u = c(z)/c_0, \quad h = z/H_0, \quad H_0 = c_0^2/\gamma g, \quad \beta = -P/\omega_0^2, \quad \omega_0 = \gamma g/2c_0.$$

Здесь c_0 – значение скорости звука на некоторой высоте $z = 0$, ω_0 – частота отсечки акустических волн, соответствующая изотермической атмосфере, скорость звука в которой равна c_0 .

Уравнение (1.89) представляет собой обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, а его решения, в свою очередь, определяются через две произвольные константы. С учетом варьируемой константы β , второй класс безотражательных профилей скорости звука, как и первый класс, представляют собой трехпараметрическое семейство кривых.

Решить уравнение (1.89) аналитически в общем виде не получается. Лишь при $\beta = 0$ удастся получить два профиля, которые в безразмерных переменных имеют вид:

$$u = \sqrt{1 - 2/3h}, \quad (1.90)$$

$$u = \sqrt{1 - 2h}. \quad (1.91)$$

Графики для приведенных профилей представлены на рис. 1.9. Фактически, в (1.90) и (1.91) входит $h + \text{const}$, так что кривые, представляющие собой «половинки» параболы, могут смещаться по горизонтали в любом направлении.

Распределения скорости звука (1.90) и (1.91) соответствуют известной модели политропной атмосферы, т.е. атмосферы с постоянными градиентами температуры, равными соответственно

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{2\mu g}{3R}, \quad \frac{dT}{dz} = -2\frac{\mu g}{R}, \quad (1.92)$$

где μ – молекулярный вес, R – газовая постоянная.

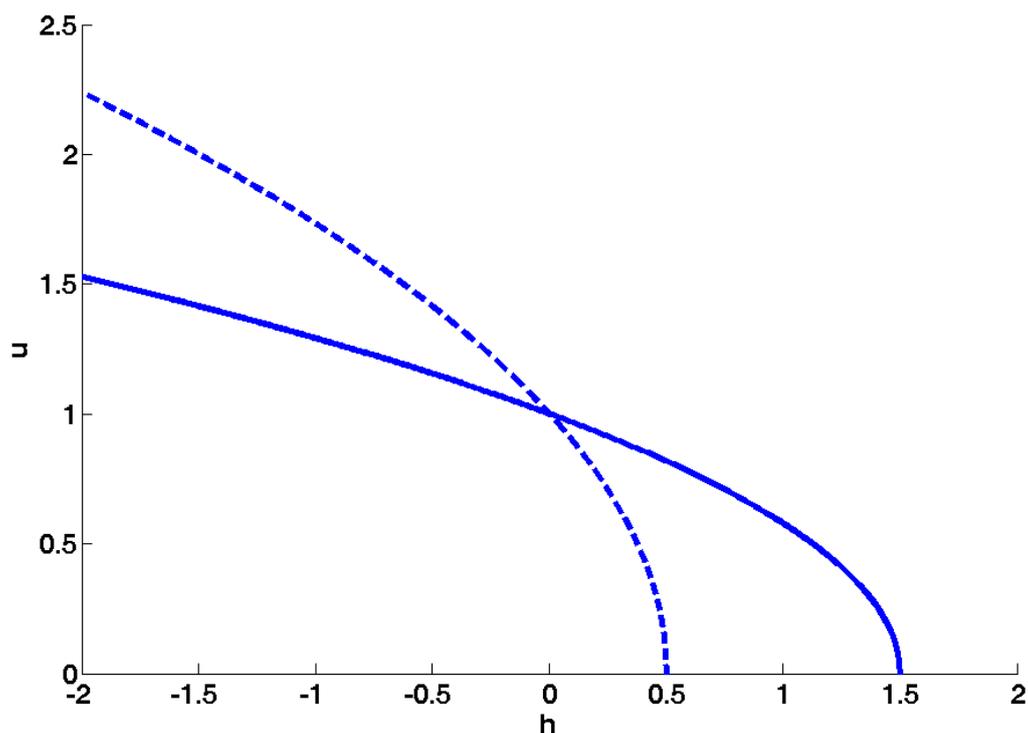


Рис. 1.9. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = 0$ (сплошная линия соответствует формуле (1.90), прерывистая линия – формула (1.91))

Учитывая, что показатель адиабаты может принимать значения в пределах $1 \leq \gamma \leq 5/3$, при таких значениях градиентов выполняется известный критерий Шварцшильда конвективной неустойчивости [46]

$$-\frac{dT}{dz} > -\frac{dT}{dz}\Big|_{ad} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\mu g}{R}. \quad (1.93)$$

Профили (1.90) и (1.91) могут быть использованы при моделировании конвективных зон Солнца, а также других звезд.

Другие безотражательные профили скорости звука при $\beta \neq 0$ находятся с помощью численного интегрирования уравнения (1.89) в среде MatLab. Графики для безотражательных профилей для различных значений параметра β и еще двух произвольных постоянных приведены на рис. 1.10 – 1.16.

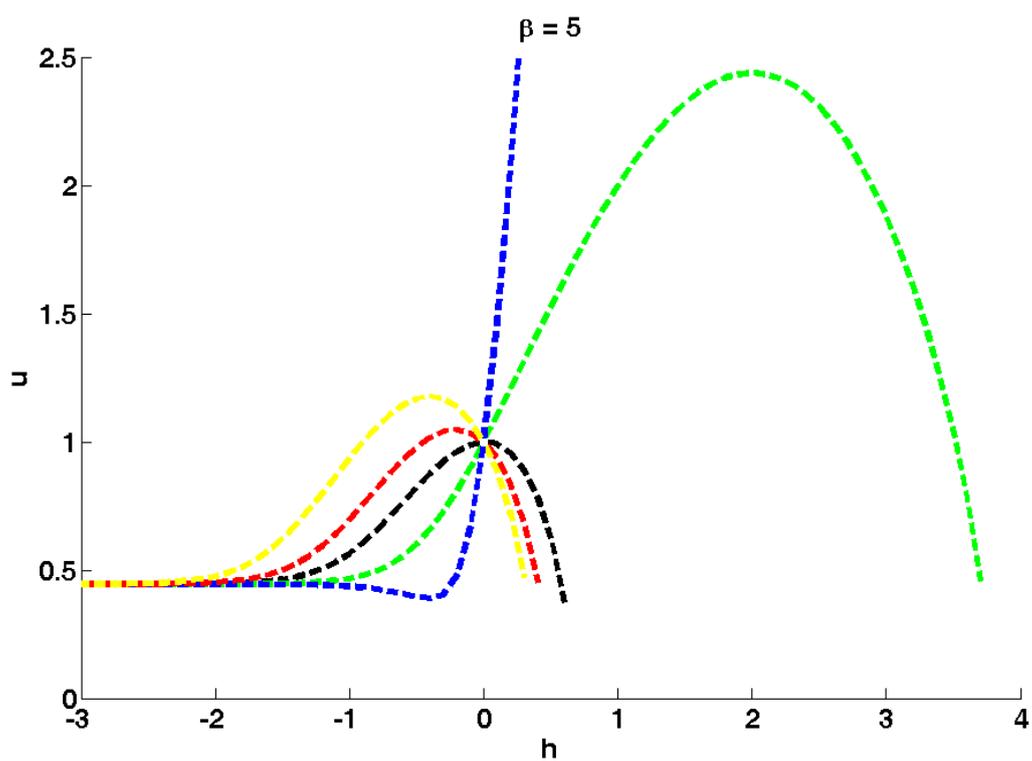


Рис. 1.10. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = 5$

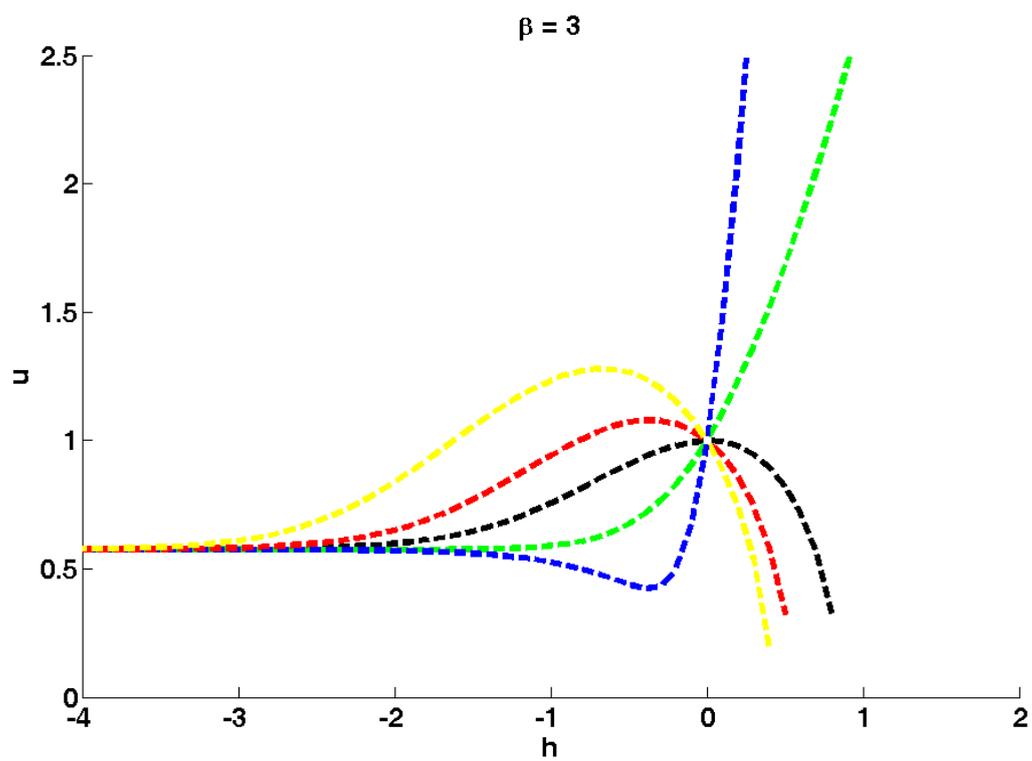


Рис. 1.11. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = 3$

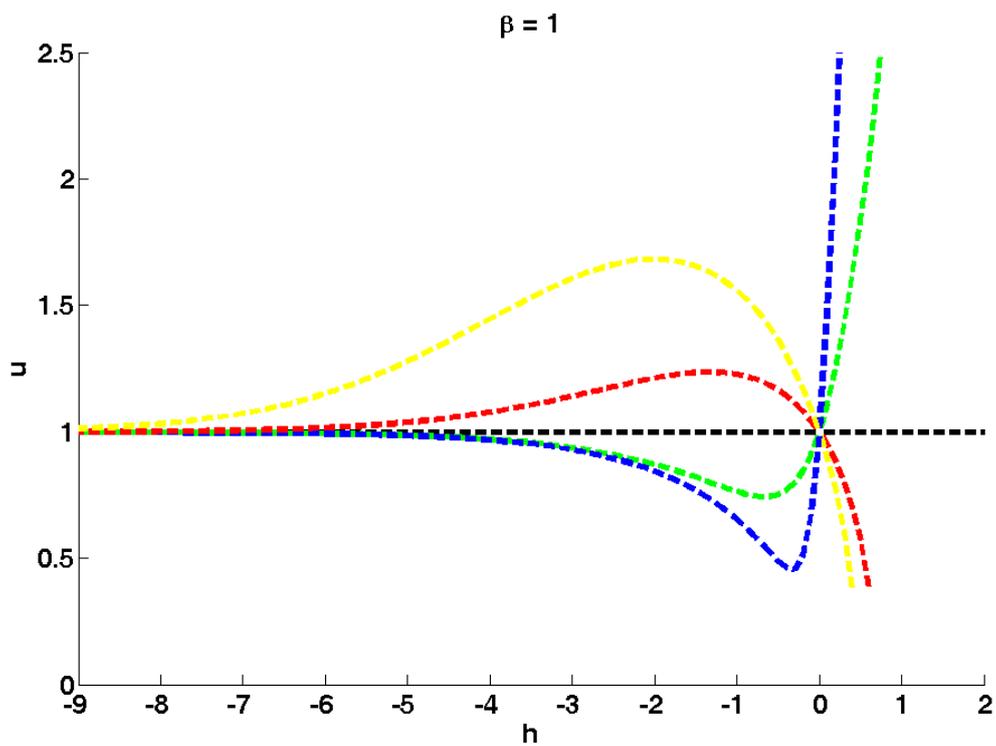


Рис. 1.12. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = 1$

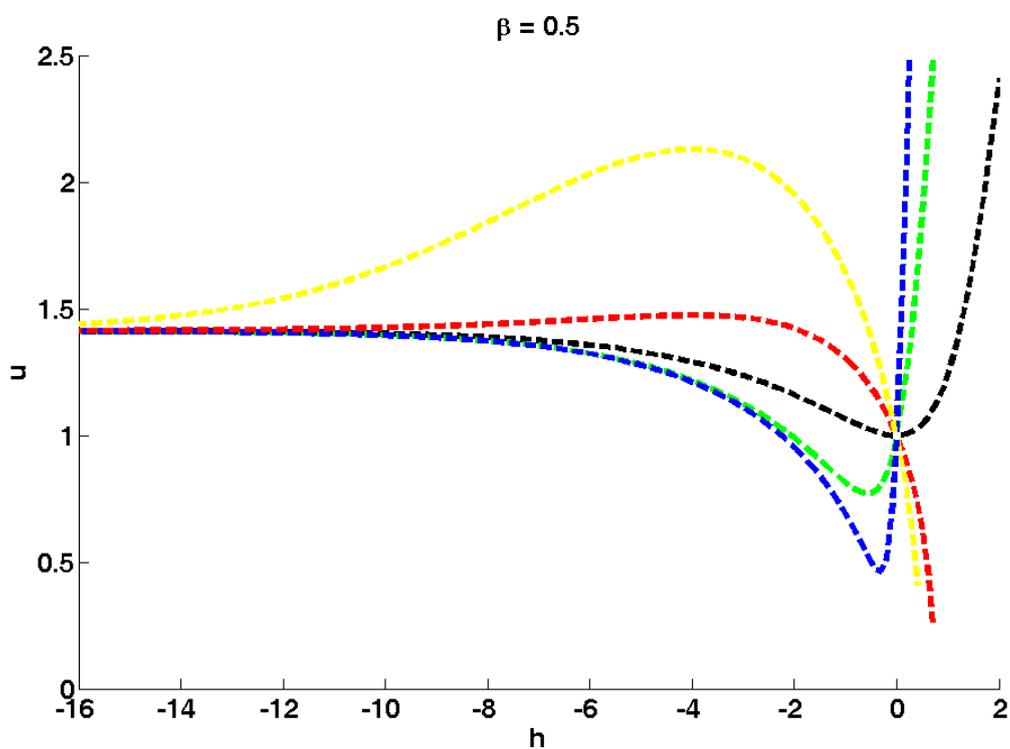


Рис. 1.13. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = 0,5$

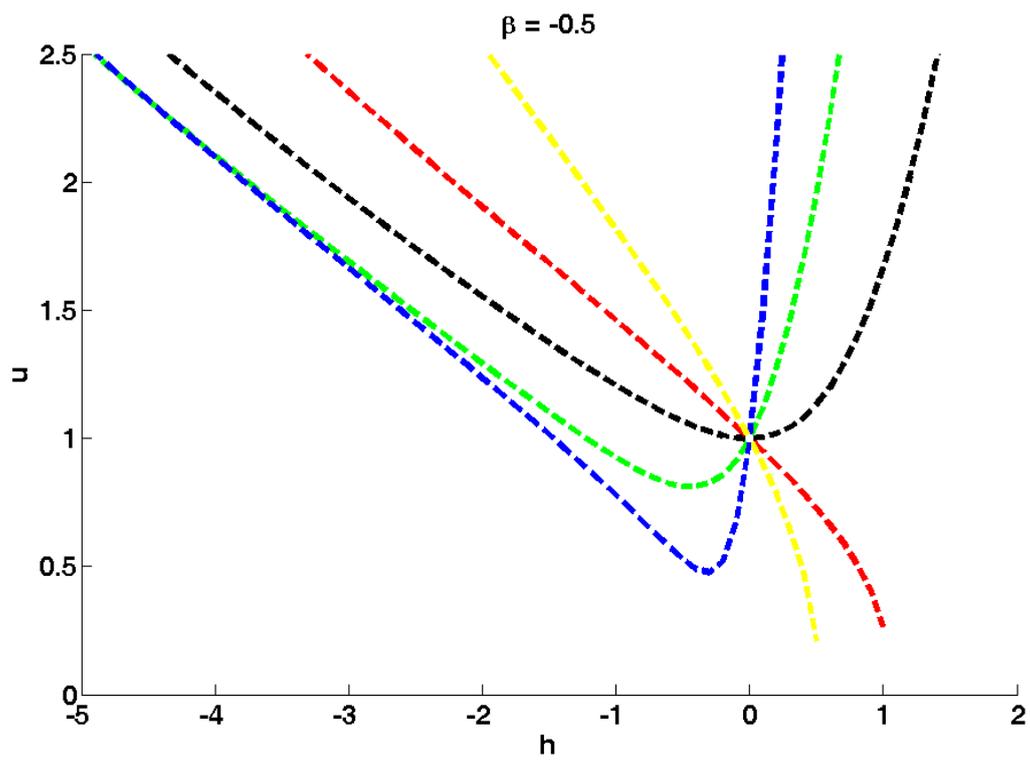


Рис. 1.14. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = -0,5$

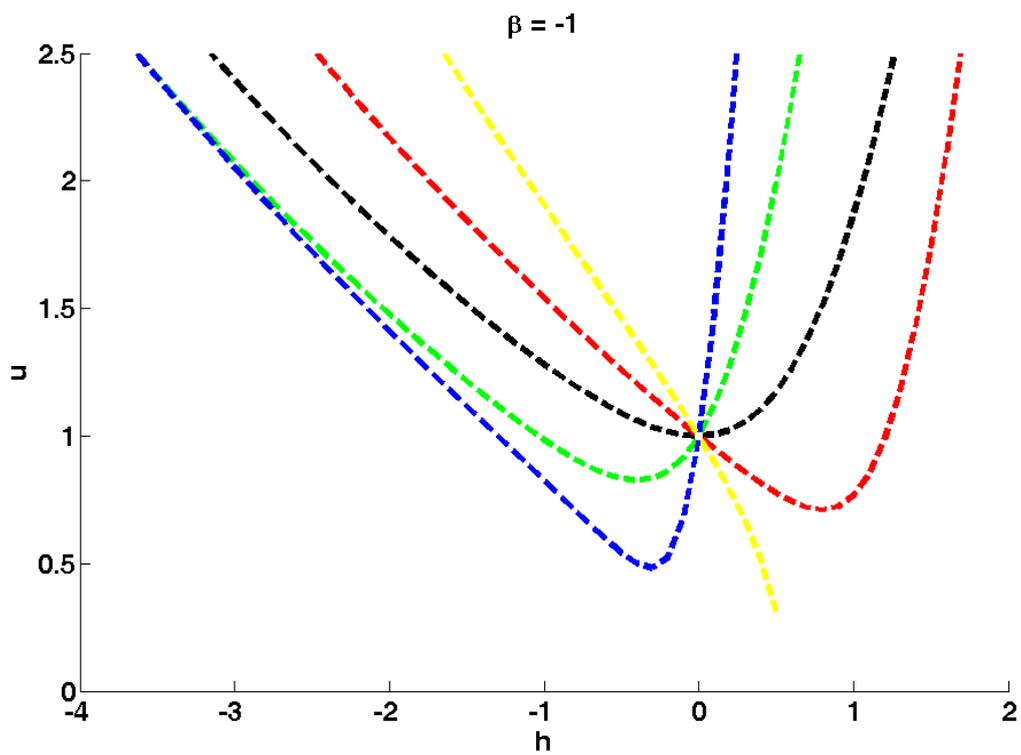


Рис. 1.15. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = -1$

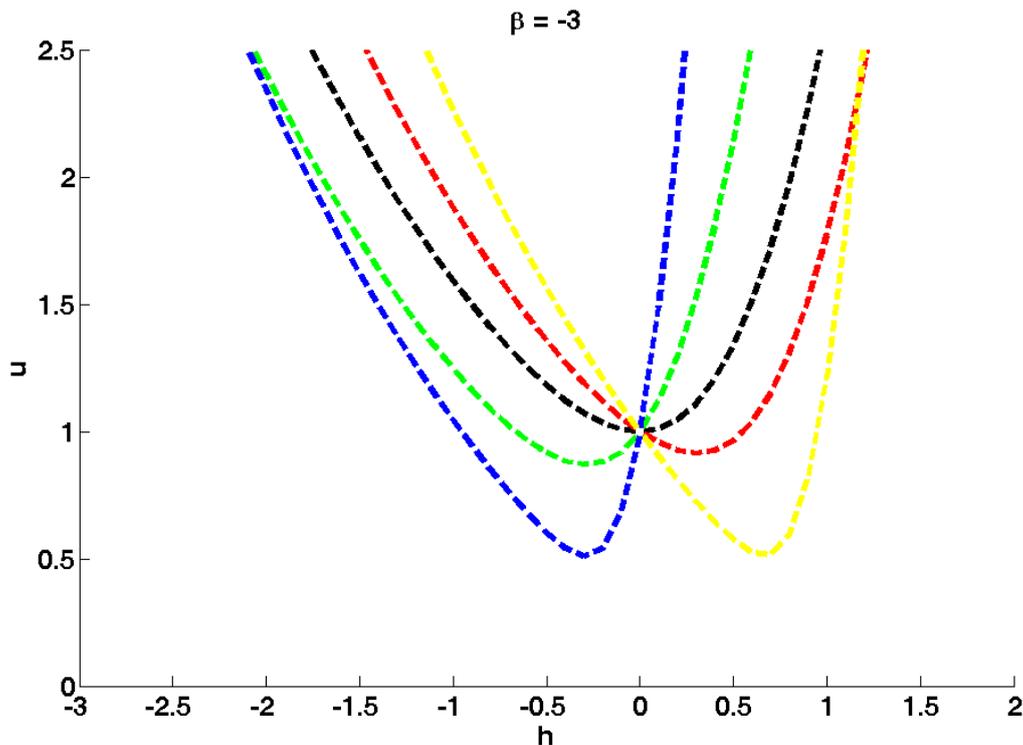


Рис. 1.16. Безотражательные профили скорости звука при $\beta = -3$

Как видно, все рисунки для положительных значений β качественно похожи. В сторону уменьшения высоты скорость звука стремится к постоянному значению

$$u(h \rightarrow -\infty) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{\beta}}. \quad (1.94)$$

В сторону увеличения высоты скорость звука нарастает или убывает.

Для отрицательных значений β рисунки тоже качественно похожи друг на друга. Они уже не выходят на асимптотическое значение (1.94), которого просто не существует при отрицательных β и напоминают параболы с растущими значениями скорости звука на краях. В некоторых случаях парабола касается нулевого значения скорости звука, и тогда кусок этой кривой не реализуется.

Волновое поле в безотражательной атмосфере. Полученные профили скорости звука, описываемые уравнением (1.89), являются достаточным усло-

вием сведения волнового уравнения для вертикальной компоненты скорости газа $V(z,t)$ к уравнению Клейна – Гордона (1.56):

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = P\Phi. \quad (1.95)$$

Все выводы, сказанные о безотражательных волнах класса 1, сохраняются и в этом случае. Так, в случае $P = 0$, данное уравнение имеет решения, описывающие бегущие волны

$$V(z,t) = A(z)\Phi \left[t - \int \frac{dz}{c(z)} \right], \quad (1.96)$$

где $\Phi(t)$ определяет волновое поле на излучателе. Важно отметить, что в этом случае временная структура волнового поля не меняется, а в пространстве меняется амплитуда волны и время ее прихода. Пространственная же структура волнового поля, конечно же, меняется.

При $P \neq 0$ элементарное решение уравнения (1.95) находится для монохроматической волны

$$V(z,t) = GA(z) \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right] \quad (1.97)$$

с дисперсионным соотношением

$$K = \pm \sqrt{\omega^2 + P}. \quad (1.98)$$

Из линейных уравнений газодинамики можно найти остальные компоненты волнового поля. Так, волновая часть давления и волновая часть плотности определяются формулами [27]:

$$p' = \frac{i\rho_0}{\omega} \left[c^2(z) \frac{\partial V}{\partial z} - gV \right], \quad (1.99)$$

$$\rho' = \frac{i\rho_0}{\omega} \left[\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{gV}{c^2(z)} \right]. \quad (1.100)$$

Таким образом, волновое поле параметров безотражательной атмосферы может быть представлено в следующем виде:

$$V(z, t) = Gc(z) \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right], \quad (1.101)$$

$$p'(z, t) = \frac{G\rho_0 c^3(z)}{\omega} \left[K + i \left(\frac{dc}{dz} + \frac{(2\gamma - 1)g}{c(z)} \right) \right] \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \times \\ \times \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right], \quad (1.102)$$

$$\rho'(z, t) = \frac{G\rho_0}{\omega} \left[K + i \left(\frac{dc}{dz} + \frac{(2\gamma - 1)g}{c(z)} \right) \right] \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \times \\ \times \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right]. \quad (1.103)$$

Зная выражения для вертикальной скорости газа (1.101) и волновой составляющей давления (1.102), легко вычислить плотность потока энергии по вертикали [52]

$$\Pi = \frac{1}{2} [p'V^* + Vp'^*], \quad (1.104)$$

где (*) означает комплексное сопряжение

$$\Pi(z) = \frac{\rho_0 G^2 c^2(z) K}{\omega} \exp \left[\int \frac{dz}{H(z)} \right], \quad (1.105)$$

которая, при подстановки выражений для невозмущенной скорости звука $c(z)$ (1.31) и равновесного давления $p_0(z)$ (1.32), равна

$$\Pi = \frac{\gamma G^2 K p(0)}{\omega}. \quad (1.106)$$

Следовательно, опять поток энергии не зависит от z и сохраняется, несмотря на сильную неоднородность атмосферы. В результате, монохроматическая волна может распространяться на большие высоты без потери энергии. Этот вывод справедлив для волн на любом из безотражательных профилей, вне зависимости от величины и знака параметра β .

1.5. Замечания о числе безотражательных профилей

Затронем здесь важную тему о количестве безотражательных профилей в неоднородной атмосфере. Еще в разделе 1.2.1 были приведены две разные формы волнового уравнения для акустических волн, распространяющихся вверх в атмосфере (1.38) и (1.39). Уравнение для вертикальной скорости частиц газа имеет вид

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \gamma g \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \quad (1.107)$$

Продифференцировав уравнение (1.107) по переменной z , было получено уравнение для производной вертикальной скорости газа $\chi = \frac{dV}{dz}$:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} - \left[\frac{dc^2}{dz} - \gamma g \right] \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0. \quad (1.108)$$

Оба уравнения написаны для одного и того же волнового поля, тем не менее, как мы показали, безотражательные профили скорости звука, описанные в разделах 1.3 и 1.4, оказываются разными для каждого из этих уравнений. Таким образом, число безотражательных профилей скорости звука, как минимум, удваивается. Какое из уравнений использовать для нахождения безотражательных профилей скорости звука зависит от физической постановки задачи. Обсудим это более детально.

Связь между скоростью газа и производной скорости определяется в одномерном случае формулой

$$\chi = \frac{dV}{dz}. \quad (1.109)$$

Если бегущая волна задана импульсным решением вида (1.56)

$$\chi(t, z) = \frac{G}{\sqrt{c(z)}} \Phi \left[t - \int \frac{dz}{c(z)} \right], \quad (1.110)$$

то скорость газа определяется интегралом от (1.110) и, следовательно, содержит интеграл от функции Φ . Если функция Φ является знакопостоянной, то интеграл является неограниченным на одном из концов и тогда это не задача о распространении импульса, а о распространении фронта возмущения. В тоже вре-

мя, этой проблемы не существует для монохроматических волн, что видно из формулы (1.79)

$$V = -\frac{1}{\omega^2} \left[c(z)^2 \frac{\partial \chi}{\partial z} + \gamma g \chi \right]. \quad (1.111)$$

Таким образом, из этих замечаний следует, что нахождение безотражательных профилей скорости звука является первой необходимой задачей для решения вопроса о существовании бегущих волн в сильно неоднородной атмосфере. Окончательное решение зависит от формы волны. В случае монохроматической волны бегущие волны существуют на всех безотражательных профилях. Но в случае импульсного возмущения необходимо более тщательное исследование самих волновых полей.

Отметим, что эта же проблема возникала для волн в океане [65, 66, 86], только там исходные уравнения выбираются для смещения водной поверхности и для скорости частиц воды. Если для первых безотражательные недисперсионные профили глубины описывались функциями $h \sim x^{4/3}$, то в уравнениях для скорости потока безотражательные профили описывались функциями $h \sim x^4$.

Выводы

В настоящей главе приведены основные уравнения, описывающие распространение акустических волн в неоднородной сжимаемой атмосфере. Описан метод нахождения бегущих волн в сильно неоднородных средах. Получен новый класс точных решений линейных гидродинамических уравнений сжимаемого газа, находящегося в поле тяжести, которые соответствуют безотражательному вертикальному распространению акустических волн в плоскостистой атмосфере.

Основные результаты главы

1. Из уравнений для производной вертикальной компоненты скорости газа и самой вертикальной компоненты скорости газа выведены обыкновенные нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка для скорости звука в неоднородной атмосфере, когда акустические волны не испытывают внутреннего отражения.
2. Получены два класса безотражательных профилей скорости звука, допускающие распространение вертикальных акустических волн в неоднородной сжимаемой атмосфере в виде бегущих волн. Они представляют собой трехпараметрическое семейство кривых. Для первого класса безотражательных профилей скорости звука найдены аналитические решения. Второй класс безотражательных профилей скорости звука находится численно, и описывает как монотонные, так и немонотонные изменения скорости звука с высотой. Число таких функциональных зависимостей достаточно велико, что позволяет аппроксимировать реальные вертикальные распределения скорости звука в атмосфере звезд и планет кусочно безотражательными профилями с хорошей точностью.
3. Для обоих классов решений найдены монохроматические бегущие волны в неоднородной атмосфере при специальном безотражательном изменении скорости звука. Эти волны не отражаются в атмосфере, несмотря на ее сильную неоднородность, хотя и могут испытывать дисперсию. Поток волновой энергии на таких безотражательных профилях сохраняется, что и доказывает возможность переноса энергии на большие высоты. Динамика импульсных возмущений может быть исследована с помощью Фурье суперпозиции элементарных решений.

Глава 2. Вертикальные безотражательные акустические волны в атмосфере Земли

В настоящее время существование акустико – гравитационных волн в атмосфере Земли можно считать доказанным [12, 14, 15, 75, 81]. Установлено, что

источниками таких волн в атмосфере являются землетрясения, извержения вулканов, ураганы и цунами, мощные взрывы и старты ракет и др. На важность исследования акустико – гравитационных волн указывает, в частности, то обстоятельство, что потоки энергии, переносимые этими волнами из нижних слоев атмосферы в верхние, сравнимы с теми, которые поступают от солнечного излучения [14], оказывая тем самым существенное влияние на энергетический и динамический баланс атмосферы, и, как следствие, на погодные условия. Акустико – гравитационные волны влияют на распространение радиоволн в широком диапазоне частот [10, 89].

Атмосфера Земли является сильно неоднородной и неизотермической, а, как известно, волны в неоднородной среде, как правило, отражаются [9]. Поэтому из результатов численных исследований не всегда видно, какие же слои в атмосфере способствуют прохождению волновой энергии на большие высоты, а какие отражают ее. Так простейшая модель изотермической атмосферы, в которой плотность меняется по экспоненциальному закону, допускает распространение безотражательных волн, хотя их амплитуда и меняется с высотой [52, 13]. При этом акустические волны могут распространяться вертикально, в то время как гравитационные – только под углом к горизонту. Считается, что это единственный пример безотражательного распространения акустико-гравитационных волн, поэтому общепринято мнение, что в неизотермической атмосфере, в частности, с монотонным изменением температуры, акустико – гравитационные волны не могут распространяться на большие высоты, что и подтверждали результаты некоторых аналитических и численных расчетов [35, 36; 37, 97]. Безусловно, этот фактор оказывает влияние на энергетический баланс среды. В связи с этим становится важным, на наш взгляд, поиск условий, при которых отражение волн минимально, или отсутствует полностью.

В первой главе уже говорилось, что при определенных условиях в неоднородной среде возможно распространение безотражательных волн, которые могут переносить энергию на большие расстояния. В настоящей главе эти идеи

используются для изучения вертикального распространения акустических волн в сильно неоднородной атмосфере Земли.

В разделе 2.1 описана структура земной атмосферы и приведены основные характеристики усредненной модельной атмосферы.

В разделе 2.2 рассмотрена аппроксимация так называемой стандартной атмосферы Земли безотражательными профилями первого и второго классов. Как будет показано, реальный профиль скорости звука в атмосфере Земли может быть аппроксимирован четырьмя безотражательными слоями со слабыми скачками градиентов скорости звука. Это позволит объяснить хорошее прохождение акустических волн в атмосферу в наблюдениях и численных экспериментах.

В разделе 2.3 приведены формулы для расчета коэффициентов прохождения акустических волн через земную атмосферу, в случае, когда распределение скорости звука в ней аппроксимировано четырьмя безотражательными профилями и вычислены коэффициенты прохождения для одной из аппроксимаций, полученной в предыдущем разделе.

Трансформация импульсных возмущений при вертикальном распространении в атмосфере Земли описана в разделе 2.4. Амплитуда импульса меняется сложным образом как за счет Гриновского фактора, обеспечивающего сохранение вертикального потока энергии, так и за счет дисперсионного расплывания.

2.1. Основные данные об атмосфере Земли

Неоднородность атмосферы оказывает существенное влияние на распространение волн. Если давление и плотность воздуха в атмосфере Земли с высотой убывают, то температура меняется более сложным образом. В зависимости от распределения температуры атмосферу Земли подразделяют на тропосферу, стратосферу, мезосферу, термосферу, экзосферу.

В тропосфере средняя годовая температура воздуха меняется от 250-290 К на нижней границы до 200 К на верхней. В среднем с высотой температура

падает на 0,65 К/100 м. Давление воздуха на верхней границе тропосферы в 5-8 раз меньше, чем у земной поверхности. Процессы, происходящие в тропосфере, имеют непосредственное и решающее значение для погоды и климата у земной поверхности. В тропосфере сильно развита турбулентность, особенно вблизи земной поверхности, а также в так называемых струйных течениях в верхней части тропосферы.

Стратосферу условно можно разделить на 2 области. Первая из них нижний слой стратосферы, лежащая до высот 25 км характеризуется почти постоянными температурами, которые равны температурам верхних слоев тропосферы над конкретной местностью. Вторая область (верхний слой стратосферы) или область инверсии, характеризуется повышением температуры воздуха примерно от 217 К до 273 К на высоте примерно 40 км. Выше области инверсии до высоты 55 км находится слой постоянных температур, который носит название стратопаузы и является границей между стратосферой и мезосферой. Величины температуры здесь около 273 К. В отличие от тропосферы в стратосфере редки турбулентные возмущения, но зато отмечены сильные горизонтальные ветры или струйные течения, дующие в узких зонах вдоль границ умеренных широт, обращенных к полюсам.

В мезосфере происходит понижение температуры воздуха с высотой со средним вертикальным градиентом 0,25-0,3 К/100 м, что приводит к сильной турбулентности. У верхних границ мезосферы в области называемой мезопаузой были отмечены температуры до -135 К, что является абсолютным минимумом для всей атмосферы Земли в целом. Давление воздуха в пределах мезопаузы в 200 раз меньше чем у земной поверхности.

Для термосферы характерен рост температуры воздуха до высот 200-300 км, где она может достигать 2770 К. Выше 300 км над уровнем моря рост температуры прекращается. Одновременно с ростом температуры снижается давление, и, следовательно, плотность окружающего воздуха. Так если у нижних границ термосферы плотность составляет $1,8 \cdot 10^{-8}$ г/см³, то у верхних уже $1,8 \cdot 10^{-15}$ г/см³.

Параметры атмосферы сильно меняются от широты, времени года и суток. В тоже время эти параметры колеблются в среднем от равновесных значений. Последние получены из данных наблюдений с использованием различных процедур усреднения. Наиболее известной усредненной моделью является Международная стандартная атмосфера - МСА [91], описывающая среднегодовое и среднеширотное вертикальное распределение температуры, давления и плотности воздуха в атмосфере Земли. Целью создания Международной стандартной атмосферы является унификация исходных значений параметров атмосферы для использования при обработке результатов геофизических и метеорологических наблюдений, расчетах и проектировании авиационной техники, испытаний летательных аппаратов, и различного рода исследований.

Основой для расчета распределения давления с высотой в Международной стандартной атмосфере служит барометрическая формула:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right), \quad (2.1)$$

где p – давление газа на высоте h , p_0 – давление у поверхности Земли, M – молярная масса газа, g – ускорение свободного падения, R – универсальная газовая постоянная, T – температура.

Некоторые числовые значения ряда параметров Международной стандартной атмосферы по ГОСТ 4401–81 «Атмосфера Стандартная. Параметры» приведены в табл. 1.

На рис. 2.1 – 2.3 приведены графики зависимости скорости звука c , давления p и плотности ρ от высоты атмосферы на основе данных табл. 1, соответственно.

При изучении волновых движений эти усредненные данные используются для описания состояния той части атмосферы, где еще можно использовать

уравнения газодинамики сплошной среды и не учитывать кинетические эффекты, характерные для газов низкой плотности.

Таблица 1. Параметры стандартной атмосферы

Высота, м	Температура, К	Скорость звука, м/с	Давление, Па	Плотность, кг/м ³
0	288,2	340,3	101330	1,225
500	284,9	338,4	95464	1,1673
1000	281,7	336,4	89877	1,1117
5000	255,7	320,6	54052	0,7365
10000	223,3	299,6	26500	0,4135
20000	216,7	295,1	5529	0,0889
30000	226,5	301,6	1190	0,0184
40000	250,4	317,2	287	0,004
50000	270,7	329,8	80	0,00103
60000	247	315,1	22	0,00031
70000	217,4	295,6	4,62	0,000074
80000	198,6	282,5	1	0,00002
100000	196,6	281,1	0,03	0,00000055
120000	334,42	366,6	0,00266	0,0000000244

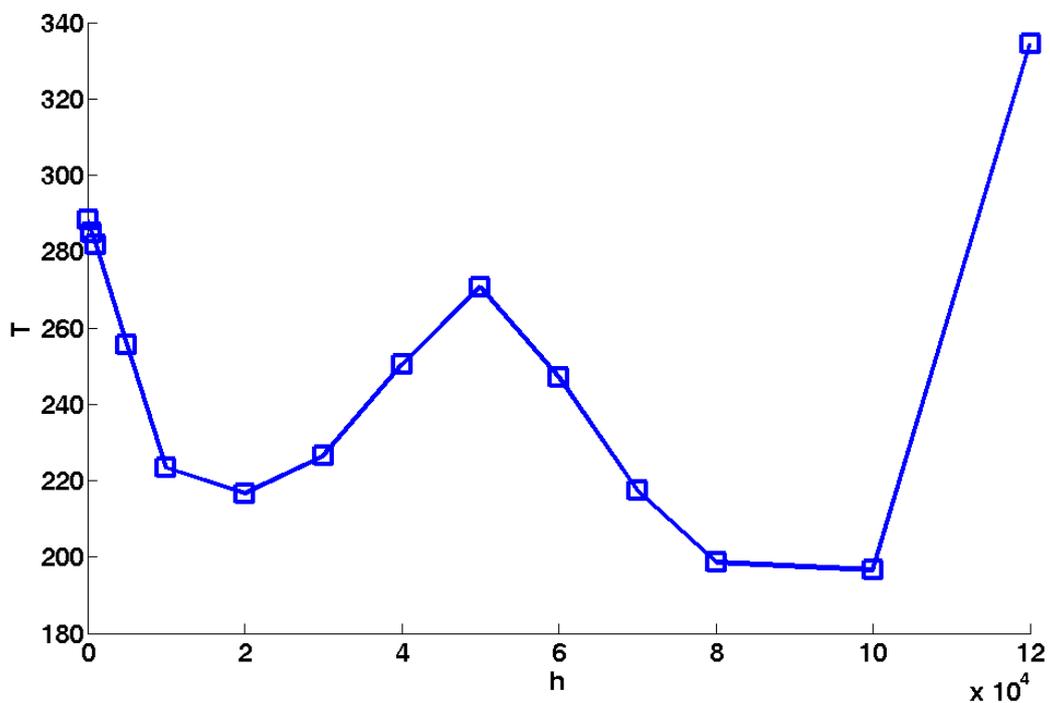


Рис. 2.1. Распределение скорости звука c , м/с в атмосфере Земли в зависимости от высоты атмосферы h , м

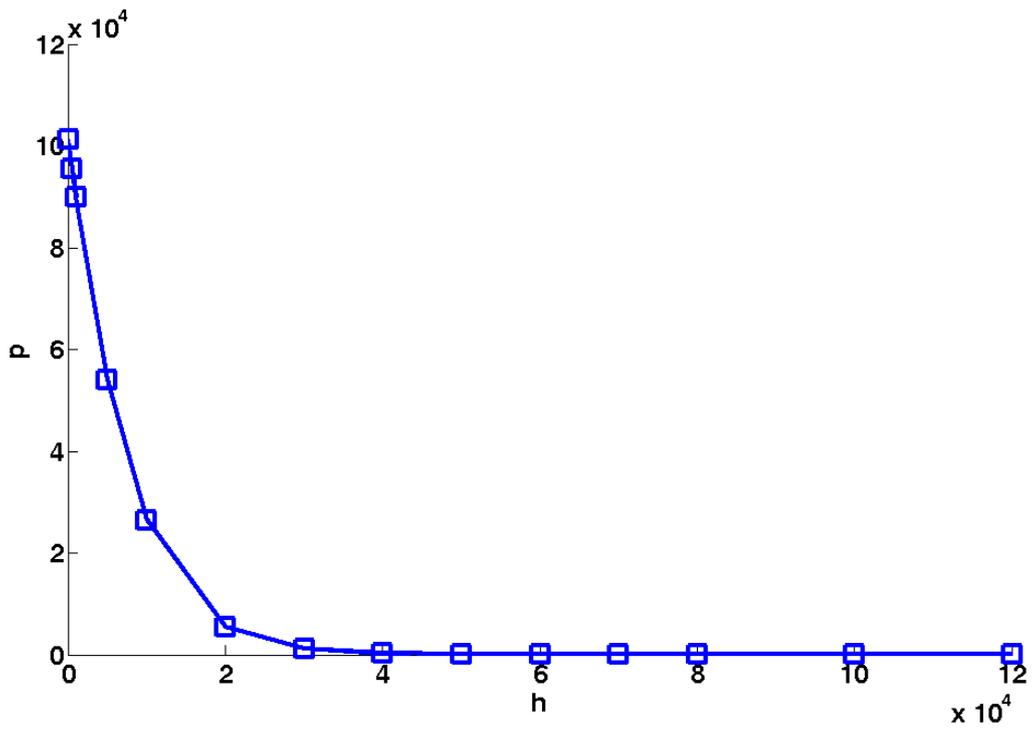


Рис. 2.2. Распределение давления p , Па в атмосфере Земли в зависимости от высоты атмосферы h , м

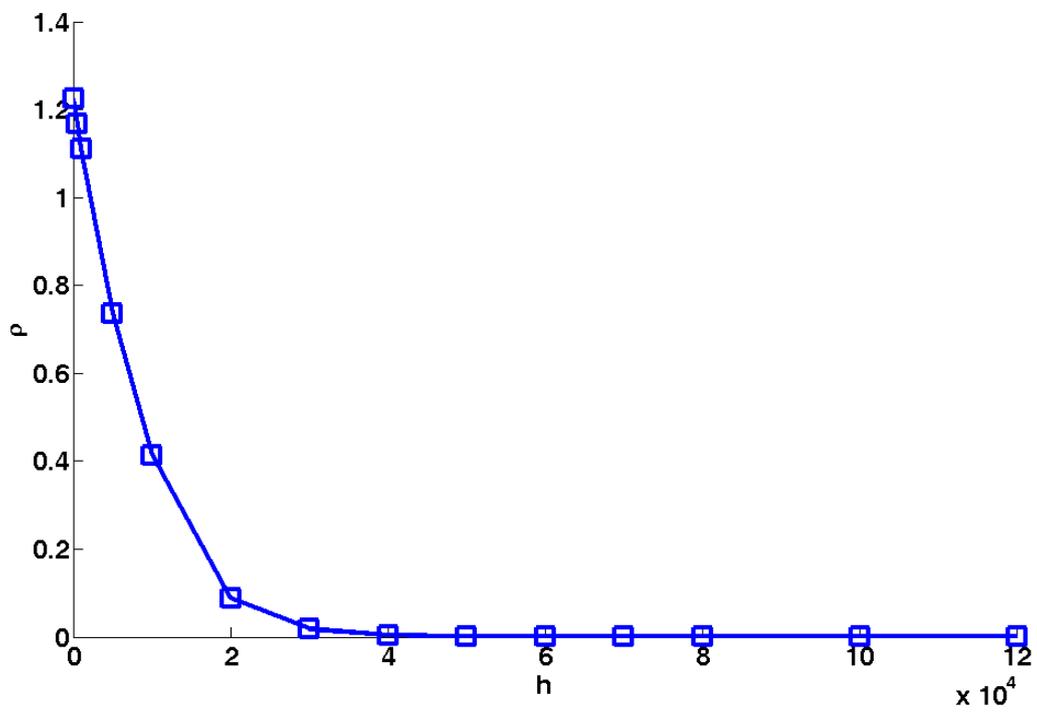


Рис. 2.3. Распределение плотности ρ , кг/м³ в атмосфере Земли в зависимости от высоты атмосферы h , м

2.2. Безотражательное распространение акустических волн в стандартной атмосфере Земли

Исследование распространения волновых возмущений в земной атмосфере представляет собой обычно довольно сложную задачу, поскольку ее параметры изменяются с высотой. Для неизотермических моделей атмосферы с близким к реальному распределению температуры, обычно не удается получить аналитических решений волнового уравнения. Исключение составляет исследование коротких акустических волн, для которых справедливо приближение ВКБ (геометрической акустики) [13]. Особо следует отметить работу [44], в которой получены аналитические решения для акустико-гравитационных волн в неизотермическом слое с реалистичным изменением температуры.

Поэтому в большинстве случаев распространение волновых возмущений в земной атмосфере исследовалось численно. Земная атмосфера в большинстве работ представлялась набором плоскопараллельных слоев, в каждом из которых атмосфера считалась изотермической [119]. В последнее время проводятся расчеты акустико-гравитационных волн в земной атмосфере путем непосредственного численного интегрирования исходных уравнений гидродинамики [4]. Результаты всех этих работ указывают на то, что акустико - гравитационные волны относительно свободно проходят через земную атмосферу. Вместе с тем, в этих работах нет ответа на вопрос, почему в атмосфере, параметры которой существенно неоднородны, а градиенты температуры значительны, возможно слабое отражение волн?

Ответ на этот вопрос может быть связан с возможностью аппроксимации реального распределения параметров земной атмосферы безотражательными профилями.

Для анализа возможности безотражательного вертикального распространения акустических волн в сильно неоднородной атмосфере Земли используется модель стандартной атмосферы Земли [2], которая содержит усредненные вертикальные распределения физических параметров атмосферы. Рассмотрим распределение скорости звука в стандартной атмосфере Земли на высотах от 0

до 120 км, при которых атмосферу можно считать состоящей из идеального неионизированного газа, а вертикальное распространение акустических волн описывается волновым уравнением, которое может быть записано для вертикальной скорости газа (1.38) и производной вертикальной скорости газа (1.39). Безотражательными профилями, полученными из уравнений (1.38) и (1.39), аппроксимируем распределение скорости звука в атмосфере Земли.

Сначала рассмотрим первый класс безотражательных профилей, исследованный в разделе 1.3, который удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению (1.66):

$$\frac{d^2 u^2}{dh^2} - \frac{1}{4u^2} \left(\frac{du^2}{dh} \right)^2 + \frac{1}{u^2} = \beta, \quad (2.2)$$

где u – безразмерная скорость звука, h – безразмерная высота атмосферы, β – произвольная константа.

Критерием подбора аппроксимирующих профилей скорости звука является наименьший набор профилей, обеспечивающий минимальность отклонений профилей от модельного распределения скорости звука при равенстве значений скорости звука в точке сшивки. и малости разности производных скорости звука слева и справа от данной граничной точки.

Наилучшая аппроксимация скорости звука в атмосфере Земли безотражательными профилями первого класса иллюстрируется на рис. 2.4. Здесь высота нормирована на высоту изотермической атмосферы $H_0 = 8.4$ км и скорость звука на $c_0 = c(0) = 330$ м/сек (оба параметра соответствуют поверхности Земли) по формулам:

$$u = c(z)/c_0, \quad h = z/H_0. \quad (2.3)$$

Наблюдаемое распределение скорости звука в земной атмосфере очень хорошо аппроксимируется четырьмя безотражательными трехпараметрическими профилями вида (1.73), являющимися решением уравнения (2.2):

$$\pm(h + h_0) = \frac{1}{\beta} \sqrt{\beta u^2 + \alpha u + 1} - \frac{\alpha}{2\beta^{3/2}} \ln \left[2\sqrt{\beta(\beta u^2 + \alpha u + 1)} + 2\beta u + \alpha \right], \quad (2.4)$$

с различными значениями параметров h_0 , α и β .

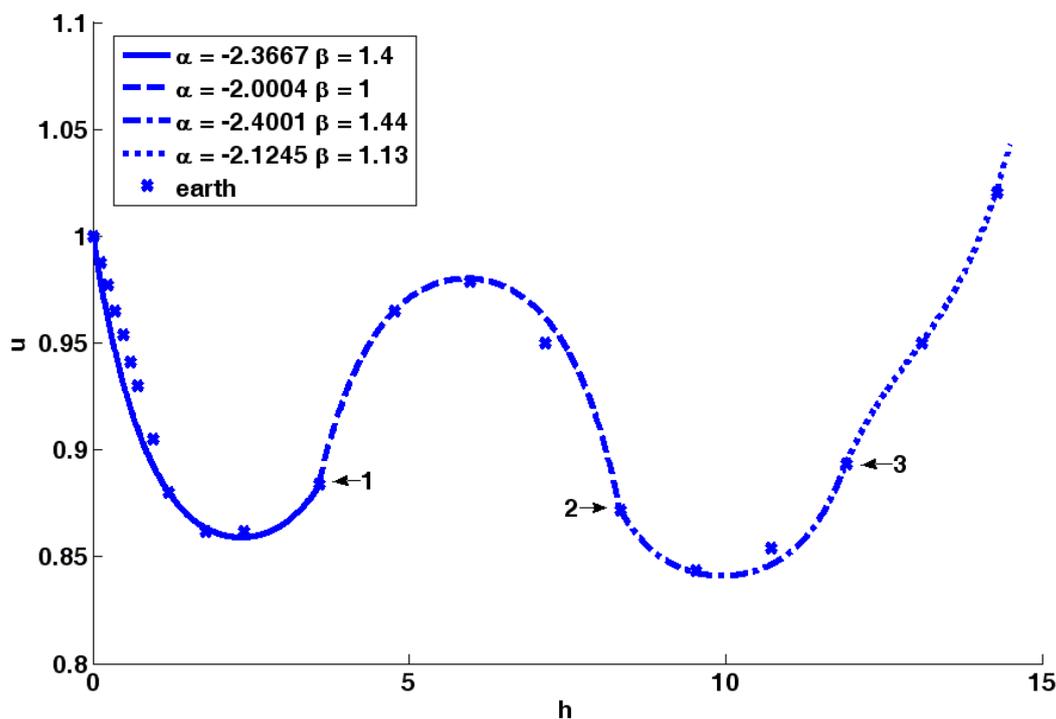


Рис. 2.4. Аппроксимация профиля скорости звука в стандартной атмосфере Земли безотражательными профилями 1го класса

Если в точках сшивки 1 и 2 заметен скачок градиента скорости звука, то в точке 3 фактически происходит скачок второй производной. Малость скачков градиента скорости звука на границах безотражательных слоев свидетельствует о малости отражения волновой энергии и эффективному проникновению волн в верхнюю атмосферу.

Аппроксимация скорости звука в атмосфере Земли тем же количеством безотражательных профилей скорости звука второго класса, описываемых уравнением (1.89):

$$\frac{d^2u}{dh^2} - \frac{1}{2u} \left(\frac{du}{dh} \right)^2 - \frac{2}{u^2} \frac{du}{dh} - \frac{1}{2u^3} = -\frac{\beta}{2u}, \quad (2.5)$$

представлена на рис. 2.5.

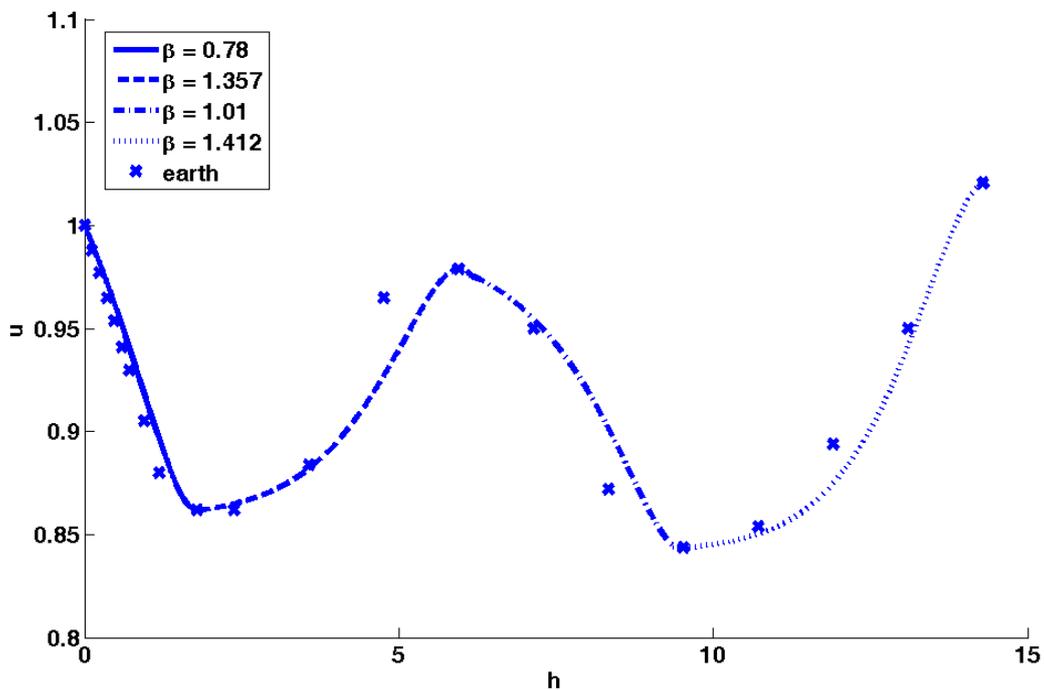


Рис. 2.5. Аппроксимация профиля скорости звука в стандартной атмосфере Земли безотражательными профилями 2го класса

Для оценки ошибок аппроксимации скорости звука безотражательными профилями первого и второго класса, были вычислены средняя ошибка аппроксимации R , средняя квадратичная ошибка R^2 и максимальная относительная ошибка $R_{m_{ot}}$:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n |u_i - u_i^{ap}|}{\sum_{i=1}^n |u_i|}, \quad (2.6)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n |u_i - u_i^{ap}|^2}{\sum_{i=1}^n |u_i|^2}, \quad (2.7)$$

$$R_{m_ot} = \max_{i=1..n} \left| \frac{u_i - u_i^{ap}}{u_i} \right|, \quad (2.8)$$

где u_i и u_i^{ap} – безразмерные значение скорости звука в стандартной атмосфере Земли и полученное аппроксимированное значение соответственно в некоторой точке. Значения ошибок с точностью до четвертого знака после запятой приведены в табл. 2.

Таблица 2. Ошибки аппроксимации скорости звука в стандартной атмосфере Земли

	R	R^2	R_{m_ot}
1й класс	0,0078	0,0001	0,0231
2й класс	0,0095	0,0002	0,0384

Как видно из табл. 2, обе аппроксимации удовлетворительны, так как средние ошибки аппроксимации не превышают 1%, а максимальная ошибка составляет всего 4%. В то же время ошибка при аппроксимации стандартной атмосферы Земли четырьмя безотражательными профилями скорости звука первого класса меньше, чем во втором случае и визуально экспериментальные точки ближе к аппроксимационной кривой. Именно поэтому далее для анализа акустических волн в земной атмосфере будут использоваться профили скорости звука первого класса.

2.3. Коэффициенты отражения и прохождения акустической волны через безотражательную атмосферу Земли

Для аппроксимации стандартной атмосферы Земли безотражательными профилями скорости звука первого класса рассмотрим более подробно трансформацию монохроматической волны на границах сшивки безотражательных профилей. Граничные условия на границе выражают непрерывность вертикальной скорости движения газа и давления:

$$[V]_{-}^{+} = 0, [p]_{-}^{+} = 0, \quad (2.9)$$

где $[\]_{-}^{+}$ означает разность величин по обе стороны скачка. Используя выражения для вертикальной скорости звука (1.79):

$$V = -\frac{1}{\omega^2} \left[c^2(z) \frac{\partial \chi}{\partial z} - \gamma g \chi \right], \quad (2.10)$$

и волновой составляющей давления (1.80):

$$p' = \frac{i\rho_0}{\omega^3} \left[g c^2(z) \frac{\partial \chi}{\partial z} - (\gamma g^2 - \omega^2 c^2(z)) \chi \right], \quad (2.11)$$

условия (2.9) сводятся к

$$[\chi]_{-}^{+} = 0, \left[\frac{\partial \chi}{\partial z} \right]_{-}^{+} = 0. \quad (2.12)$$

Согласно (1.76):

$$\chi(t, z) = \frac{G}{\sqrt{c(z)}} \exp\left[\int \frac{dz}{2H(z)}\right] \exp\left[i\left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)}\right)\right], \quad (2.13)$$

распространение акустической волны в слое j (за исключением последнего), может быть представлено в виде суммы падающей (прошедшей, в зависимости от слоя) и отраженной волн:

$$\begin{aligned} \chi_j = & \frac{B_j}{\sqrt{c(z)}} \exp\left[\int \frac{dz}{2H(z)}\right] \exp\left[i\left(\omega t - K_j \int \frac{dz}{c(z)}\right)\right] + \frac{D_j}{\sqrt{c(z)}} \exp\left[\int \frac{dz}{2H(z)}\right] \times \\ & \times \exp\left[i\left(\omega t + K_j \int \frac{dz}{c(z)}\right)\right], \end{aligned} \quad (2.14)$$

где B_j, D_j – парциальные амплитуды падающей (или прошедшей) и отраженных волн соответственно.

Тогда выражения для производной функции $\chi(z, t)$ в слое j записываются как:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial z} \Big|_j = & \frac{B_j}{2c^{3/2}(z)} \left[\frac{\gamma g}{c(z)} - \frac{dc}{dz} - 2iK_j \right] \exp\left[\int \frac{dz}{2H(z)}\right] \exp\left[i\left(\omega t - K_j \int \frac{dz}{c(z)}\right)\right] + \\ & + \frac{D_j}{2c^{3/2}(z)} \left[\frac{\gamma g}{c(z)} - \frac{dc}{dz} + 2iK_j \right] \exp\left[\int \frac{dz}{2H(z)}\right] \cdot \exp\left[i\left(\omega t + K_j \int \frac{dz}{c(z)}\right)\right]. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Распределение скорости звука в стандартной атмосфере Земли аппроксимировано четырьмя безотражательными профилями и имеет три точки сшивки (раздел 2.2), условно разделяющие атмосферу на 4 слоя. Волновое поле в слоях с первого по третий для функции $\chi(z, t)$ и её производной описываются формулами (2.14) и (2.15). В четвертом слое в обоих выражениях отсутствует второе

слагаемое, т.к. в этом слое нет отраженной волны, а есть только прошедшая волна. На границе соседних слоев, скорость звука $c(z)$ остается непрерывной в точке сшивки безотражательных профилей, в то время как ее производная dc/dz – разрывная и имеет различные значения по разные стороны границы. Подставляя формулы (2.14)-(2.15) в условия (2.12) и считая, для удобства, что точка сшивки 1 находится в точке $z = z_0 = 0$, точка 2 – в $z = z_1$, 3 – в $z = z_2$, получим соотношения на коэффициенты падающей, отраженной и прошедшей волн на всех слоях:

$$B_1 + D_1 - B_2 - D_2 = 0, \quad (2.16)$$

$$B_1 \left[\frac{\gamma g}{c(z_0)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{0-0} - 2iK_1 \right] + D_1 \left[\frac{\gamma g}{c(z_0)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{0-0} + 2iK_1 \right] -$$

$$- B_2 \left[\frac{\gamma g}{c(z_0)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{0+0} - 2iK_2 \right] - D_2 \left[\frac{\gamma g}{c(z_0)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{0+0} + 2iK_2 \right] = 0, \quad (2.17)$$

$$B_2 \exp(-iK_2 \tau_1) + D_2 \exp(iK_2 \tau_1) - B_3 \exp(-iK_3 \tau_1) - D_3 \exp(iK_3 \tau_1) = 0, \quad (2.18)$$

$$B_2 \left[\frac{\gamma g}{c(z_1)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} - 2iK_2 \right] \exp(-iK_2 \tau_1) + D_2 \left[\frac{\gamma g}{c(z_1)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} + 2iK_2 \right] \times$$

$$\times \exp(iK_2 \tau_1) - B_3 \left[\frac{\gamma g}{c(z_1)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} - 2iK_3 \right] \exp(-iK_3 \tau_1) -$$

$$- D_3 \left[\frac{\gamma g}{c(z_1)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} + 2iK_3 \right] \exp(iK_3 \tau_1) = 0, \quad (2.19)$$

$$B_3 \exp(-iK_3\tau_2) + D_3 \exp(iK_3\tau_2) - B_4 \exp(-iK_4\tau_2) = 0, \quad (2.20)$$

$$B_3 \left[\frac{\gamma g}{c(z_2)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_2-0} - 2iK_3 \right] \exp(-iK_3\tau_2) + D_3 \left[\frac{\gamma g}{c(z_2)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_2-0} + 2iK_3 \right] \times \\ \times \exp(iK_3\tau_2) - B_4 \left[\frac{\gamma g}{c(z_2)} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_2+0} - 2iK_4 \right] \exp(-iK_4\tau_2) = 0, \quad (2.21)$$

$$\text{где } \tau_1 = \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{c(z)}, \quad \tau_2 = \int_{z_0}^{z_2} \frac{dz}{c(z)}.$$

Подставляя выражение для B_4 из формулы (2.20) в формулу (2.21) и проводя преобразования, получаем значение коэффициента отражения и прохождения, разделяющие слои 3 и 4:

$$R_{34} = \frac{D_3}{B_3} = \frac{\frac{dc}{dz} \Big|_{z_2-0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_2+0} + 2i(K_3 - K_4)}{\frac{dc}{dz} \Big|_{z_2+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_2-0} + 2i(K_3 + K_4)} \exp(-2iK_3\tau_2), \quad (2.22)$$

$$T_{34} = \frac{B_4}{B_3} = \frac{4iK_3}{\frac{dc}{dz} \Big|_{z_2+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_2-0} + 2i(K_3 + K_4)} \exp(-i\tau_2(K_3 - K_4)). \quad (2.23)$$

Используя полученные выражения и уравнения (2.16) – (2.19), получаем коэффициенты отражения R_{23} и прохождения T_{23} , T_{12} сквозь соседние слои атмосферы и коэффициент прохождения через рассматриваемую часть атмосферы Земли T :

$$\begin{aligned}
T_{23} = \frac{B_3}{B_2} = 4iK_2 / & \left[\left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} + 2i(K_2 + K_3) \right] \exp(-i(K_3 - K_2)\tau_1) + \right. \\
& \left. + \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} + 2i(K_2 - K_3) \right] R_{34} \exp(i(K_3 + K_2)\tau_1) \right], \quad (2.24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{23} = \frac{D_2}{B_2} = & \left[\left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} + 2i(K_2 - K_3) \right] \exp(-i(K_3 + K_2)\tau_1) + \right. \\
& \left. + \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} + 2i(K_2 + K_3) \right] R_{34} \exp(i(K_3 - K_2)\tau_1) \right] / \\
& / \left[\left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} + 2i(K_2 + K_3) \right] \exp(-i(K_3 - K_2)\tau_1) + \right. \\
& \left. + \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_1+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_1-0} + 2i(K_2 - K_3) \right] R_{34} \exp(i(K_3 + K_2)\tau_1) \right], \quad (2.25)
\end{aligned}$$

$$T_{12} = \frac{B_2}{B_1} =$$

$$= \frac{4iK_1}{\left[\frac{dc}{dz} \Big|_{0+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{0-0} + 2i(K_1 + K_2) \right] + R_{23} B_2 \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{0+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{0-0} + 2i(K_1 - K_2) \right]}, \quad (2.26)$$

$$T = \frac{B_4}{B_1} = \frac{B_2}{B_1} \frac{B_3}{B_2} \frac{B_4}{B_3} = T_{12} T_{23} T_{34}. \quad (2.27)$$

Перепишем правые части коэффициентов отражения и прохождения (2.22)-(2.26) в безразмерном виде:

$$R_{34} = \frac{D_3}{B_3} = \frac{\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_2-0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_2+0} + i(l_3 - l_4)}{\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_2+0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_2-0} + i(l_3 + l_4)} \exp(-il_3 r_2), \quad (2.28)$$

$$T_{34} = \frac{B_4}{B_3} = \frac{2il_3}{\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_2+0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_2-0} + i(l_3 + l_4)} \exp(-ir_2(l_3 - l_4)/2). \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} R_{23} = \frac{D_2}{B_2} = & \left[\left[\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1-0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1+0} + i(l_2 - l_3) \right] \exp(-i(l_3 + l_2)r_1/2) + \right. \\ & \left. + \left[\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1-0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1+0} + i(l_2 + l_3) \right] R_{34} \exp(i(l_3 - l_2)r_1/2) \right] / \\ & / \left[\left[\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1+0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1-0} + i(l_2 + l_3) \right] \exp(-i(l_3 - l_2)r_1/2) + \right. \\ & \left. + \left[\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1+0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1-0} + i(l_2 - l_3) \right] R_{34} \exp(i(l_3 + l_2)r_1/2) \right], \quad (2.30) \end{aligned}$$

$$T_{23} = \frac{B_3}{B_2} = 2il_2 / \left[\left[\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1+0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_1-0} + i(l_2 + l_3) \right] \exp(-i(l_3 - l_2)r_1/2) + \right.$$

$$+ \left[\frac{du}{dh} \Big|_{h_1+0} - \frac{du}{dh} \Big|_{h_1-0} + i(l_2 - l_3) \right] R_{34} \exp(i(l_3 + l_2)r_1/2), \quad (2.31)$$

$$T_{12} = \frac{B_2}{B_1} =$$

$$= \frac{2il_1}{\left[\frac{du}{dh} \Big|_{0+0} - \frac{du}{dh} \Big|_{0-0} + i(l_1 + l_2) \right] + R_{23} \left[\frac{du}{dh} \Big|_{0+0} - \frac{du}{dh} \Big|_{0-0} + i(l_1 - l_2) \right]}. \quad (2.32)$$

Здесь $l = K / \omega_0$, $l = \pm \sqrt{\sigma^2 - \beta}$, $\sigma = \omega / \omega_0$, $r = 2\tau\omega_0$, $r_1 = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{u(h)}$, $r_2 = \int_{h_0}^{h_2} \frac{dh}{u(h)}$.

Найдем коэффициент прохождения волны через атмосферу Земли на высотах от 0 до 120 км в случае аппроксимации стандартной атмосферы Земли безотражательными профилями первого класса (рис. 2.4). Данные высоты выбраны потому, что именно в этом слое в основном и наблюдаются акустические волны, при этом влиянием электромагнитных факторов еще можно пренебрегать [14]. Результат вычисления коэффициентов прохождения демонстрируется на рис. 2.6 и более крупно на рис. 2.7.

Как видно из рис. 2.6, коэффициент прохождения T для выбранной аппроксимации атмосферы Земли достаточно быстро стремится к значению 1, что свидетельствует о безотражательном прохождении волн через атмосферу. График для коэффициента прохождения T_{23} говорит о том, что в третьем слое, на высотах от 70 до 100 км, акустическая волна испытывает сильный резонанс.

На рис. 2.7 видны эффекты вторичных отражений волн от границ слоев, они соответствуют не монотонному возрастанию графиков коэффициентов прохождения.

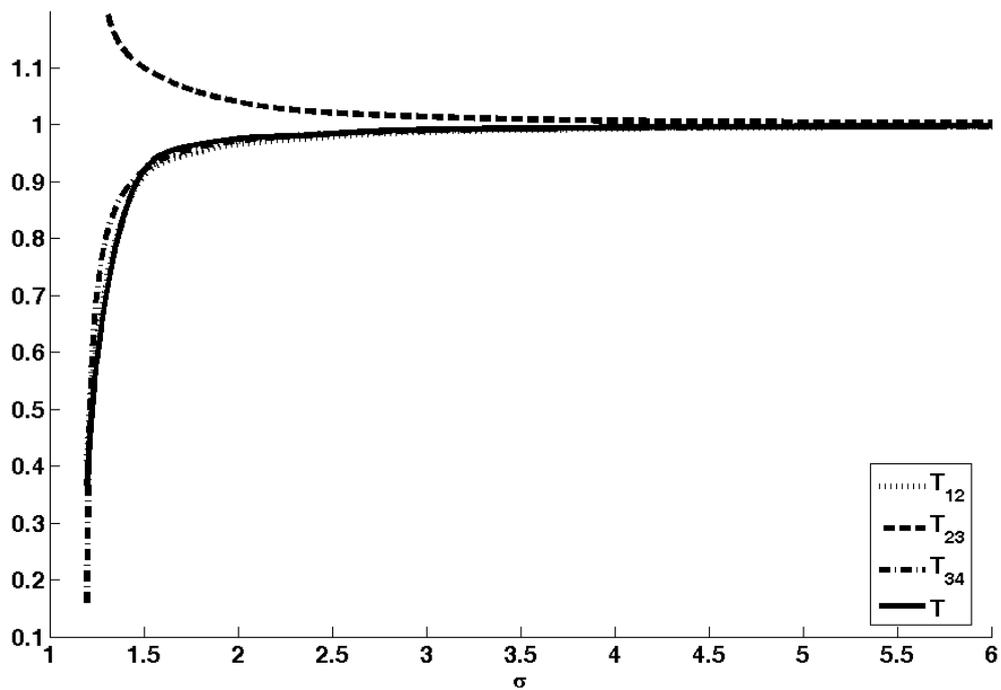


Рис. 2.6. Коэффициенты прохождения акустической волны через Стандартную Атмосферу Земли

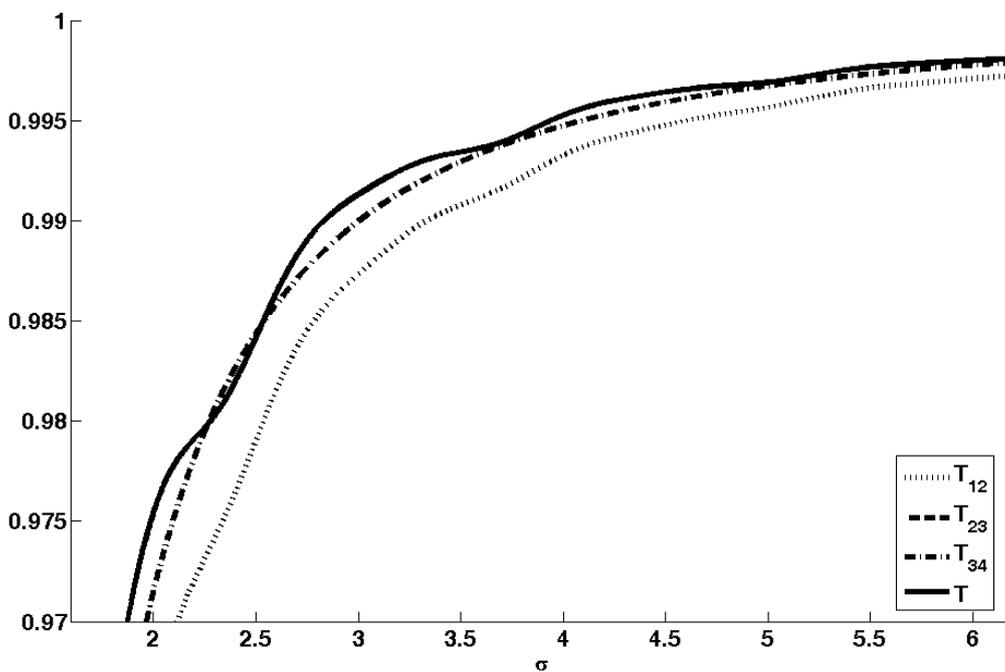


Рис. 2.7. Коэффициенты прохождения акустической волны через Стандартную Атмосферу Земли (увеличенный масштаб)

Рассмотрим теперь энергетические коэффициенты прохождения волны. Как уже отмечалось, потери энергии могут происходить только в точках 1, 2, и 3 рис. 2.4, но никак на самих безотражательных слоях.

При распространении волны через границу js энергетический коэффициент прохождения волны будет определяться коэффициентом

$$Q_{js} = \frac{\Pi_s}{\Pi_j} = \frac{l_s |T_{js}|^2}{l_j}, \quad (2.33)$$

где Π_j - поток энергии волны в слое j , определенный выражением (1.87).

Для оценки потока энергии, проходящего через все три границы слоев безотражательных профилей, необходимо вычислить коэффициент прохождения Q :

$$Q = \frac{l_4 |T|^2}{l_1}, \quad (2.34)$$

либо перемножить величины (2.33)

$$Q = Q_{12}Q_{23}Q_{34}. \quad (2.35)$$

На рис. 2.8 и 2.9 представлены графики функций Q_{js} и Q в зависимости от безразмерной частоты σ . Как следует из рис. 2.8, практически для всех волн с $\sigma > 1.5$, что соответствует периодам волн меньших 200 сек., земная атмосфера прозрачна. Кривая зависимости энергетического коэффициента прохождения является не совсем монотонной, и слабый резонанс, связанный с отражениями на границах разделов слоев, проявляется и в энергетическом коэффициенте прохождения (рис. 2.9).

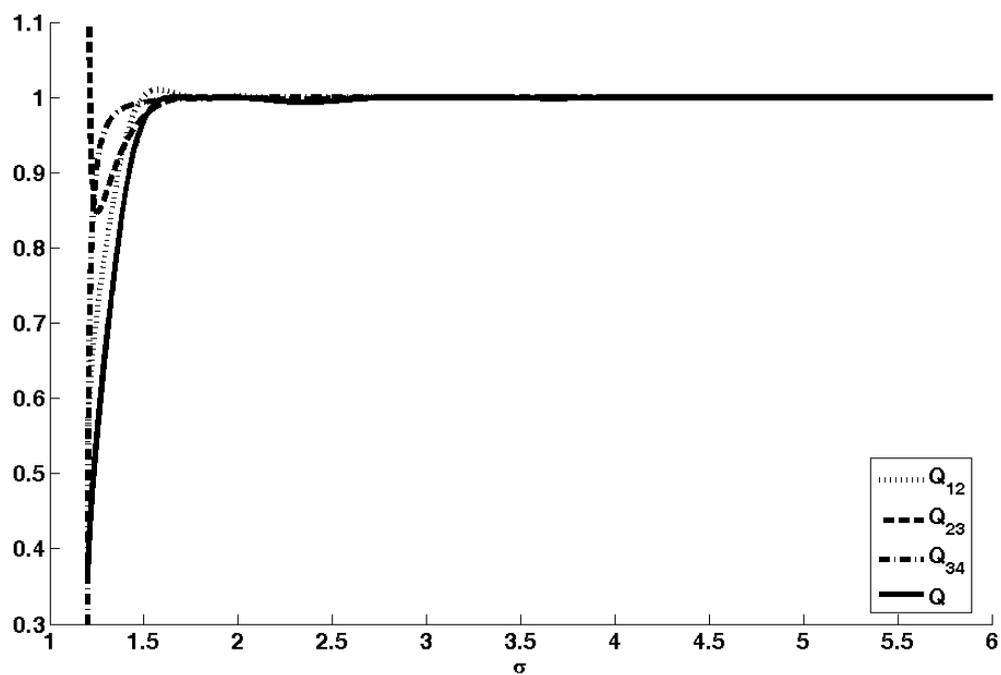


Рис. 2.8. Энергетические коэффициенты прохождения акустической волны через стандартную атмосферу Земли

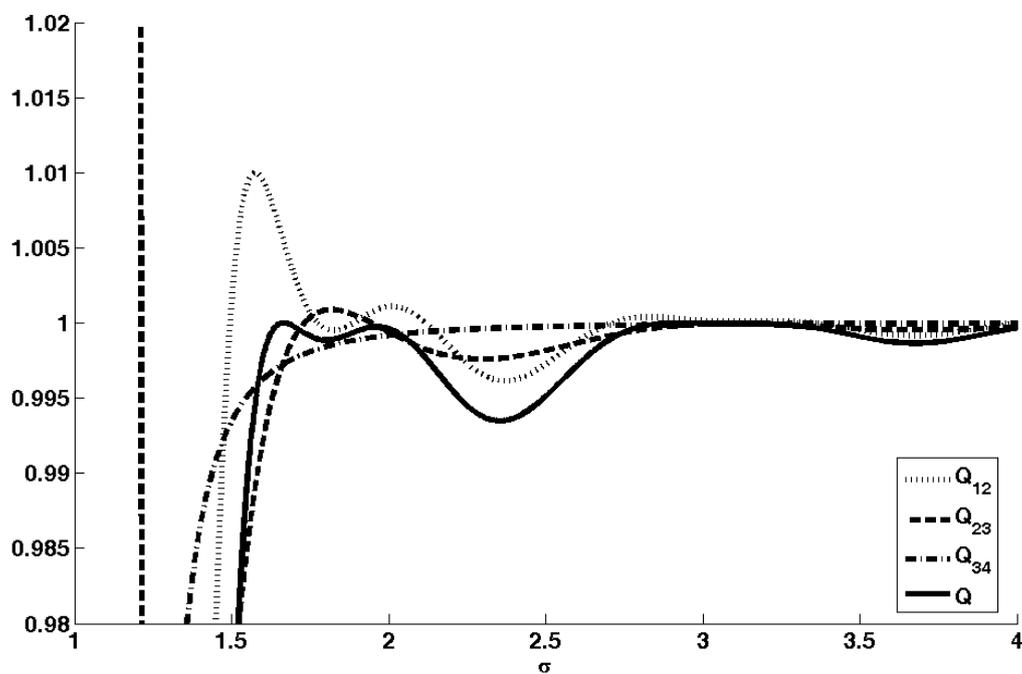


Рис. 2.9. Энергетические коэффициенты прохождения акустической волны через стандартную атмосферу Земли (увеличенный масштаб)

Следует отметить, что акустико – гравитационные волны с подобными периодами наблюдались в ионосфере непосредственно над эпицентрами землетрясений [14], а также после запусков космических кораблей и ракет и мощных взрывов [21, 30, 1].

Те же выводы, что земная атмосфера практически прозрачна для всех волн с $\sigma > 1.5$, можно сделать и из рис. 2.10.

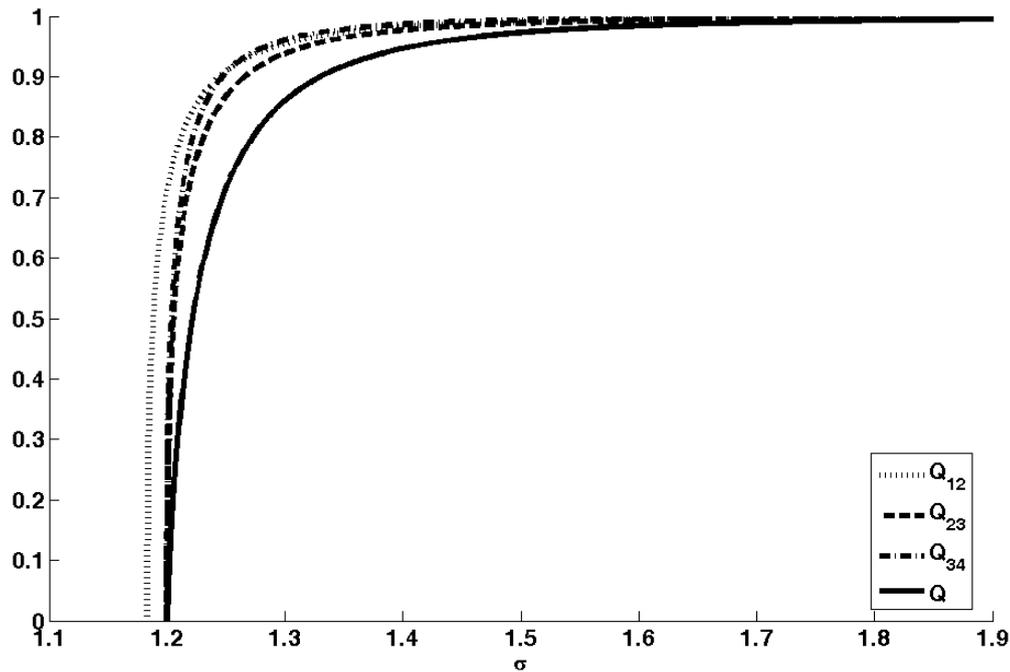


Рис. 2.10. Энергетические коэффициенты прохождения волны через атмосферу Земли без учета вторичных отражений волн от границ слоев

На рис. 2.10 энергетические коэффициенты прохождения волны через атмосферу Земли приведены без учета вторичных отражений волн от границ слоев, когда коэффициенты прохождения через соседние слои j и s вычисляются по формуле:

$$T_{js} = \frac{2il_j}{\left[\frac{du}{dh} \Big|_{js+0} - \frac{du}{dh} \Big|_{js-0} + i(l_j + l_s) \right]}, \quad (2.36)$$

а выражения для коэффициента прохождения T (2.27) и энергетических коэффициентов прохождения (2.33)-(2.35) остаются прежними. Это еще раз свидетельствует о слабости отражения на границах слоев.

То есть, учет вторичных отражений важен для частот $\sigma < 1.5$ и, как следует из рис. 2.9, для некоторого диапазона частот в случае $\sigma > 1.5$.

Таким образом, доказывается, что земная атмосфера имеет параметры, близкие к безотражательным, что и объясняет хорошее проникновение волн в верхние слои, наблюдаемое в природе и в численных экспериментах.

2.4 Распространение импульсов в сильно неоднородной безотражательной атмосфере

Во многих случаях источниками акустических волн в верхней атмосфере являются импульсные источники (наземные взрывы, запуски ракет). Поэтому актуальным является решение задачи о распространении волн от источников произвольной формы и длительности в атмосфере с безотражательным профилем. В книге [18] рассмотрена задача о возбуждении акустико-гравитационных волн точечным импульсным источником. Для изотермической атмосферы получены аналитические решения. В случае неизотермических атмосфер для импульсных источников различной длительности исследования проводились, в основном, с помощью численных методов [43, 120, 5, 3, 14].

Исследуем волновое поле вертикальных акустических волн, создаваемое Гауссовым импульсом в атмосфере с безотражательным профилем скорости звука первого класса.

Перепишем формулу (1.76) в виде:

$$\chi(z, t) = \frac{G}{\sqrt{c(z)}} \exp \left[\int_{z_0}^z \frac{dz}{2H(z)} \right] \exp \left[i \left(\omega t - K \int_{z_0}^z \frac{dz}{c(z)} \right) \right], \quad (2.37)$$

где z_0 – начальная точка безотражательного профиля.

Общее решение волнового уравнения (1.43), используя монохроматические решения (2.37), можно записать в виде интеграла Фурье:

$$\tilde{\chi}(h, \tau) = \frac{B(h)}{\sqrt{u}} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\sigma) \exp[i\sigma\tilde{\tau} - il\mu] d\sigma. \quad (2.38)$$

Здесь введены следующие безразмерные величины:

$$h = z/H(z_0), \quad \tilde{\tau} = t\omega_0, \quad u = c(z)/c(z_0), \quad \sigma = \omega/\omega_0, \quad \tilde{\chi} = \chi\sqrt{c(z_0)}/G,$$

$$l = K/\omega_0, \quad \mu = \int_{h_0}^h \frac{dh'}{2u(h')}, \quad B(h) = \exp\left(\int_{h_0}^h \frac{dh'}{2u^2(h')}\right).$$

Множитель $B(h)$ обусловлен изменением с высотой невозмущенной плотности газа; он соответствует известному коэффициенту усилению акустических волн в плавно неоднородной атмосфере. Функция $\Gamma(\sigma)$ – спектральная амплитуда волны, которая определяется граничными условиями возбуждения волны на поверхности Земли.

Запишем выражение для волнового поля на границе $h = 0$ ($u = 1$):

$$\tilde{\chi}(h = h_0, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\sigma) \exp(i\sigma\tau) d\sigma. \quad (2.39)$$

Применяя обратное преобразование Фурье, находим спектральную амплитуду:

$$\Gamma(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{\chi}(\tau) \exp(-i\sigma\tau) d\tau. \quad (2.40)$$

В частности, если возмущение величины χ на границе имеет форму гауссова импульса

$$\tilde{\chi}(\tau) = \tilde{q} \exp(-\tau^2 / 2\theta^2), \quad (2.41)$$

где θ – длительность возмущения в относительных единицах и \tilde{q} амплитуда импульса, то спектральная амплитуда волны равна:

$$\Gamma(\sigma) = \frac{\tilde{q}}{\sqrt{2\pi}} \theta \exp(-\sigma^2 \theta^2 / 2). \quad (2.42)$$

Подставляя (2.42) в (2.38), получаем общее решение волнового уравнения (1.43) для случая возмущения в виде гауссова импульса на границе:

$$\tilde{\chi}(h, \tau) = \frac{\tilde{q} \theta}{\sqrt{2\pi}} \frac{B(h)}{\sqrt{u(h)}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\theta^2 \sigma^2 / 2) \exp[i\sigma\tau - il(\sigma)\mu(h)] d\sigma \quad (2.43)$$

с дисперсионным соотношением

$$l = \sqrt{\sigma^2 - \beta}. \quad (2.44)$$

В (2.43) интеграл берется в пределах $-\infty < \sigma < \infty$, рассмотрим подробно, что в таком случае представляет собой дисперсионное соотношение (2.44).

При положительных значениях параметра β , а именно с такими значениями β будут использованы профили скорости звука ниже, дисперсионное соотношение (2.44) в зависимости от σ принимает следующий вид:

$$l(\sigma) = \begin{cases} \sqrt{\sigma^2 - \beta}, \sigma \geq \sqrt{\beta} \\ -i\sqrt{\beta - \sigma^2}, 0 \leq \sigma < \sqrt{\beta} \\ -i\sqrt{\beta - \sigma^2}, -\sqrt{\beta} < \sigma < 0 \\ -\sqrt{\sigma^2 - \beta}, \sigma \leq -\sqrt{\beta} \end{cases} \quad (2.45)$$

Если бы $l = i\sqrt{\beta - \sigma^2}$ при $0 \leq \sigma < \sqrt{\beta}$, то в (2.43) $\exp(-il(\sigma)) = \exp(\sqrt{\beta - \sigma^2})$, что приводит к возрастанию сигнала. Чтобы этого избежать будем считать, что при изменении частоты в обозначенных пределах, $l = -i\sqrt{\beta - \sigma^2}$. Перепишем выражение (2.43):

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}(h, \tau) &= \frac{\tilde{q}\theta}{\sqrt{2\pi}} \frac{B(h)}{\sqrt{u(h)}} \int_{-\infty}^{-\sqrt{\beta}} \exp(-\theta^2 \sigma^2 / 2) \exp\left[i\sigma\tau + i\sqrt{\sigma^2 - \beta}\mu(h)\right] d\sigma + \\ &+ \frac{\tilde{q}\theta}{\sqrt{2\pi}} \frac{B(h)}{\sqrt{u(h)}} \int_{-\sqrt{\beta}}^{\sqrt{\beta}} \exp(-\theta^2 \sigma^2 / 2) \exp\left[i\sigma\tau - \sqrt{\beta - \sigma^2}\mu(h)\right] d\sigma + \\ &+ \frac{\tilde{q}\theta}{\sqrt{2\pi}} \frac{B(h)}{\sqrt{u(h)}} \int_{\sqrt{\beta}}^{\infty} \exp(-\theta^2 \sigma^2 / 2) \exp\left[i\sigma\tau - i\sqrt{\sigma^2 - \beta}\mu(h)\right] d\sigma = \\ &= \frac{2\tilde{q}\theta}{\sqrt{2\pi}} \frac{B(h)}{\sqrt{u(h)}} \int_0^{\sqrt{\beta}} \exp\left[-\theta^2 \sigma^2 / 2 - \sqrt{\beta - \sigma^2}\mu(h)\right] \cos(\sigma\tau) d\sigma + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\sqrt{2\tilde{q}}\theta}{\sqrt{\pi}} \frac{B(h)}{\sqrt{u(h)}} \int_{\sqrt{\beta}}^{\infty} \exp(-\theta^2 \sigma^2/2) \cos[\sigma\tau - \sqrt{\sigma^2 - \beta}\mu(h)] d\sigma. \quad (2.46)$$

Исследуем эволюцию гауссова импульса (2.46) в земной атмосфере. На высотах $0 \leq z \leq 40$ км стандартная атмосфера Земли, как было показано в разделе 2.4, хорошо аппроксимируется одним безотражательным профилем первого вида (1.73):

$$\pm(h+h_0) = \frac{1}{\beta} \sqrt{\beta u^2 + \alpha u + 1} - \frac{\alpha}{2\beta^{3/2}} \ln \left[2\sqrt{\beta(\beta u^2 + \alpha u + 1)} + 2\beta u + \alpha \right]. \quad (2.47)$$

На рис. 2.11 представлен график функции $u = u(h)$, заданной неявным уравнением (2.47) для параметров $\alpha = -2,3667$, $\beta = 1,4$.

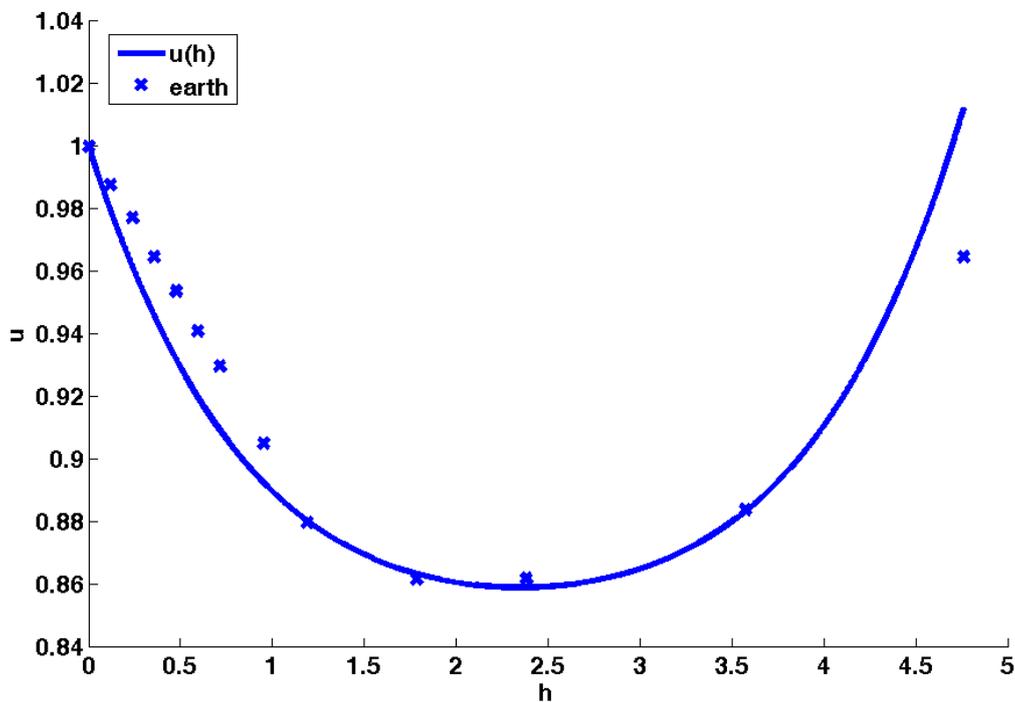


Рис. 2.11. Аппроксимация профиля звука в Стандартной атмосфере Земли одним безотражательным профилем

Знак $-$ в (2.47) соответствует левой от точки минимума ветви кривой, а знак плюс $+$ – правой. Значения постоянных h_0 для левой и правой ветвей подобраны так, чтобы в точки минимума функции и слева и справа были одинаковыми. Легко показать, что в этом случае в точке сопряжения ветвей (т.е. в точке минимума функции $u(z)$) левые и правые производные всех порядков совпадают и, следовательно, представленный на рис. 2.11 график является единой непрерывной кривой. Для сравнения точками на рис. 2.11 нанесены значения относительной скорости звука $u = c(z)/c(z_0)$ для стандартной атмосферы Земли.

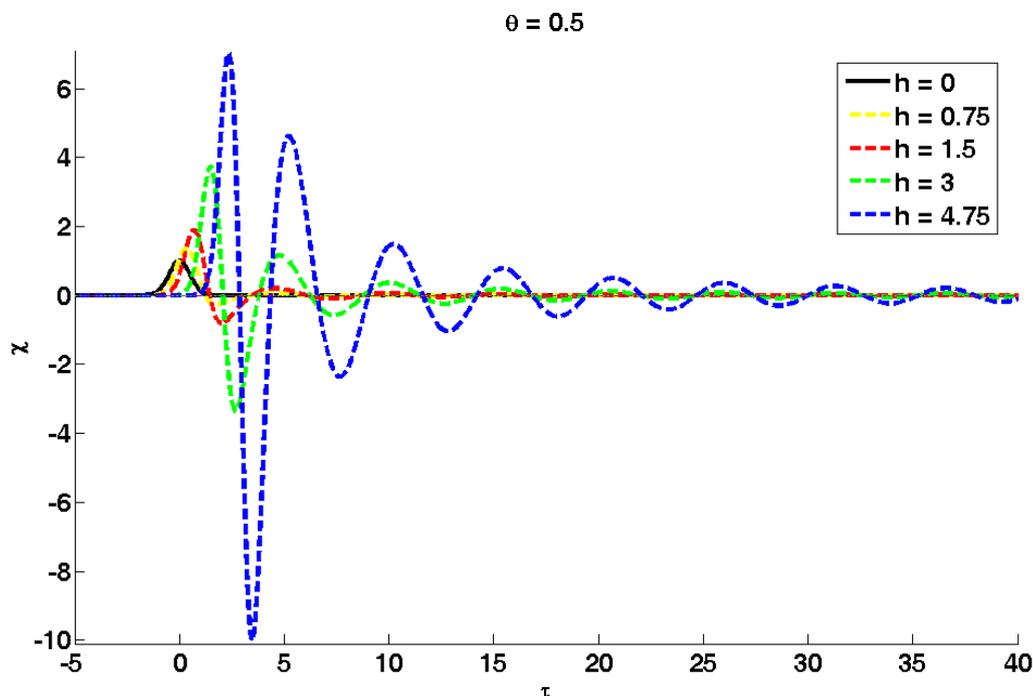
Оценим параметр $\theta = \delta\omega_0$, где δ – характерное время действия импульсного источника. При $\delta \rightarrow 0$ источник становится точечным. На атмосферу Земли оказывают возмущения как природного происхождения (вулканы, землетрясения, сейши, цунами и т.д.) так и воздействия, связанные с деятельностью человека (подземные и надземные взрывы, запуски ракет и космических кораблей и др.). Характерная длительность действия как природных, так и антропогенных источников изменяется в очень широких пределах – от сотых и тысячных долей секунды при возбуждении атмосферы аэродинамическим шумом при извержении вулканов [50], до секунд при землетрясениях или взрывах [14]. Такие источники можно считать близкими к точечным. Существуют также длительные возмущения, характерное время которых изменяется от нескольких десятков секунд (например, возмущения, связанные с волнами Рэлея, возникающие при землетрясениях [31, 5] и запусками ракет [6]) до нескольких часов (генерация атмосферных волн волнами цунами, сейшами, температурным нагревом приземного слоя, а также длинноволновыми возмущениями, соответствующим землетрясениям [23]).

Рис. 2.12 (а - в) демонстрирует профиль волны, определенной формулой (2.43), от источника Гауссовой формы с параметрами $\tilde{q} = 1$ и $\theta = 0,5$, $\theta = 1$, $\theta = 1,5$ в зависимости от времени на различных высотах. При этом безразмерные высота и скорость звука связаны соотношением (2.47). Максимум амплитуды волны растет с высотой вследствие уменьшения плотности газа. Диспер-

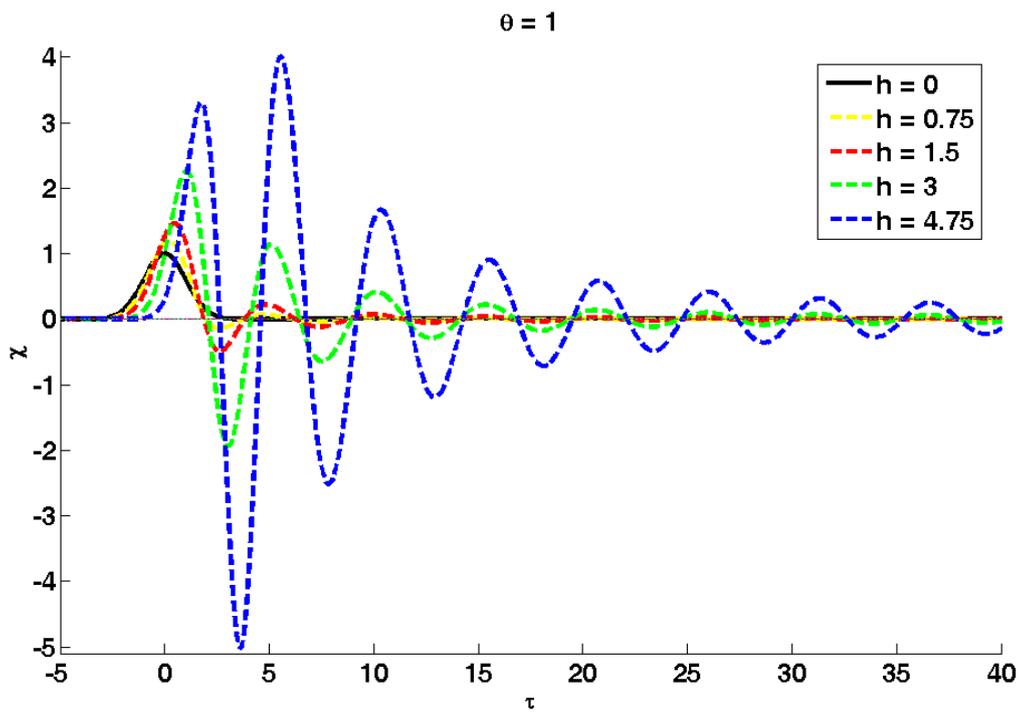
сия приводит к расплыванию волнового пакета с увеличивающимся периодом осцилляций и уменьшением амплитуды.

Форма волны на верхней границе безотражательного профиля в зависимости от длительности импульсного источника показана на рис. 2.13.

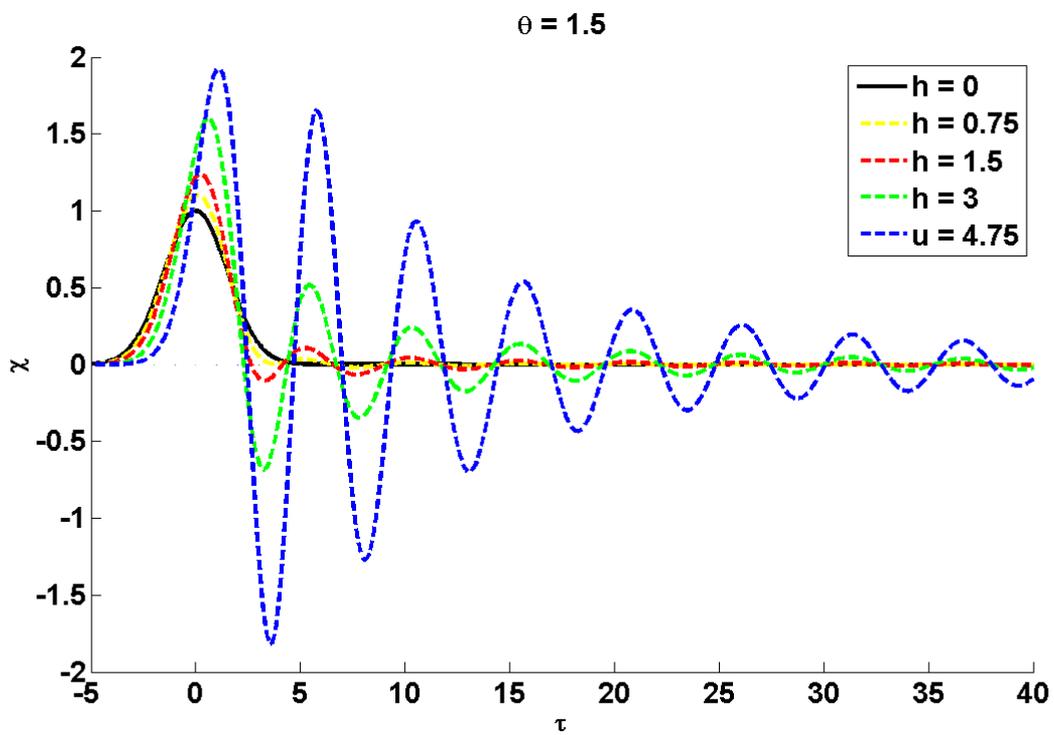
Возмущения от источников, соответствующих значениям параметра $\theta > 3$, распространяются вдоль безотражательного профиля практически без изменения формы. Амплитуда волны при этом не нарастает, как в остальных случаях. Это связано с тем, что основная часть спектра таких источников приходится на не распространяющуюся область частот $-\sqrt{\beta} < \sigma < \sqrt{\beta}$ (рис. 2.14). Сигналы от импульсов меньшей длительности испытывают сильную трансформацию. При $\theta \rightarrow 0$ сигнал состоит из головной волны, имеющей форму гауссового импульса, и, вследствие нераспространения низких частот, отрицательного хвоста с осцилляциями.



a)



б)



в)

Рис. 2.12. Профиль волны на различных высотах в стандартной атмосфере Земли при: а) $\theta = 0,5$, б) $\theta = 1$, в) $\theta = 1,5$

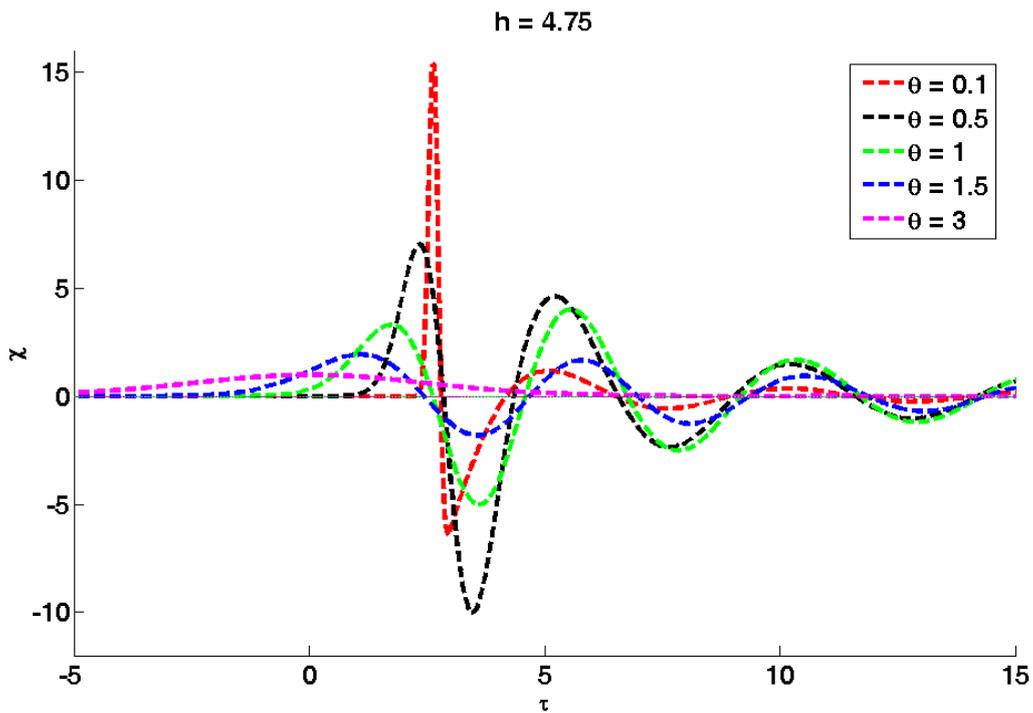


Рис. 2.13. Профиль волны на высоте $h = 4,75$ в стандартной атмосфере Земли в зависимости от длительности импульсного источника

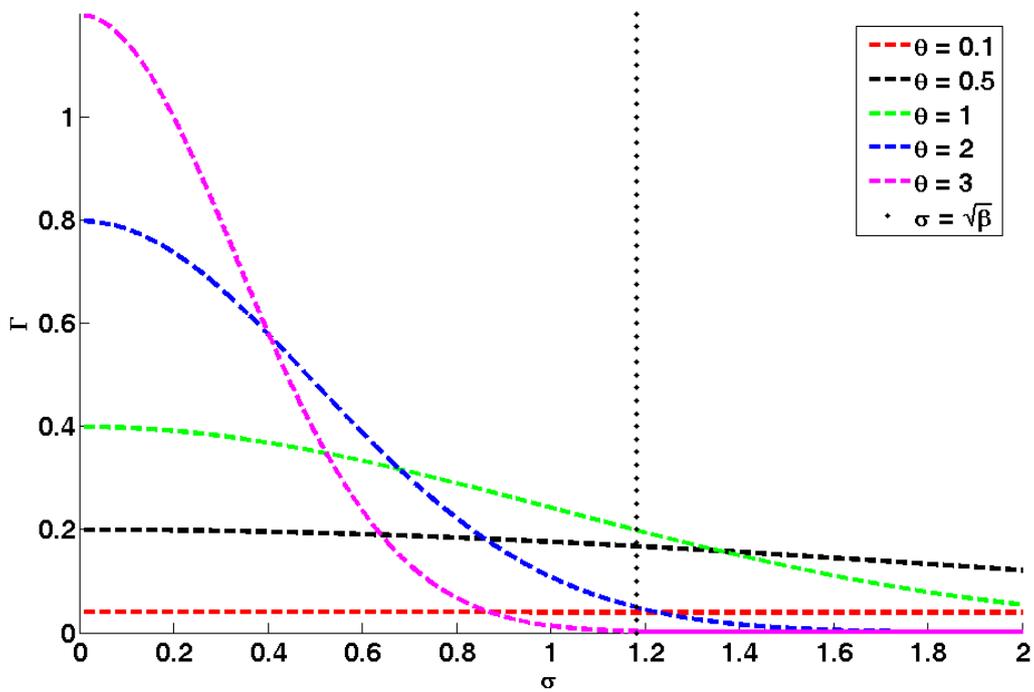


Рис. 2.14. Спектральная плотность гауссового импульса (2.42) в зависимости от его длительности. Вертикальная линия разделяет области распространения и не распространения спектральных компонент

Зависимость амплитуды распространяющегося возмущения в ВКБ-приближении и от источников различной длительности приведена на рис. 2.15.

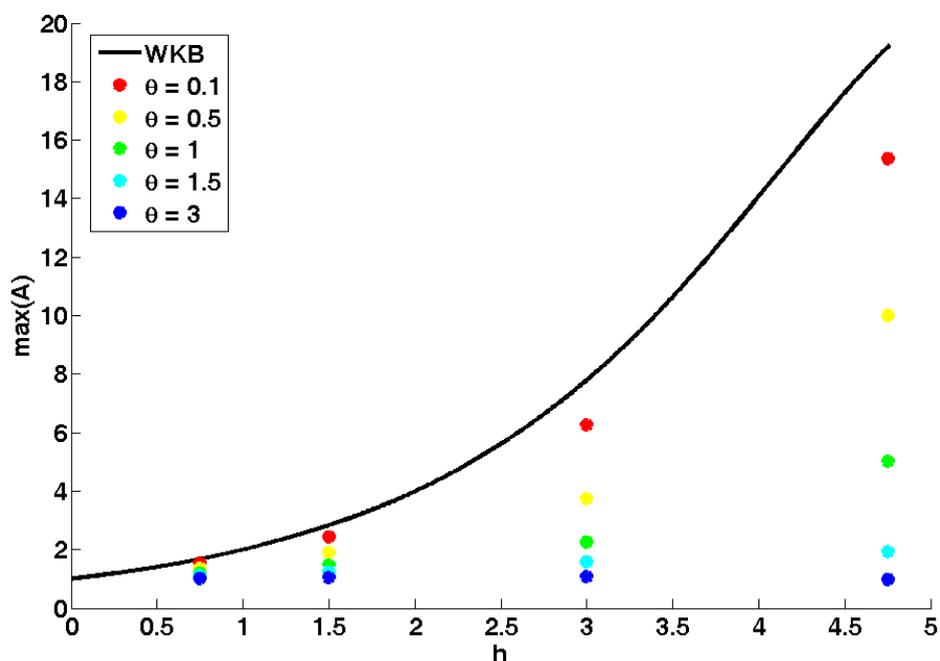


Рис. 2.15. Максимум амплитуды волнового пакета в зависимости от длительности источника

При значениях параметра θ , отвечающего за длительность начального возмущения, близких к 0, максимум амплитуды волны интенсивно растет, приближаясь к максимуму амплитуды акустической волны в ВКБ-приближении. При увеличении длительности возмущения, максимум амплитуды волны с высотой растет не так быстро, а для $\theta > 2$ практически не меняется. В этом случае волна почти не пропускается атмосферой. Тем не менее, еще раз подчеркнем, что это затухание не связано с отражением в неоднородной атмосфере, а только с дисперсионными свойствами безотражательного слоя.

Выводы

В данной главе приведены основные сведения об атмосфере Земли и об акустико-гравитационных волнах, распространяющихся в земной атмосфере.

Решения главы 1 применены для анализа существования безотражательных волн в неоднородной атмосфере Земли и получены следующие результаты:

1. Показано, что стандартная атмосфера Земли хорошо аппроксимируется четырьмя безотражательными профилями как первого, так и второго класса. Однако аппроксимация профилями первого класса более предпочтительна. Расчеты коэффициента пропускания показали, что в широком диапазоне частот земная атмосфера является почти полностью прозрачной.
2. Распространение гауссового импульса в безотражательной атмосфере сопровождается ее дисперсией в общем случае, так что амплитуда уединенной волны изменяется медленнее, чем это предсказывается ВКБ теорией.

Глава 3. Распространение безотражательных вертикальных волн в атмосфере Солнца

Интерес к изучению акустико-гравитационных волн среди астрофизиков продолжает оставаться высоким. Это обусловлено, прежде всего, тем, что остается открытым вопрос о нагреве хромосфер и корон Солнца и других звезд [111, 115].

Исторически акустико-гравитационные волны (а точнее акустический шум), генерируемые подфотосферной конвекцией, определялись одним из основных кандидатов - переносчиков энергии в солнечную атмосферу [115]. При этом считалось, что за нагревание хромосферы ответственны в основном высокочастотные волны после их превращения в ударные [114, 115], так как длинные волны должны испытывать сильное отражение от неоднородности температурного профиля [111, 115] и, следовательно, их роль в энергетическом балансе атмосферы Солнца должна быть незначительной. Однако анализ наблюдательных данных, проведенный в последнее время, ставит этот тезис под сомнение [61, 79, 80, 92, 99].

В данной главе результаты первой главы, полученные в разделах 1.3-1.6, применяются для демонстрации возможности проникновения волн на большие расстояния без потери энергии в атмосфере Солнца.

В разделе 3.1 приведены основные данные об атмосфере Солнца и используемой модели атмосферы.

В разделе 3.2 выполнена аппроксимация модели VAL3c [117] атмосферы Солнца безотражательными профилями первого и второго классов. Наилучшее приближение осуществляется семью профилями. Тем самым число отражающих слоев увеличивается по сравнению с земной атмосферой и пропускная способность солнечной атмосферы ниже, хотя такое сопоставление может быть сделано только на качественном уровне, имея в виду принципиально разные параметры атмосфер Земли и Солнца.

В разделе 3.3 находятся коэффициенты прохождения вертикальной акустической волны для аппроксимаций атмосферы Солнца, полученных в разделе 3.2. Показано, что волны, частоты которых больше некоторого пограничного значения, распространяются в атмосфере Солнца практически без отражения.

В разделе 3.4 рассмотрен вопрос прохождения волн через температурный минимум атмосферы Солнца.

3.1. Некоторые сведения об атмосфере Солнца

Атмосферу Солнца, расположенную выше конвективной зоны Солнца и переходящую в солнечный ветер, разделяют на фотосферу, хромосферу и корону. Плотность газа монотонно снижается от центра Солнца к его периферии, а температура, достигающая в центре 16 млн К, снижается до 4400 К в фотосфере, но затем вновь возрастает до 2 млн К в короне.

Средняя плотность фотосферы составляет 3×10^{-4} кг/м³, температура в фотосфере падает по мере перехода к более внешним слоям от 6600 К до 4400 К. Эффективная температура фотосферы в целом составляет 5778 К. Давление меняется от 2×10^4 до 10^2 Па. В фотосфере, в результате перемешивания всплывающих более теплых потоков газа, поднятых вверх в результате конвекции, и опускающихся более холодных, генерируются акустические волны. Также в фотосфере обнаружены квазипериодические колебательные движения в радиальном направлении. Они происходят на площадках размерами 2-3 тыс. км, с периодом около 5 мин и амплитудой скорости порядка 500 м/сек. После не-

скольких периодов колебания в данном месте затухают, затем могут возникнуть снова. Число атомов в 1 см^3 изменяется от 10^{15} вблизи фотосферы до 10^9 в верхней части хромосферы.

В слое, где происходит переход от фотосферы к хромосфере, температура переходит через минимум и по мере увеличения высоты над основанием хромосферы становится равной 8–10 тыс. К, а на высоте в несколько тыс. км достигает 15–20 тыс. К. В хромосфере имеет место хаотическое (турбулентное) движение газовых масс со скоростями до 10^3 м/сек. Хромосфера неоднородна: она ярче над солнечными пятнами и вдоль границ супергранул. Поскольку именно в этих областях усилено магнитное поле, то с его помощью энергия передается из фотосферы в хромосферу.

Переход от хромосферы к короне происходит на отрезке всего в 100 км, где температура возрастает от 50 000 до 2 000 000 К. Солнечная корона представляет собой сильно разреженную плазму с температурой, близкой к 2 млн К. Плотность коронального вещества в сотни миллиардов раз меньше плотности воздуха у поверхности Земли и составляет в среднем 100 млн частиц в 1 см^3 .

Приведенные сведения говорят об очень сильной неоднородности атмосферы Солнца. Тем не менее, существует достаточное количество усредненных моделей и их множественных модификаций [117, 98, 78 и др.], описывающих как отдельные области атмосферы, так и различные явления в атмосфере Солнца, такие как факелы и солнечные пятна. Наиболее популярной моделью для исследования атмосферы Солнца является модель VAL3c [117]. Среднее распределение температуры атмосферы спокойного Солнца до высоты 2,5 тыс. км в данной модели приведено на рис. 3.1.

Конечно, описание реальной атмосферы Солнца с помощью усредненной модели является достаточно грубой. Однако расчет распространения волн в нестационарной и неоднородной атмосфере является крайне трудным даже численно, поскольку необходима адаптация к быстро изменяющимся условиям в атмосфере. Для задачи, исследуемой в настоящей работе, усредненные модели являются вполне пригодными.

В этой главе для оценки возможности прохождения безотражательных акустических волн через атмосферу Солнца выбрана модель VAL3c.

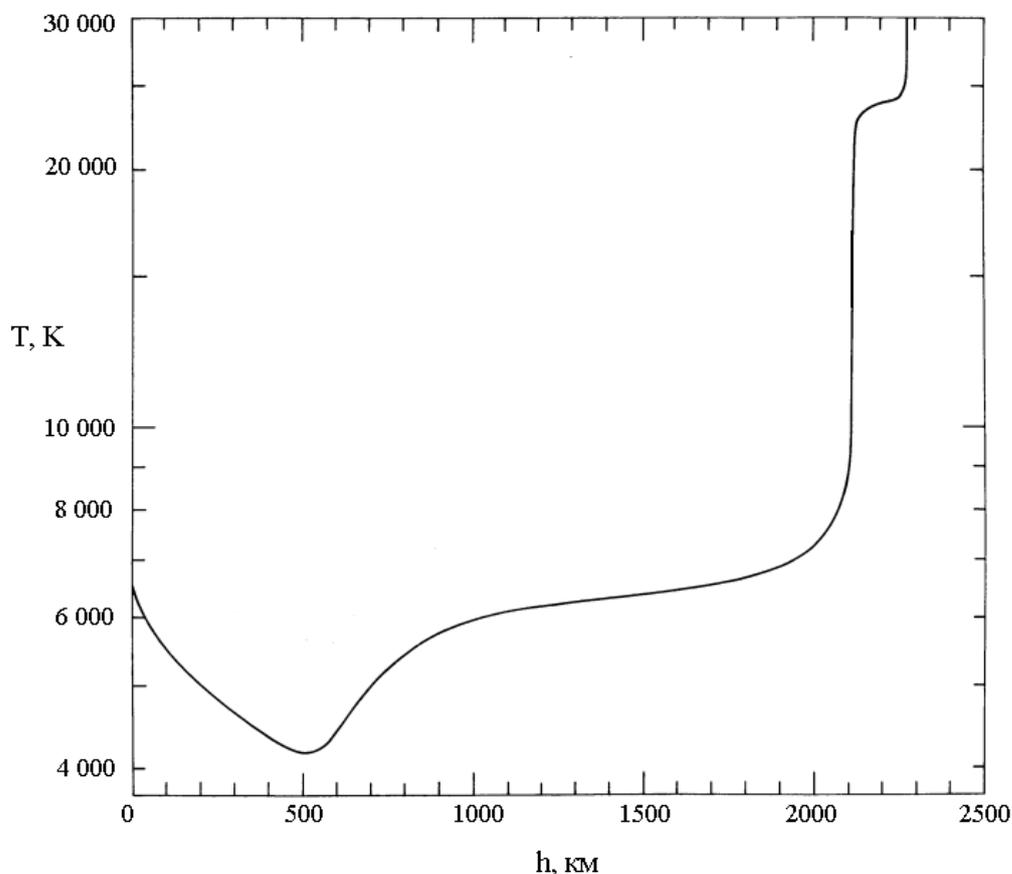


Рис. 3.1. Зависимость температуры атмосферы Солнца T , К от высоты h , км

3.2. Безотражательное распространение волн через солнечную атмосферу

Наблюдения показывают [103, 104], что солнечная атмосфера имеет довольно сложную структуру. Ее параметры нестационарны, изменяются с высотой, кроме того локально неоднородны по всем направлениям. В частности, даже в областях спокойного Солнца хромосфера состоит из множества мелко-масштабных магнитных трубок. Учет всех отмеченных факторов делает задачу анализа распространения волновых движений в такой среде крайне сложной даже численно. Поэтому для качественных оценок свойств волновых движений с параметрами, много большими временных и пространственных локальных неоднородностей, часто используются одномерные усредненные модели атмо-

сферы, в том числе модель VAL3c. Но даже в таком приближении обычно не удается получить аналитические решения волнового уравнения. Исключение составляет исследование коротких акустических волн, для которых справедливо приближение ВКБ [13], а так же распространение акустико-гравитационных волн в атмосфере с постоянным градиентом температуры [27, 35, 36]. В связи с этим в большинстве работ распространение волновых возмущений в солнечной атмосфере исследовалось численно [97, 77]. Результаты всех этих работ указывают на то, что акустико - гравитационные волны относительно свободно проходят через атмосферу. Вместе с тем, в этих работах нет ответа на вопрос, почему в среде, параметры которой существенно неоднородны, а градиенты температуры значительны, возможно слабое отражение волн.

На наш взгляд, ответ связан с возможностью аппроксимации распределения параметров солнечной атмосферы безотражательными профилями скорости звука, полученными в главе 1. Один из вариантов подобной аппроксимации безотражательными профилями первого и второго класса представлены на рис. 3.2 и 3.3 соответственно.

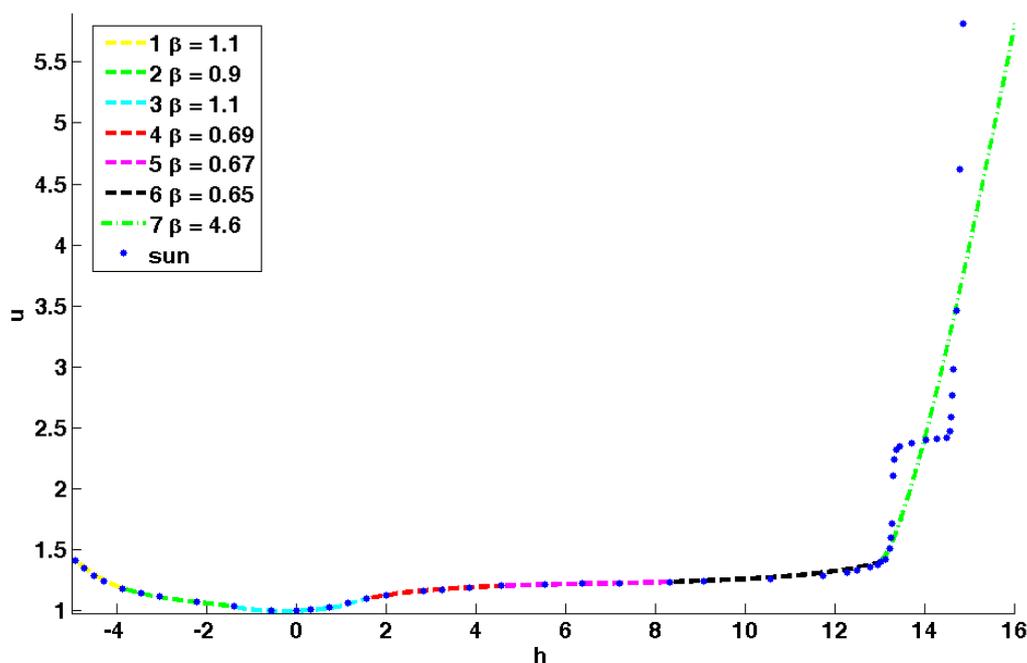


Рис. 3.2. Аппроксимация модели атмосферы Солнца безотражательными профилями 1-го класса

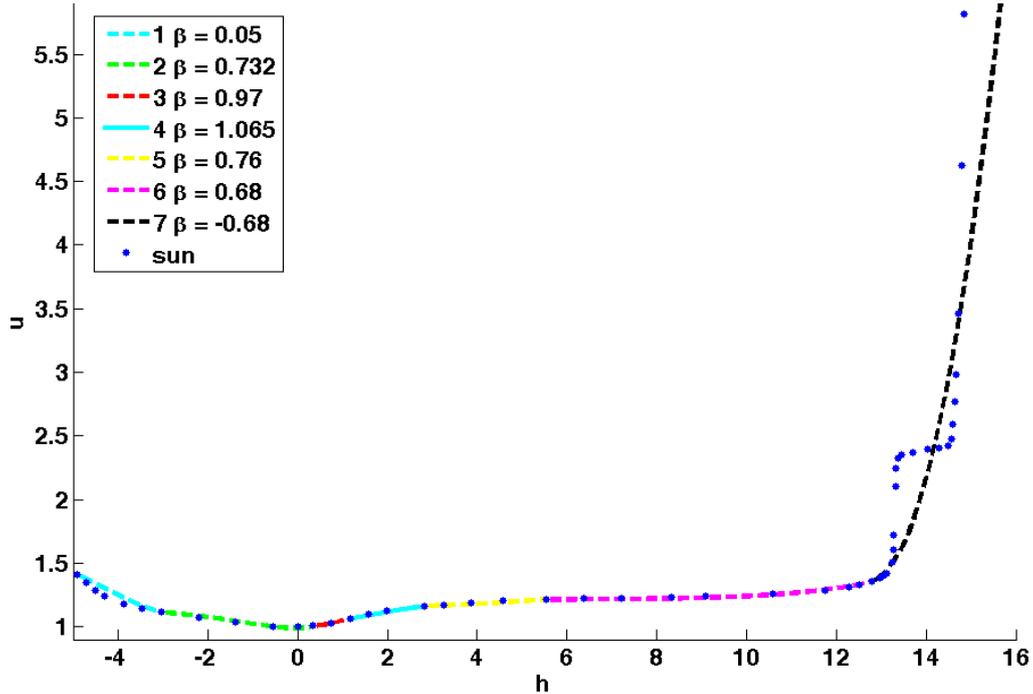


Рис. 3.3. Аппроксимация модели атмосферы Солнца безотражательными профилями 2-го класса

В качестве модели солнечной атмосферы использована модель VAL3c. Здесь, как и в предыдущем разделе, высота нормирована на высоту однородной атмосферы $H_0 = 120$ км и скорость звука на $c(0) = 7$ км/сек, соответствующими солнечному температурному минимуму для модели VAL3c.

На рис. 3.2 и 3.3 наблюдаемое распределение скорости звука в атмосфере Солнца от зоны генерации акустических волн в конвективной зоне до нижней короны, аппроксимировано семью безотражательными профилями. Профили скорости звука, приведенные на рис. 3.2, удовлетворяют уравнению (1.66) для первого класса безотражательных профилей:

$$\frac{d^2 u^2}{dh^2} - \frac{1}{4u^2} \left(\frac{du^2}{dh} \right)^2 + \frac{1}{u^2} = \beta, \quad (3.1)$$

а на рис. 3.3 – уравнению (1.88) для безотражательных профилей второго класса:

$$\frac{d^2c}{dz^2} - \frac{1}{2c} \left(\frac{dc}{dz} \right)^2 - \frac{2\gamma g}{c^2} \frac{dc}{dz} - \frac{\gamma^2 g^2}{2c^3} = \frac{2P}{c}. \quad (3.2)$$

Решения построены для различных значений параметра β , указанных на рисунках, и для начальных условий, соответствующих профилю Солнца.

В точках сшивки профилей скачок значения градиента скорости звука мал и фактически происходит лишь скачок второй производной. Малость скачков градиента скорости звука на границах безотражательных слоев свидетельствует о малости отражения волновой энергии и эффективному проникновению волн в верхнюю атмосферу.

Оценим ошибки аппроксимации безотражательными профилями скорости звука первого и второго класса по формулам:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n |u_i - u_i^{ap}|}{\sum_{i=1}^n |u_i|}, \quad (3.3)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n |u_i - u_i^{ap}|^2}{\sum_{i=1}^n |u_i|^2}, \quad (3.4)$$

$$R_{ot} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{u_i - u_i^{ap}}{u_i} \right|, \quad (3.5)$$

$$R_{m_ot} = \max_{i=1..n} \left| \frac{u_i - u_i^{ap}}{u_i} \right|, \quad (3.6)$$

где R – средняя ошибка аппроксимации, R^2 – средняя квадратичная ошибка, R_{ot} – средняя относительная ошибка, R_{m_ot} – максимальная относительная ошибка, u_i и u_i^{ap} – безразмерные значения скорости звука в некоторой точке в модельной атмосфере Солнца VAL3c и при аппроксимации. Значения ошибок до значений $h = 13,26$, что соответствует высоте атмосферы 2180 км, с точностью до четвертого знака после запятой приведены в табл. 3.

Таблица 3. Ошибки аппроксимация скорости звука для модели атмосферы Солнца VAL3c

	R	R^2	R_{ot}	R_{m_ot}
1й класс	0,0071	0,0001	0,0064	0,0302
2й класс	0,0125	0,0004	0,0117	0,0586

Значения оценок, приведенных в табл. 3, свидетельствуют о том, что аппроксимация безотражательными профилями первого класса при одинаковом числе профилей более точная, чем аппроксимация профилями скорости звука второго класса, однако разница в ошибках незначительная.

Для сравнения приведем здесь аппроксимацию модельной атмосферы Солнца меньшим количеством безотражательных профилей. На рис. 3.4 приведена аппроксимация солнечной атмосферы шестью безотражательными профилями второго класса.

При этом разница между ошибками при аппроксимации скорости звука шестью безотражательными профилями от ошибок при аппроксимации семью профилями того же класса составляет сотые доли процента. Но для данного класса профилей при аппроксимации шестью слоями коэффициент β принимает значение большее 1, когда при аппроксимации семью слоями незначительно превышает это пороговое значение. Что влечет за собой условие $\beta < 1$, обсуждается в разделе 3.4.

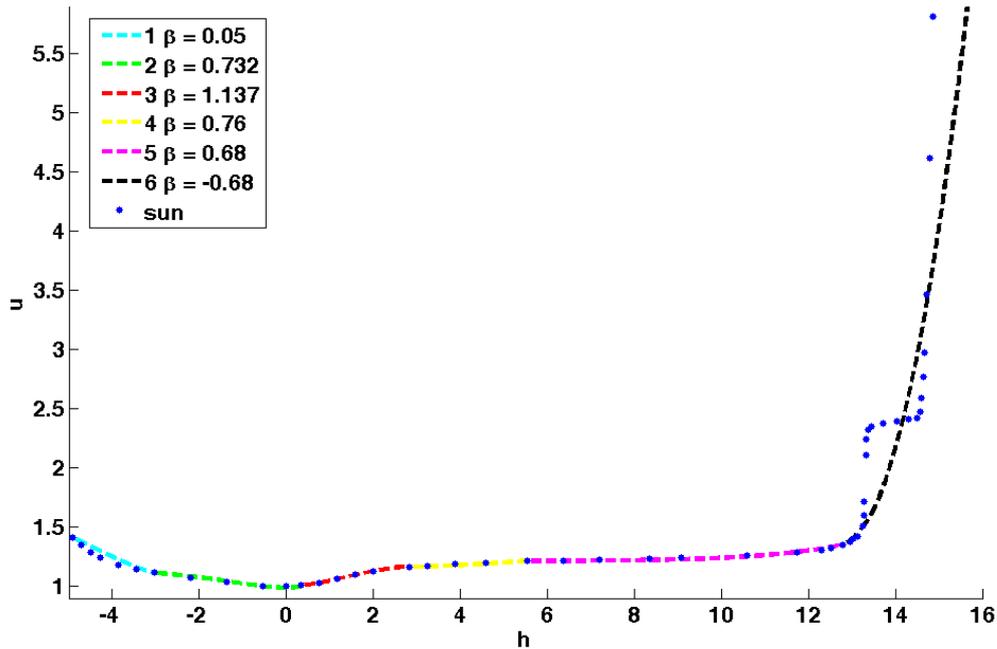


Рис. 3.4. Аппроксимация модели атмосферы Солнца шестью безотражательными профилями 2-го класса

В следующем разделе рассмотрим трансформацию акустической волны при прохождении сквозь атмосферу Солнца для полученных аппроксимаций.

3.3. Коэффициенты прохождения акустической волны через безотражательную атмосферу Солнца

Рассмотрим более подробно трансформацию волны на сшивке безотражательных профилей. Граничные условия на границе выражают непрерывность вертикальной скорости движения газа V и волновой составляющей давления p

$$[V]_{-}^{+} = 0, [p]_{-}^{+} = 0, \quad (3.7)$$

где $[\]_{-}^{+}$ означает разность величин по обе стороны скачка.

Волновая часть давления записывается через вертикальную скорость газа с помощью соотношения (1.99):

$$p' = \frac{i\rho_0}{\omega} \left[c^2(z) \frac{\partial V}{\partial z} - gV \right], \quad (3.8)$$

Используя выражение (3.8), условия (3.7) переписываются следующим образом:

$$[V]_{-}^{+} = 0, \quad \left[\frac{\partial V}{\partial z} \right]_{-}^{+} = 0. \quad (3.9)$$

В приведенной в разделе 3.2 аппроксимации распределения скорости звука в модельной атмосфере Солнца VAL3с, безотражательные профили разбивают атмосферу на 7 слоев. Решение в слое j представляет собой сумму падающей (прошедшей) на границу волны и отраженной от нее, и в последнем седьмом слое решение состоит только из прошедшей волны:

$$V_j = B_j \sqrt{c(z)} \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \exp \left[i \left(\omega t - K_j \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right] + D_j \sqrt{c(z)} \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \times \\ \times \exp \left[i \left(\omega t + K_j \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right], \quad (3.10)$$

где B_j , D_j – парциальные амплитуды падающей (или прошедшей) и отраженной волны. Производная от вертикальной скорости звука записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial V}{\partial z} \Big|_j = \frac{B_j}{2\sqrt{c(z)}} \left[\frac{dc}{dz} + \frac{\gamma g}{c(z)} - 2iK_j \right] \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \exp \left[i \left(\omega t - K_j \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right] + \\ + \frac{D_j}{2\sqrt{c(z)}} \left[\frac{dc}{dz} + \frac{\gamma g}{c(z)} + 2iK_j \right] \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \exp \left[i \left(\omega t + K_j \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right]. \quad (3.11)$$

Условия непрерывности на границе вертикальной скорости газа и её производной (3.9), с учетом выражений (3.10) и (3.11), а также, что значения скорости звука $c(z)$ на границе слоев совпадают, а значения ее производной слева и справа от границы различны, эквиваленты системе из 12 уравнений:

$$B_j \exp(-iK_j \tau_{j-1}) + D_j \exp(iK_j \tau_{j-1}) - B_{j+1} \exp(-iK_{j+1} \tau_{j-1}) - D_{j+1} \exp(iK_{j+1} \tau_{j-1}) = 0, \quad (3.12)$$

$$B_j \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} + \frac{\gamma g}{c(z_{j-1})} - 2iK_j \right] \exp(-iK_j \tau_{j-1}) + D_j \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} + \frac{\gamma g}{c(z_{j-1})} + 2iK_j \right] \times \\ \times \exp(iK_j \tau_{j-1}) - B_{j+1} \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} + \frac{\gamma g}{c(z_{j-1})} - 2iK_{j+1} \right] \exp(-iK_{j+1} \tau_{j-1}) - \\ - D_{j+1} \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} + \frac{\gamma g}{c(z_{j-1})} + 2iK_{j+1} \right] \exp(iK_{j+1} \tau_{j-1}) = 0, \quad (3.13)$$

где $\tau_{j-1} = \int_{z_0}^{z_{j-1}} \frac{dz}{c(z)}$, z_{j-1} – координата точки сшивки, разделяющей слои j и $j+1$, $j = 1..6$, $D_7 = 0$.

Из системы уравнений (3.12)-(3.13) отыскиваются комплексные коэффициенты прохождения T_{jj+1} и отражения R_{jj+1} акустической волны через границы соседних слоев, которые заданы рекуррентными соотношениями:

$$R_{jj+1} = \frac{D_j}{B_j} = \exp(-2iK_j \tau_{j-1}) \left[\left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} + 2i(K_j - K_{j+1}) \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + R_{j+1j+2} \exp(2iK_{j+1}\tau_{j-1}) \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} + 2i(K_j + K_{j+1}) \right] / \\
& / \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} + 2i(K_j + K_{j+1}) \right] + R_{j+1j+2} \exp(2iK_{j+1}\tau_{j-1}) \times \\
& \times \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} + 2i(K_j - K_{j+1}) \right], \tag{3.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{jj+1} & = \frac{B_{j+1}}{B_j} = 4iK_j \exp(i(K_{j+1} - K_j)\tau_{j-1}) / \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} + 2i(K_j + K_{j+1}) \right] \times \\
& \times \exp(-iK_{j+1}\tau_{j-1}) + R_{j+1j+2} \left[\frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}-0} - \frac{dc}{dz} \Big|_{z_{j-1}+0} + 2i(K_j - K_{j+1}) \right] \times \\
& \times \exp(2iK_{j+1}\tau_{j-1}), \tag{3.15}
\end{aligned}$$

где $j = 1..6$, $R_{78} = 0$.

Перемножив все коэффициенты прохождения через соседние слои (3.15), получим коэффициент прохождения через аппроксимируемую атмосферу Солнца T :

$$T = \frac{B_7}{B_1} = \prod_{j=1}^6 T_{jj+1}, \tag{3.16}$$

Энергетические коэффициенты прохождения волны определяются коэффициентом

$$Q_{jj+1} = \frac{\Pi_{j+1}}{\Pi_j} = \frac{l_{j+1} |T_{jj+1}|^2}{l_j}, \quad (3.17)$$

где Π_j - поток энергии волны в слое j , определяемый формулой (1.106).

Для получения оценки потока энергии Q , проходящего через все границы слоев безотражательных профилей, необходимо перемножить величины (3.17) во всех стыковочных точках:

$$Q = \prod_{j=1}^6 Q_{jj+1}, \quad (3.18)$$

Оценим энергетические коэффициенты прохождения вертикальной акустической волны для полученных в разделе 3.3 аппроксимаций распределения скорости звука в модельной атмосфере Солнца VAL3c безотражательными профилями первого и второго класса по формулам (3.17)-(3.18), которые остаются верными, если переписать коэффициенты прохождения (3.14) и (3.15) в безразмерных переменных:

$$R_{jj+1} = \exp(-il_j r_{j-1}) \left[\left[\frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}+0} - \frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}-0} + i(l_j - l_{j+1}) \right] + \right. \\ \left. + R_{j+1j+2} \exp(il_{j+1} r_{j-1}) \left[\frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}+0} - \frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}-0} + i(l_j + l_{j+1}) \right] \right] /$$

$$\begin{aligned}
& / \left[\left[\frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}-0} - \frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}+0} + i(l_j + l_{j+1}) \right] + R_{j+1j+2} \exp(il_{j+1}r_{j-1}) \times \right. \\
& \left. \times \left[\frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}-0} - \frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}+0} + i(l_j - l_{j+1}) \right] \right], \quad (3.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{jj+1} = & 2il_j \exp(i(l_{j+1} - l_j)r_{j-1}/2) / \left[\left[\frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}-0} - \frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}+0} + i(l_j + l_{j+1}) \right] + \right. \\
& \left. + R_{j+1j+2} \left[\frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}-0} - \frac{du}{dh} \Big|_{h_{j-1}+0} + i(l_j - l_{j+1}) \right] \exp(il_{j+1}r_{j-1}) \right], \quad (3.20)
\end{aligned}$$

где по прежнему $j = 1..6$, $R_{78} = 0$; $l = K / \omega_0$, $r_j = \int_{h_0}^{h_j} \frac{dh}{u(h)}$, h_{j-1} – точка сшивки соседних безотражательных слоев.

Графики энергетических коэффициентов прохождения волны через атмосферу Солнца при аппроксимации безотражательными профилями первого класса приведены на рис. 3.5 и в увеличенном масштабе – на рис. 3.6, второго класса – на рис. 3.7 и 3.8.

Графики построены для действительных значений безразмерной частоты σ , левая граница области определения которой определяется через максимальную величину параметра β , взятую по всем слоям, как $\sqrt{\beta_{\max}}$.

Осцилляции коэффициентов прохождения обусловлены вторичным отражением волн от границ слоев.

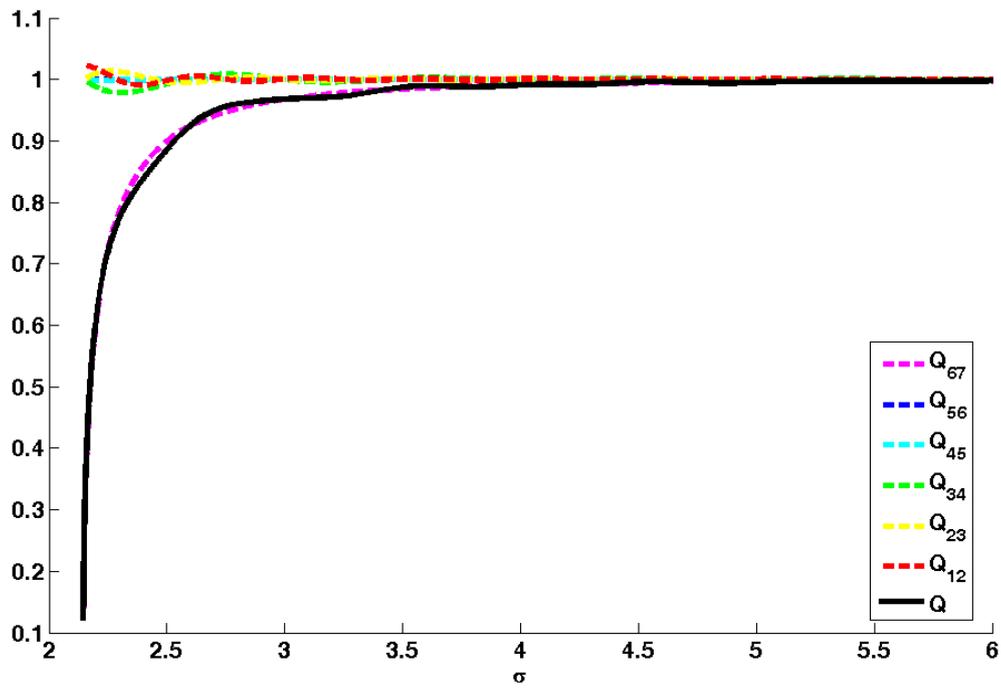


Рис. 3.5. Энергетические коэффициенты прохождения акустической волны через модельную атмосферу Солнца VAL3c (первый класс)

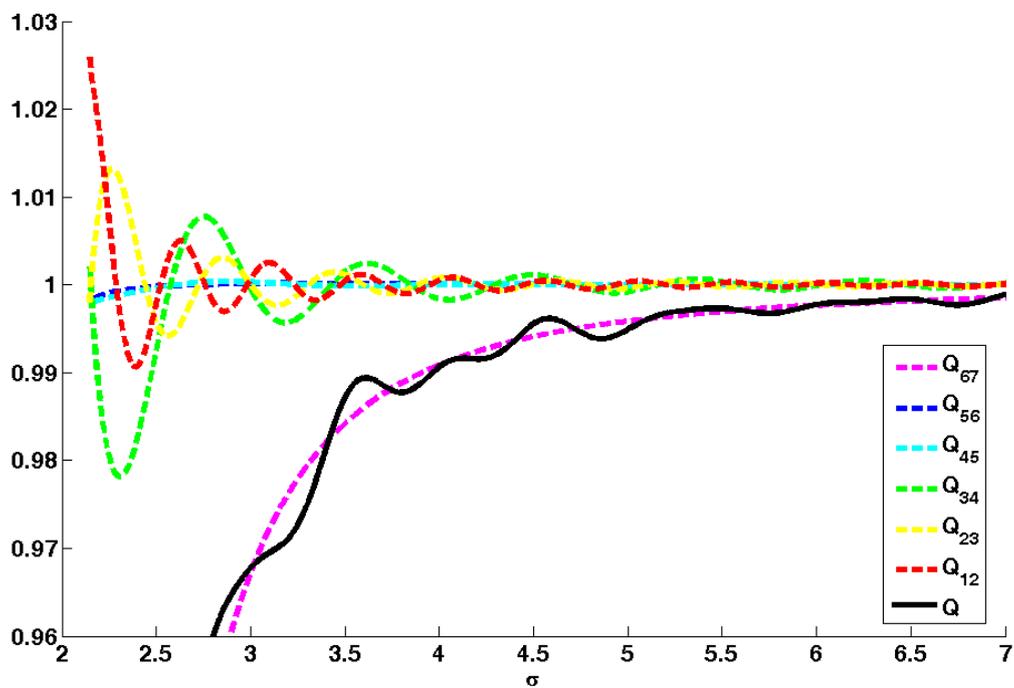


Рис. 3.6. Энергетические коэффициенты прохождения акустической волны через модельную атмосферу Солнца VAL3c (первый класс) (увеличенный масштаб)

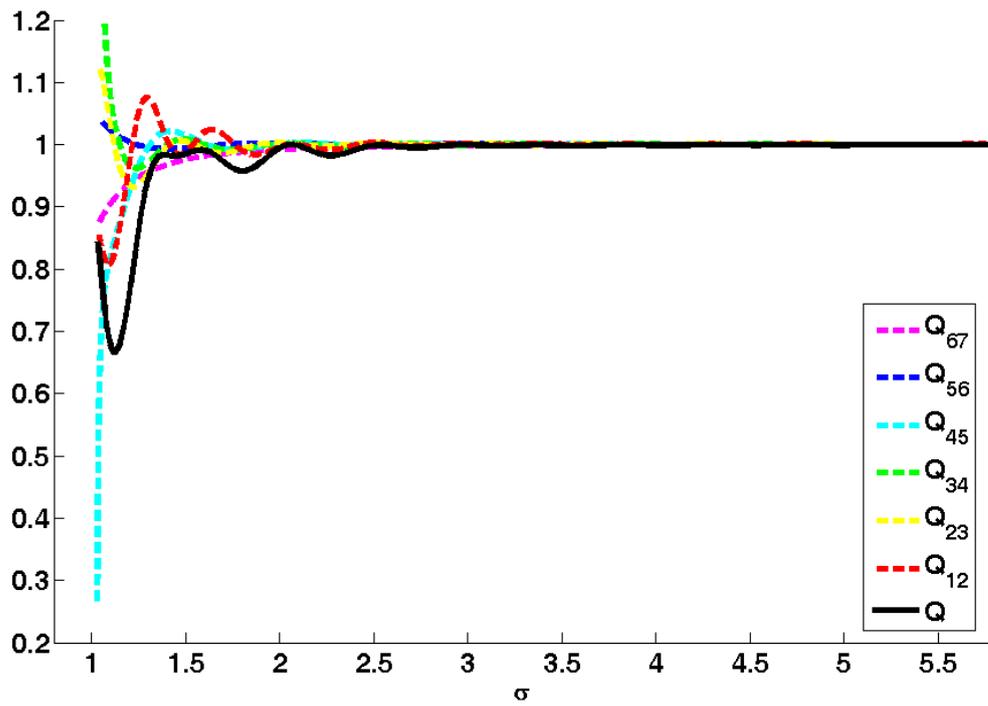


Рис. 3.7. Энергетические коэффициенты прохождения акустической волны через модельную атмосферу Солнца VAL3c (второй класс)

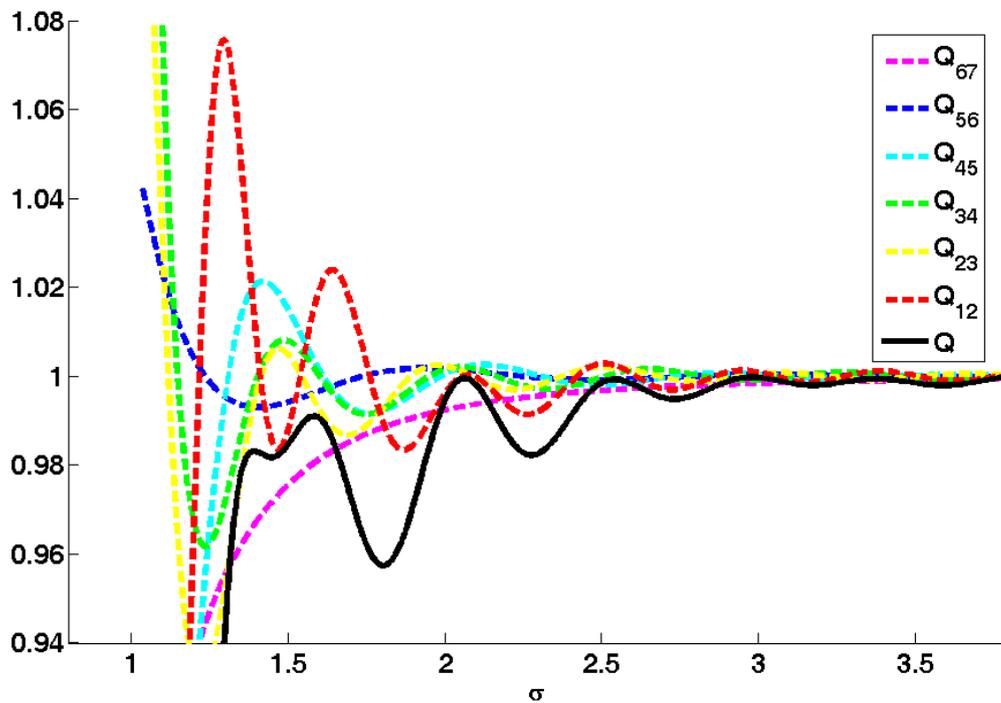


Рис. 3.8. Энергетические коэффициенты прохождения акустической волны через модельную атмосферу Солнца VAL3c (второй класс) (увеличенный масштаб)

Сравнение энергетических коэффициентов прохождения при аппроксимации модельной атмосферы Солнца безотражательными профилями скорости звука первого и второго класса демонстрирует рис. 3.9, сплошная линия соответствует первому классу безотражательных профилей, пунктирная – второму.

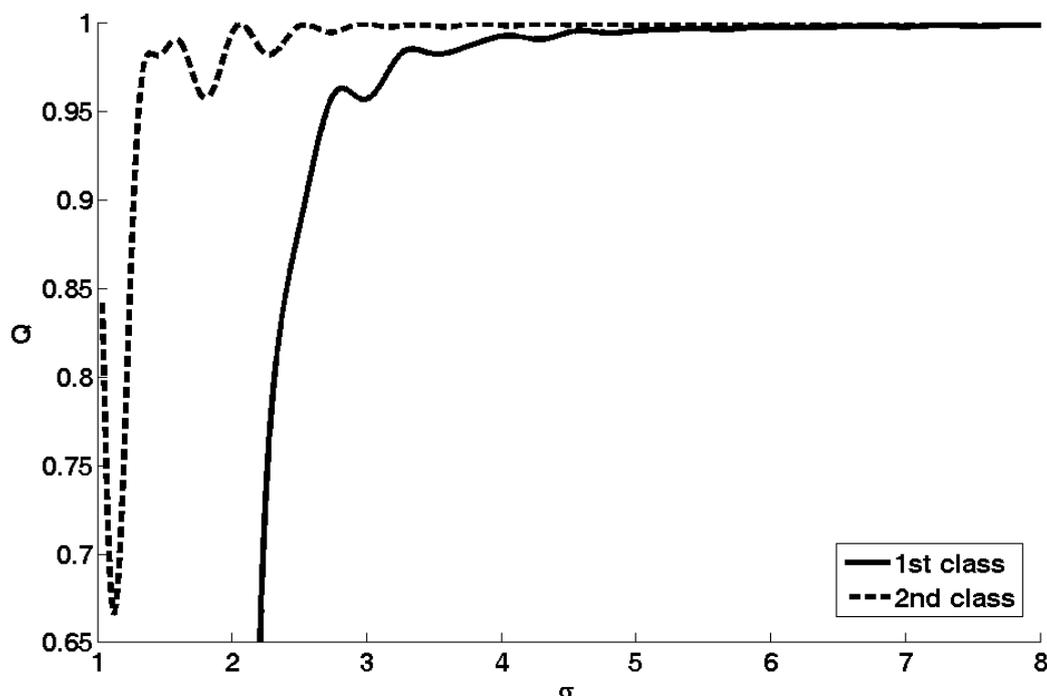


Рис. 3.9. Энергетические коэффициенты прохождения акустической волны через модельную атмосферу Солнца VAL3c (сплошная линия – первый класс, пунктирная - второй)

Как видно из рис. 3.9, энергетический коэффициент прохождения волны при аппроксимации атмосферы Солнца безотражательными профилями второго класса быстрее стремится к 1, чем при аппроксимации профилями первого класса и захватывает большее количество частот. Увеличение диапазона частот при аппроксимации профилями первого класса возможно за счет выбора для аппроксимации скорости звука в седьмом слое безотражательного профиля с меньшим значением параметра β , но это все равно не приводит к более быстрому стремлению коэффициента прохождения к единице. Поэтому для рассмотренных аппроксимаций распределения скорости звука в атмосфере Солнца, аппроксимация безотражательными профилями второго класса более предпочтительна.

Волны с частотами $\sigma > 1.3$ (рис. 3.7-3.9) или с периодами меньшими 200 с., практически полностью проходят через атмосферу Солнца. Для сравнения на рис. 3.10 приведены графики энергетических коэффициентов прохождения при аппроксимации модельной атмосферы безотражательными профилями второго класса без учета вторичных отражений волн, когда коэффициенты прохождения могут быть записаны в виде

$$T_{jj+1} = \frac{2il_j}{\left. \frac{du}{dh} \right|_{h_{j-1}-0} - \left. \frac{du}{dh} \right|_{h_{j-1}+0} + i(l_j + l_{j+1})}, \quad j = 1..6, \quad (3.21)$$

Представленные графики функций Q_{jj+1} и Q в зависимости от безразмерной частоты σ , дают те же пограничные значения частот, при которых волны распространяются в атмосфере без отражения.

На рис. 3.11 приведены энергетические коэффициенты прохождения акустической волны при аппроксимации солнечной атмосферы безотражательными профилями скорости звука второго класса с разбиением на семь (рис. 3.3) и шесть (рис. 3.4) слоев. Как видно, разница в коэффициентах прохождения при разбиении на шесть или семь слоев минимальна. То есть акустические волн и в том, и в другом случае свободно проходят через атмосферу Солнца в одинаковом диапазоне частот.

Рис. 3.5, 3.6, соответствующие аппроксимация скорости звука профилями первого класса, так же свидетельствуют о свободном прохождении волн через атмосферу, только при большем пороговом значении частоты волны, которое можно немного уменьшить при варьировании параметрами профиля.

Таким образом, продемонстрировано, что данная модель солнечной атмосферы имеет параметры, близкие к безотражательным, что и объясняет хорошее проникновение волн в верхние слои, наблюдаемое в численных экспериментах.

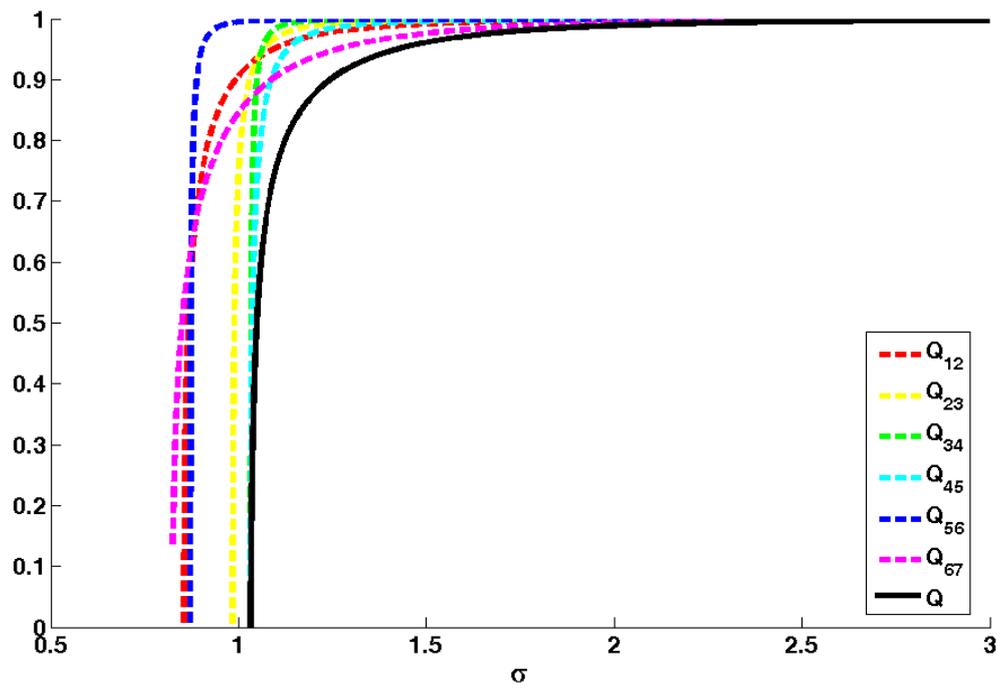


Рис. 3.10. Энергетические коэффициенты прохождения акустических волн через модельную атмосферу Солнца VAL3c без учета переотражения волн

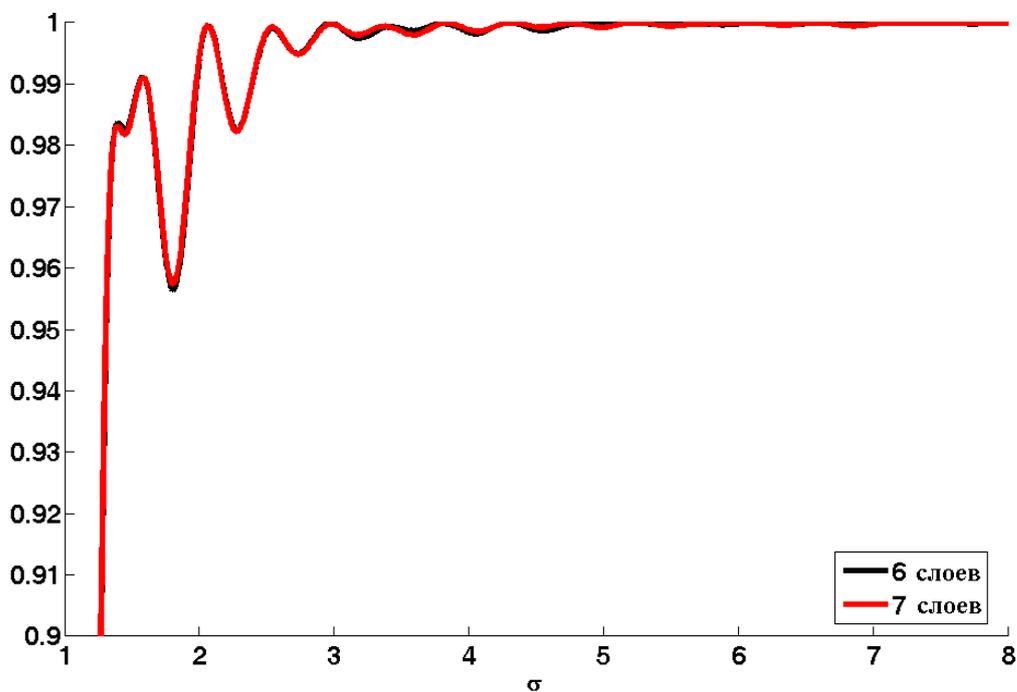


Рис. 3.11. Энергетический коэффициент прохождения акустических волн через модельную атмосферу Солнца VAL3c (второй класс)

3.4. Прохождение волн через температурный минимум атмосферы Солнца

В астрофизической литературе считается, что через слой атмосферы, имеющий температурный минимум, или, что то же самое, минимум скорости звука, не могут проходить акустические волны с частотой меньшей, чем частота отсечки, соответствующая скорости звука в минимуме.

Известно [52], что в изотермической атмосфере дисперсионное соотношение для вертикальных акустических волн имеет вид

$$\omega^2 = c_0^2 k^2 + \omega_0^2, \quad (3.22)$$

где ω – частота, c_0 – скорость звука, k – волновое число, ω_0 – частота отсечки. Из (3.22) следует, что волны с частотой меньшей, чем частота отсечки ω_0 , распространяться в такой атмосфере не могут. Полагается, что подобный запрет должен распространяться и на неизотермическую атмосферу.

Будем считать атмосферу Солнца плоскостростой, находящейся в постоянном поле силы тяжести. Тогда вертикальное распространение акустических волн в ней описывается волновым уравнением для скорости газа $V(z,t)$ (1.38), решение которого в виде безотражательных акустических волн записывается следующим образом (1.101):

$$V(z,t) = Gc(z) \exp \left[\int \frac{dz}{2H(z)} \right] \exp \left[i \left(\omega t - K \int \frac{dz}{c(z)} \right) \right], \quad (3.23)$$

с дисперсионным соотношением (1.98):

$$K = \pm \sqrt{\omega^2 + P}, \quad (3.24)$$

если скорость звука $c(z)$ удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению для безотражательных профилей второго класса (1.64), приведенному здесь в безразмерных переменных (1.89):

$$\frac{d^2 u}{dh^2} - \frac{1}{2u} \left(\frac{du}{dh} \right)^2 - \frac{2}{u^2} \frac{du}{dh} - \frac{1}{2u^3} = -\frac{\beta}{2u}, \quad (3.25)$$

где

$$u = c(z)/c_0, \quad h = z/H_0. \quad (3.26)$$

u – безразмерная скорость звука, h – безразмерная высота, β – произвольная константа, c_0 – значение скорости звука на некоторой высоте $z = 0$, H_0 – высота однородной атмосферы.

Дисперсионное уравнение (3.24) в безразмерных переменных имеет вид:

$$l = \pm \sqrt{\sigma^2 - \beta}. \quad (3.27)$$

Здесь $l = K/\omega_0$ и $\sigma = \omega/\omega_0$, где l – безразмерное волновое число, σ – безразмерная частота.

Из простого анализа уравнения (3.25) можно получить, что акустические волны с частотой меньшей, чем частота отсечки, соответствующая скорости звука в минимуме, могут проходить через температурный минимум.

Известно, что в точке минимума дифференцируемой функции ее первая производная должна равняться нулю, а вторая быть положительной. Учитывая это, из уравнения (3.25) получаем

$$\left(\frac{d^2 u}{dh^2} \right)_{\min} = \frac{1 - \beta}{2}. \quad (3.28)$$

Здесь $\left(\frac{d^2u}{dh^2}\right)_{\min}$ – вторая производная функции в минимуме, а значение функции u в этой точке принято равным единице ($u=c(z)/c(0)$, где $c(0)$ -скорость звука на уровне температурного минимума). Из (3.27), следует, что при $\beta < 0$, волны любых частот, а, следовательно, и с частотами меньшими, чем частота отсечки в эквивалентной изотермической атмосфере с температурой, равной температуре на уровне минимума, могут проходить через этот слой. При положительных значениях β , частота отсечки ω_{ot} определяется из дисперсионного соотношения (3.27) формулой

$$\omega_{ot} = \sqrt{\beta} \omega_0, \quad (3.29)$$

т.е. отличается от традиционной частоты отсечки ω_0 на множитель $\beta^{1/2}$ и при $\beta < 1$ $\omega_{ot} < \omega_0$. Уже из этого простого примера следует принципиально новый результат: через область температурного минимума могут проходить без отражения вертикальные акустические волны с частотой меньшей, чем частота отсечки, соответствующая этому минимуму. Это свойство имеет место для волн в неоднородной атмосфере, т.е. не только для волн в атмосфере Солнца, но и для волн в атмосфере других звезд и планет.

На рис. 3.12 представлены безотражательные профили для различных значений величины β в диапазоне (0,8;1), в области минимума температуры. Для удобства высота точки минимума принята $h = 0$, а безразмерная скорость звука в этой точке $u = 1$. Здесь же точками представлено изменение скорости звука в области температурного минимума атмосферы Солнца для модели VAL3c [117]. Высота нормирована на высоту однородной атмосферы $H_0 = 120$ км и скорость звука на $c_0 = 7$ км/с (оба параметра соответствуют солнечному температурному минимуму для модели VAL3c).

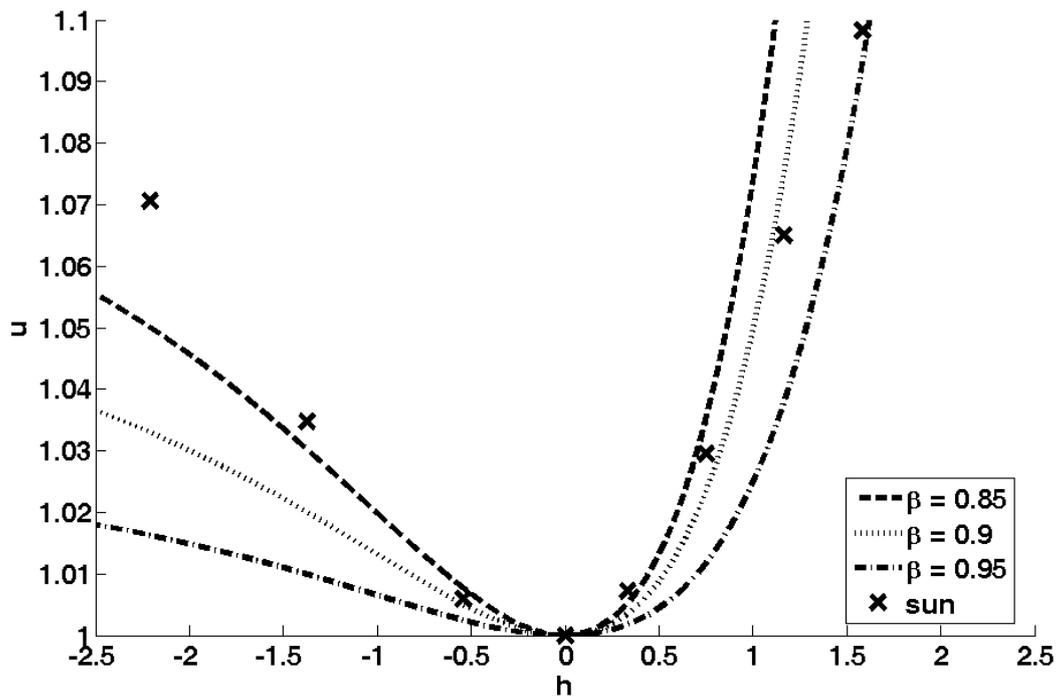


Рис. 3.12. Безотражательные профили скорости звука, проходящие через температурный минимум. Точки соответствуют распределению скорости звука в модели Солнца VAL3c

Учитывая, что хорошее сравнение с используемой моделью получается при $\beta = 0.9$, разница в частотах отсечки по сравнению с изотермическим случаем ($\beta = 1$) невелика, см. (3.29). Тем не менее, этот эффект возможно окажется важным для других типов звезд.

Выводы

В этой главе решения в виде безотражательных акустических волн, полученные в главе 1, рассмотрены применительно к атмосфере Солнца, получены следующие результаты:

1. Выполнена аппроксимация усредненной атмосферы Солнца (модель VAL3c) безотражательными профилями скорости звука двух классов. Число таких профилей равно семи и, следовательно, все отражение сосредоточено на границах этих слоев. Оно достаточно слабое, поскольку на границе

скачком меняется только градиент скорости звука, и, следовательно, в атмосфере Солнца возможно безотражательное распространение волн.

2. Получен принципиально новый результат, что через область температурного минимума могут проходить без отражения вертикальные акустические волны с частотой меньшей, чем частота отсечки, соответствующая этому минимуму. Это свойство доказывается для безотражательных бегущих волн.

Заключение

Нахождение безотражательных профилей скорости звука является первой необходимой задачей для решения вопроса о существовании бегущих волн в сильно неоднородной атмосфере. При данных профилях вертикальные акустические волны распространяются без отражения, несмотря на неоднородность среды, тем самым допуская передачу волновой энергии на большие расстояния.

Аппроксимация распределения скорости звука в модельных атмосферах Земли и Солнца кусочно-непрерывными безотражательными профилями скорости звука и вычисление коэффициентов прохождения акустической волны через модельные атмосферы Земли и Солнца, показывают возможность безотражательного распространения акустических волн в данных атмосферах.

Библиографический список

1. **Адушкин, В. В.** Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую среду / В. В. Адушкин, С. И. Козлов, А. В. Петров. – М. : Анкил, 2000. – 640 с.
2. Атмосфера Стандартная. Параметры. ГОСТ 4401-81, 1981.
3. **Ахмедов, Р. Р.** Численное моделирование генерации акустико-гравитационных волн и ионосферных возмущений от наземных и атмосферных источников : дисс. канд. ф.-м. наук : 25.00.29. – М.: МГУ, 2004.
4. **Ахмедов, Р. Р., Куницын, В. Е.** Численный метод решения задачи распространения акустико-гравитационных волн в атмосфере до ионосферных высот // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. – 2003. – № 3. – С. 38–42.
5. **Ахмедов, Р. Р., Куницын, В. Е.** Моделирование ионосферных возмущений, вызванных землетрясениями и взрывами // Геомагнетизм и аэрономия. – 2004. – Т. 44. № 1. – С. 1–8.
6. **Афраймович, Э. Л., Косоголов, Е. А., Плотников, А. В.** Ударно-акустические волны, генерируемые при запусках ракет и землетрясениях// Космические исследования. – 2002. – Т. 40. № 3. – С. 261 -275.
7. **Бабич, В. М.** Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн / В. М. Бабич, В. С. Булдырев. – М. : Наука, 1972. – 465 с.
8. **Бадалян, О. Г., Обридко, В. Н.** К проблеме нагрева солнечной короны // Письма в астрономический журнал. – 2007. – Т. 33. №3. – С. 210–220.
9. **Бреховских, Л. М.** Волны в слоистых средах / Л. М. Бреховских. – М. : Наука, 1973. – 341 с.
10. **Гершман, Б. Н.** Волновые явления в ионосфере и космической плазме / Б. Н. Гершман, Л. М. Ерухимов, Ю. Я. Яшин. – М. : Наука, 1984. – 392 с.
11. **Гинзбург, В. Л.** Распространение электромагнитных волн в плазме / В. Л. Гинзбург. – М. : Наука, 1967. – 683 с.
12. **Голицын, Г. С.** Динамика природных явлений: климат, планетные атмосферы, конвекция / Г. С. Голицын. – М. : Физматлит, 2004. – 344 с.
13. **Госсард, Э.** Волны в атмосфере / Э. Госсард, У. Хук. – М. : Мир, 1978. – 532 с.
14. **Гохберг, М. Б.** Воздействие землетрясений и взрывов на ионосферу / М. Б. Гохберг, С. Л. Шалимов. – М. : Наука, 2008. – 296 с.

15. **Григорьев, Г. И.** Акустико-гравитационные волны в атмосфере Земли // Изв. вузов. Радиофизика. – 1999. – Т. 42. № 1. – С. 3–25.
16. **Диденкулова, И. И., Заибо, Н., Пелиновский, Е. Н.** Отражение длинных волн от «безотражательного» донного профиля // Изв. РАН, Механика жидкости и газа. – 2008. – № 4. – С. 101–107.
17. **Диденкулова, И. И., Пелиновский, Д. Е., Тюгин, Д. Ю., Гиниятулин, А. Р., Пелиновский, Е. Н.** Бегущие длинные волны в водных прямоугольных каналах переменного сечения // Вестник Московского областного государственного университета. Серия «Естественные науки». – 2012. – № 5. – С. 89–93.
18. **Дикий, Л. А.** Теория колебаний земной атмосферы / Л. А. Дикий. – Л. : Гидрометеорологическое изд-во, 1969. – 195 с.
19. **Зайцев, В. В., Кислякова, К. Г.** Нагрев плазмы при параметрическом возбуждении звуковых колебаний в корональных магнитных петлях // Астрономический журнал. – 2010. – Т. 87. №4. – С. 410–416.
20. **Каплан, С. А., Островский, Л. А., Петрухин, Н. С., Фридман, В. Е.** Расчет самосогласованных моделей хромосфер Солнца и звезд // Астрономический журнал. – 1972. – Т. 49. – С. 1267–1276.
21. **Карлов, В. Д., Козлов, С. И., Ткачев, Г. Н.** Крупномасштабные возмущения в ионосфере, возникающие при полете ракеты с работающим двигателем (обзор) // Космич. исслед. – 1980. – Т. 18. № 2. – С. 266–277.
22. **Крючков, Е. И., Федоренко, А. К.** Особенности переноса энергии в атмосфере акустико-гравитационными волнами // Геомагнетизм и аэрономия. – 2012. – Т. 52. № 2. – С. 251–257.
23. **Куницын, В. Е., Сураев, С. Н., Ахмедов, Р. Р.** Моделирование распространения акустико-гравитационных волн в атмосфере для различных поверхностных источников // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. – 2007. – №2. – С. 59–63.
24. **Курант, Р.** Методы математической физики. Т. 2 / Р. Курант, Д. Гильберт. – М. : Мир, 1945. – 620 с.
25. **Куркин, А. А.** Волны-убийцы: факты, теория и моделирование / А. А. Куркин, Е. Н. Пелиновский. – Н. Новгород : ННГУ, 2004. – 157 с.
26. **Лайтхилл, Д.** Волны в жидкостях / Д. Лайтхилл. – М : Мир, 1981. – 603 с.
27. **Ламб, Г.** Гидродинамика / Г. Ламб. – М.-Л. : Гостехиздат, 1947. – 929 с.

28. **Маслов, В. П.** Асимптотические методы решения псевдо дифференциальных уравнений / В. П. Маслов. – М. : Наука, 1987. – 408 с.
29. **Маслов, В. П.** Комплексный ВКБ метод для нелинейных уравнений / В. П. Маслов. – М. : Наука, 1977.
30. **Нагорский, П.М.** Модификация F-области ионосферы мощными импульсными источниками волн в нейтральном газе : автореферат дисс, ...д-ра физ.-мат. наук. – Томск : ТГУ, 1998. – 31 с.
31. **Орлов, В. В., Уралов, А. М.** Реакция атмосферы на волну Релея, порожденную землетрясением // Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца. – 1987. – №.78. – С.28–40.
32. **Пелиновский, Е. Н.** Гидродинамика волн цунами / Е. Н. Пелиновский. – Н. Новгород : ИПФ РАН, 1996. – 275 с.
33. **Пелиновский, Е. Н., Диденкулова, И. И.** Распространение волн в сильно неоднородной среде // Нелинейные волны' 2008. – Н. Новгород : ИПФ РАН, 2009. – С. 191–204.
34. **Пелиновский, Е. Н., Талипова, Т. Г.** Безотражательное распространение волн в сильно неоднородных средах // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. – 2010. – №. 3 (9). – С. 4–13.
35. **Петрухин, Н. С.** О рефракционных волноводах для акустико-гравитационных волн // Астрон. журн. – 1983. – Т. 60. Вып. 1. – С. 122–126.
36. **Петрухин, Н. С.** Волноводные свойства атмосферы с монотонно изменяющейся температурой // Астрон. журн. – 1983. – Т. 60. Вып. 4. – С. 703–708.
37. **Петрухин, Н. С.** Захваченные волны в плоскопараллельной среде с экспоненциальным профилем температуры // Колебания и волны в жидкости. – Г.: ГПИ, 1988. – С. 5–11.
38. **Петрухин, Н. С., Пелиновский, Е. Н., Бацына, Е. К.** Безотражательное распространение акустических волн в атмосфере Земли // Письма в ЖЭТФ. – 2011. – № 93. Вып. 10. – С. 625 – 628.
39. **Петрухин, Н. С., Пелиновский, Е. Н., Бацына, Е. К.** Безотражательное распространение акустических волн в атмосфере Солнца // Письма в Астрономический Журнал. – 2012. – Т. 38. № 6. – С. 439 – 445.

40. **Петрухин, Н. С., Пелиновский, Е. Н., Бацына, Е. К.** Безотражательные акустико - гравитационные волны в атмосфере Земли // Геомagnetизм и аэрoнoмия. – 2012. – Т. 52. № 6. – С. 854 – 860.
41. **Петрухин, Н. С., Пелиновский, Е. Н., Талипова, Т. Г.** Безотражательное вертикальное распространение волны в сильно неоднородной атмосфере // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. – 2012. – № 2. – С. 189 – 194.
42. **Рабинович, А. Б.** Длинные гравитационные волны в океане / А.Б. Рабинович. – С.-П. : Гидрометеoиздат, 1993. – 324 с.
43. **Романова, Н. Н.** О нелинейном распространении акустико-гравитационных волн в изотермической атмосфере // Изв. АН СССР. ФАО. – 1971. – Т. VII. № 12. – С. 1251–1262.
44. **Савина, О. Н.** Акустико-гравитационные волны в атмосфере с реалистичным распределением температуры // Геомagnetизм и аэрoнoмия. – 1996. – Т. 36. № 2. – С. 104–110.
45. **Савина, О. Н., Григорьев, Г. И.** Акустико-гравитационные волны в атмосфере с кусочно-линейным температурным профилем // Известия вузов. Радиофизика. – 2002. – Т. 45. № 8. – С.664-670.
46. **Соболев, В. В.** Курс теоретической астрофизики / В. В.Соболев. – М. : Наука, 1985. – 502 с.
47. **Талипова, Т. Г., Пелиновский, Е. Н.** Трансформация внутренних волн над неровным дном: аналитические результаты. Океанология. – 2011. – Т. 51, № 4. – С. 621–626.
48. **Талипова Т. Г., Пелиновский Е. Н., Петрухин Н. С.** О проникновении длинной внутренней волны в толщу океана // Океанология. – 2009. – Т. 49. №. 5. – С. 673–680.
49. **Талипова, Т. Г., Петрухин, Н. С., Пелиновский, Е. Н.** Безотражательное вертикальное распространение волны в сильно неоднородной атмосфере // Изв РАН, Физика атмосферы и океана. – 2012. – № 48(2). – С. 189–194.
50. **Фирстов, П. П.** Ударно-волновые и акустические эффекты при вулканических извержениях (обзор) // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. – 2009. – №.2. Вып. 14. – С. 100–117.

51. **Черкесов, Л. В.** Гидродинамика поверхностных и внутренних волн / Л. В. Черкесов. – Киев : Наук. думка, 1976. – 364 с.
52. **Эккарт, К.** Гидродинамика океана и атмосферы / К. Эккарт. – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2004. – 328 с.
53. **Aschwanden, M. J.** An evaluation of coronal heating models for active regions based on Yohkoh, SOHO, and TRACE observations // *The Astrophysical Journal*, 2001. V. 560. P. 1035-1044.
54. **Aschwanden, M. J., Winebarger, A., Tsiklauri, D., Peter, H.** The coronal heating paradox // *The Astrophysical Journal*, 2007. V. 659. P. 1673-1681.
55. **Biermann, L.** Zur Deutung der chromosphärischen Turbulenz und des Exzesses der UV-Strahlung der Sonne // *Naturwissenschaften*, 1946. V. 33. Is. 4. P. 118-119.
56. **Biermann, L.** Über die Ursache der chromosphärischen Turbulenz und des UV-Exzesses der Sonnenstrahlung // *Zeitschrift für Astrophysik*, 1948. V. 25. P. 161.
57. **Bluman, G.** On mapping linear partial differential equations to constant coefficient equations // *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1983. V. 43. P. 1259–1273.
58. **Bluman, G., Cheviakov, A.F.** Nonlocally related systems, linearization and nonlocal symmetries for the nonlinear wave equation // *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2007. V. 333. P. 93–111.
59. **Bluman, G., Kumei, S.** On invariance properties of the wave equation // *Journal of Mathematical Physics*, 1987. V. 28. P. 307–318.
60. **Carlsson, M., Hansteen, V. H., Pontieu, B., McIntosh, S., Tarbell, T. D., Shine, D., Tsuneta, S., Katsukawa, Y., Ichimoto, K., Suematsu, Y., Shimizu, T., Nagata, S.** Can High Frequency Acoustic Waves Heat the Quiet Sun Chromosphere? // *Publ. Astron. Soc. Japan*, 2007. V. 59. No. SP3. P. 663-668.
61. **De Pontieu, B., Erdelyi, R., De Moortel, I.** How to channel photospheric oscillations into the corona // *The Astrophysical Journal Letters*, 2005. V. 624. P. 61–64.
62. **Didenkulova, I., Pelinovsky, E.** Non-dispersive traveling waves in strongly inhomogeneous water channels // *Phys. Lett. A.*, 2009. V. 373. N. 42. P. 3883–3887.

63. **Didenkulova, I., Pelinovsky, E.** Nonlinear wave effects at the nonreflecting beach // Non-linear Processes in Geophysics, 2012. V. 19. No. 1. P. 1–8.
64. **Didenkulova, I., Pelinovsky, E.** Nonlinear wave evolution and runup in an inclined channel of a parabolic cross-section // Phys Fluids, 2011. V. 23. Issue 8, 086602.
65. **Didenkulova, I.I., Pelinovsky, E.N., Soomere, T.** Exact travelling wave solutions in strongly inhomogeneous media // Estonian J. Eng. 2008. V. 14. No. 3.
66. **Didenkulova, I., Pelinovsky, E., Soomere, T.** Long surface wave dynamics along a convex bottom // J. Geophys. Res. – Oceans, 2009. V. 114. C07006. doi:10.1029/2008JC005027.
67. **Dobrokhotov, S.Y., Sinitsyn, S.O., Tirozzi, B.** Asymptotics of localized solutions of the one-dimensional wave equation with variable velocity. 1. The Cauchy problem // Russian Journal of Mathematical Physics, 2007. V. 11. N. 1. P. 28–56.
68. **Dobrokhotov, S.Y., Zhevandrov, P.N.** Asymptotic expansions and the Maslov canonical operator in the linear theory of water waves. 1. Main constructions and equations for surface gravity waves // Russian Journal of Mathematical Physics, 2003. V. 10. No. 1. P. 1–31.
69. **Dobrokhotov, S., Sekerzh-Zenkovich, S., Tirozzi, B., Volkov, B.** Explicit asymptotics for tsunami waves in framework of the piston model // Russian Journal of Earth Sciences, 2006. V. 8. P. 1-12.
70. **Dobrokhotov, S., Sekerzh-Zenkovich, S., Tirozzi, B., Tudorovski, T.** Description of tsunami propagation based on the Maslov canonical operator // Doklady Mathematics, 2006. V. 74. No. 1. P. 592–596.
71. **Dobrokhotov, S.Yu, Tirozzi, B., Vargas, C.A.** Behavior near the focal points of asymptotic solutions to the Cauchy problem for the linearized shallow water equations with initial localized perturbations // Russian Journal of Mathematical Physics, 2009. V. 16. No. 2. P. 228–245.
72. **Dobrokhotov, S., Minenkov, D., Nazaikinskii, V., Tirozzi, B.** Functions of noncommuting operators in an asymptotic problem for a 2D wave equation with variable velocity and localized right-hand side // Operator Theory: Advances and Applications Volume, 2013. V. 228. P. 95–125.

73. **Dobrokhotov, S.Y., Nazaikinskii, V.E., Tirozzi, B.** Asymptotic solutions of 2D wave equations with variable velocity and localized right-hand side // *Russian Journal of Mathematical Physics*, 2010. V. 17. № 1. P. 66–76.
74. **Dobrokhotov, S.Y., Nazaikinskii, V.E., Tirozzi, B.** Asymptotic solution of the one-dimensional wave equation with localized initial data and with degenerating velocity: I // *Russian Journal of Mathematical Physics*, 2010. V. 17. № 4. P. 434–447.
75. **Durran, D.** *Numerical methods for wave equations in Geophysical Fluid Dynamics*. N. Y.: Springer-Verlag, 1999. 465 p.
76. **Erdelyi, R., Malins, C., Toth, G., De Pontieu, B.** Leakage of photospheric acoustic waves into non-magnetic solar atmosphere // *Astronomy & Astrophysics*, 2007. V. 467. P. 1299–1311.
77. **Fedun, V., Erdelyi, R., Shelyag, S.** Oscillatory response of the 3D solar atmosphere to the leakage of photospheric motion // *Solar Physics*, 2009. V. 258. P. 219–241.
78. **Fontenla, J.M., Avrett, E., Thuillier, G., Harder, J.** Semi-empirical models of the solar atmosphere. I. The quiet and active-Sun photosphere at mid-resolution // *The Astrophysical Journal*, 2006. V. 639. P. 441.
79. **Fossum, A., Carlson, M.** High-frequency waves are not sufficient to heat the solar chromosphere // *Nature*, 2005. V. 435. P. 919–921.
80. **Fossum, A., Carlson, M.** Determination of the Acoustic Flux in the Lower Solar Chromosphere // *The Astrophysical Journal*, 2006. V. 646. P. 579–592.
81. **Fritts, D.C., Alexander, M.J.** Gravity wave dynamics and effects in the middle Atmosphere // *Rev. Geophys.*, 2003. V. 41. N. 1. P. 1–64.
82. **Gavrilov, N. M., Kshevetskii, S. P.** Numerical modeling of propagation of breaking non-linear acoustic-gravity waves from the lower to the upper atmosphere // *Advances in Space Research*, 2013. V. 51. Is. 7. P. 1168–1174.
83. **Gonzalez, N. B., Soriano, M. F., Kneer, F., Okunev, O.** Acoustic waves in the solar atmosphere at high spatial resolution // *Astronomy & Astrophysics*, 2009. V. 508. P. 941–950.
84. **Gonzalez, N. B., Soriano, M. F., Kneer, F., Okunev, O., Shchukina, N.** Acoustic waves in the solar atmosphere at high spatial resolution II. Measurement in the Fe I 5434 Å line // *Astronomy & Astrophysics*, 2010. V. 522, A31. DOI: 10.1051/0004-6361/201014052

85. **Grimshaw, R., Pelinovsky, E., Talipova, T.** Non-reflecting internal wave beam propagation in the deep ocean // *J. Phys. Oceanography*, 2010a. V. 40. N. 4. P. 802–813.
86. **Grimshaw, R., Pelinovsky, D., Pelinovsky, E.** Homogenization of the variable - speed wave equation // *Wave Motion*, 2010b.V. 47. No. 12. 496–507.
87. **Hickey, M.P., Schubert, G., Walterscheid, R.L.** Acoustic wave heating of the thermosphere // *Journal of Geophysical Research: Space Physic*, 2001. V. 106. Is. A10. P. 21543–21548.
88. **Hines, C.O.** Dynamical heating of the upper atmosphere // *Journal of Geophysical Research*, 1965. V. 70. Is. 1. P. 177–183.
89. **Huang, C.S, Sofko, G. J.** Numerical simulations of midlatitude ionospheric perturbations produced by gravity waves // *J Geophys. Res.*, 1998. V. 103. N. A4. P. 6977–6989.
90. **Ibragimov, N.H., Rudenko, O.V.** Principle of an a priori use of symmetries in the theory of nonlinear waves // *Acoustical Physics*, 2004. V. 50. P. 406–419.
91. International Organization for Standardization, Standard Atmosphere, ISO 2533:1975, 1975.
92. **Jefferies, S.M., McIntosh, S.V., Armstrong, J.D., Bogdan, T.J., Cacciani, A.B., Fleck, B.** Magnetoacoustic portals and the basal heating of the solar chromosphere // *The Astrophysical Journal Letters*, 2006. V. 648. P. 151–155.
93. **Kalkofen, W.** Wave Heating of the Solar Chromosphere // *J. Astrophys. Astr.*, 2008. V. 29. P. 163–166.
94. **Kharif, C., Pelinovsky, E., Slunyaev, A.** *Rogue Waves in the Ocean*. Springer, 2009. 216 p.
95. **Klimchuk, J. A.** On solving the coronal heating problem // *Solar Physics*, 2006. V. 234. P. 41–77.
96. **Krasnov, V., Drobzheva, Ya., Lastovicka, J.** Acoustic energy transfer to the upper atmosphere from sinusoidal sources and a role of nonlinear processes // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 2007. V. 69. Is. 12. P. 1357–1365.
97. **Malins, C., Erdelyi, R.** Direct propagation of photospheric acoustic p-modes into nonmagnetic solar atmosphere // *Solar Phys.*, 2007. V. 246. P. 41–52.

98. **Maltby, P., Avrett, E.H., Carlsson, M., Kjeldseth-Moe, O., Kurucz, R.L., Loeser, R.** A new sunspot umbral model and its variation with the solar cycle // *The Astrophysical Journal*, 1986. V. 306. P. 284–303.
99. **Marsh, M.S., Walsh, R.W.** P-mode propagation through the transition region into the solar corona. I. Observations // *The Astrophysical Journal*, 2006. V. 643. P. 540-548.
100. **Pilger, C., Bittner, M.** Infrasound from tropospheric sources: Impact on mesopause temperature? // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 2009. V. 71. Is. 8-9. P. 816–822.
101. **Rind, D.** Heating of the lower thermosphere by the dissipation of acoustic waves // *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 1977. V. 39. Is. 4. P. 445–456.
102. **Ruderman, M.S., Pelinovsky, E., Petrukhin, N.S., Talipova, T.** Non-reflective propagation of kink waves in solar magnetic tubes // *Solar Physics*, 2013. V. 286. P. 417–426.
103. **Rutten, R. J.** Observing the solar chromosphere // *The Physics of Chromospheric Plasmas*. ASP Conf.: P. Heinzel, I. Dorotovic, and R. J. Rutten (Eds.), 2007. Ser. 368. P. 27–49.
104. **Schrijver, C. J., Title, A. M., van Ballegoijen, A. A., Hagenaar, H. J., Shine, R. A.** Sustaining the Quiet Photospheric Network: The Balance of Flux Emergence, Fragmentation, Merging, and Cancellation // *Astrophysical Journal*, 1997. V. 487, P. 424.
105. **Schubert, G., Hickey, M.P., Walterscheid, R.L.** Physical processes in acoustic wave heating of the thermosphere // *Journal of Geophysical Research D: Atmospheres*, 2005. V. 110. Is. 7. P. 1–5.
106. **Schwarzschild, M.** On Noise Arising from the Solar Granulation // *Astrophysical Journal*, 1948. V. 107. P. 1.
107. **Seymour, B., Varley, E.** Exact representations for acoustical waves when the sound speed varies in space and time // *Studies in Applied Mathematics*, 1987. V. 76. P. 1–35.
108. **Slunyaev, A., Didenkulova, I., Pelinovsky, E.** Rogue waters // *Contemporary Physics*, 2011. V. 52. No. 6. P. 571 – 590.
109. **Stein, R. F.** Waves in the solar atmosphere. I. The acoustic energy flux // *The Astrophysical Journal*, 1968.V. 154. P. 297-306.

110. **Stein, R. F., Schwartz, R. A.** Waves in the solar atmosphere. II. Large-amplitude acoustic pulse propagation // *The Astrophysical Journal*, 1972. V. 177. P. 807-828.
111. **Stix, M.** *The Sun. An introduction.* Berlin: Springer-Verlag, 2002. 490 p.
112. **Suzuki, T. K.** On the heating of the solar corona and the acceleration of the low-speed solar wind by acoustic waves generated in the corona // *The Astrophysical Journal*, 2002. V. 578. P. 598-609.
113. **Taroyan, Y., Erdelyi, R.** Global acoustic resonance in a stratified solar atmosphere // *Solar Physics*, 2008. V. 251. P. 523–531.
114. **Ulmschneider, P.** On the computation of shock heated models for the solar chromospheres and corona // *Astronomy and Astrophysics*, 1971. V. 12. P. 297–309.
115. **Ulmschneider, P.** The physics of chromosphere and coronae, In *lecture on solar physics*, LNP 619, Ed. Antia, Bhatnagar, Ulmschneider. Berlin: Springer-Verlag, 2003. P. 232–280.
116. **Varley, E., Seymour, B.** A method for obtaining exact solutions to partial differential equations with variable coefficients // *Studies in Applied Mathematics*, 1988. V. 78. P. 183–225.
117. **Vernazza, J.E., Avrett, E.H., Loeser, R.** Structure of the solar chromosphere. III-models of the EUV brightness components of the quiet-sun // *Astrophys. J. Suppl.*, 1981. V.45. P. 635–725.
118. **Walterscheid, R.L., Schubert, G., Brinkman, D.G.** Acoustic waves in the upper mesosphere and lower thermosphere generated by deep tropical convection // *Journal of Geophysical Research A: Space Physics*, 2003. V. 108. Is. A11.
119. **Yeh, K.C., Liu, C.H.** Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere // *Rev. Geophys. Space Phys.*, 1975. V.37. N. 6–7. P. 1011–1054.
120. **Zhang, S.D., Yi, F.** A numerical study of propagation characteristics of gravity wave packets propagating in a dissipative atmosphere // *J. Geophys. Res.*, 2002. V. 107. D14. P. 1–9.

Бацына Екатерина Константиновна
Петрухин Николай Семенович
Пелиновский Ефим Наумович

**БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН
В НЕОДНОРОДНОЙ СЖИМАЕМОЙ АТМОСФЕРЕ
ЗЕМЛИ И СОЛНЦА**

Редактор О.В. Пугина
Компьютерная верстка авторов

Подписано в печать 06.05.2014. Формат $60 \times 84^{1/16}$.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 7.

Уч.-изд. л. 7. Тираж 500 экз. Заказ № 251

Типография РАСТР-НН.
6030246 Нижний Новгород, ул. Белинского, 61