

## ЗДРАВЫЙ СМЫСЛ МАТЕМАТИКА

В родстве со всем, что есть, уверясь  
И знаясь с будущим в быту,  
Нельзя не впасть к концу, как в ересь,  
В неслыханную простоту.  
Борис Пастернак.

Строки эпиграфа взяты из стихотворения, про которое Арнольд сказал: «это – специальное стихотворение про математику, одно из самых замечательных стихотворений Пастернака. На мой взгляд, он очень много про науку понимал, про математику».

Здравый смысл (несмотря на неоднозначность термина) удобен и понятен при обозначении совокупности неконъюнктурных взглядов отдельного человека. Эти устоявшиеся взгляды складываются как объединение образовательных знаний и зависящего от них повседневного опыта.

Достаточная стандартизированность, уверенность, категоричность и конкретность в доступных внешних проявлениях – свойства здравого смысла.

Здравый смысл Арнольда имеет отдельную ценность на фоне его выдающихся математических достижений и глубокого общего образования.

Взгляды Арнольда на математику и математическое образование безусловно привлекательны.

Приводимые в тексте близкие к дословным высказывания Арнольда выделены курсивом.

Принятие и понимание взглядов Арнольда неотделимо от точки зрения, с которой они рассматриваются. Наше основное утверждение: математика это результаты мыслительной деятельности сформированного по определенным специфическим правилам человеческого мышления.

Утверждение, являющееся очевидным, но явно неконструктивным, требует описания “специфических правил” мыслительной деятельности с виртуальными объектами, обозначаемыми терминами и символами.

Можно описать способы и свойства формирования правил и терминов, а также привести классификацию математических результатов, перечисляя многообразные теории и разделы математики. Абстрактное, теоретическое, идеализированное, логическое, дедуктивное, количественное, пространственное, моделирующее и, наконец, прикладное – обычные словесные атрибуты, сопутствующие внешним подходам к математике.

Не пользующаяся математическими символами человеческая логика зачастую запутывается в словесных определениях, но, к сожалению, некорректно определять математику, пользуясь математическими символами.

Представления Арнольда о внутреннем характере математики выражены в высказываниях о том, что

*Написанное Маратом: из всех математиков самые лучшие те, которые всё вычисляют по заранее приготовленным формулам, является признаком полного непонимания революционерами математики, главное в которой — свободное мышление вне рамок каких бы то ни было заранее заготовленных схем,*

или, что

*Роль доказательств в математике подобна роли орфографии или даже каллиграфии в поэзии.* Во внешних проявлениях представляются наиболее важными следующие три свойства математики:

- Главное, но редко упоминаемое, свойство математики – определять стиль мыслительной деятельности;
- Феноменальная полезность математики. *Замечательное свойство математики, которым можно только восхищаться, является непостижимая эффективность её науки, более абстрактных, и на первый взгляд, совершенно бесполезных, но красивых областей;*
- Общеобразовательная ценность математики как основной дисциплины обучения.

Суть первого свойства достаточно глубоко реализуется у Арнольда в описании “мягких” и “жестких” математических моделей.

Здравый смысл проявляется при реализации идей на известных объектах.

Поясняя жесткую модель примером таблицы умножения и, приводя в качестве простейшего примера мягкой модели – принцип “чем дальше в лес, тем больше дров”, Арнольд дает достаточно содержательное изложение различия между “мягким и жестким математическим моделированием”: *Между математиками есть двойного рода люди:*

1) “математики-философы”, т.е. математики высшей математической мысли, для которых цифры и исчисления есть ремесло; этого рода математиков увлекают сами математические идеи. Одним словом, это математики, так сказать, чистой философской математики;

2) напротив, есть “математики-исчислители”, которые всю суть математики видят в исчислениях, цифрах и формулах.

Основываясь на первоначальном утверждении, подчеркнем, что “мягкое и жесткое моделирование” – это не часть математики, а ясное проявление двух сторон ее сущности: мыслительной работы над математическими идеями и результатов этой работы, выражающихся в “исчислениях, цифрах и формулах”.

Использованный термин математическое моделирование не имеет отношения к тому, что широко принято называть математическим моделированием в других науках и вопросах.

Именно мягкие математические модели в той или иной мере используются каждым образованным человеком. Например, Арнольд говорит, что *сила государственного деятеля С.Ю. Витте заключалась вовсе не в применении какой-либо математики, как “исчисления”, а в том способе мышления, который назван “математикой-философией” и который заставляет человека с математическим образованием думать о всех реалиях окружающего мира с помощью (сознательного или бессознательного) мягкого математического моделирования.*

Более того, считая идею достаточно глубокой, Арнольд пишет об *открытой относительно недавно возможности полезной математической теории мягких моделей* и много говорит о них при обсуждении вопросов математического образования. Он добавляет, что *идея о необходимости этого рода мышления для успеха в любой экономической или производственной деятельности была хорошо понята уже сто лет назад.*

Обсуждение второго из рассматриваемых свойств приводит ко многим вопросам, связанным с противопоставлением прикладного и экспериментального формальному и теоретическому.

Изначально исторически и во многих случаях в последующем развитии математики создавались и исследовались (невольно или целенаправленно) образы, порождаемые определенными характеристиками реальных объектов.

В одном и том же математическом образе повторяются аналогичные черты разнообразных реальных объектов. Это делает математические образы универсальными обобщениями, отделенными от реальности. Виртуальные объекты математики, обозначаемые терминами и символами, заменяют реальные.

Обратно, отделенные от реальности математические образы в своих конкретных проявлениях становятся инструментом для описания и исследования характеристик реальных (просто наблюдаемых, наблюдаемых с помощью приборов или “гипотетически наблюдаемых”) объектов.

На этом пути человек получил математику, придав точную определенность и однозначность создаваемым объектам - абстрактным образам, и наделив ее внутренней истинностью, основанной на доказательствах.

При этом именно математика обладает не присущей реальности возможностью широкого манипулирования над своими объектами с полным использованием свободы фантазии. Фантазия проявляется как неосознанное качество, присущее человеку, или возникающее из мыслительных процессов, проводимых над математическими образами.

Математика - активно функционирующее и совершенствующееся создание мысли, которое непрерывно развивается, оформляется и используется. Как живой организм математика плодотворно участвует, явно или неявно, почти во всех видах творческой деятельности. Практически нет сферы содержательной деятельности, качество которой не зависит от математики. Это понятно в любой науке, и это имеет место в повседневной жизни.

Существенным следствием особенностей здравого смысла Арнольда является использование мягкого математического моделирования при изложении своих взглядов на математику. К этому добавляется то, что кажущиеся парадоксальными некоторые высказывания Арнольда о математике обычно окружает целенаправленный познавательный или образовательный контекст.

Рассмотрение высказываний о самой математике и высказываний, связанных с процессом математического творчества или математического образования, сделанные при неформальном отношении к вопросам, приводят к представлению о непротиворечивости точки зрения Арнольда.

Проявления позиции Арнольда определены его активным противостоянием предвзятым мнениям классических ортодоксов, отрицающих пользу математики, и несведущих людей, не имеющих ответа на вопрос о пользе математики.

Отношение к математике как к науке выражено в мнении Арнольда о бессмысленности понятия прикладной математики.

*На самом деле никаких "прикладных наук" не существует и никогда не существовало, как это отметил более ста лет назад Луи Пастер. Великий прикладник говорил, что есть только обычные фундаментальные науки, где открывают новые истины, и есть их приложения, где эти истины используются.*

*Предпочтительнее говорить не о "внедрении", а об использовании научных результатов.*

К традиционно проходному термину "прикладная математика" исторически привела внешняя природа математики.

Свобода в выборе терминов ограничена смыслом разных понятий, обозначаемых в ряде случаев одинаковыми или похожими терминами.

Термин "прикладная математика" может обозначать существование многих реализаций математики, не являющихся частями математики.

К вопросу о "прикладной математике" примыкает внешне сходный вопрос об экспериментальной науке и вопрос о взаимоотношении математики и физики.

Здесь проявляется как здравый смысл, так и ясно выраженный подход к математике как к творческому процессу.

Арнольд пишет об экспериментальном подходе в математике, который в наглядном виде представлен в геометрии и связывает математику и физику.

Единственным "недостатком" геометрии, как раздела математики, является ее название, происхождении которого для математики несущественно. В математике также не может возникнуть проблема с часто используемым названием фундаментального раздела "Уравнения математической физики".

Безусловно отрицательно отношение Арнольда к принципам Декарта. *Согласно Декарту: Чтобы математика сделалась наукой, прежде всего нужно изгнать из нее все следы эксперимента, которые в ней проявляются в виде чертежей. Рисуя прямые, окружности в*

*евклидовой геометрии, мы совершаем ненужную деятельность, которая к науке не имеет отношения.*

Ясно, что элементарная геометрия – результат длительного эксперимента с обобщением понятных для нас объектов реальности. Вместе с их аналогами в геометрии представлены математические образы и специфические правила оперирования.

Использование “экспериментального подхода” указывает на методы творческой деятельности в ряде областей. Различие в математическом и физическом эксперименте заложено в характере объектов эксперимента и в методах его проведения. В физическом эксперименте над тонкими сложно наблюдаемыми или “гипотетически наблюдаемыми” реальными объектами возникают ситуации, требующие необычного теоретического аппарата для описания процесса исследования и его результатов. Идеи решения возникающих проблем может дать только математика. При появлении новых идей математика приходит к своему очередному расширению, удаляя из своего рассмотрения первоначальный физический объект и заменяя его виртуальным образом.

Физика в современной науке исследует и организует с помощью математики сложно доступные объекты реальности. Внешнее развитие математики во многом определяется ее участием в рассмотрении физических задач.

Сказанное может пояснить внешнее восприятие математики, представленное достаточно прагматическим высказыванием Арнольда о том, что

*Взаимодействие между физикой и математикой, которые преодолели нелепые попытки сверхабстрактных “бурбакистов” разделить эти две важнейшие науки, единые в течение предшествовавших тысячелетий. Прогресс человечества последних столетий в значительной мере опирается на достижения этих наук. Я всегда считал, что математика – часть теоретической физики и, как и физика, является экспериментальной наукой.*

Общее и математическое образование людей неотделимо от математики, т.к. математика стала существенной частью природы достаточно высокоорганизованного общества.

Математика не возникает и не развивается в сознании человека вместе с его рождением и ростом без вмешательства общества. (Может быть, когда-нибудь мутации и технологии приведут к иному.)

Отсюда следует жизненная необходимость поддерживать и улучшать качество образования.

Неизмерима вина тех, кто умышленно или по самоуверенной неосторожности закладывает изменение будущего, возвращая его в нецивилизованное прошлое, а также преобразуя мышление человека в предпринимательно-потребительскую схему.

Большинство работ Арнольда, имеющих публицистический характер, или посвящены или не обходятся без обращения к вопросам математического образования.

Здесь уместно сказать о так называемом “бурбакизме”. В примитивном пояснении негативное отношение к этому явлению возникло как неприятие формального изложения математики исключительно методами математики, без использования любых видов иллюстраций.

Из сказанного раньше следует несоответствие «бурбакизма» взглядам на математику, как на необходимую часть природы существования человека со всеми вытекающими из этого следствиями.

“Бурбакизм” удобно использовать для приведения примеров, противопоставляемых содержательному творческому обучению математике.

Для Арнольда “бурбакизм” неприемлем как неконструктивный и затуманенный подход в творческой и просветительской деятельности.

*Ущербно обучение французских школьников математике, как своеобразной юридической казуистике, основанной на произвольно выбранных законах и тому, что все общее и абстрактное важнее частного, конкретного.*

*Наиболее характерными приметами формализованного преподавания является избыток немотивированных определений и непонятных (хотя логически безупречных) доказа-*

*тельность. Отсутствие примеров, отсутствие анализа предельных случаев и предела применимости математических теорий, отсутствие чертежей и рисунков - столь же постоянный недостаток математических текстов, как и отсутствие нематематических приложений и мотивировок понятий математики.*

*В адрес французского образования направлено обвинение в том, что современное формализованное бурбакизированное образование в математике - полная противоположность обучению умению думать и основам науки.*

*Наконец, в связи с "бурбакизмом" возникает категорическое подтверждение изложенных ранее взглядов Арнольда на математику:*

*Все попытки избежать вмешательства реального мира в математику - сектантство, которое восстанавливает против себя любого разумного человека и вызывает у него отвращение к этой науке и к любым доказательствам. "Абстрактное" описание математики непригодно ни для обучения, ни для каких-либо практических приложений.*

*Бесперспективность применения формализованных методов обучения математике в общем образовании подчеркивается словами Декарта, высказавшего относящийся уже прямо к министерству образования принцип о необходимости немедленно запретить все другие методы преподавания, кроме метода Декарта, потому что его метод образования является единственным истинно демократическим. Демократический характер метода образования по Декарту заключается в том, что среди обучающихся по этому методу самый тупой, самый посредственный ум достигнет таких же успехов, как и самый гениальный.*

*Дальнейшее усиление нелепости приводит к тому, что всю геометрию надо из школьного образования исключить, потому что демократическая эволюция должна сделать все понятным меньшинствам.*

*К этому полезно добавить отмеченное уже Леонардо да Винчи, что любой тупица, занявшись исключительно одной узкой темой, поупражнявшись достаточно долго, достигнет в ней успеха.*

*С другой стороны, полное отрицание цивилизации следует из запланированного в образовании воспитания потребителя с целенаправленно погашенным творческим началом и с мышлением по "правильным" правилам.*

*Здравый смысл и конкретность Арнольда позволяют ему говорить о неблагоприятных целях общественных деятелей, ведущих к развалу, в первую очередь, школьное образование.*

*Оправданием подобных деятелей может быть искаженное из-за безграмотности восприятие предмета математики и представление о математике, как о трудно воспринимаемой необязательной конструкции, препятствующей развитию человеческих потребностей.*

*Преступные действия в образовании, граничащие с мракобесием, нельзя считать простительными. Об этом часто пишет Арнольд, приводя примеры обыденно-бытового отношения к образованию вообще и к математике в частности.*

*От примитивной реализации принципа развития - все старое надо выбрасывать до сознательного достижения низкого уровня общей культуры и школьного образования ради экономических целей. Экономика общества потребления и, прежде всего, доходы хозяев жизни страдают в условиях культурности и образованности (которые, вдобавок, мешают манипулировать населением, как лишённым интеллекта стадом).*

*Образованный человек, начитавшийся книг, становится худшим покупателем: он меньше покупает и стиральных машин, и автомобилей, начинает предпочитать им Моцарта или Ван Гога, Шекспира или теоремы.*

*Возвращаясь к позитивной позиции в подходе к математике, следует сказать, что искусство строгого логического рассуждения и возможность получать этим способом надежные выводы не должно оставаться привилегией Шерлока Холмса - каждый школьник должен овладеть этим умением. Умение составлять адекватные математические модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования.*

*Экономисты, не знающие математики, находятся в положении людей, желающих решить систему уравнений, не зная ни того, что она собой представляет, ни того даже, что представляет собой каждое входящее в нее единичное уравнение.*

*Тот, кто не научился искусству доказательства в школе, не способен отличить правильное рассуждение от неправильного. Такими людьми могут легко манипулировать безответственные политики. Результатом могут стать массовый гипноз и социальные потрясения.*

*Надежду вселяет лишь то, что существующие пока тысячи прекрасно подготовленных учителей будут продолжать выполнять свой долг и обучать всему этому новые поколения школьников, несмотря на любые приказы Министерства. Здравый смысл сильнее бюрократической дисциплины.*

Наука математика имеет живые возобновляемые носители. Но их возобновление, в свою очередь, определяется уровнем математического образования.

*Математическое сообщество несет свою долю ответственности за повсеместно наблюдаемое давление со стороны правительств и общества в целом, направленное на уничтожение математической культуры как части культурного багажа каждого человека и, в особенности, на уничтожение математического образования.*

*Доминирование "математиков-исчислителей" и привело к тому засилью аксиоматическо-схоластической математики, особенно в преподавании (в том числе и в средней школе), на которое общество естественно и закономерно реагирует резко отрицательно. Результатом явилось повсеместно наблюдаемое отвращение к математике и стремление всех правителей отомстить за перенесенные в школе унижения ее уничтожением.*

Неформальный пример здравого смысла – это приход Арнольда на педагогическую практику в школу в студенческие годы с проволочными головоломками, предназначенными для демонстрации школьникам.

Задача цивилизованного общества защитить обучающуюся и развивающуюся молодежь от "успешных" людей, имеющих силу для внедрения неприемлемых "реформаторских" идей в образовании.

Продолжим эпиграф последующими строками стихотворения Бориса Пастернака

Но мы пощажены не будем, Когда ее не утаим.

Она всего нужнее людям, Но сложное понятней им.

Для прагматичного человека приемлемое – это удобное и не требующее ответственного понимания.

Здравый смысл, порождаемый математикой, помогает, раздвигая заросли накопившихся ассоциаций, выйти на чистую ясную поляну прозрачного понимания сути.



20.10.2009 г.