



УДК 338.57+332.135

© А. М. Кириллов, П. Б. Суляндзига, 2015

ОБ ИНФЛЯЦИОННЫХ ВЗАИМОСВЯЗЯХ МЕЖДУ РЕГИОНАМИ

Кириллов А. М. – ведущий эксперт Управления Анализа (“Альфа-Банк”), магистр экономики (РЭШ), e-mail: akirillov@nes.ru; *Суляндзига П. Б.* – канд. физ.-мат. наук, доцент, н.с. лаборатории «Численных методов математической физики», e-mail: stankhv@gmail.com (ВЦ ДВО РАН)

В работе предложена модель, описывающая структуру взаимосвязей между внутренними региональными темпами роста цен. В рамках модели показано, что инфляционные ожидания в регионах и инфляция заграничных экономик являются структурными детерминантами региональных инфляционных процессов. На примере авторегрессионного характера формирования инфляционных ожиданий показано, как изменения в темпах инфляции зарубежных стран транслируются во внутреннюю региональную инфляцию.

Ключевые слова: Региональная инфляция, ценовые взаимосвязи, темп роста цен, инфляционные ожидания.

Введение

Целью настоящей работы является моделирование инфляционных взаимосвязей на уровне региональных экономик.

В работе представлена структурная модель, описывающая взаимосвязи между темпами инфляции в регионах национальной экономики с увязкой на влияние заграничной инфляции и ожидаемых внутренних (региональных) темпах роста цен (инфляционных ожиданий). Под “структурностью” модели мы понимаем ее способность непосредственно описать структуру инфляционных взаимосвязей между рассматриваемыми экономиками (экономики регионов, заграничные экономики). Вместе с тем, в данную модель не инкорпорированы монетарные и фискальные факторы, как канонические детерминанты инфляционного процесса. Однако влияние данных факторов опосредованно заложено в экзогенные параметры модели.

В рамках нашей модели, фундаментальной причиной, обуславливающей наличие ценовых взаимосвязей между регионами, является компаративистика уровней цен между регионами и границей при формировании совокупного спроса и предложения на внутреннем рынке со стороны экономических агентов. Это следует из рационального поведения экономических агентов (которое мы постулируем): домохозяйства будут иметь тенденцию приобретать

товары в домашнем регионе, если аналогичные товары не могут быть, при прочих равных, куплены дешевле в ином регионе или за границей. Аналогичное можно утверждать про фирмы, предъявляющие спрос на товары, используемые в производстве. В противоположность спросу, предложение товаров на внутреннем рынке будет возрастающей функцией по внутренним ценам и убывающей на множестве внешних цен.

Совокупный спрос и предложение конкретного региона являются агрегатами индивидуальных функций спроса и предложения (предъявляемых экономическими агентами данного региона), поэтому разумно допустить, что для них будут сохраняться базовые свойства индивидуальных функций спроса и предложения.

Дополнительно мы предполагаем, что агрегированные предпочтения экономических агентов, издержки по транспортировке, монетарные и фискальные факторы учтены в экзогенных параметрах модели (в эластичностях по факторам и др.).

Таким образом, при прочих равных, агрегированный спрос на внутреннем рынке тем выше, чем выше уровни цен в регионах-контрагентах (т.е. регионы с которыми установлены торговые отношения) при стабильном внутреннем уровне цен (обратное утверждение верно для агрегированного предложения).

Представленная модель сконцентрирована на равновесной траектории темпа роста цен, определяемой взаимодействием совокупного спроса и предложения как функций от межрегионального сопоставления уровней цен.

Параметризация функций спроса и предложения конкретного региона заключается в ведении функции, аргументами которой являются уровни цен в самом регионе, в соседних регионах и в заграничных экономиках.

Актуальность нашего исследования продиктована прикладными аспектами знания об устройстве межрегиональных инфляционных (ценовых) взаимосвязей. Обратимся к событиям августа 2014 года. Меры по ограничению импорта продукции, принятые правительством России в ответ на санкции ЕС и США, привели к ускорению инфляции в регионах. Что, во многом, произошло по причине моментального сокращения предложения (“санкционных” товаров) ввиду наличия временного лага необходимого для поисков, компенсирующих объем импорта источников, вкупе с драматическим обесценением рубля к доллару США и к евро. Количественная же мера инфляции (измеренной в виде ИПЦ или дефлятора ВВП) на национальном уровне является интегральной величиной, компилирующей воедино темпы роста цен на уровне региональных экономик. Поэтому для целей оценки эффекта регулирующего воздействия экономической политики на национальном уровне, необходимо понимать, как устроены взаимосвязи экономических переменных на региональном уровне. Например, как ценовой шок, индуцируемый контр санкциями, будет распространяться по регионам России? Данный вопрос представляет собой исследовательский (и, в том числе, прикладной) интерес,



диктующий актуальность настоящего исследования, направленного на понимание анатомии межрегиональных ценовых взаимосвязей.

Кроме того, наша модель подводит теоретический базис под найденные причинные по Грэнджеру ценовые взаимосвязи между российскими регионами [1].

Модель

Рассматривается национальное экономическое пространство \mathfrak{E} с AR-пространствами [2] в количестве N $\{\mathfrak{E}_1, \dots, \mathfrak{E}_i, \dots, \mathfrak{E}_N\}$, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$. Каждое AR-пространство (регион) не является автаркией по отношению к другим регионам и имеет торговые связи с экономическими пространствами других стран (с их AR-пространствами, количество которых не превосходит M для любого региона анализируемой экономики).

Всего в национальной экономике континуум товаров и услуг внутреннего и импортного производства: $g \in [0; 1]$. Каждому товару соответствует пространственно распространенный рынок. Множество данных рынков интегрировано (т.е. отсутствуют препятствия товарообмену между регионами, где расположены данные рынки).

Агрегированный спрос и предложение для каждого региона в момент времени t параметризуются величинами D_{it} и S_{it} , такими что: $D_{it} \in \mathbb{R}^+$, $S_{it} \in \mathbb{R}^+ \forall i \in \{1, \dots, N\}$. Функциональные формы D_{it} и S_{it} представлены в (1) и (2) (символ “*” имеет смысл знака умножения).

$$D_{it} = \bar{D} * \left[\prod_{j=1}^N \left\{ \frac{P_{jt}}{P_{it}} \right\}^{\sigma_{ij}} \right] * \left[\prod_{k=1}^M \left\{ \frac{P_{okt}}{P_{it}} \right\}^{\delta_{ik}} \right] * \left\{ \frac{P_{it}^E}{P_{it}} \right\}^{\varepsilon}. \quad (1)$$

По аналогии, функции агрегированного предложения имеют вид:

$$S_{it} = \bar{S} * \left[\prod_{j=1}^N \left\{ \frac{P_{it}}{P_{jt}} \right\}^{\alpha_{ij}} \right] * \left[\prod_{k=1}^M \left\{ \frac{P_{it}}{P_{okt}} \right\}^{\beta_{ik}} \right] * \left\{ \frac{P_{it}}{P_{it}^E} \right\}^{\gamma}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) \bar{D} и \bar{S} константы, $P_{it} = \int_0^1 P_{it}(g) \omega_{it}(g) dg \neq 0$ – средняя цена на товары i -го региона (далее – уровень цен), $\omega_{it}(g) \in \mathbb{R}^+$ – взвешивающая функция такая, что $\int_0^1 \omega_{it}(g) dg = 1 \forall i \in \{1, \dots, N\}$, $P_{it}(g)$ – цена на товар g в i -м регионе в момент времени t , P_{okt} – уровень цен в заграничной экономике $k \in \{1, \dots, M\}$ в момент времени t (индекс 0 используется для обозначения заграничной экономики). В свою очередь, $P_{it}^E = \mathbb{E}\{P_{it} | \mathfrak{T}_{t-1}\}$ представляет собой ожидаемый уровень цен i -го региона в момент t условно на доступную в момент $t-1$ информацию.

Величины S_{it} и D_{it} являются численными показателями, представляющими собой удобную интерпретацию агрегированного спроса и предложения для конкретного региона. С одной стороны, агрегированный спрос – интегральный продукт оптимизационных задач экономических агентов, предъявляющих спрос на товары и услуги (как домохозяйств, так и фирм, нуждающихся в ресурсах для производства), представляющий собой зависимость совокупной товарной массы от некоторого ценового выражения. С другой сто-

роны, агрегированное предложение – суть действий экономических агентов производственного сектора (в том числе домохозяйств, осуществляющих предпринимательскую деятельность), принимающих решения о том, что и по какой цене производить, является (аналогично спросу) функцией товарной массы и цены. Поэтому, представление совокупного спроса и предложения в виде функций (1) и (2) автоматически параметризует равновесную совокупную товарную массу региона i числом $G_{it} \in \mathbb{R}^+$, таким что $G_{it} = D_{it} = S_{it}$.

Тогда равновесный уровень цен i -го региона равен:

$$P_{it} = \left\{ \frac{\bar{D}}{S} (P_{it}^E)^{\varepsilon + \gamma} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N P_{jt}^{\sigma_{ij} + \alpha_{ij}} \prod_{k=1}^M P_{0kt}^{\delta_{ik} + \beta_{ik}} \right\}^{1/K} \quad (3)$$

где $K = (\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} + \sum_{k=1}^M \beta_{ik} + \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} + \sum_{k=1}^M \delta_{ik} + \gamma_i + \varepsilon_i)$.

Из выражения (3) получаем темп роста уровня цен – уровень инфляции i -го региона $p_{it} = \frac{\partial}{\partial t} \{\ln(P_{it})\}$:

$$p_{it} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N a_{ij} p_{jt} + \sum_{k=1}^M b_{ik} p_{0kt} + c_i p_{it}^E \quad (4)$$

где $p_{it}^E = \frac{\partial}{\partial t} \{\ln(P_{it}^E)\}$, $p_{0it} = \frac{\partial}{\partial t} \{\ln(P_{0it})\}$, а коэффициенты a_{ij} , b_{ij} и c_{ij} определяются следующими выражениями (индексы j и k используется для обозначения экономик, отличных от экономики i -го региона):

$$a_{ij} = (\sigma_{ij} + \alpha_{ij}) / (\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} + \sum_{k=1}^M \beta_{ik} + \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} + \sum_{k=1}^M \delta_{ik} + \gamma_i + \varepsilon_i),$$

$$b_{ik} = (\delta_{ik} + \beta_{ik}) / (\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} + \sum_{k=1}^M \beta_{ik} + \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} + \sum_{k=1}^M \delta_{ik} + \gamma_i + \varepsilon_i),$$

$$c_i = (\gamma_i + \varepsilon_i) / (\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} + \sum_{k=1}^M \beta_{ik} + \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} + \sum_{k=1}^M \delta_{ik} + \gamma_i + \varepsilon_i).$$

Имея зависимости вида (4) для N регионов, получаем систему (5):

$$\begin{cases} p_{1t} = \sum_{j=2}^N a_{1j} p_{jt} + \sum_{k=1}^M b_{1k} p_{0kt} + c_1 p_{1t}^E \\ \dots \\ p_{it} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N a_{ij} p_{jt} + \sum_{k=1}^M b_{ik} p_{0kt} + c_i p_{it}^E \\ \dots \\ p_{Nt} = \sum_{j=1}^{N-1} a_{Nj} p_{jt} + \sum_{k=1}^M b_{Nk} p_{0kt} + c_N p_{Nt}^E \end{cases} \quad (5)$$

Система (5) наглядно иллюстрирует структуру взаимосвязей уровней инфляции между регионами: равновесные темпы роста цен в регионах являются линейными комбинациями друг друга.

Рассмотрим систему (5) в матричном виде: $AP_t = BP_t^0 + CP_t^E$, где $P_t = (p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{Nt})'$, $P_t^0 = (p_{01t}, p_{02t}, \dots, p_{0Mt})'$, $P_t^E = (p_{1t}^E, p_{2t}^E, \dots, p_{Nt}^E)'$ и матрицы A , B и C имеют следующий вид: $B = (b_{ij}) - N \times M$, $C = \text{diag}(c_{ij}) - N \times N$,



$$A = \begin{pmatrix} 1 & -a_{12} & \dots & -a_{1N} \\ -a_{21} & 1 & \dots & -a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{N1} & -a_{N2} & \dots & 1 \end{pmatrix} - N \times N.$$

Проанализируем, при каких условиях вектор P_t единственным образом выражается через векторы P_t^0 и P_t^E .

Предложение: *Уровень инфляции в регионе i (в каждом периоде t) можно представить как линейную комбинацию внутреннего ожидаемого и импортированного уровня инфляции.*

□ Матрицу A можно представить в виде: $A = I_N - \tilde{A}$, где I_N – единичная матрица размера $N \times N$, и

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & 0 & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что $\forall j \in \{1, 2, \dots, N\} \sum_{i=1}^N a_{ij} < 1$ ($\forall i \in \{1, 2, \dots, N\} \sum_{j=1}^N a_{ij} < 1$). Следовательно, $\|\tilde{A}\|_\infty < 1$ [3].

Рассмотрим матрицу $Z = (I_N + \tilde{A} + \tilde{A}^2 + \tilde{A}^3 + \dots)$. Умножим A на Z слева и получим: $Z(I_N - \tilde{A}) = I_N + \tilde{A} + \tilde{A}^2 + \tilde{A}^3 + \dots - \tilde{A} - \tilde{A}^2 - \tilde{A}^3 - \dots = I_N$ (справа: $(I_N - \tilde{A})Z = I_N + \tilde{A} + \tilde{A}^2 + \tilde{A}^3 + \dots - \tilde{A} - \tilde{A}^2 - \tilde{A}^3 - \dots = I_N$).

Очевидно, что Z является обратной матрицей к $(I_N - \tilde{A})$. В самом деле, в силу $\|\tilde{A}\|_\infty < 1$, $Z = (I_N + \tilde{A} + \tilde{A}^2 + \dots) = (I_N - \tilde{A})^{-1} = A^{-1}$.

Предположим, что существует матрица Z' и также является обратной матрицей к A . Тогда, $Z' = Z'I_N = Z'AZ = Z$ [4]. Таким образом, у матрицы A существует единственная обратная матрица A^{-1} . ■

Предложение помогает преобразовать систему (5) к виду:

$$P_t = \mathcal{A}P_t^0 + \mathcal{C}P_t^E \quad (6)$$

где $\mathcal{A} = A^{-1}B$ и $\mathcal{C} = A^{-1}C$. Матрицу \mathcal{A} стоит интерпретировать как матрицу мультипликаторов инфляционного давления зарубежных стран, в то время как матрица \mathcal{C} содержит мультипликаторы инфляционных ожиданий всех регионов национального экономического пространства. То есть, инфляция i -го региона равна:

$$p_{it} = \sum_{k=1}^M a_{ik} p_{okt} + \sum_{j=1}^N c_{ij} p_{jt}^E \quad (7)$$

Таким образом, инфляционный процесс региона i определен¹ (в рамках построенной модели) инфляционными ожиданиями и "импортируемой" инфляцией.

¹ При неизменных константах в выражениях (1) и (2).

Компонент уровня инфляции региона i , индуцируемый границей, можно рассматривать как случайную величину относительно данного региона. В противоположность этому, процесс, формирующий инфляционные ожидания, является продуктом локальных экономических взаимосвязей и поведения экономических агентов (национальной экономики). Выражение (7), само по себе, не дает ответа на вопрос о, форме (виде) процесса, формирующего ожидания относительно темпов роста цен. Поэтому, содержательное исследование системы (6) невозможно без моделирования процесса инфляционных ожиданий.

Мы ограничиваемся следующим авторегрессионным процессом, формирующим инфляционные ожидания:

$$P_t^E = \mathcal{P}P_{t-1} \quad (8)$$

где матрица авторегрессионных коэффициентов \mathcal{P} имеет вид: , где $|\rho_{ij}| < 1 \forall i, j \in \{1, \dots, N\}$.

Как было отмечено выше, заграничную инфляцию можно рассматривать как случайную величину относительно национальной экономики. С учетом (8), перепишем (6) в виде векторной модели ARMA(1;1):

$$P_t = \mathcal{A}P_t^0 + \mathcal{C}\mathcal{P}P_{t-1}.$$

Тогда, последовательность $\{\mathcal{A}, \mathcal{C}\mathcal{P}\mathcal{A}, (\mathcal{C}\mathcal{P})^2\mathcal{A}, (\mathcal{C}\mathcal{P})^3\mathcal{A}, \dots\}$ [5] является функцией реакции на импульс (функцией импульсного отклика), то есть траекторией развития уровня инфляции при однократном одновременном удвоении уровней цен в заграничных экономиках, с которыми имеют связи домашние регионы.²

Отметим, что функция импульсного отклика удобна для анализа системы, вне стационарного состояния (до и после шока цены не меняются ни в одном регионе, ни границей). Очевидно, данное предположение соотносится с реальным положением дел весьма условно, так как инфляция представляет собой непрерывный процесс. Вместе с тем, с помощью рассматриваемого инструмента можно делать содержательные выводы относительно того как изменения в темпах инфляции зарубежных стран транслируются во внутреннюю региональную инфляцию.

Для более практического анализа динамики инфляционного процесса, рассмотрим, прогноз инфляции в период $t+k$ (в рамках авторегрессионного процесса формирования ожиданий). Система (6) принимает вид:

$$P_{t+k} = \sum_{j=1}^k (\mathcal{C}\mathcal{P})^{k-j} \mathcal{A}P_{t+j}^0 + (\mathcal{C}\mathcal{P})^k P_t \quad (9)$$

Из (9) следует, что текущий уровень инфляции в регионах "помнит" предысторию импортной инфляции. Длительность памяти определяется структурными параметрами модели, выраженными в форме матриц $\mathcal{C}\mathcal{P}$ и \mathcal{A} . Система (9) автоматически учитывает влияние инфляционных шоков заграничных экономик, и, вместе с тем, не подразумевает, что P_t^0 является векто-

² При условии стабильности уровней цен до и после шока.



ром равновесных значений заграничных уровней инфляции (*steady state inflation*).

Проанализируем вопрос о сходимости системы к равновесному уровню инфляции при возникновении инфляционных шоков (т.е. выхода системы из равновесного состояния).

Рассмотрим ситуацию внутреннего однопериодного инфляционного шока в некий момент $t=0$: $|\tilde{P}_0 - P_0| \neq 0$, где P_0 вектор равновесного уровня инфляции в момент $t=0$, \tilde{P}_0 реализовавшийся уровень инфляции в момент $t=0$. Тогда в период $t=k$ имеем: $\tilde{P}_k - P_k = (CP)^k(\tilde{P}_0 - P_0)$. Очевидно, что $(CP)^k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$, поэтому $\tilde{P}_k \rightarrow P_k$. Вместе с тем, скорость сходимости к равновесному уровню инфляции зависит, опять же, от параметров модели – от элементов матриц C и P .

Теперь, пусть заграничный уровень инфляции отклоняется от равновесного значения в исходном периоде времени: $|\tilde{P}_0^0 - P_0^0| \neq 0$. Тогда: $\tilde{P}_k^0 - P_k^0 = (CP)^{k-1}A(\tilde{P}_0^0 - P_0^0)$. Аналогично получаем $\tilde{P}_k^0 \rightarrow P_k^0$ при достаточно большом k . В данном случае скорость сходимости будет ниже в силу эффекта мультипликатора (влияния элементов матрицы A).

Заключение

В данной работе предложена модель структуры связей между региональными и зарубежными уровнями инфляции. В общем виде в модель инкорпорировано влияние внутренних (региональных) инфляционных ожиданий. Показано, что при авторегрессионном характере инфляционных ожиданий, структура инфляционных взаимосвязей следует процессу ARMA(1;1). Данная модель удобна для практического анализа распространения инфляционных шоков среди регионов 1) на основе функции реакции на импульс и 2) на основе рекурсивной зависимости от некоторого стартового периода. Показано, что влияние инфляционных шоков внутреннего и импортного происхождения демпфируется с течением времени (система возвращается к равновесному уровню инфляции).

Библиографические ссылки

1. Глуценко К.П. Ценовые взаимодействия российских региональных рынков // Пространственная экономика. - 2007. - № 1. - С. 48-60.
2. Минакир П.А. Экономический анализ и измерения в пространстве // Пространственная экономика. - 2007. - № 1. - С. 12-39.
3. Астафьев Н.Н. Структурный анализ балансовой модели Леонтьева // Равновесные модели экономики и энергетики, 2005. - С. 121-126.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб.: Для вузов. - 6-е изд., - М.: ФИЗМАТЛИТ. 2010. - 280 С.
5. Кохрейн, Дж. Прогнозирование и импульсные отклики в линейных системах // Квантиль. - 2006. - № 1. - С. 21-26



***Title:* Inflationary Relationships among Regions**

Authors' affiliation:

Kirillov A. M. – “Alfa-Bank”, Moscow, Russian Federation

Sulyandziga P. B. – FEB RAS, Khabarovsk, Russian Federation

Abstract: The paper proposes a structural model of inflationary relationship between domestic regions. The model shows that foreign inflation and regional internal inflation expectations are key structural determinants of price growth pace in regions. In case of autoregressive inflation expectations, it is demonstrated how price dynamics shocks in foreign economies galvanize regional inflations in domestic economy.

Keywords: regional inflation, price relationships, price growth rate, inflation expectations.