| | | | |
|---|---|---|---|
| ФМИ № 6 2014: математика № вёрстки 3 | № корректуры: Число ошибок: Верстал: *Соболева* | Дата | Подпись: |



**Плаксин Михаил Александрович**

# Все числа равны единице

**Предисловие редакции.** Один из наших авторов прислал в редакцию статью, в которой предлагает радикально пересмотреть основы теории чисел. Поскольку эти предложения могут повлечь самые серьёзные последствия для развития математики вообще, редакция не рискует брать на себя столь высокую ответственность и будет рада выслушать мнение читателей по поводу «теоремы Плаксина».

**Теорема.** Все числа по величине равны единице.

**Доказательство.** Возьмём два отрезка: отрезок $AB$ [0; 1] и отрезок $CD$ [0; 2] и сравним их длины. Сколько раз короткий отрезок помещается в длинном? Два. Совместим начала отрезков – точку 0. Приложим короткий отрезок к длинному, отметим на длинном отрезке конец короткого (точку 1) и передвинем короткий отрезок началом к этой точке. Теперь конец короткого отрезка будет совпадать с концом длинного. Короткий отрезок уложился в длинном ровно два раза. В тот момент, когда короткий отрезок приложен к длинному, каждой точке короткого отрезка соответствует ровно одна точка длинного. Раз короткий отрезок уложился в длинном дважды, значит, каждой точке короткого отрезка соответствовали две точки длинного. То есть отрезок [0; 2] содержит количество точек, равное удвоенному количеству точек отрезка [0; 1]. Иными словами, 1 + 1 = 2.


Теперь проделаем с этими же отрезками другую манипуляцию. Опять разместим короткий отрезок на длинном так, чтобы их начала совпадали (т. е. точка $A$ совпадала с точкой $C$). Теперь «приподнимем» отрезок $AB$ над отрезком $CD$: переместим его по плоскости «параллельно» самому себе (и отрезку $CD$). «Высота подъёма» для дальнейших рассуждений неважна. Но лучше сделать её такой, чтобы рисунок был нагляден. Проведём прямые через пары точек $AC$ и $BD$. Эти прямые пересекутся в некоторой точке, которую мы обозначим $E$ (рис. 1).

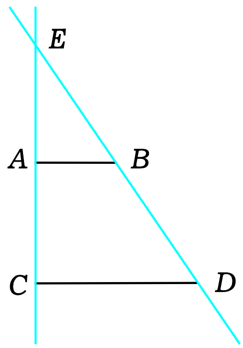


*Рис. 1*

Теперь в точку $E$ вобьём гвоздик и привяжем к нему достаточно длинный шнурок. Для начала совместим шнурок с линией $EC$, а затем будем смещать его нижний конец вправо, пока шнурок не достигнет линии $ED$. При этом шнурок пройдет через все точки отрезка $AB$ и через все точки отрезка $CD$. В каждой точке отрезка $AB$ (обозначим такую «подвижную» точку буквой $X$) мы будем делать остановку и проводить прямую линию через эту точку $X$ и точку $E$. Любая прямая $EX$ будет пересекать отрезок $CD$ в некоторой точке $Y$. И тем самым устанавливать соответствие между точкой $X$ отрезка $AB$ и точкой $Y$ отрезка $CD$.


Но! Все точки $X$ отличны друг о друга. Согласно Евклиду, через любые две точки на плоскости можно провести прямую, причём только одну. Значит, все прямые $EX$ будут отличны друг от друга. (Не может одна прямая $EX$ пройти через две разные точки $X$.) Но тогда и все точки $Y$ будут отличны друг от друга. (Не сможет одна прямая $EX$ пройти через две разные точки $Y$!) То есть каждой точке $X$ отрезка $AB$ будет поставлена в соответствие ровно одна («одна и только одна») точка отрезка $CD$.

То же самое соответствие можно выразить с помощью формулы $Y = 2 \cdot X$. Если $X$ пробегает отрезок $[0;\ 1]$, то $Y$ пробегает отрезок $[0;\ 2]$. И наоборот. Если $Y$ пробегает отрезок $[0;\ 2]$, то $X$ пробегает отрезок $[0;\ 1]$. При этом каждой точке отрезка $[0;\ 1]$ соответствует ровно одна точка отрезка $[0;\ 2]$. То есть отрезок $[0;\ 2]$ содержит такое же количество точек, что и отрезок $[0;\ 1]$.

Осталось совместить две проделанные нами операции по сопоставлению отрезков $AB$ и $CD$. Из первого следовало, что каждой точке отрезка $AB$ соответствует две точки отрезка $CD$. То есть количество точек отрезка $[0;\ 2]$ вдвое больше количества точек отрезка $[0;\ 1]$. Из второго следует, что каждой точке отрезка $AB$ соответствует ровно одна точка отрезка $CD$. То есть количество точек отрезка $[0;\ 2]$ равно количеству точек отрезка $[0;\ 1]$. Но согласно «Началам» Евклида две величины, порознь равные третьей, равны между собой. То есть удвоенное количество точек равно одинарному количеству точек. Иными словами, $2 = 1$!

Нетрудно заметить, что конкретные числовые значения в данном случае никакой роли не играют. Вместо отрезка длиной 2 можно взять отрезок длиной 3, 4, 5, 500, 5000 и т. д. Все рассуждения повторятся. И все эти числа окажутся равны единице. То есть все отрезки, имеющие различную длину, равны между собой! А все целые числа равны единице!

Играет ли роль в проведенных рассуждениях ограничение «целые»? Ровно никакой. Можем брать отрезки любой длины, не обязательно целой. В этом случае возникнут странноватые с точки зрения здравого смысла утверждения типа: «одной точке отрезка $AB$ соответствует 3,1415 точек отрезка $CD$». Но для математики это дело обычное. Например, если в ста семьях имеется 150 детей, в среднем на семью придётся полтора ребёнка. Хотя, разумеется, ни в одной конкретной семье полутора детей не будет.

Длина отрезка $CD$ может быть не только больше, но и меньше, чем у $AB$. Просто в последнем случае картинка «перевернётся вверх ногами»: точка $E$ переместится вниз.

То есть мы доказали, что единица равна любому положительному вещественному числу!

Пойдём ещё дальше. Сопоставим промежуток (0, 1] и луч [1, ∞). Соответствие между ними установим с помощью гиперболы $Y = 1/X$. Если $X$ пробегает промежуток от 1 до 0, то соответствующий ему $Y$ пробежит весь луч от 1 до ∞. Можно поступить наоборот. Отправить $X$ в путешествие от 1 до ∞ (мы ведь уже договорились, что торопиться нам некуда). Тогда $Y$ добросовестно пропутешествует от 1 до 0. Каждой точке отрезка (0, 1] будет соответствовать одна и только одна точка луча [1, ∞). Значит, количество точек на промежутке (0, 1] равно количеству точек на луче [1, ∞). То есть теперь единица оказалась равна уже не только всем конечным числам, но и самой бесконечности!

*Замечание.* Строго говоря, гиперболу надо сместить по оси $OX$ на единицу в сторону нуля. То есть формула будет выглядеть так:

$$(Y - 1) = 1/X.$$

Надеюсь, это преобразование проблем у читателей не вызовет.

«Для полного счастья» осталось совсем чуть-чуть. Единица равна уже всем почти числам. Кроме нуля! Последняя наша надежда. Может быть, хотя бы нуль не равен единице?


Увы! И это не так!

Рассмотрим частное ∞/∞. Для его вычисления применимы сразу три правила.

Первое: любое число при делении само на себя даст единицу. Стало быть, $\infty/\infty = 1$.

Второе: любое число при делении на бесконечность даст нуль. Значит

$$\infty/\infty = 0.$$

Третье: бесконечность при делении на любое число даст бесконечность, то есть

$$\infty/\infty = \infty.$$

А поскольку две величины, порознь равные третьей, равны между собой, получаем, что $1 = 0 = \infty$!

Что касается чисел отрицательных, то знак влияет лишь на направление отступа от нуля, но никак не на величину этого отступа. Возможность двигаться от нуля в разных направлениях сомнения не вызывает. Причём направлений этих не два (+, –), а гораздо больше.

Теорема доказана.