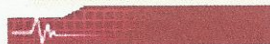


Издательство научно-технической литературы

Поиск по сайту:

Искать



[На главную»](#)

[Контакты»](#)

[Журналы»](#)

[Новости»](#)

[Оформление статей»](#)

[Реклама в журналах»](#)

[Обратная связь»](#)

[Книги»](#)

[О фирме»](#)



реклама



Промышленные АСУ и контроллеры



Промышленные АСУ и контроллеры

Указатель статей, опубликованных в журнале "Промышленные АСУ и контроллеры" в №9 2015 года.

[« Назад](#)

ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

А.В. Пилипенко, А.П. Пилипенко Автоматизация процессов обработки металлов давлением с моделированием технологического оборудования

[Подробнее »](#)

М.К. Гимадетдинов, В.П. Попов, А.В. Остроух Автоматизация дробильно-сортировочного производства с полным комплексом технологических операций и взаимосвязанными технологическими процессами

[Подробнее »](#)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

А.А. Егоров, С.В. Крапивин Оптимальное линейное оценивание стационарных процессов с дискретным временем в задачах фильтрации сигналов с датчиков

[Подробнее »](#)

А.А. Моисеев Аппроксимация распределения погрешности измерений характеристик нефтепродуктов

[Подробнее »](#)

Н.Ю. Энатская Комбинаторный анализ схемы размещений

[Подробнее »](#)

В.И. Кузнецов Статистическая идентификация. Свойства оценок параметров и состояний

[Подробнее »](#)

СЕТЕВЫЕ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ КОНТРОЛЛЕРЫ

В.А. Холопов Особенности использования таймеров в современных программируемых логических контроллерах

[Подробнее »](#)

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

ООО «АСГ Инжиниринг» О разработке автоматизированной системы контроля норм технологического режима

[Подробнее »](#)

ЗАО «РТСофт» Передовые технологии «РТСофт» на Международном морском салоне

[Подробнее »](#)

разделы

[«О журнале](#)

[«Архив журнала](#)

[«Тематическая направленность журнала](#)

[«Правила оформления статей](#)

[«Этапы рассмотрения и публикации статей](#)

[«Правила рецензирования статей](#)

[«Редакционная и профессиональная этика](#)

[«Обнаружение плагиата](#)

[«Редакция и редакционная коллегия](#)

[«Новости журнала](#)

журналы

.....
Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика

.....
Приборостроение и средства автоматизации. Энциклопедический справочник

.....
Промышленные АСУ и контроллеры

.....
Экологические системы и приборы

.....
Авиакосмическое приборостроение

.....
Инженерная физика

.....
История науки и техники

.....
Музыка и время

http

ЭКОНОМИКА АВТОМАТИЗАЦИИ

М.В. Черкасов

Локализация производства: 20 лет сотрудничества компаний Schneider Electric и «Газпром автоматизация»

[Подробнее »](#)

ОБЗОР НАУЧНЫХ ЗАДАЧ

Самхарадзе Т.Г.

Обзор результатов решения научных задач, изложенных в диссертационной работе Мацко И.И. «Автоматизированная система интеллектуальной поддержки процессов управления производством непрерывнолитой заготовки» по специальности 05.13.06 – «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами» (промышленность)

[Подробнее »](#)

НОВОСТИ СИСТЕМОСТРОЕНИЯ

[Подробнее »](#)

Музыковедение

Бюллетень Главного ботанического сада

Всеобщая история

Справочник инженера

Прикладная физика и математика

Известия академии инженерных наук им. А.М. Прохорова

Последние новости:

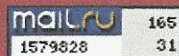
Начала свою работу выставка "Силовая Электроника"

Начала свою работу выставка NDT Russia

Начала свою работу выставка ExpoCoating

XVI Международная специализированная выставка «Дефектоскопия-2015» продемонстрировала инновации промышленного неразрушающего контроля в Санкт-Петербурге

Увлекательная робототехника: юные таланты представят разработки на выставке «Передовые Технологии Автоматизации. ПТА-Урал 2015»



© Издательство "НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ", 2005-2015

Система управления разработана в: ananskikh.ru

Н.Ю. Энатская
 канд. физ.-мат. наук, доцент
 E-mail: nat1943@mail.ru
 (Национальный исследовательский университет
 «Высшая школа экономики»)
 Москва, Российская Федерация

Комбинаторный анализ схемы размещений

Рассматриваются разные процедуры перечисления всех исходов схемы размещений, устанавливается взаимно-однозначное соответствие между ними и их номерами, приводятся способы моделирования возможных значений реализаций схемы.

Ключевые слова: схема размещений; перечисление исходов; задача нумерации; моделирование.

N.Yu. Enatskaya
 Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor
 E-mail: nat1943@mail.ru
 (Higher School of Economics – National Research University)
 Moscow, Russian Federation

Combinatorial Analysis of Arrangement Scheme

We consider different procedures to number all outcomes of arrangement scheme, establish a one-to-one correspondence between the outcomes and its numbers generated in the numbering procedure, and give some methods to simulate the outcomes.

Keywords: arrangement scheme; enumeration of outcomes; enumeration problem; modeling.

Введение

Схема размещений возникает при выборе r элементов из n различных элементов с учетом их порядка или при размещении r различных частиц по одной из n различным ячейкам (при неограниченном числе частиц в ячейке имеем схему размещений с повторениями) и является одной из наиболее распространенных комбинаторных схем, широко используемых в теории и практике [1...7].

Схема размещений участвует во многих важных распространенных математических формулах и в выражениях для чисел исходов многих комбинаторных схем.

Число исходов схемы размещений есть $A_n^r = n! / (n-r)! = C_n^r \cdot r!$, где C_n^r – число исходов схемы сочетаний, а $r!$ – число исходов схемы перестановок, которые по предлагаемым здесь направлениям изучены отдельно [9, 10] (в схеме размещений с повторениями числа исходов – n^r).

Моделирование исходов схемы размещений приведено в [7].

В работе [8] предлагаются новые направления исследования схемы размещений методом графов на основе визуального перечисления всех ее исходов с возможностями учета различных ограничений в ней.

§1. Процедуры перечисления исходов схемы размещений

Схема размещений из n элементов по r ($r \leq n$) возникает при выборе из n различных элементов r элементов без возвращения и с учетом их порядка или при размещении r различных частиц по n различным ячейкам, вмещающим по одной частице. Общее число исходов схемы равно

$$A_n^r = n(n-1)\dots(n-r+1) = C_n^r r!, \quad (1)$$

где C_n^r – число исходов схемы сочетаний перечисляет все разные составы r элементов из n , а $r!$ – число исходов схемы перестановок учитывает их различные порядки при данном составе.

Так как порядок элементов в исходе схемы размещений имеет значение, будем представлять его в виде вектора с компонентами номеров, выбранных r из n элементов в порядке их получения или номеров ячеек последовательного поединичного размещения r частиц по n ячейкам в порядке их попадания в ячейки $\bar{x} = (n_1, n_2, \dots, n_r)$, где n_i – $1, n$ или числом R , составленным из этих номеров $R = (n_1, n_2, \dots, n_r)$.

Рассмотрим разные способы перечисления исходов схемы.

Перечисление исходов схемы размещений

Для явного перебора всех A_n^r различных исходов схемы, исходя из представления формулы (1), будем перечислять исходы схемы размещений в два этапа: на первом – любым методом, описанным в работе [10], перечислим все исходы соответствующей (с теми же параметрами n и r) схемы сочетаний, совпадающие с группами исходов схемы размещений по их составу номеров элементов, а на втором – для каждого исхода схемы сочетаний любым из методов, описанных в работе [9]. Например, методом графов перечислим все перестановки r номеров составляющих его элементов аналогично приведенному в работе [9] алгоритму для элементов с относительными номерами подряд от 1 до r . Акцентируя интерес к процедуре перебора исходов схемы размещения, принцип которого не зависит от способов перечисления исходов вспомогательных схем сочетаний и перестановок, обсужденных подробно в работах [9] и [10], ограничимся рассмотрением по одному способу перебора их исходов, не предавая значения их выбору.

Пусть, например, исходы схемы сочетаний мы будем перебирать в монотонно возрастающем порядке, в смысле чисел R , составленных из номеров, входящих в исход элементов, а исходы схемы перестановок перечислим методом графов.

Первый этап перечисления полностью совпадает с описанным в работах [8] и [10].

Поясним детально порядок выполнения второго этапа перебора исходов схемы.

Для полного соответствия исходных элементов с данными в алгоритме из работы [9] при выполнении этого этапа перебора искомым исходам схемы перестановок для данного промежуточного исхода схемы сочетаний с учетом его записи в [9] в виде совокупности номеров исходных элементов в возрастающем порядке будем заменять номера элементов их относительными порядковыми номерами в данном исходе схемы сочетаний, приводя их таким образом к номерам от 1 до r . Далее применяем алгоритм из работы [9] для перечисления всех относительных порядков элементов, составляющих единственный исход схемы сочетаний, состоящий из элементов с номерами от 1 до r . Тогда, при обратной замене относительных порядковых номеров элементов на соответствующие им фактические номера элементов в каждом исходе схемы сочетаний, получаем для него все возможные размещения. Объединение подобных результатов для всех промежуточных исходов схемы сочетаний приводит к требуемому перечислению всех исходов схемы размещений.

Разные способы перечисления исходов схемы размещений здесь определяются разными приемами перечисления исходов схем сочетаний, приведенных в работе [10] и перестановок, данных в работе [9].

Поясним описанную процедуру перебора исходов схемы размещений на примере.

Пример 1. Пусть $n = 4$, $r = 3$. Тогда, опуская подробности счета по используемым алгоритмам из работ [10] и [9], получаем для первого этапа визуально очевидный результат перебора исходов схемы сочетаний, в виде следующих 4-х совокупностей возрастающих номеров, входящих в них элементов:

$$(123), (124), (134), (234). \quad (2)$$

В силу принятой в работе [8] дисциплине записи исходов схемы сочетаний в порядке возрастания входящих в них номеров элементов оказывается, что относительные порядковые номера всех исходов (2) схемы сочетаний есть (123), которые перечисляем по алгоритму из работы [9] во всех возможных порядках, и получаем визуально очевидные результаты:

$$(123), (132), (213), (231), (312), (321). \quad (3)$$

Теперь для каждого из 4-х приведенных выше исходов сочетаний заменяем порядковые номера элементов их фактическими значениями в исходе схемы сочетаний. Например, для первого исхода схемы сочетаний (123) эти номера совпадают, откуда сразу переписываем полученные в (3) первые 6 исходов схемы размещений. Для второго исхода схемы сочетаний в перечне исходов (2) нужно заменить только порядковый номер 3 на его фактическое значение 4. Тогда получаем следующие 6 исходов схемы размещений: (124), (142), (214), (241), (412), (421) и т. д. Таким образом, окончательно получаем $6 \cdot 4 = 24$ перечисленных в явном виде исходов схемы размещений, что совпадает с непосредственно вычисленным по формуле размещений (1) числом $A_n^r = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

§2. Нумерация исходов схемы размещений

Установление полноты перебора всех исходов схемы размещений и удобство дальнейшего ее использования требует для каждой из предложенных процедур решения прямой и обратной задач нахождения соответствия чисел R и их номеров N , т. е., соответственно, нахождения числа R по его заданному номеру N и нахождения номера N для данного числа R , где, как и раньше, число R представляет данное размещение. Далее для краткости под элементами схем будем понимать их номера.

Напомним, что процедура перечисления исходов схемы размещения состоит из этапов перебора всех сочетаний элементов по r и далее для каждого из них – всех перестановок между собой составляющих сочетание элементов. Поэтому структура множества всех исходов схемы сочетаний представляет собой C_n^r групп исходов по r элементов разных составов, а каждая группа исходов состоит из всех взаимных порядков элементов данного состава в количестве $r!$.

Алгоритм решения прямой и обратной задач нумерации для схемы размещения с использованием

результатов решения аналогичных задач во вспомогательных схемах сочетаний и перестановок не зависит от конкретных приемов перечисления их исходов, поэтому будут выбраны произвольно для каждой из них.

Оказалось, что приведенные в работе [10] способы перечисления всех исходов схемы сочетаний, определяющие процедуры перечисления всех исходов изучаемой здесь схемы размещений, приводят к возрастающему их порядку в смысле представляющих их чисел, составленных из номеров выбранных r из n элементов. Поэтому нумерация исходов и установление соответствия между их видом R и номером N является общим для всех способов перечисления исходов схемы сочетаний, а значит и схемы размещений, в форме решения прямой и обратной задач нахождения числа R по N и наоборот.

В работе [9] исходы схемы перестановок перечисляются разными способами. Остановимся, например, как предлагалось выше, на результате их перебора методом графов.

Из связи изучаемой здесь схемы размещения со схемами сочетания и перестановок следует, что для решения задач нумерации в ней потребуется учесть описанную выше структуру множества всех перечисляемых в 1 исходов схемы размещений и воспользоваться результатами решения прямой и обратной задач нумерации для схем сочетаний в работе [10] и перестановок в [9].

Обозначим N_1, N_2 – номера исходов схем сочетаний и перестановок соответственно, приводящих к номеру N исхода схемы размещения в порядке их перечисления в §1, соответствующего данному исходу схемы размещений R .

Пусть R_1, R_2 – исходы схем сочетаний и перестановок с соответствующими номерами N_1, N_2 . По результатам из работ [9] и [10] будем считать, что соответствия чисел N_1 с R_1 и N_2 с R_2 нам известны. Для возможности проведения полных расчетов при решении прямой и обратной задач нумерации, исходя из заданных параметров n и r схемы размещения, приведем здесь эти соответствия.

В прямой задаче нумерации для схемы сочетаний требуется по данному номеру N_1 исхода схемы найти его вид $R_1 = (p_1 p_2 \dots p_r)$. Задача сводится к нахождению чисел p_1, p_2, \dots, p_r .

Выпишем общую формулу для p_m , где $m = \overline{1, r}$, положив $p_0 = 0$ и $C_0^0 = 1$.

$$p_m = \min_{j_m} (j_m + p_{m-1}) : \left\{ N \leq \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{s=k}^{j_{s-1}} C_{n-s}^{r-k} + \sum_{s=m}^{j_m} C_{n-s}^{r-k} \right\}. \quad (4)$$

В обратной задаче нумерации для схемы сочетаний требуется по данному исходу $R_1 = (p_1 p_2 \dots p_r)$ найти его номер N_1 .

Определим последовательность чисел $\{K_m\}$, где $K_m = p_m - p_{m-1}$, $m = \overline{1, r}$ и пусть $p_0 = 0$. Тогда

$$N_1 = \sum_{m=1}^r \sum_{s=m}^{K_{m-1}} C_{n-s}^{r-s} + 1. \quad (5)$$

В прямой задаче нумерации для схемы перестановок размера r требуется по ее данному номеру N_2 найти ее вид $R_2 = (q_1 q_2 \dots q_r)$. В силу процедуры формирования по методу графов R_2 определяется числами M_k , $k = \overline{1, r}$, где M_k – номер места элемента k среди чисел перестановки от 1 до k (слева направо). Введем обозначение N_{2k} – номер перестановки длины k в данной процедуре, порождающей искомую перестановку длины r с данным номером N_2 . Тогда при $k = \overline{1, r}$

$$M_k = (N_{2k} - 1) \bmod k + 1, \quad (6)$$

где, используя обозначение $[Z]$ – целая часть числа Z при $k = \overline{1, r}$ получаем:

$$N_{k-1} = [(N_k + r - k)(r - k + 1)]. \quad (7)$$

Тогда R_2 определяется числами M_1, M_2, \dots, M_r из их смысла, т. е. $qM_k = k$ – это значит, что элемент k стоит на M_k -ом месте в перестановке (слева направо) среди оставшихся мест от 1 до r после расстановки элементов в ней от $(k+1)$ -го до r -го.

В обратной задаче нумерации для схемы перестановок размера r требуется по ее данному виду R_2 найти его номер N_2 , который в силу процедуры формирования перестановок (§1, п. 1) определяется числами M_k , $k = \overline{1, r}$, где M_k – номер места элемента k среди элементов перестановки от 1 до k (слева направо). Тогда для номера N_2 получаем формулу

$$N_2 = \sum_{i=2}^{r-1} (M_i - 1) \frac{r!}{i!} + M_r, \quad (8)$$

или, т. к. $M_1 = 1$, а при $i = r$ $r!/i! = 1$, формулу (8) можно представить в виде

$$N_2 = \sum_{i=2}^r (M_i - 1) \frac{r!}{i!} + 1.$$

Прямая задача. Пусть дан N – номер исхода схемы размещения в порядке перечисления в §1. Требуется найти его вид R .

На основании проведенных исследований в работах [9] и [10] для схем сочетаний и перестановок будем считать известными соответствия между номерами исходов N_i и их содержанием R_i , $i = \overline{1, 2}$, где индекс 1 относится к схеме сочетаний, а индекс 2 – к схеме перестановок.

Тогда решение прямой задачи будет состоять из следующих вычислительных действий:

1) из описанной выше структуры множества всех исходов схемы размещений определяем номер исхода N_1 схемы сочетаний, совпадающего по составу элементов с искомым исходом R схемы размещений, по формуле:

$$N_1 = [N/r!],$$

если N делится на $r!$, и $N_1 = [N/r!] + 1$, в противном случае, что объединяется в следующую формулу:

$$N_1 = \left[\frac{N+r!-1}{r!} \right]; \quad (9)$$

2) по формуле (4) из N_1 находим вид R_1 ;

3) в виде R_1 заменяем номера элементов их относительными порядковыми номерами, запоминая их соответствия с замененными – получаем перестановку из номеров от 1 до r ;

4) находим номер N_2 перестановки в группе одного состава элементов, определяемых исходом схемы сочетаний R_1 по формуле, следующей из структуры множества исходов схемы размещений:

$$N_2 = N - (N_1 - 1)r!; \quad (10)$$

5) по формулам (6) и (7) из номера N_2 находим перестановку R_2 ;

6) в перестановке R_2 заменяем номера элементов на их фактические значения в R_1 по соответствию из п. 3) – получаем искомый исход R схемы размещений с данным номером N .

Обратная задача. Пусть дан исход R схемы размещения. Требуется найти его номер в порядке перечисления всех исходов схемы размещения в §1.

Решение задачи основано на тех же соображениях, которые были изложены при решении прямой задачи. Используя принятые там обозначения, приведем порядок действий для решения задачи:

1) упорядочиваем в порядке возрастания номера элементов, входящих в данное размещение R , получим сочетание R_1 , совпадающее с данным размещением R по составу (напомним, что в работе [8] договорились не зависящие от порядка элементов сочетания представлять в виде возрастающей последовательности номеров входящих в него элементов);

2) по формуле (5) из R_1 находим его номер N_1 среди всех исходов схемы сочетаний;

3) в размещении R заменяем его элементы их относительными порядковыми номерами от 1 до r – получаем перестановку R_2 номеров элементов от 1 до r ;

4) по формуле (8) из R_2 находим N_2 – его номер среди всех исходов схемы перестановок из элементов с номерами от 1 до r ;

5) с учетом структуры множества исходов схемы размещений искомый номер N размещения R вычисляется по формуле:

$$N = (N_1 - 1)r! + N_2. \quad (11)$$

Для иллюстрации решения прямой и обратной задач нумерации исходов схемы размещения рассмотрим числовые примеры.

Пример 2. Пусть $n = 4$, $r = 3$. Тогда общее число всех исходов схемы размещений равно $A_n^r = A_4^3 = 24$. Для наглядности и контроля результатов решений прямых и обратных задач нумерации исходов схемы размещений подготовим полную таблицу соответствия всех исходов схемы размещения с данными значениями

параметров $n = 4$ и $r = 3$ и их номеров в порядке их получения по описанной выше структуре групп одного состава, определяемых исходами схемы сочетаний в выбранном порядке их перечисления, где каждая группа представляет собой все перестановки из элементов определяющего ее сочетания.

В соответствии, например, с монотонно-возрастающим порядком перечисления исходов схемы сочетаний в работе [10], определяющих группы исходов схемы размещений одного состава, перечислим их в явном виде по методике из работы [8]: (123), (124), (134), (234). Теперь с элементами в первом из этих исходов произведем все перестановки по работе [9] методом графов, получим исходы (321), (231), (312), (132), (123). Считая теперь эти перестановки относительными порядковыми номерами по возрастанию для элементов остальных исходов схемы сочетаний, заменяя их фактическими значениями, получаем все перестановки элементов во всех остальных исходах схемы сочетаний. Тогда таблица нумерации исходов схемы размещений будет иметь вид:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R	321	231	213	312	132	123	421	241	421	412	142	124

N	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
R	431	341	314	413	143	134	432	342	432	423	243	234

Таблица описывает исходы схемы размещения группами по $r! = 3! = 6$ исходов одного состава, определяемые сочетаниями (123), (124), (134), (234) соответственно, и устанавливает соответствие всех исходов схемы размещений R с их номерами N . Теперь будем решать прямую и обратную задачи о нумерации исходов по формулам (8), (9) и (10), сверяя результаты с таблицей.

В связи с тем, что процедуры установления соответствий R_1 с N_1 и R_2 с N_2 подробно рассмотрены в работах [9] и [10], здесь в примерах решения задач нумерации для схемы размещения мы (для краткости и акцента на применении алгоритмов установления соответствия между R и N) не будем их находить по соответствующим формулам из работ [9] и [10], а возьмем их из приведенной выше таблицы соответствия R и N , т. к. в ней в силу ее структуры эти соответствия отражены.

1. Пусть решается прямая задача: по заданному номеру N требуется найти размещение R :

а) $N = 14$, тогда в порядке действий решения прямой задачи для схемы размещения получаем:

1) по формуле (9) $N_1 = [(14 + 6 - 1)/6] = 3$;

2) по таблице значению $N_1 = 3$ соответствует $R_1 = (134)$;

3) при замене номеров элементов в $R_1 = (134)$ их относительными порядковыми номерами получаем число (123), где 3 заменяется на 2, а 4 – на 3;

4) по формуле (10) $N_2 = 14 - (3 - 1)6 = 2$;

5) по таблице значению $N_2 = 2$ соответствует $R_2 = (231)$;

б) применяя в R_2 обратную замену пункта 3), получаем искомое $R = (341)$, что совпадает с размещением номер 14 в таблице.

б) $N = 21$, тогда в порядке действий решения прямой задачи для схемы размещения получаем:

- 1) по формуле (9) $N_1 = [(21 + 6 - 1)/6] = 4$;
- 2) по таблице значению $N_1 = 4$ соответствует $R_1 = (234)$;
- 3) при замене номеров элементов в $R_1 = (234)$ их относительными порядковыми номерами получаем число (123), где 2 заменяется на 1, 3 – на 2, а 4 – на 3;
- 4) по формуле (10) $N_2 = 21 - (4 - 1)6 = 3$;
- 5) по таблице значению $N_2 = 3$ соответствует $R_2 = (231)$;
- 6) применяя в R_2 обратную замену пункта 3), получаем искомое $R = (324)$, что совпадает с размещением номера 21 в таблице.

2. Пусть решается обратная задача: по заданному размещению R требуется найти его номер R :

а) $R = (341)$, тогда в порядке действий решения прямой задачи для схемы размещения получаем:

- 1) упорядочивая номера элементов в возрастающем порядке в R , получаем сочетание $R_1 = (134)$;
- 2) по таблице значению R_1 соответствует $N_1 = 3$;
- 3) при замене номеров элементов в $R = (341)$ их относительными порядковыми номерами получаем число $R_2 = (231)$, где 3 заменяется на 2, а 4 – на 3;
- 4) по таблице значению $R_2 = (231)$ соответствует $N_2 = 2$;
- 5) по формуле (11) получаем искомое значение $N = (3 - 1)6 + 2 = 14$, что совпадает с номером размещения $R = (341)$ по таблице.

б) $R = (324)$, тогда в порядке действий решения прямой задачи для схемы размещения получаем:

- 1) упорядочивая номера элементов в возрастающем порядке в R , получаем сочетание $R_1 = (234)$;
- 2) по таблице значению R_1 соответствует $N_1 = 4$;
- 3) при замене номеров элементов в $R = (324)$ их относительными порядковыми номерами получаем число $R_2 = (213)$, где 3 заменяется на 2, 2 – на 1, а 4 – на 3;
- 4) по таблице значению $R_2 = (213)$ соответствует $N_2 = 3$;
- 5) по формуле (11) получаем искомое значение $N = (4 - 1)6 + 3 = 21$, что совпадает с номером размещения $R = (324)$ по таблице.

§3. Способы моделирования исходов схемы размещений

Метод маркировки

Метод маркировки для моделирования возможных исходов схемы размещений использует или таблицу перечня всех ее исходов с их порядковыми номерами, и хранение этой информации требует определенного объема памяти, что нежелательно, или работает только с заданными номерами исходов, вид которых \bar{x} определяется в 1.

Моделирование исхода схемы состоит из следующих шагов:

- 1) отрезок $[0,1]$ делим на A_i^r равных частей;

- 2) генерируем случайное число x ;
- 3) определяем номер части отрезка $[0,1]$, в который оно попадает, и считаем его номером смоделированного размещения;
- 4) из смоделированного номера исхода схемы размещения находим его вид по заданной исходной информации, т. е. по таблице исходов схемы или по формулам (9) и (10).

Метод, использующий вариационный ряд случайных чисел

Моделирование исхода схемы состоит из следующих шагов:

- 1) генерируем n случайных чисел $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$;
- 2) строим вариационный ряд для результата п.1):

$$\bar{x}_{(i)} = (x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)});$$

- 3) находим номера первых r случайных чисел \bar{x} в вариационном ряду \bar{x} в порядке их просмотра – получаем последовательность номеров r элементов, представляющую смоделированный исход схемы размещений.

Замечание. В п. 3) приведенного последнего пошагового алгоритма можно поменять местами последовательности \bar{x} и $\bar{x}(\cdot)$.

Пример 3. Пусть $n = 10, r = 3$,

$\bar{x} = (0,45; 0,31; 0,84; 0,15; 0,22; 0,40; 0,72; 0,51; 0,93; 0,48)$, отсюда получаем

$\bar{x}(\cdot) = (0,15; 0,22; 0,31; 0,40; 0,45; 0,48; 0,51; 0,72; 0,84; 0,93)$;

$\bar{x}_3 = (0,45; 0,31; 0,84)$.

Тогда получаем исход схемы размещений: (5,3,9) – номера элементов \bar{x}_3 в $\bar{x}(\cdot)$ в порядке просмотра \bar{x} .

Список литературы

1. Виленкин Н.Я. *Комбинаторика*. М.: Наука, 1969. 323 с.
2. Риордан Дж. *Введение в комбинаторный анализ*. Пер. с англ. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. 288 с.
3. Рыбников К.А. *Введение в комбинаторный анализ*. М.: Изд-во Московского ун-та, 1985. 308 с.
4. Сачков В.Н. *Комбинаторика в дискретной математике*. М.: Наука, 1977.
5. Сачков В.Н. *Введение в комбинаторные методы дискретной математики*. М.: Наука, 1982. 384 с.
6. Феллер В. *Введение в теорию вероятностей и ее приложения*. М.: Мир, 1970. 511 с.
7. Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р. *Стохастическое моделирование*. М.: МИЭМ, 2012.
8. Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р. Метод графов для решения задач перечислительной комбинаторики // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. 2014, № 8. С. 15–21.
9. Энатская Н.Ю., Колчин А.В. *Комбинаторный анализ схем перестановок*. Петрозаводск: Карельский научный центр РАН, 2014, № 4. С. 80–86.
10. Энатская Н.Ю. *Комбинаторный анализ схемы сочетаний // Промышленные АСУ и контроллеры*. 2015, № 8. С. 33–38.

References

1. Vilenkin N.Ya. *Kombinatorika* [Combinatorics]. M.: Nauka [Moscow: «Science»]. 1969. 323 p.
2. Riordan Dzh. *Vvedenie v kombinatornyy analiz*. Per. s angl. [Introduction to Combinatorial Analysis, trans. from English]. M.: Izdatelstvo inostrannoy literatury [Moscow: Foreign Literature Publishing House]. 1963. 288 p.
3. Rybnikov K.A. *Vvedenie v kombinatornyy analiz* [Introduction to Combinatorial Analysis]. M.: Izd-vo Moskovskogo un-ta [Moscow: Publishing House of Moscow University]. 1985. 308 p.
4. Sachkov V.N. *Kombinatorika v diskretnoy matematike* [Combinatorics in discrete mathematics]. M.: Nauka [Moscow: «Science»]. 1977.
5. Sachkov V.N. *Vvedenie v kombinatornye metody diskretnoy matematiki* [Introduction to Combinatorial Methods of Discrete Mathematics]. M.: Nauka [Moscow: «Science»]. 1982. 384 p.
6. Feller V. *Vvedenie v teoriyu veroyatnostey i ee prilozheniya* [Introduction to probability theory and its applications]. M.: Mir [Moscow: «World»]. 1970. 511 p.
7. Enatskaya N.Yu., Khakimullin Ye.R. *Stokhasticheskoe modelirovanie* [Stochastic modeling]. M.: MIEM [Moscow: Publishing house of the Moscow State Institute of Electronics and Mathematics]. 2012.
8. Enatskaya N.Yu., Khakimullin Ye.R. *Metod grafov dlya resheniya zadach perechislitelnoy kombinatoriki* [Method graphs for solving enumerative combinatorics]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol, diagnostika* [Instruments and systems. Management, monitoring, diagnostics]. 2014, no. 8, pp. 15–21.
9. Enatskaya N.Yu., Kolchin A.V. *Kombinatornyy analiz skhemy perestанovok* [Combinatorial analysis of the circuit changes]. Petrozavodsk: Karelskiy nauchnyy tsentr RAN [Petrozavodsk: Publishing House of the Karelian Research Centre of Russian Academy of Sciences]. 2014, no. 4, pp. 80–86.
10. Enatskaya N.Yu. *Kombinatornyy analiz skhemy sochetaniy* [Combinatorial analysis scheme combinations]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyery* [Industrial Automatic Control Systems and Controllers]. 2015, no. 8, pp. 33–38.

Информация об авторе

Энатская Наталья Юрьевна, канд. физ.-мат. наук, доцент
E-mail: nat1943@mail.ru
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
101000, Российская Федерация, Москва, ул. Мясницкая, д. 20

Information about the author

Enatskaya Nataliya Yurevna, Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor
E-mail: nat1943@mail.ru
Higher School of Economics – National Research University
101000, Russian Federation, Moscow, Str. Myasnitskaya, 20

НОВОСТИ

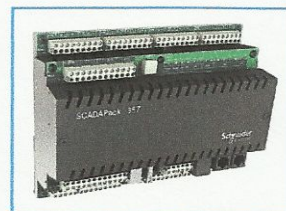
Schneider Electric представляет новый контроллер телеметрии RTU SCADAPack 300/300E

Компания Schneider Electric, мировой эксперт в управлении энергией и промышленной автоматизации, представляет новый контроллер телеметрии RTU SCADAPack 300/300E. Новинка обеспечивает заказчику более экономичное, простое и совершенное управление удаленными объектами.

Терминал SCADAPack 300/300E предназначен для применения в системах водоснабжения и канализации, на предприятиях нефтегазовой отрасли, а также на всех объектах, требующих удаленного доступа, благодаря расширенным возможностям для подключения, усовершенствованной способности к резервированию связи и готовности к работе даже в самых неблагоприятных условиях. Устройство работает в диапазоне температур $-40 \dots +70 \text{ }^\circ\text{C}$, холодный старт возможен при $-40 \text{ }^\circ\text{C}$.

Простой монтаж, возможность быстрого подключения и отключение кабелей и проводов обеспечивают легкость эксплуатации SCADAPack 300 и 300E. При подключенных кабелях видны маркировки и номера каналов. В SCADAPack 300/300E применена та же система монтажа, что и в SCADAPack 500E, это обеспечивает быстрый монтаж устройств без применения каких-либо инструментов.

SCADAPack 300 поддерживает уже готовые приложения, такие как Realflo, Flow Computer for Gas and Liquids, а также интегрирован с программным комплексом StruxureWare SCADA Expert ClearSCADA, который позволяет пользоваться готовыми шаблонами, средствами удаленной настройки и диагностики. «SCADAPack 300/300E отличается более современной конструкцией и простым использованием, что помогает снизить затраты заказчика, – отметил Жан-Ив Пожье (Jean-Yves Pochier), менеджер по продукту SCADAPack компании Schneider Electric. – Новый контроллер отвечает всем требованиям современности и обладает сертификатами, признанными во всем мире: UL, CSA, CE, RCM, Class I, Div 2, ATEX (взрывобезопасности)».



Пресс-служба компании Schneider Electric

Тел.: +7(495) 974-22-62 ext. 1401

E-mail: Schneider@skc-agency.ru www.schneider-electric.ru