

УДК 539.9.1+533.951

## ПРИМЕНЕНИЕ ПОНЯТИЯ “ТЕМПЕРАТУРА” ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

© 2012 г. Г. Э. Норман, А. В. Тимофеев

Представлено академиком В.Е. Фортовым 27.03.2012 г.

Поступило 17.05.2012 г.

Пылевые частицы могут приобретать кинетическую энергию порядка 10 эВ и более, что значительно превышает температуры ионов и электронов в разряде, а также температуру вещества пылевой частицы [1, 2]. Число пылевых частиц в лабораторных экспериментах [3–6] может составлять сотни или даже десятки. Это приводит к вопросу о соответствии средней кинетической энергии пылевых частиц понятию “температура”. Асимметрия сил, определяющих движение пылевых частиц, приводит к особым механизмам передачи энергии между степенями свободы [7–10] и еще более усложняет понятие “температура” для системы пылевых частиц в плазме.

В работе рассматриваются особенности сил, определяющих движение пылинок. Составленная система уравнений решается численно. Приводится разделение понятий средней кинетической энергии для вертикального и горизонтального движения пылевых частиц. Обсуждаются времена релаксации. Вычисляется распределение скоростей пылевых частиц по всем координатам. Дается обоснование использования понятия “температура”.

### СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим трехмерное движение  $N$  пылевых частиц, формирующих один слой, близкий к плоскому, в приэлектродной области газового разряда.

Как и в большинстве работ, моделирующих пылевую плазму [1, 2, 11–13], для силы взаимодействия пылевых частиц друг с другом  $\mathbf{F}_{inter}$  выбран экранированный кулоновский потенциал.

*Объединенный институт высоких температур  
Российской Академии наук, Москва  
Московский физико-технический институт  
(государственный университет),  
Долгопрудный Московской обл.*

Пылинки движутся около высоты, где электрическое поле  $E(z)$  уравнивает силу тяжести

$$\mathbf{F}_{grav} = m\mathbf{g} = \mathbf{F}_{el} = Q\mathbf{E}(z),$$

где  $m$  — масса частицы,  $\mathbf{g}$  — ускорение свободного падения,  $Q$  — заряд пылевой частицы,  $z$  — вертикальная координата. Сила трения со стороны окружающего газа  $\mathbf{F}_{fr}$  моделируется с помощью ланжевеновского термостата. Потенциал, определяющий силу  $\mathbf{F}_{trap}$ , удерживающую одноименно заряженные пылевые частицы от разлета по горизонтали, считается параболическим. Таким образом, система уравнений движения пылевой частицы имеет вид

$$m\ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_{inter} + \mathbf{F}_{fr} + \mathbf{F}_{trap} + \mathbf{F}_{el} + \mathbf{F}_{grav}, \quad (1)$$

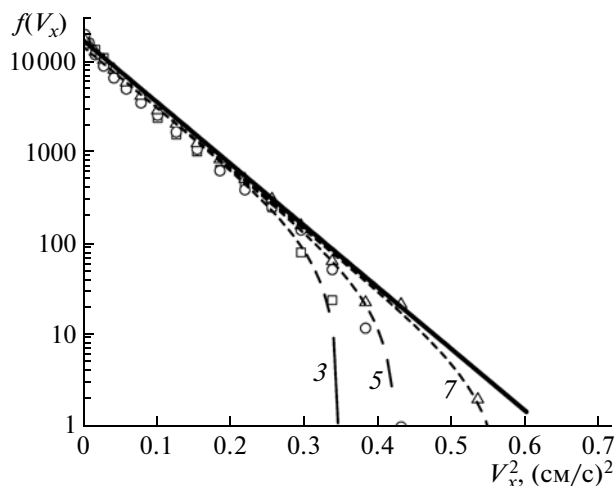
$$i = 1, 2, \dots, N,$$

где  $\mathbf{r}_i$  — радиус-вектор  $i$ -й пылинки,  $N$  — число частиц.

В уравнениях (1) нами учитываются зависимости  $Q$  от координат и времени  $t$ . Заряд  $Q$  определяется равновесием потоков электронов и ионов на поверхность пылинки и флуктуирует из-за флуктуаций этих потоков и локальных параметров плазмы вблизи частицы. Отсюда явная зависимость  $Q$  от  $t$ . В приэлектродном слое газового разряда концентрации электронов и ионов значительно меняются по высоте, что приводит к зависимости  $Q$  от  $z$ . Пылевая частица в плазме газового разряда приобретает большой заряд и начинает влиять на окружающую плазму. Таким образом, заряд двух соседних пылевых частиц  $i$  и  $j$  зависит и от расстояния  $r_{ij}$  между ними. Зависимости  $Q_i = Q_i[t, z(t), r_{ij}(t)]$  входят в силу Лоренца, взаимодействие частиц друг с другом и с ловушкой. Совместный учет всех этих факторов в (1) и приводит к тем эффектам, о которых пойдет речь далее.

### ПОНЯТИЕ “ТЕМПЕРАТУРА”

Температура характеризует состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. Распределение частиц по скоростям в

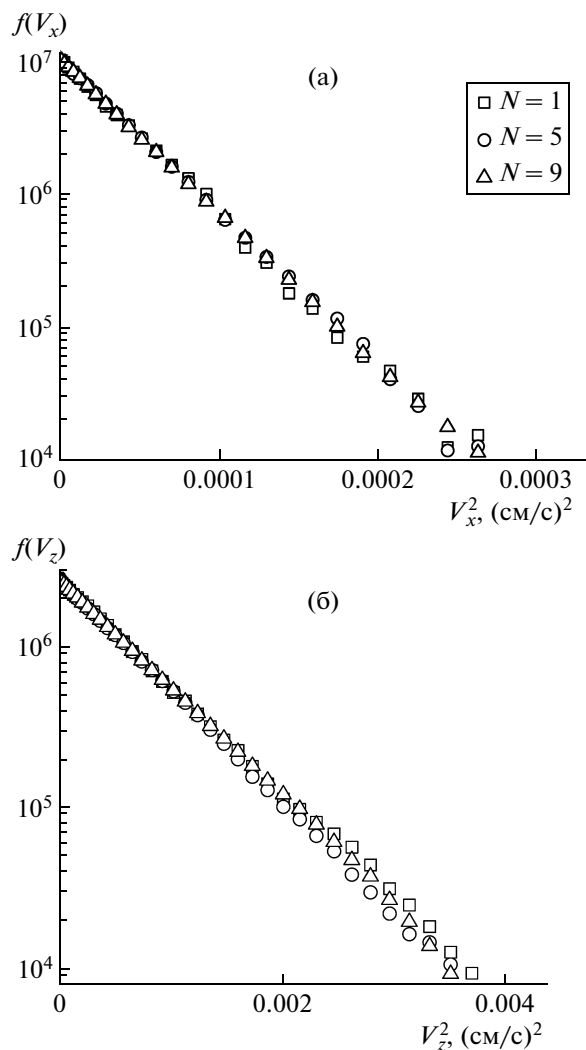


**Рис. 1.** Равновесные распределения горизонтальной скорости  $V_x$  системы из трех, пяти и семи частиц, находящихся в параболической ловушке. Сплошная прямая — распределение Максвелла  $f(V_x) = A \exp\left[-\frac{mV_x^2}{2kT}\right]$ , соответствующее температуре системы  $T \approx 87$  эВ.

этом случае подчиняется распределению Максвелла, а температура  $T$  связана со средней кинетической энергией частиц  $\frac{3}{2}kT = \frac{m\langle v^2 \rangle}{2}$ .

Рассмотрим равновесные распределения для изолированной молекулярно-динамической (МД) системы с малым числом частиц. Для этого из системы (1) исключим влияние флуктуаций заряда пылевой частицы и влияние газа. Численный расчет выхода системы малого числа частиц на равновесие оказывается достаточно длительным. Результаты для равновесного участка МД-траектории показывают, что распределение скоростей частиц совпадает с распределением Максвелла для относительно малых скоростей, а хвост распределения оказывается обрезанным (рис. 1). Это происходит из-за того, что максимальная энергия, которая может достаться одной частице, не превышает сумму энергий всех частиц, и распределение скоростей системы с конечным числом частиц не может распространяться до бесконечности, как распределение Максвелла. При увеличении числа частиц увеличивается область совпадения равновесного распределения с распределением Максвелла, а область отклонения смещается в сторону больших скоростей.

Таким образом, даже для изолированной системы малого числа частиц равновесное распределение частиц по скоростям на начальном участке имеет экспоненциальный характер, совпадающий с распределением Максвелла. Наклон этого распределения определяется средней кинетической



**Рис. 2.** Распределение скоростей горизонтального движения  $V_x$  (а) и вертикального движения  $V_z$  (б)  $N$  пылевых частиц в плазме газового разряда. Зависимость получена с помощью численного моделирования, в котором учитывались флуктуации заряда пылевых частиц и воздействие со стороны окружающего газа.

энергией частиц. Поэтому последнюю величину можно отождествить с понятием температуры.

Перейдем к распределениям, следующим из системы (1), с полным учетом флуктуаций зарядов пылевых частиц и влияния газа на движение пылевых частиц. Численное решение системы (1) показало, что распределение скоростей пылевых частиц совпадает с распределением Максвелла в значительно большем диапазоне скоростей, чем для изолированной системы с тем же числом частиц (рис. 2), поскольку система является открытой. Распределение горизонтальных скоростей (рис. 2а) отличается от распределения вертикальных (рис. 2б), и, соответственно, средняя кинетическая энергия вертикального и горизонтального

движения (рис. 3) различается для целого диапазона параметров системы пылевых частиц. Эти результаты соответствуют лабораторным экспериментам [3–7].

Максвеллизация распределения скоростей пылевых частиц объясняется воздействием флуктуаций заряда пылевой частицы и стохастической силы из термостата Ланжевена. Для рассмотренных условий быстрая максвеллизация определяется флуктуациями заряда пылевой частицы. Отметим, что скорость максвеллизации распределения скоростей пылевых частиц зависит не только от интенсивности стохастических процессов, но и от взаимодействия между пылевыми частицами. Помимо экранированного кулоновского рассматривались и другие потенциалы [15], но заметных изменений в результатах моделирования обнаружено не было.

Близость распределения скоростей к распределению Максвелла позволяет характеризовать систему пылевых частиц температурой. Однако для диапазона параметров, когда средняя кинетическая энергия вертикального движения отличается от средней кинетической энергией горизонтального движения пылевых частиц, необходимо разделять понятия температуры горизонтального и вертикального движения пылевых частиц.

Распределения скоростей пылевых частиц оказались максвелловскими, т.е. универсальными и не зависящими от вида распределения случайных функций, используемых для моделирования флуктуаций заряда пылевой частицы и воздействия нейтрального газа на пылинку.

### ИЕРАРХИЯ ВРЕМЕН РЕЛАКСАЦИИ

Чтобы дополнительно обосновать возможность введения температуры отдельно для горизонтального и вертикального движения, рассмотрим характерные времена релаксации.

Время установления равновесия вертикального движения. Характерное время релаксации вертикальных колебаний пылевых частиц определяется влиянием флуктуаций заряда и газа на динамику пылевых частиц. Для условий типичного лабораторного эксперимента характерное время релаксации флуктуаций заряда соответствует  $\Omega^{-1} \approx 20$  мкс, а обратный коэффициент трения пылинки о газ соответствует  $\gamma^{-1} \approx 0.2$  с. Время релаксации вертикальных колебаний заключено между этими двумя числами. Ограничение на определение точного времени релаксации связано с тем, что для построения распределения требуется набор статистики длительностью в несколько периодов колебаний на равновесном участке траектории. Период колебаний пылевых частиц примерно равен 100 мс. Для систем малого числа частиц статистику необходи-

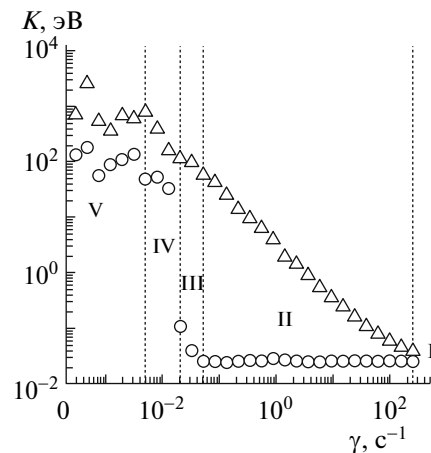


Рис. 3. Зависимость средней кинетической энергии  $K$  вертикального движения (треугольники) и горизонтального движения (кружки) пылевых частиц в плазме газового разряда от коэффициента трения  $\gamma$ .

мо набирать для большего промежутка времени, чем для систем с большим числом частиц. Тем не менее, время установления равновесия вертикального движения можно оценить как  $\tau_1 \in (\Omega^{-1}, \gamma^{-1})$ .

Время установления равновесия горизонтального движения. Средняя кинетическая энергия горизонтального движения пылевых частиц для этапов I и II (рис. 3) в значительной степени определяется влиянием окружающего газа. Характерная частота столкновений частиц с пылевой частицей превышает  $10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Влияние газа моделируется при помощи термостата Ланжевена, при этом характерная частота столкновений занижается до величины обратного шага интегрирования  $10^6 \text{ с}^{-1}$ , что только увеличивает время релаксации. По аналогии с вертикальными колебаниями получаем, что время релаксации горизонтальных колебаний заключено между  $\gamma^{-1}$  и шагом интегрирования:  $\tau_2 \in (dt, \gamma^{-1})$ . Для типичных параметров лабораторного эксперимента  $\tau_1 \leq \tau_2$ , так как влияние флуктуации заряда на вертикальное движение оказывается значительнее, чем на горизонтальное движение, что ускоряет наступление равновесия для вертикального движения.

Характерное время обмена энергией между вертикальным и горизонтальным движением пылевых частиц. При уменьшении давления газа, а также изменении других параметров появляется различие средних кинетических энергий вертикального и горизонтального движения пылевых частиц. Для определения возможности применения термина “частичное равновесие” для данных систем рассмотрим механизм обмена между вертикальным и горизонтальным движением пылевых частиц. Механизмы переноса энергии между вер-

тикальным и горизонтальным движением пылевых частиц [7, 9, 14] играют важную роль для разграничения вертикального и горизонтального движения пылевых частиц и формализации понятия “температура”. Один из механизмов [14] основан на явлении параметрического резонанса и позволяет оценить условие возникновения неустойчивости данного типа, а также характерное время установления равновесия в системе.

В силу того, что других механизмов обмена энергией между горизонтальным и вертикальным движением пылевых частиц, позволяющих оценить время релаксации, авторам неизвестно, механизм [14] был выбран в качестве модели обмена энергией между горизонтальным и вертикальным движением пылевых частиц. Применение данного механизма ограничено наличием ближнего порядка в пылевой структуре.

В механизме [14] асимметрия задачи, вызванная наличием гравитации, и пересечение спектральных диапазонов вертикальных и горизонтальных колебаний приводит к возможности развития параметрического резонанса, перекачивающего энергию от вертикального к горизонтальному движению. Более того, горизонтальные колебания греются главным образом на частоте вида  $n\omega_z$ , где  $\omega_z$  — частота вертикальных колебаний пылевых частиц,  $n$  — натуральное число, и чем меньше  $n$ , тем больше вероятность развития резонанса. Таким образом, амплитуда горизонтальных колебаний увеличивается за счет вертикальных колебаний. Характерное время установления равновесия между вертикальными и горизонтальными колебаниями пылевых частиц равно  $\tau_3 \approx \left(\frac{h_x \omega_x}{4}\right)^{-1}$ , где частота колебаний определяется по формуле  $\omega_x^2(t) = \omega_x^2(1 + h_x \cos(2\omega_x t))$  и  $h_x \ll 1$  [14]. Параметрический резонанс возникает при выполнении условия  $\gamma < \frac{h_x \omega_x}{4}$  и при уменьшении  $\gamma$  приводит к появлению второго резонанса, который будет рассмотрен ниже. Таким образом, характерное время установления равновесия между горизонтальными и вертикальными колебаниями оказывается равным  $\gamma^{-1}$ .

Когда амплитуда горизонтальных колебаний станет достаточно большой, возникает параметрический резонанс, который перекачивает энергию от горизонтальных колебаний к вертикальным. Перекачка остановится, когда наступит баланс между потоками энергии в одну и другую сторону. Условие равновесия потоков энергии позволяет обнаружить связь амплитуд вертикальных и горизонтальных колебаний  $A_z^2 - A_x^2 \approx \frac{\gamma \omega_z}{b_4}$ , где  $A_z, A_x$  — амплитуды вертикальных и горизон-

тальных колебаний пылевых частиц,  $b_4$  — коэффициент разложения сил, действующих на пылевые частицы, в степенной ряд. Данное соотношение амплитуд выполняется только тогда, когда действует рассмотренный механизм обмена энергией между вертикальными и горизонтальными колебаниями. Моделирование подтверждает существование данного механизма для системы пылевых частиц в плазме газового разряда.

Характерное время установления равновесия между вертикальными и горизонтальными коле-

баниями пылевых частиц  $\tau_3 \approx \left(\frac{h_z \omega_z}{4}\right)^{-1}$ , где частота колебаний определяется по формуле  $\omega_z^2(t) = \omega_z^2(1 + h_z \cos(2\omega_z t))$  и  $h_z \ll 1$ . Это время, оказывается, равно  $\gamma^{-1}$  в силу условия возникновения резонанса  $\gamma < \frac{h_z \omega_z}{4}$ . При дальнейшем уменьше-

нии  $\gamma$  происходит потеря ближнего порядка в системе и данный механизм прекращает свое действие.

Приведенные времена установления равновесия между вертикальным и горизонтальным движением оказываются больше характерного времени установления равновесия для горизонтального и вертикального движения по отдельности, что говорит об установлении частичного равновесия для вертикального и для горизонтального движения пылевых частиц с разными средними кинетическими энергиями.

Рассмотрим процесс изменения средней кинетической энергии в зависимости от коэффициента трения пылевых частиц о нейтральный газ на примере рис. 3. Стадия I соответствует равновесию между движением пылевых частиц и нейтральным газом и обе подсистемы характеризуются температурой окружающего газа. В стадии II вертикальное движение накачивается энергией, а горизонтальное движение остается в равновесии с окружающим газом. Это становится возможным из-за того, что характерное время установления равновесия между вертикальным и горизонтальным движением в условиях стадии II гораздо меньше времени установления равновесия для вертикального и для горизонтального движения пылевых частиц. Стадия III характеризуется появлением параметрического резонанса, перекачивающего энергию от вертикальных колебаний к горизонтальным. В стадии IV начинается перекачка от горизонтальных колебаний к вертикальным. Как было показано ранее, стадиям III и IV соответствуют схожие времена  $\tau_3 \approx \gamma^{-1}$  установления равновесия между вертикальным и горизонтальным движением, что позволяет привести единую иерархию времен релаксации:

$$\tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3, \quad (2)$$

Следовательно, и вертикальное, и горизонтальное движения пылевых частиц находятся в частичном равновесии. Стадия V характеризуется сильным разогревом системы и исчезновением ближнего порядка, что не позволяет использовать механизм [14] для оценки времен релаксации.

Таким образом, понятие “температура” можно применять на всех стадиях разогрева системы пылевых частиц. При различии средней кинетической энергии вертикального и горизонтального движения следует разделять понятия “температура горизонтального движения” и “температура вертикального движения” пылевых частиц.

**Теплоотдача.** Большое соотношение масс пылевых частиц и частиц газа приводит к тому, что при столкновении с пылинкой частица газа значительно увеличивает свою энергию. В свою очередь, близость длины свободного пробега частиц газа к характерному расстоянию до стенки приводит к тому, что всю полученную энергию газ отдает стенкам газоразрядной камеры. Это позволяет сделать вывод, что большая кинетическая энергия пылевых частиц не приводит к разогреву окружающего газа. Процесс передачи энергии от пылевых частиц газу и стенкам медленный и не нарушает условия использования термина “температура”.

Обосновано применение термина “температура” для описания динамики системы пылевых частиц на всех стадиях разогрева. Показано, что средняя кинетическая энергия с хорошей точностью совпадает с параметром распределения скоростей пылевых частиц.

Авторы признательны В.В. Стегайлову за помощь в работе, Е.М. Апфельбауму, С.И. Попелю, А.В. Филиппову, О.Ф. Петрову, И. Швейгерту, J.A. Goree (Дж.А. Гори), А. Melzer (А. Мельцер), Е. Thomas (Э. Томас) за полезные обсуждения и комментарии. Расчеты проведены на кластере МФТИ-60 кафедры информатики МФТИ(ГУ).

Работа выполнена при частичной поддержке программы РАН № 2 (координатор академик В.Е. Фортов).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tsytovich V.N., Morfill G.E., Thomas H.M.* Elementary Physics of Complex Plasmas. B.; Heidelberg: Springer, 2008. 373 p.
2. *Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортов В.Е. и др.* Пылевая плазма: эксперимент и теория. М.: Физматлит, 2009. 315 с.
3. *Melzer A., Schweigert V.A., Schweigert I.V., et al.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. № 1. P. 46–49.
4. *Thomas H., Morfill G., Demmel V., et al.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. № 5. P. 652–655.
5. *Williams J. D., Thomas, E.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. № 6. 063509. 6 p.
6. *Nosenko V., Goree J., Piel A.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. № 3. 032106. 7 p.
7. *Yaroshenko V.V., Vladimirov S.V., Morfill G.E.* // New J. Phys. 2006. V. 8. № 201. P. 1–15.
8. *Ivlev A.V., Zhdanov S.K., Klumov B.A., Morfill G.E.* // Phys. Plasmas. 2005. V. 12. № 9. 092104. 8 p.
9. *Couedel L., Nosenko V., Ivlev A.V., Zhdanov S.K., et al.* // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. № 19. 195001. 4 p.
10. *Ivlev A.V., Konopka U., Morfill G.E.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. № 2. P. 2739–2744.
11. *Totsuji H., Totsuji C.* // J. Phys.:Conf. Ser. 2011. V. 327. 012037. 15 p.
12. *Vladimirov S.V., Maiorov S. A., Cramer N.F.* In: Phys. Rev. E. 2001. V. 63. 045401. 3 p.
13. *Zolnikov K.P., Abdrashitov A.V., Psakhie S.G.* // Phys. Extreme States Matter. 2012. Chernogolovka, 2012. P. 154–155.
14. *Norman G., Timofeev A.* // Phys. Rev. E. 2011. V. 84. № 5. 056401. 13 p.
15. *Филиппов А.В., Загородний А.Г., Момот А.И. и др.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 132. № 4. С. 949–965.