



**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»**

Нижегородский филиал

А.М. Силаев, М.В. Силаева, Е.Н. Тарунина

**Задачи и решения городской олимпиады школьников
по экономике г. Нижнего Новгорода 2011 г.**

Учебное пособие

Нижний Новгород
2011

Силаев А.М., Силаева М.В., Тарунина Е.Н. Задачи и решения городской олимпиады школьников по экономике г. Нижнего Новгорода 2011 г. / Учебное пособие. – Нижний Новгород: НИУ ВШЭ – Нижний Новгород, 2011. – 25 с.

Открытая городская олимпиада по экономике школьников г. Нижнего Новгорода состоялась 18 декабря 2011 г. В ней приняли участие более 200 школьников Нижнего Новгорода и Нижегородской области. Олимпиады по экономике проводятся департаментом образования и социально-правовой защиты детства администрации Н.Новгорода совместно с НИУ ВШЭ - Нижний Новгород. В подготовке и проведении олимпиад по экономике участвуют преподаватели кафедры экономической теории и эконометрики и кафедры математической экономики. В 2011 г. задачи олимпиады были составлены авторами данного пособия.

В пособии воспроизведены полные тексты условий заданий городской олимпиады по экономике 2011 г. для учащихся 9 – 11 классов, даны подробные решения всех тестов и задач. Пособие рассчитано на старшеклассников, изучающих экономику, и может быть использовано учителями общеобразовательных школ при проведении уроков экономики в старших классах. Материал пособия может быть полезен студентам вузов при изучении экономической теории.

Пособие рассмотрено и одобрено на заседании кафедры экономической теории и эконометрики и кафедры математической экономики 27 декабря 2011 г.

© Кафедра экономической теории и эконометрики, кафедра математической экономики, Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики – Нижний Новгород, 2011.

Городская олимпиада по экономике**9, 10 классы****Выберите правильный ответ (по 4 балла за задание)**

1. На рынке товара в условиях невмешательства государства спрос описывается функцией $Q_D = 500 - 10P$, а предложение имеет вид $Q_S = 15P + 50$, где Q – количество единиц товара, P – цена в рублях за единицу. Государство решает закупить 50 единиц данного товара по цене не выше 25 руб. за единицу. Чему равен равновесный объем на рынке товара после вмешательства государства?
 - а) 370 ед.;
 - б) 350 ед.;
 - в) 320 ед.
 - г) Нет верного ответа.
2. Конкурентная фирма использует труд пяти работников и нанимает их по одинаковой для всех ставке заработной платы, заданной рынком труда, равной 150 руб. в час. Цена готовой продукции неизменна и составляет 50 руб. за единицу. В каком случае при найме шестого работника прибыль фирмы уменьшится?
 - а) Если предельный продукт при его найме составит ровно 3 единицы продукции в час.
 - б) Если предельный продукт при его найме составит более 3-х единиц продукции в час.
 - в) Если средняя производительность труда при его найме составляет 3 единицы продукции в час и убывает.
 - г) Если средняя производительность труда при его найме составляет 3 единицы продукции в час и возрастает.
3. Пусть на некотором рынке обратная функция спроса задана уравнением $P = f(Q)$. Тогда рост величины спроса на 50% при каждом возможном уровне цены приведет к тому, что новая обратная функция спроса будет задана уравнением:
 - а) $P = f(2Q/3)$;
 - б) $P = 1,5f(Q)$;
 - в) $P = 0,5f(Q)$.
 - г) Нет верного ответа.
4. Закон возрастания альтернативной стоимости НЕ выполняется:

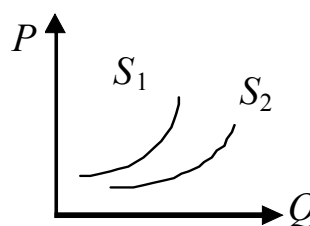
- а) если граница производственных возможностей линейна;
 б) если в экономике товары выпускаются с возрастающей отдачей от масштаба;
 в) если в экономике товары выпускаются с постоянной отдачей от масштаба;
 г) верны все предыдущие ответы.
5. Если правительство, устанавливая «потолок» цен для монополиста, стремится максимизировать объем продукции, какой уровень цен следует выбрать?
- а) $P = AC$;
 б) $P = MC$;
 в) $P = AVC_{\min}$.
 г) Нет верного ответа.
6. Функция общих издержек задается уравнением $TC = \ln 3 + \ln \frac{27}{9 - Q}$.
 Найдите значение переменных издержек при $Q = 8$.
- а) $\ln 3$.
 б) $\ln 9$.
 в) $\ln 27$.
 г) Нет верного ответа.
7. Три фирмы предлагают разные варианты строительства дороги. Фирмам нужно на строительство 2 года. Первая фирма готова построить дорогу за 2,1 млн. руб., заплатить ей нужно будет всю сумму сразу же после заключения договора. Вторая фирма просит за работу 2,8 млн. руб., однако сразу нужно оплатить лишь половину этой суммы, а вторую половину - через год. Третья фирма просит за работу 2,6 млн. руб., сразу нужно оплатить 60% этой суммы, а остальные 40% - через год. Если ставка процента по вкладам в банке равна 100% годовых, то при прочих равных условиях выгодно предпочесть услуги:
- а) первой фирмы;
 б) второй фирмы;
 в) третьей фирмы.
 г) Информации для ответа недостаточно.
8. В конкурентной отрасли все фирмы имеют функции долгосрочных издержек вида $LTC = q^3 - 10q^2 + 100q$, где q – выпуск отдельной фир-

мы. Отраслевой спрос равен $Q^D = 2000 - 20P$, где P – цена продукции. Определить количество фирм, работающих в данной отрасли в состоянии равновесия в долгосрочном периоде.

- а) 100;
- б) 200;
- в) 400.
- г) Нет правильного ответа.

9. Кривая предложения совершенно конкурентной фирмы переместилась из положения S_1 в положение S_2 . Это могло произойти, если при каждом объеме выпуска фирмы выросли:

- а) общие затраты на одну и ту же величину;
- б) переменные затраты;
- в) постоянные затраты.
- г) Нет правильного ответа.



10. Увеличение потоварного налога для продавцов апельсинов приведет:

- а) к снижению предложения мандаринов;
- б) к росту спроса на мандарины;
- в) к снижению спроса на апельсины.
- г) Нет правильного ответа.

Решите задачи (по 15 баллов за задачу)

1. В городе NN две стеклодувные мастерские, занимающиеся производством елочных украшений. В одной мастерской работает 1 мастер, который может за 1 час сделать 1 стеклянный шар либо 1 стеклянную звездочку. В другой работают два мастера: один может сделать 2 шара в час (но не занимается производством звездочек), а другой – 2 звездочки (но не занимается производством шаров). Мастерские работают по 8 часов в день.

- 1). Нарисуйте кривые производственных возможностей каждой мастерской за 1 день, а также совокупную кривую производственных возможностей по изготовлению елочных украшений в городе NN .
- 2). Найдите пропорции взаимовыгодного и безубыточного обмена шаров на звездочки между мастерскими.
- 3). Предположим, что между мастерскими достигнута договоренность обменивать 1 стеклянный шар на 2 стеклянные звездочки. Нарисуйте кривые торговых возможностей мастерских с учетом такого обмена.

2. Фирма-монополист, производящая гирлянды, работает на рынке с убывающей линейной функцией спроса. Экономисты определили, что оптимальной для максимизации прибыли является цена, втрое превышающая себестоимость единицы продукции, при этом себестоимость постоянна и не зависит от объема выпуска. Кроме того, опытным путем было выявлено, что при цене 60 руб. прибыль фирмы составила 3 тыс. руб., а эластичность спроса по цене оказалась равной $(-2/3)$.

Определите, какой может быть максимальная прибыль фирмы?

3. В некотором городе население составляют люди, хоббиты, эльфы и гномы. Они решили устроить праздничный фейерверк по поводу наступления Нового года. Спрос каждой группы известен и при $P > 4$ составляет $Q_1^D = \frac{120}{P-1}$, $Q_2^D = \frac{90}{P-2}$, $Q_3^D = \frac{170}{P-3}$, $Q_4^D = \frac{100}{P-4}$, где Q_i и P – количество фейерверков и цена для i -й группы населения. Предложение фейерверков формируют 20 фирм-продавцов с одинаковыми функциями издержек $TC = 0,5Q^2 + 32$, где Q – количество фейерверков, продаваемых одной фирмой.

- 1). Определите функции суммарного спроса и предложения, а также параметры рыночного равновесия при условии, что все продавцы действуют независимо друг от друга.
- 2). Как изменится цена и количество фейерверков, если все продавцы объединятся в картель?

4. Фирма-монополист имеет две фабрики, производящие комплекты костюмов Деда Мороза и Снегурочки и расположенные в центре страны. Функции издержек для каждой фабрики описываются функцией $TC = Q^2$, где Q – количество продукции, выпускаемой одной фабрикой. Спрос на продукцию фирмы есть у жителей севера и юга. Функция спроса северян: $Q_1^D = 100 - 2P$, а спрос южан: $Q_2^D = 80 - 2P$, где P – цена. Издержки транспортировки на север и на юг одинаковы и составляют 100 ден. ед. в каждый регион, независимо от объема поставки товара.

- 1). Определите максимальную прибыль, которую может получить фирма, если она не проводит ценовой дискриминации?
- 2). Какие цены назначит фирма покупателям из двух регионов и какую получит максимальную прибыль, если сможет проводить ценовую дискриминацию?

Городская олимпиада по экономике**11 класс****Выберите правильный ответ (по 3 балла за задание)**

1. На рынке товара в условиях невмешательства государства спрос описывается функцией $Q_D = 500 - 10P$, а предложение имеет вид $Q_S = 15P + 50$, где Q – количество единиц товара, P – цена в рублях за единицу. Государство решает закупить 50 единиц данного товара по цене не выше 25 руб. за единицу. Чему равен равновесный объем на рынке товара после вмешательства государства?
 - а) 370 ед.;
 - б) 350 ед.;
 - в) 320 ед.
 - г) Нет верного ответа.
2. Конкурентная фирма использует труд пяти работников и нанимает их по одинаковой для всех ставке заработной платы, заданной рынком труда, равной 150 руб. в час. Цена готовой продукции неизменна и составляет 50 руб. за единицу. В каком случае при найме шестого работника прибыль фирмы уменьшится?
 - а) Если предельный продукт при его найме составит ровно 3 единицы продукции в час.
 - б) Если предельный продукт при его найме составит более 3-х единиц продукции в час.
 - в) Если средняя производительность труда при его найме составляет 3 единицы продукции в час и убывает.
 - г) Если средняя производительность труда при его найме составляет 3 единицы продукции в час и возрастает.
3. Пусть на некотором рынке обратная функция спроса задана уравнением $P = f(Q)$. Тогда рост величины спроса на 50% при каждом возможном уровне цены приведет к тому, что новая обратная функция спроса будет задана уравнением:
 - а) $P = f(2Q/3)$;
 - б) $P = 1,5f(Q)$;
 - в) $P = 0,5f(Q)$.
 - г) Нет верного ответа.
4. Закон возрастания альтернативной стоимости НЕ выполняется:

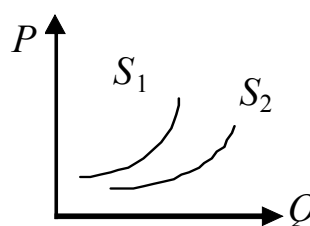
- а) если граница производственных возможностей линейна;
- б) если в экономике товары выпускаются с возрастающей отдачей от масштаба;
- в) если в экономике товары выпускаются с постоянной отдачей от масштаба;
- г) верны все предыдущие ответы.
5. Если правительство, устанавливая «потолок» цен для монополиста, стремится максимизировать объем продукции, какой уровень цен следует выбрать?
- а) $P = AC$;
- б) $P = MC$;
- в) $P = AVC_{\min}$.
- г) Нет верного ответа.
6. Функция общих издержек задается уравнением $TC = \ln 3 + \ln \frac{27}{9 - Q}$.
Найдите значение переменных издержек при $Q = 8$.
- а) $\ln 3$.
- б) $\ln 9$.
- в) $\ln 27$.
- г) Нет верного ответа.
7. Три фирмы предлагают разные варианты строительства дороги. Фирмам нужно на строительство 2 года. Первая фирма готова построить дорогу за 2,1 млн. руб., заплатить ей нужно будет всю сумму сразу же после заключения договора. Вторая фирма просит за работу 2,8 млн. руб., однако сразу нужно оплатить лишь половину этой суммы, а вторую половину – через год. Третья фирма просит за работу 2,6 млн. руб., сразу нужно оплатить 60% этой суммы, а остальные 40% - через год. Если ставка процента по вкладам в банке равна 100% годовых, то при прочих равных условиях выгодно предпочесть услуги:
- а) первой фирмы;
- б) второй фирмы;
- в) третьей фирмы.
- г) Информации для ответа недостаточно.
8. В конкурентной отрасли все фирмы имеют функции долгосрочных издержек вида $LTC = q^3 - 10q^2 + 100q$, где q – выпуск отдельной фир-

мы. Отраслевой спрос равен $Q^D = 2000 - 20P$, где P – цена продукции. Определить количество фирм, работающих в данной отрасли в состоянии равновесия в долгосрочном периоде.

- а) 100;
- б) 200;
- в) 400.
- г) Нет правильного ответа.

9. Кривая предложения совершенно конкурентной фирмы переместилась из положения S_1 в положение S_2 . Это могло произойти, если при каждом объеме выпуска фирмы выросли:

- а) общие затраты на одну и ту же величину;
- б) переменные затраты;
- в) постоянные затраты.
- г) Нет правильного ответа.



10. Увеличение потоварного налога для продавцов апельсинов приведет:

- а) к снижению предложения мандаринов;
- б) к росту спроса на мандарины;
- в) к снижению спроса на апельсины.
- г) Нет правильного ответа.

Решите задачи (по 14 баллов за задачу)

1. В городе NN две стеклодувные мастерские, занимающиеся производством елочных украшений. В одной мастерской работает 1 мастер, который может за 1 час сделать 1 стеклянный шар либо 1 стеклянную звездочку. В другой работают два мастера: один может сделать 2 шара в час (но не занимается производством звездочек), а другой – 2 звездочки (но не занимается производством шаров). Мастерские работают по 8 часов в день.

- 1). Нарисуйте кривые производственных возможностей каждой мастерской за 1 день, а также совокупную кривую производственных возможностей по изготовлению елочных украшений в городе NN .
- 2). Найдите пропорции взаимовыгодного и безубыточного обмена шаров на звездочки между мастерскими.
- 3). Предположим, что между мастерскими достигнута договоренность обменивать 1 стеклянный шар на 2 стеклянные звездочки. Нарисуйте кривые торговых возможностей мастерских с учетом такого обмена.

2. Фирма-монополист, производящая гирлянды, работает на рынке с убывающей линейной функцией спроса. Экономисты определили, что оптимальной для максимизации прибыли является цена, втрое превышающая себестоимость единицы продукции, при этом себестоимость постоянна и не зависит от объема выпуска. Кроме того, опытным путем было выявлено, что при цене 60 руб. прибыль фирмы составила 3 тыс. руб., а эластичность спроса по цене оказалась равной $(-2/3)$.

Определите, какой может быть максимальная прибыль фирмы?

3. В некотором городе население составляют люди, хоббиты, эльфы и гномы. Они решили устроить праздничный фейерверк по поводу наступления Нового года. Спрос каждой группы известен и при $P > 4$ составляет $Q_1^D = \frac{120}{P-1}$, $Q_2^D = \frac{90}{P-2}$, $Q_3^D = \frac{170}{P-3}$, $Q_4^D = \frac{100}{P-4}$, где Q_i и P – количество фейерверков и цена для i -й группы населения.

Предложение фейерверков формируют 20 фирм-продавцов с одинаковыми функциями издержек $TC = 0,5Q^2 + 32$, где Q – количество фейерверков, продаваемых одной фирмой.

- 1). Определите функции суммарного спроса и предложения, а также параметры рыночного равновесия при условии, что все продавцы действуют независимо друг от друга.
 - 2). Как изменится цена и количество фейерверков, если все продавцы объединятся в картель?
4. Фирма-монополист имеет две фабрики, производящие комплекты костюмов Деда Мороза и Снегурочки и расположенные в центре страны. Функции издержек для каждой фабрики описываются функцией $TC = Q^2$, где Q – количество продукции, выпускаемой одной фабрикой. Спрос на продукцию фирмы есть у жителей севера и юга. Функция спроса северян: $Q_1^D = 100 - 2P$, а спрос южан: $Q_2^D = 80 - 2P$, где P – цена. Издержки транспортировки на север и на юг одинаковы и составляют 100 ден. ед. в каждый регион, независимо от объема поставки товара.
- 1). Определите максимальную прибыль, которую может получить фирма, если она не проводит ценовой дискриминации?
 - 2). Какие цены назначит фирма покупателям из двух регионов и какую получит максимальную прибыль, если сможет проводить ценовую дискриминацию?
5. На автомобильный завод, находящийся на территории России, 60% которого принадлежит китайской компании, а 40% – российской, поставляют из Китая детали для сборки машин на сумму 400 млн. долл. в год. Заработная плата китайских рабочих, участвующих в сборке автомоби-

лей в России составляет 150 млн. долл. в год, выручка от реализации автомобилей, произведенных в России, составляет 1200 млн. долл. в год, а общие затраты 900 млн. долларов.

- 1). Определите изменения за год валового внутреннего продукта и валового национального дохода России и Китая в результате деятельности автозавода в России.
- 2). Подсчитайте чистые факторные доходы России и Китая.

РЕШЕНИЯ

Ответы на вопросы тестов

9, 10, 11 классы

По 4 балла за правильный ответ на каждый вопрос теста для 9 и 10 классов. По 3 балла за правильный ответ на каждый вопрос теста для 11 класса.

Правильные ответы обозначены буквой «X» в таблице.

	а	б	в	г
1		X		
2			X	
3	X			
4				X
5		X		
6		X		
7			X	
8	X			
9				X
10		X		

Ниже приводятся пояснения к ответам на тестовые вопросы.

Решение теста 1

Если бы государство не участвовало в закупках, то равновесная цена на рынке сложилась бы равной $P = 18$, как показано на рис. 1а. После решения государства о закупках новая функция спроса имеет вид

$$Q^{D_2} = \begin{cases} 550 - 10P, & 0 \leq P \leq 25 \\ 500 - 10P, & P \geq 25 \end{cases}$$

Равновесие достигается при $Q^{D_2}(P) = Q^S(P)$, $550 - 10P = 50 + 15P$, $P = 20$, $Q = 350$ (см. рис. 1б).

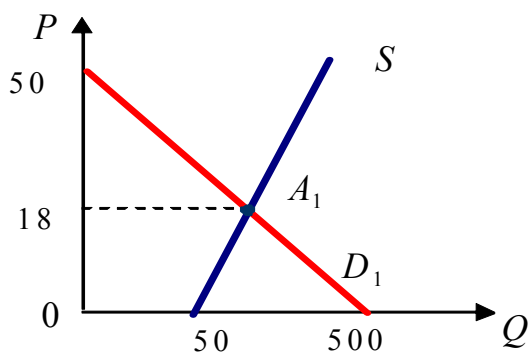


Рис. 1а.

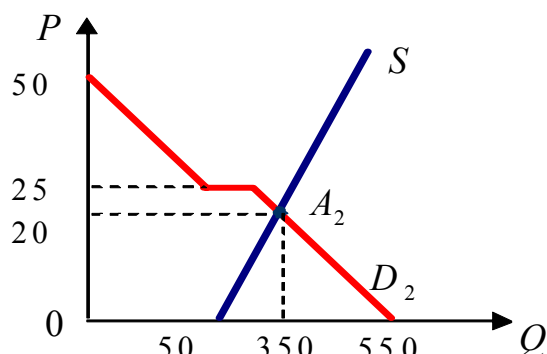


Рис. 1б.

Решение теста 2

Условие максимизации прибыли при совершенной конкуренции на рынке труда и на рынке продукции $pMP_L = w$. Если $pMP_L > w$, то фирме выгодно увеличивать число работников и прибыль при этом будет расти. Если $pMP_L < w$, то фирме для увеличения прибыли выгодно уменьшать число работников.

В тесте $p = 50$, $w = 150$, поэтому чтобы прибыль уменьшилась предельный продукт должен удовлетворять условию

$$MP_L < w/p = 3.$$

Если средняя производительность труда равна $AP_L = 3$ и убывает, то $MP_L < AP_L$, поэтому $MP_L < 3$.

Решение теста 3

Обозначим функцию спроса $Q = h(P) = f^{-1}(P)$. Тогда рост величины спроса на 50% при каждом возможном уровне цены приведет к тому, что новая функция спроса будет задана уравнением $Q = 1,5h(P) = 1,5f^{-1}(P)$. Отсюда следует, что $f^{-1}(P) = 2Q/3$ и $P = f(2Q/3)$.

Решение теста 4

В соответствии с законом возрастания альтернативной стоимости по мере увеличения выпуска блага X возрастает альтернативная стоимость каждой последующей единицы этого блага, выраженная в единицах блага Y . Это приводит к вогнутости кривой производственных возможностей по отношению к началу координат, как на рис. 2. Поэтому закон возрастания альтернативной стоимости не выполняется по мере увеличения выпуска если граница производственных возможностей линейна.

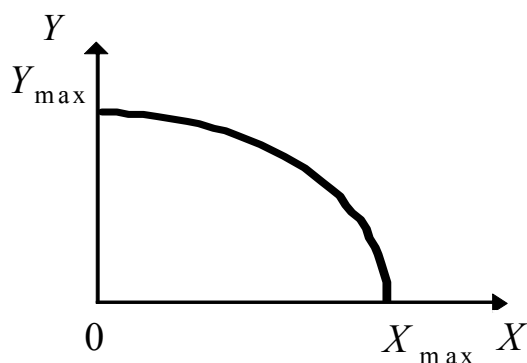


Рис. 2.

Если в экономике товары выпускаются с возрастающей отдачей от масштаба, то кривая производственных возможностей выпукла, как на рис. 3а. Если же в экономике товары выпускаются с постоянной отдачей от масштаба, то кривая производственных возможностей линейная, как на рис. 3б. Закон возрастания альтернативной стоимости в этих случаях также не выполняется.

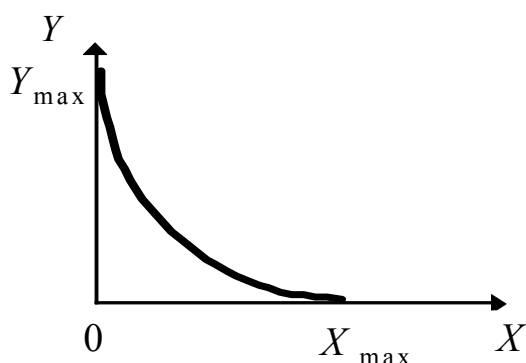


Рис. 3а.

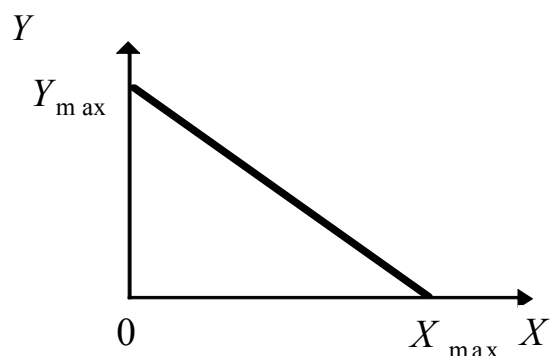


Рис. 3б.

Решение теста 5

Если правительство, устанавливая «потолок» цен для монополиста, стремится максимизировать объем продукции, то следует выбрать уровень цен в соответствии с равенством $P = MC$. В этом случае кривая спроса на товар монополиста пересекается с кривой его предельных издержек. Предполагаем, что положение кривых стандартное, т.е. кривая спроса имеет отрицательный наклон, а предельные издержки возрастают с ростом выпуска, как показано на рис. 4. Если потолок цен будет отклоняться от данного уровня, то объем продаж или выпуска будет только уменьшаться.

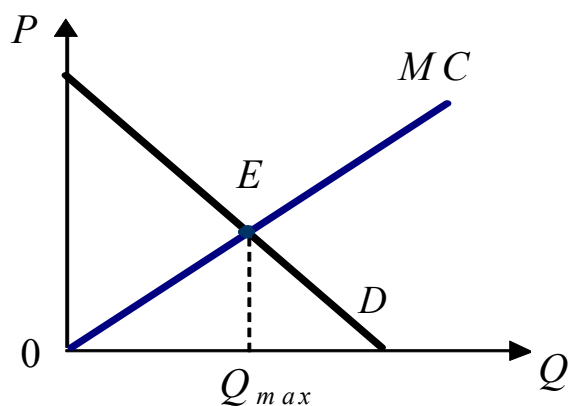


Рис. 4.

Решение теста 6

Вычислим сначала постоянные издержки:

$$FC = TC(Q)|_{Q=0} = \ln 3 + \ln \frac{27}{9} = \ln 9.$$

Значение переменных издержек при $Q = 8$ вычисляем по формуле:

$$VC(Q)|_{Q=8} = TC(Q)|_{Q=8} - FC.$$

В результате получим

$$VC(Q)|_{Q=8} = \ln 3 + \ln \frac{27}{9-8} - \ln 9 = \ln 9.$$

Решение теста 7

Затраты на строительство, пересчитанные к начальному периоду для различных фирм равны

$$TC_1 = 2,1; \quad TC_2 = 1,4 + 1,4/2 = 2,1;$$

$$TC_3 = 2,6 \cdot 0,6 + 2,6 \cdot 0,4/2 = 1,56 + 0,52 = 2,08.$$

В случае третьей фирмы затраты меньше, поэтому ее предложение выгоднее.

Решение теста 8

Средние издержки $LAC = q^2 - 10q + 100$ достигают минимума при $q = 5$, при этом $P = LAC_{\min} = 75$. Рыночный спрос равен $Q^D = 2000 - 20 \cdot 75 = 500$. Поэтому количество фирм в отрасли $N = Q^D / q = 500 / 5 = 100$.

Решение теста 9

Кривая предложения совершенно конкурентной фирмы находится по правилу $P = MC$ при условии, что предельные издержки возрастают по выпуску и $P \geq AVC_{min}$. Это правило является следствием максимизации прибыли фирмы при заданной цене. Поскольку постоянные издержки не влияют на предельные и средние переменные издержки, то рост общих затрат на одну и ту же величину и рост постоянных издержек не могут изменить положения кривой предложения.

Если же растут переменные издержки, то кривая предложения может сдвинуться влево вверх, т.е. предложение уменьшится. Таким образом, среди предложенных нет правильного ответа, который позволил бы объяснить возрастание предложения на рис. 5.

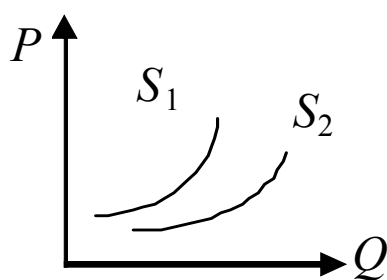


Рис. 5.

Решение теста 10

Увеличение потоварного налога для продавцов апельсинов приводит к сдвигу кривой предложения апельсинов вверх и в итоге к росту цены апельсинов (см. рис. 6а). Поскольку мандарины являются товаром-заменителем апельсинов в потреблении, то рост цены апельсинов вызовет рост спроса на мандарины, как показано на рис. 6б.

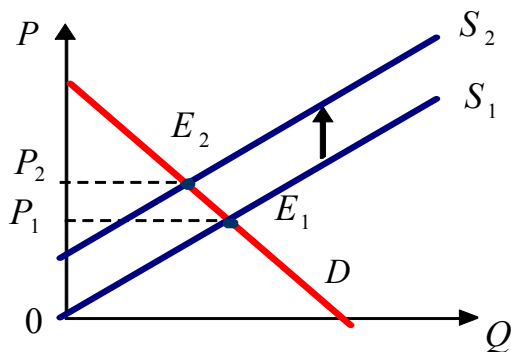


Рис. 6а. Рынок апельсинов.

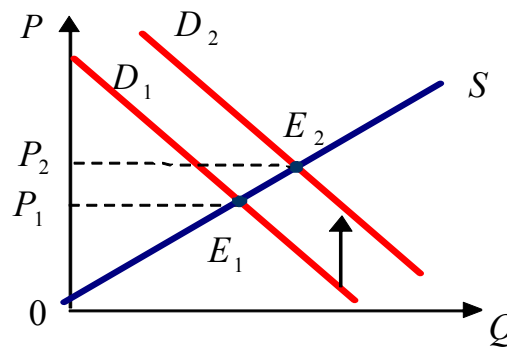


Рис. 6б. Рынок мандаринов.

Решение задач

По 15 баллов за полное решение каждой задачи для 9 и 10 классов.

По 14 баллов за полное решение каждой задачи для 11 класса.

Ниже приводятся решения задач олимпиады.

Задача 1

1) На рис. 7а и рис. 7б показаны кривые производственных возможностей двух мастерских. Приняты обозначения: x – количество стеклянных шаров, y – количество стеклянных звездочек.

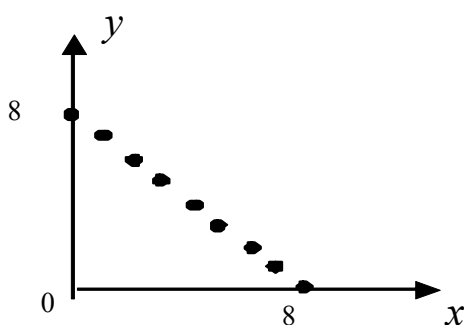


Рис. 7а. Граница производственных возможностей первой мастерской состоит из целочисленных точек на прямой $x + y = 8$.

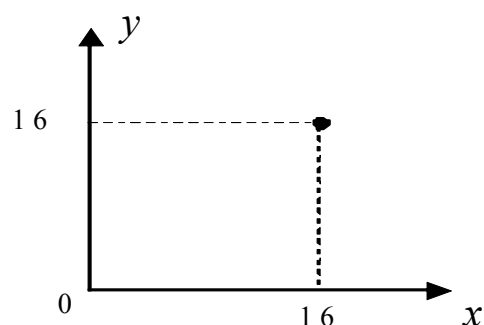


Рис. 7б. Граница производственных возможностей второй мастерской состоит из одной точки с координатами $x = 16$, $y = 16$.

Первая мастерская за 1 день может изготовить x стеклянных шаров и $8 - x$ стеклянных звездочек, где x – любое целое число от 0 до 8. КПВ состоит из 9 точек, показанных на рис. 1 а. Для второй мастерской КПВ состоит всего из одной точки с координатами $x = 16$ стеклянных шаров и $y = 16$.

Совокупная граница производственных возможностей двух мастерских представлена на рис. 8. Она также состоит из 9 отдельных точек с координатами $(x, 24 - x)$, где x – целое число от 0 до 8.

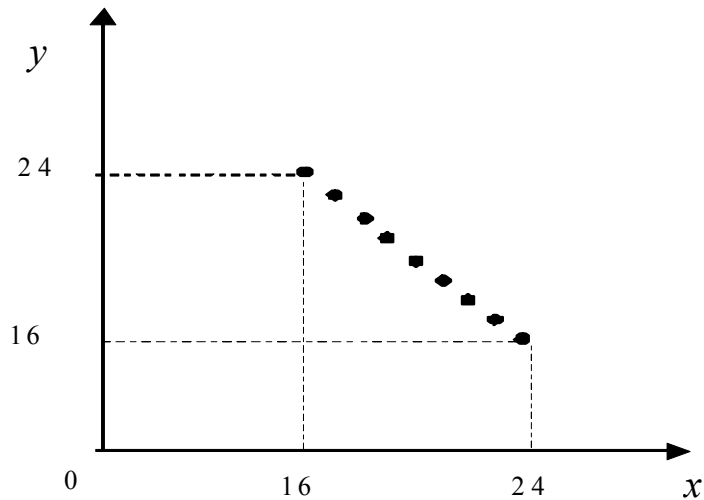


Рис. 8.

2). Пропорции взаимовыгодного обмена 1 шара (товар x) на k звездочек (товар y):

любое значение $k > 0$, но $k \neq 1$.

Пропорции безубыточного обмена 1 шара (товар x) на k звездочек (товар y):

любое значение $k \geq 0$.

Если учитывать, что продукты обмениваются в целых количествах, то надо также предполагать, что k должны быть рациональными числами.

3). Кривые торговых возможностей мастерских нарисована на рис. 9. Максимально можно обменять 8 стеклянных шаров на 16 стеклянных звездочек.

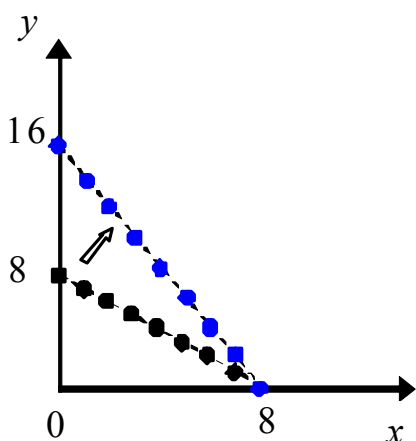


Рис. 9а. Кривая торговых возможностей для первой мастерской.

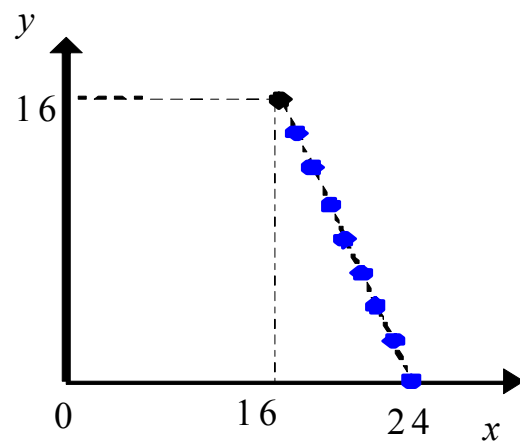


Рис. 9б. Кривая торговых возможностей для второй мастерской.

Задача 2

По условию задачи обратная функция спроса задается линейной функцией $P = a - bQ$. Себестоимость единицы продукции c не зависит от объема выпуска, поэтому издержки равны $TC = cQ$. Выпишем функцию прибыли:

$$\pi = TR - TC = PQ - cQ = (P - c)Q = (a - c - bQ)Q \rightarrow \max.$$

Условие максимизации прибыли: $MR = MC$, учитывая, что $MR = a - 2bQ$ и $MC = c$ можно представить в виде $a - 2bQ = c$. Отсюда

$$Q_M = 0,5(a - c)/b, P_M = a - bQ_M = a - 0,5(a - c) = 0,5(a + c).$$

Поскольку известно, что $P_M = 3c$, то отсюда можно получить: $0,5(a + c) = 3c$ или $a = 5c$. Прямую функцию спроса и прибыль фирмы можно записать в виде

$$Q = (a - P)/b = (5c - P)/b, \\ \pi = (a - c - bQ)Q = (5c - c - (5c - P))(5c - P)/b = (P - c)(5c - P)/b.$$

Эластичность спроса по цене равна

$$E = Q'_P \frac{P}{Q} = -\frac{1}{b} \frac{P}{Q} = -\frac{P}{5c - P}.$$

Используем условие, что при цене 60 руб. эластичность спроса по цене равна $(-2/3)$:

$$-\frac{P}{5c - P} = -\frac{2}{3}.$$

Таким образом, в этой точке $P = 2c = 60$, откуда $c = 30$, а прибыль

$$\pi = (P - c)(5c - P)/b = (2c - c)(5c - 2c)/b = 3c^2/b = 3 \cdot 30^2/b = 2700/b = 3000$$

следовательно, $b = 2700/3000 = 0,9$. В результате оптимальный выпуск, цена и прибыль будут равны

$$Q_M = 0,5(a - c)/b = 0,5(5c - c)/b = 2 \cdot 30/0,9 = 200/3, P_M = 0,5(a + c) = 3c = 90.$$

$$\pi = (P - c)(5c - P)/b = (3c - c)(5c - 3c)/b = 4c^2/b = 4 \cdot 30^2/0,9 = 4000.$$

Ответ: максимальная прибыль может быть равна 4000 руб.

Задача 3

1). Предельные издержки каждой фирмы равны $MC = Q$. Поскольку условие максимизации прибыли одной фирмы при заданной цене имеет

вид $P = MC(Q) = Q$, то отсюда получим функцию предложение фирмы $Q_1^S = P$. Суммарное предложение 20 фирм будет иметь вид:

$$Q_{\Sigma}^S = 20Q_1^P(P) = 20P.$$

Фейерверки выступают общественным благом для населения, поэтому суммарный спрос найдем сложением «по вертикали» кривых индивидуального спроса. Обратный спрос имеет вид

$$P_1^D = 1 + \frac{120}{Q}, P_2^D = 2 + \frac{90}{Q}, P_3^D = 3 + \frac{170}{Q}, P_4^D = 4 + \frac{100}{Q}.$$

Суммарный обратный спрос равен

$$P = P_1^D(Q) + P_2^D(Q) + P_3^D(Q) + P_4^D(Q) = 10 + \frac{480}{Q}.$$

Отсюда найдем суммарный спрос

$$Q_{\Sigma}^D = \frac{480}{P - 10}, P > 10.$$

Найдем равновесие, приравняв функции суммарного спроса и предложения (см. рис. 10):

$$Q_{\Sigma}^D(P) = Q_{\Sigma}^S(P),$$

или

$$\frac{480}{P - 10} = 20P.$$

Квадратное уравнение

$$P^2 - 10P - 24 = 0$$

имеет единственный положительный корень $P = 12$. При этом всего будет

$Q = \frac{480}{12 - 10} = 240$ фейерверков. Каждая фирма продаст 12 фейерверков и

получит прибыль $\pi = 12 \cdot 12 - 0,5 \cdot 12^2 - 32 = 40$. Суммарная прибыль всех фирм будет 800.

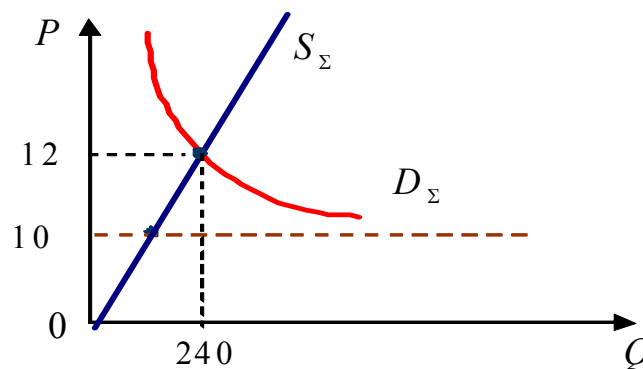


Рис. 10.

2). В случае объединения всех фирм в картель все фирмы продают снова одинаковое число фейерверков $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_{20} = Q/20$ и суммарная функция издержек всех фирм будет равна $TC_{\Sigma} = Q^2/40 + 640$, где Q – общий выпуск. Картель максимизирует суммарную прибыль, если

$$\pi_c = P(Q)Q - TC_{\Sigma}(Q) \rightarrow \max.$$

Подставив обратную функцию спроса и функцию издержек картеля, получим

$$\left(10 + \frac{480}{Q}\right)Q - \frac{Q^2}{40} - 640 \rightarrow \max.$$

Максимум прибыли достигается при $MR = MC_c$, где предельная выручка и предельные издержки картеля соответственно имеют вид (см. рис. 11):

$$MR = 10, MC_c = Q/20.$$

В результате новые параметры равновесия $Q = 200$, $P = 12,4$. Каждая фирма продает по 10 фейерверков, прибыль картеля будет равна $\pi_c = 840$.

Таким образом, по сравнению со случаем независимых фирм цена увеличится на 0,4 ден. единицы, число фейерверков уменьшится на 40. Прибыль всех фирм возрастет на 40 ден. единиц.

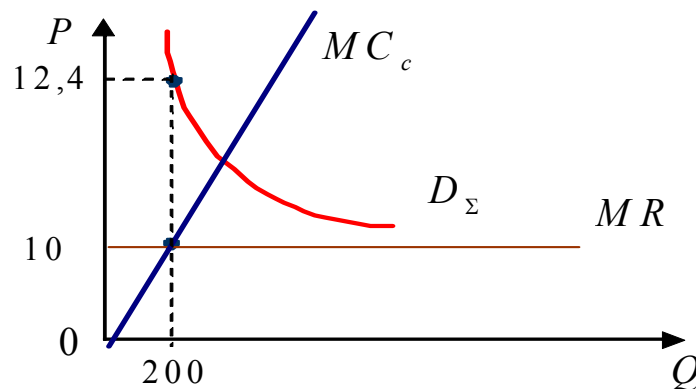


Рис. 11.

Задача 4

Найдем функцию издержек фирмы, владеющей двумя фабриками. Для этого надо решить сначала задачу минимизации суммарных издержек двух фабрик

$$TC_I = \min(TC_1(q_1) + TC_2(q_2))$$

при условии, что $q_1 + q_2 = Q$. Эту задачу можно представить в виде

$$q_1^2 + q_2^2 = q_1^2 + (Q - q_1)^2 \rightarrow \min.$$

Отсюда получим, что минимум достигается, если каждая фабрика будет производить ровно половину общего выпуска:

$$q_1 = q_2 = 0,5Q.$$

В этом случае общие издержки производства будут равны

$$TC_I = TC_1(q_1) + TC_2(q_2) = q_1^2 + q_2^2 = (0,5Q)^2 + (0,5Q)^2 = 0,5Q^2.$$

Поскольку транспортные издержки постоянны и для каждого региона равны 100 ден. ед., то функция издержек фирмы равна

$$TC = TC_I + 100 + 100 = 0,5Q^2 + 200$$

при условии, что фирма будет продавать товар и на севере и на юге, т.е. $Q_1 > 0$ и $Q_2 > 0$. Если поставки товара будут производиться только в один регион, то транспортные издержки составят всего 100 ден. ед. В этом случае издержки фирмы будут равны

$$TC = TC_I + 100 = 0,5Q^2 + 100.$$

1). Найдем суммарный спрос на товар фирмы

$$D(P) = D_1(P) + D_2(P) = \begin{cases} 100 - 2P, & 40 \leq P \leq 50; \\ 180 - 4P, & 0 \leq P \leq 40. \end{cases}$$

Максимум прибыли будет достигаться при равенстве предельных издержек предельной выручке:

$$MR(Q) = MC(Q).$$

Предельные издержки найдем, вычисляя производную функции общих издержек фирмы

$$MC(Q) = TC'(Q) = (0,5Q^2 + 100)' = Q.$$

Предположим сначала, что фирма продает товар в оба региона.

Запишем функцию обратного спроса

$$P = D_1(P) + D_2(P) = \begin{cases} 50 - 0,5Q, & 0 \leq Q \leq 20; \\ 45 - 0,25Q, & 20 \leq Q \leq 180 \end{cases}$$

и вычислим предельную выручку

$$MR = \begin{cases} 50 - Q, & 0 \leq Q < 20; \\ 45 - 0,5Q, & 20 < Q \leq 180. \end{cases}$$

Равенство предельных издержек и предельной выручки достигается при $Q = 45 - 0,5Q$, откуда получаем $Q = 30$ (см. координату точки 1 на рис. 12). При этом цена в точке 1 определяется по кривой суммарного спроса: $P = 45 - 0,25Q = 45 - 0,25 \cdot 30 = 37,5$.

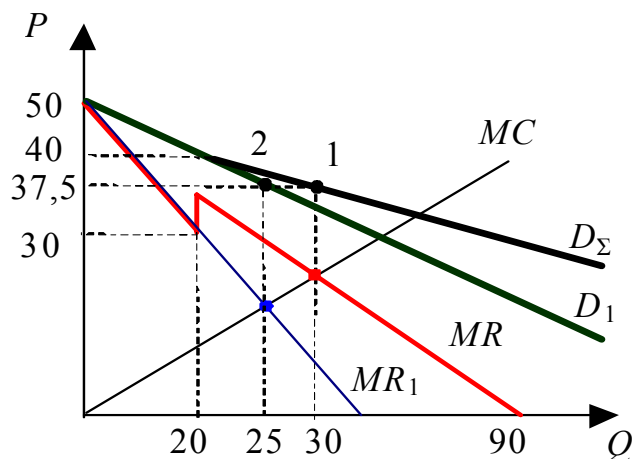


Рис. 12.

Продукция жителям севера и юга в этом случае продается в количествах

$$Q_1^D = 100 - 2P = 100 - 2 \cdot 37,5 = 25, \quad Q_2^D = 80 - 2P = 80 - 2 \cdot 37,5 = 5.$$

Прибыль фирмы равна

$$\pi_1 = TR - TC = PQ - (0,5Q^2 + 200) = 37,5 \cdot 30 - (0,5 \cdot 30^2 + 200) = 475.$$

Теперь предположим, что костюмы продаются только в один регион. В этом случае предпочтительнее выбрать тот регион, в котором цена за одно и то же количество выше, т.е. северный регион, где спрос выше по сравнению с югом.

Тогда $MR = MR_1 = 50 - Q$ при $0 \leq Q \leq 50$. Равенство предельных издержек и предельной выручки достигается в этом случае при $Q = 50 - Q$, что приводит к решению $Q = 25$, как видно из рисунка. Цена в этом случае определяется по кривой спроса D_1 в точке 2 и снова будет равна

$$P = 50 - 0,5Q = 50 - 0,5 \cdot 25 = 37,5.$$

Прибыль фирмы достигает значения

$$\begin{aligned} \pi_2 = TR - TC = PQ - (0,5Q^2 + 100) &= 37,5 \cdot 25 - (0,5 \cdot 25^2 + 100) = \\ &= 937,5 - 412,5 = 525. \end{aligned}$$

Так как $\pi_2 > \pi_1$, то делаем вывод, что выгоднее товар продавать только жителям севера.

Ответ: максимальная прибыль равна 525 ден. ед., фирма производит $Q = 25$ единиц продукции и продает их жителям юга по цене $P = 37,5$.

2). При ценовой дискриминации предельные издержки на рынках севера и юга должны быть равны между собой и равны предельным издержкам фирмы, если фирма поставляет товар в оба региона. Из уравнений кривых спроса получим функции обратного спроса

$$P_1 = 50 - 0,5Q_1, \quad P_2 = 40 - 0,5Q_2$$

и затем функции предельной выручки фирмы от продаж жителям юга и севера

$$MR_1 = 50 - Q_1, \quad MR_2 = 40 - Q_2.$$

Условие оптимальности принимает вид

$$MR_1(Q_1) = MR_2(Q_2) = MC(Q),$$

где $Q = Q_1 + Q_2$ – общее количество продаваемой продукции. Подставляя в это уравнение функции предельной выручки и издержек фирмы, получим

$$50 - Q_1 = 40 - Q_2 = Q_1 + Q_2.$$

Отсюда

$$Q_1 = 20, \quad Q_2 = 10, \quad Q = 30, \quad P_1 = 50 - 0,5 \cdot 20 = 40, \\ P_2 = 40 - 0,5 \cdot 10 = 35.$$

Прибыль фирмы будет равна

$$\pi_3 = TR_1 + TR_2 - TC = P_1Q_1 + P_2Q_2 - (0,5Q^2 + 200) = \\ = 40 \cdot 20 + 35 \cdot 10 - (0,5 \cdot 30^2 + 200) = 1150 - 650 = 500.$$

Можно заметить, что $\pi_3 > \pi_1$, т.е. ценовая дискриминация приносит прибыль в большем количестве, чем продажи без ценовой дискриминации. Но $\pi_2 > \pi_3$, т.е. еще выгоднее фирме отказаться от продажи товара жителям северного региона (т.к. слишком велики транспортные издержки) и продавать товар только жителям юга, как и в первом пункте задачи.

Ответ: максимальная прибыль равна 525 ден. ед., фирма производит $Q = 25$ единиц продукции и продает их жителям юга по цене $P = 37,5$.

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»**

Нижегородский филиал

Силаев Андрей Михайлович
Силаева Марина Владиславовна
Тарунина Елена Николаевна

**Задачи и решения городской олимпиады школьников
по экономике г. Нижнего Новгорода 2011 г.**