

## ГРАФИКИ ПСЕВДОРИМАНОВЫХ СЛОЕНИЙ

Псевдоримановы слоения  $(M, \mathcal{F})$  характеризуются существованием трансверсально проектируемой псевдоримановой метрики на многообразии  $M$ . Далее псевдоримановы слоения на псевдоримановых многообразиях рассматриваются с такой метрикой. Нами доказан следующий критерий псевдоримановости слоений.

**Теорема.** Пусть  $(M, \mathcal{F})$  — слоение коразмерности  $q$  на  $n$ -мерном псевдоримановом многообразии  $(M, g)$ , метрика на  $M$  которого не вырождается. Тогда для того чтобы слоение  $(M, \mathcal{F})$  было псевдоримановым, необходимо и достаточно, чтобы геодезическая, ортогональная этому слоению в одной точке, оставалась ортогональной ему в каждой своей точке.

Из этой теоремы вытекает аналогичный результат Б. Рейнхарта для римановых слоений на римановых многообразиях, подробно доказательство которого содержится в известной монографии П. Молино “Римановы слоения”. При этом существенно используется свойство геодезических линий риманова многообразия быть локально кратчайшими, которое не имеет аналога для псевдоримановых многообразий. Нами применяется другой подход и результаты работы А. Д. Льюиса о распределениях на многообразиях линейной связности.

Ш. Эресманом введено понятие группоида голономии слоения, позднее Х. Винкелькемпером была предложена эквивалентную конструкцию, названная им *графиком слоения*.

График  $G(\mathcal{F})$  слоения  $(M, \mathcal{F})$  коразмерности  $q$  на  $n$ -мерном многообразии  $M$  представляет собой, вообще говоря, нехаусдорфово  $(n + q)$ -мерное многообразие и содержит всю информацию о слоении  $(M, \mathcal{F})$  и его группах голономии. Определены две канонические проекции  $p_1 : G(\mathcal{F}) \rightarrow M$  и  $p_2 : G(\mathcal{F}) \rightarrow M$ , являющиеся субмерсиями.

Нами показано, что график  $G(\mathcal{F})$  любого псевдориманова слоения  $(M, \mathcal{F})$  является хаусдорфовым многообразием, на нем существует единственная псевдориманова метрика  $h$ , относительно которой индуцированное слоение

$$\mathbb{F} := \{L = p_1^{-1}(L) \mid L \in \mathcal{F}\}$$

является псевдоримановым, а канонические проекции  $p_1$  и  $p_2$  — псевдоримановыми субмерсиями. При этом существенно используется сформулированная выше теорема. Показано, что группы голономии слоев  $L \in \mathcal{F}$  и  $L = p_1^{-1}(L) \in \mathbb{F}$  изоморфны. Установлено также, что каждый слой  $L$  слоения  $\mathbb{F}$ , наделенный индуцированной метрикой, есть невырожденно приводимое псевдориманово многообразие, и исследована его структура.

Показано, что для полных псевдоримановых слоений  $(M, \mathcal{F})$  канонические проекции  $p_1$  и  $p_2$  образуют локально тривиальные расслоения с общим стандартным слоем, и дано описание структуры их графиков и индуцированных на графиках слоений. Особое внимание уделено структуре графиков вполне геодезических псевдоримановых слоений.

Исследование выполнено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ (проект № 138) в 2015 году.

**А. С. Елгушова, З. З. Ризванов, Л. Р. Шакирова**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,*

*aelgushova@yandex.ru, rizvanov.zemfi@mail.ru,*

*lilama008@mail.ru*

### ЛОБАЧЕВСКИЙ В XXI ВЕКЕ

1 декабря – день рождения выдающегося русского ученого Николая Ивановича Лобачевского, создателя неевклидовой геометрии, сыгравшего значительную роль в становлении Казанского университета. В течение 40 лет он преподавал в Казанском университете предметы физико-математического цикла, 19 лет руководил им в должности ректора, выполнял обязанности библиотекаря университета, председателя строительного комитета.

Известно, какой вклад внёс Лобачевский в развитие мировой науки. Кроме геометрии, он получил ряд ценных результатов и в других областях математики:

- а) в алгебре он независимо от Ж. Данделена разработал метод приближённого решения уравнений;
- б) в математическом анализе получил ряд тонких теорем о тригонометрических рядах, уточнил понятие непрерывной функции, дал признак сходимости рядов и др.;
- в) в разные годы он опубликовал несколько содержательных статей по алгебре, теории вероятностей, механике, физике, астрономии и проблемам образования.

Как много он сделал для становления и развития нашего университета! В разные годы он был:

- а) председателем Строительного комитета Казанского университета; руководил строительством зданий библиотеки, астрономической обсерватории, анатомического театра, клиники, университетской церкви;
- б) членом издательского комитета журнала “Казанский вестник”;
- в) библиотекарем Казанского университета;
- г) лично руководил спасением университетских зданий и имущества во время пожара в Казани, за что получил благодарность императора.

За период своего преподавания в Казанском университете он вел курсы по геометрии, тригонометрии, алгебре, анализу, теории вероятностей, механике, физике, астрономии и даже гидравлике, часто замещал отсутствующих преподавателей.

*А как мы, потомки великого математика, чтим его память? Какова роль Лобачевского в современном обществе? И что мы, студенты, знаем о Лобачевском? Ответить на эти вопросы мы постараемся в нашей статье.*

*Какие объекты увековечивания памяти Лобачевского мы знаем? В 1896 году, через 40 лет со дня смерти Н.И. Лобачевского, перед зданием Казанского университета был установлен памятник великому математику, созданный русским скульптором Марией Диллон. 10 июня 1994 года в г. Козловка Чувашской республики открыли народный историко-краеведческий Дом-музей Н.И. Лобачевского.*