ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

А.В. Дементьев, О.С. Кузнецова

ОПТИМАЛЬНАЯ МОНЕТАРНАЯ ПОЛИТИКА В МАЛОЙ ОТКРЫТОЙ ЭКОНОМИКЕ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Препринт WP2/2008/02
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Москва
ГУ ВШЭ
2008

УДК 330.11
ББК 65.012.2
Д30

Редактор серии WP2
«Количественный анализ в экономике»
В.А. Бессонов

Д 30 **Дементьев А.В., Кузнецова О.С.** Оптимальная монетарная политика в малой открытой экономике с неопределенными параметрами: Препринт WP2/2008/02. — М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2008. — 44 с.

Для модели малой открытой экономики с параметрической неопределенностью строится робастное правило монетарной политики, устойчивое к возможным отклонениям используемой модели от истинной. Оптимальная реакция центрального банка на шоки зависит от его представлений о верности используемой модели. При высокой (низкой) степени доверия к модели применение робастного правила приводит к увеличению (уменьшению) волатильности инфляции, ВВП и валютного курса. Если ЦБ сомневается только в выполнении процентного паритета, оптимальным будет снижение процентной ставки при шоках инфляции и выпуска, и повышение при шоках валютного курса. Противоположная реакция ЦБ будет оптимальной в случае высокой уверенности в выполнении процентного паритета. Однако в обоих случаях увеличение неопределенности приводит к увеличению агрессивности проводимой политики и повышению волатильности равновесных значений ВВП, инфляции и валютного курса.

УДК 330.11
ББК 65.012.2

Классификация JEL: E52, E58.

Ключевые слова: робастное правило, параметрическая неопределенность, минимакс-политика.

Дементьев Андрей Викторович — научный сотрудник Лаборатории исследования проблем инфляции и экономического роста. Государственный университет — Высшая школа экономики. 101987, Москва, Покровский бульвар, 11, Ж-507.

Кузнецова Ольга Сергеевна — стажер-исследователь Лаборатории исследования проблем инфляции и экономического роста. Государственный университет — Высшая школа экономики. 101987, Москва, Покровский бульвар, 11, Ж-419.

Препринты ГУ ВШЭ размещаются на сайте:
http://new.hse.ru/C3/C18/preprintsID/default.aspx.

Содержание

1. Введение 4

2. Обзор литературы 5

 2.1. Методы анализа неопределенности относительно истинной структуры модели 5

 2.2. Критерии выбора оптимальной политики 6

 2.3. Характеристики оптимального монетарного правила 7

3. Модель 7

4. Обсуждение модели 10

 4.1. Отсутствие неопределенности относительно истинной структуры экономики 10

 4.2. Неопределенность относительно истинной структуры экономики 12

5. Основные выводы 21

6. Литература 23

7. Приложение 25

1. Введение

Ни одна экономическая модель не может и, строго говоря, не должна представлять действительность абсолютно полно и верно. Разумная доля стилизации, упрощения необходима для того, чтобы получить возможность анализировать отдельные экономические процессы и явления, абстрагируясь от всего «лишнего». Кроме того, истинная структура экономики остается неизвестной, и поэтому мы можем лишь строить предположения о ее сущности. Поэтому исследователь должен с известной долей осторожности относиться к выводам, полученным на основе анализа какой-либо модели. Это особенно актуально, когда экономист ставит своей целью разработать политические рекомендации. Если используемая им теоретическая конструкция слишком сильно упрощает или неверно представляет действительность, то предлагаемые на ее основе практические меры могут привести к нежелательным последствиям. В этом и заключается проблема *неопределенности относительно истинной структуры модели экономики*.

В западной экономической литературе эта проблема решается с помощью нахождения так называемой *робастной* или устойчивой к подобной неопределенности политики. Согласно этому подходу, политик должен проводить такую политику, которая приводит к приемлемым результатам даже в том случае, если исходная модель ошибочна. Огромный пласт западной литературы посвящен поиску такой робастной политики для моделей развитых стран. Однако представляется очевидным, что актуальность затронутой темы особенно велика для переходных и развивающихся экономик. Во-первых, такие экономики претерпевают существенные структурные изменения, поэтому выявить какие-то устойчивые статистические регулярности просто не представляется возможным. Во-вторых, качество доступных данных для подобных экономик чаще всего оставляет желать лучшего, а потому и качество построенных на их основе моделей является сомнительным.

Исследований по разработке робастной политики для таких экономик пока не существует. Поэтому в настоящей работе мы демонстрируем, каким образом данный подход может быть реализован даже для развивающейся, переходной экономики. В нашем исследовании мы ищем робастное монетарное правило для простой модели открытой экономики с неопределенными параметрами. Мы утверждаем, что с помощью выбора разной степени доверия к верности используемой модели со стороны центрального банка можно получить робастную политику как для развитой страны, так и для страны с переходной экономикой.

2. Обзор литературы

2.1. Методы анализа неопределенности относительно истинной структуры модели

Все существующие работы в этой области можно разделить на две обширные группы в зависимости от используемого метода анализа. Одни исследователи отталкиваются от существования единственной базовой спецификации модели, в то время как другие придерживаются концепции множества конкурирующих «истинных» моделей.

Различие в подходах проистекает из-за того, что разные исследователи принимают в качестве основного разные источники неопределенности. Первый, более традиционный вариант поиска робастной политики предлагает анализировать случай, при котором у принимающего решение политика есть только одна модель экономики, возможно, отличающаяся от истинной. При этом предполагается, что указанные отличия принадлежат к некоторому специфицированному множеству возможных отклонений от реальности. Иначе это можно представить как рассмотрение набора похожих, но не идентичных моделей (Giannoni (2002)).

Другими словами, представители первого подхода исследуют неопределенность, относящуюся к параметрам используемой модели, в то время как последователи второго направления анализируют более серьезный вид неопределенности, возникающий из-за неправильной ее спецификации.

В первую очередь такая высокая степень неопределенности происходит из-за того, что не существует единого мнения по поводу процесса формирования ожиданий. Второй важный источник неопределенности — неизвестная временная структура лагов переменных, включаемых в модель. Согласно этой точке зрения, неоправданно ограничивать анализ только одной моделью или даже набором моделей, очень близких по некоторым характеристикам. Например, в работе Levin, Williams (2003) было показано, что монетарные правила, построенные на основе только одной модели, могут негативно воздействовать на экономику, если используемая модель отличается от истинной экономики по характеру формирования ожиданий. Поэтому сторонники этого подхода анализируют целый набор конкурирующих между собой моделей, различающихся по трактовке некоторых ключевых характеристик экономики.

2.2. Критерии выбора оптимальной политики

Как уже отмечалось выше, основная идея разработки оптимальной в условиях неопределенности политики заключается в построении робастного монетарного правила. Существует несколько трактовок этого понятия. Мы следуем за Levin, Williams, Wieland (1998) и принимаем следующее определение:

Определение 1. Робастное правило монетарной политики — это такое правило реакции центрального банка на шоки, результаты применения которого оказываются приемлемыми. Приемлемость того или иного решения оценивается с помощью некоторого критерия выбора на основе функции потерь политика и принимающего решения.

Что касается самих критериев выбора оптимальной политики, то тут возможно несколько вариантов. Во-первых, иногда очень удобно усреднять потери политика по имеющимся моделям (*Байесовский критерий* (Brock, Durlauf, West (2004))). В рамках такого подхода для определения параметров оптимального робастного правила предлагается минимизировать взвешенное по моделям среднее значение функции потерь политика. Некоторая модификация такого подхода была предложена Levin, Williams (2003), которые приписывают разным моделям одинаковые веса при усреднении, а не рассчитывают апостериорные вероятности истинности разных моделей.

Минимаксный критерий выбора политики предполагает поиск правила, которое приводит к наименьшим потерям в наихудшем случае (Levin, Williams (2003)). Подобное правило приводит к приемлемым результатам и при всех других, более благоприятных вариантах истинной структуры экономики. Небольшой вариацией этого подхода является *критерий максимизации результата*, представляющий проблемы как игру с нулевой суммой между политиком и недоброжелательной природой, которая стремится максимизировать потери политика (Giannoni (2002)).

Далее, критерий *максимизации стабильности* предусматривает выбор политики, при которой в максимальном количестве моделей экономика оказывается стабильной.

Несколько отдельно в этом ряду стоит предложенный в работе Levin, Williams (2003) *критерий терпимости к ошибкам* (fault tolerance approach). Авторы этого подхода предлагают сначала найти для каждой модели из имеющегося набора оптимальное монетарное правило. После этого определяются зоны взаимной толерантности моделей, то есть такие значения параметров правил, при которых потери политика для каждой из моделей не сильно отличаются от потерь при оптимальном для данной

модели правиле. Монетарное правило, удовлетворяющее такому условию, и будет оптимальным робастным правилом.

2.3. Характеристики оптимального монетарного правила

Реакция оптимального робастного правила на экономические шоки для разных исследований различается. Конечно, это зависит не в последнюю очередь от используемого критерия выбора. Например, согласно Brainard (1967), робастное правило предполагает более осторожную по сравнению с правилом, разработанным без учета неопределенности относительно истинной структуры экономики, реакцию на шоки. Однако Giannoni (2002), Hansen, Sargent (2004) и др. показали, что робастное правило должно, напротив, более агрессивно реагировать на возмущения, происходящие в экономике. В общих чертах, если используется метод усреднения, то правило, скорее всего, будет более осторожным. Если же центральный банк стремится застраховаться от наихудшего варианта, то проводимая политика агрессивнее реагирует на шоки.

Кроме того, основные характеристики робастного правила в действительности зависят не только от применяемого критерия, но и от склонности центрального банка проводить именно робастную политику (Leitemo, Soderstrom (2004), (2005)).

В нашей работе мы, прежде всего, пытаемся ответить на вопрос: какова должна быть реакция на шоки оптимального робастного правила по сравнению с политикой, разработанной без учета неопределенности? В частности, мы показали, что подход с одной базовой моделью может быть распространен на случай значительной неопределенности относительно истинной структуры модели (свойственной переходным экономикам), хотя, в принципе, вариант с конкурирующими моделями учитывает большую степень неопределенности. Введя в модель параметр, характеризующий уверенность политика в верности используемой модели, мы варьируем его значение и анализируем разную степень неопределенности — от самой незначительной до самой сильной.

3. Модель

Модель, используемая в данном исследовании, базируется на достаточно простой модели открытой экономики, представленной в работе Leitemo, Soderstrom (2005). Предлагаемая нами версия модели является статической, то есть центральный банк минимизирует значение своей функции потерь отдельно для каждого периода.

Модель состоит из 4 блоков:

Совокупное предложение — кривая Филлипса для открытой экономики:

$$\pi_t = \pi_t^e + kx_t + \alpha e_t + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi \qquad (1)$$

Совокупный спрос — кривая IS для открытой экономики:

$$x_t = -\sigma^{-1} i_t + \gamma e_t + \Sigma_x \varepsilon_t^x \qquad (2)$$

Паритет процентных ставок UIP:

$$i_t = \pi_t + \Sigma_e \varepsilon_t^e \qquad (3)$$

При этом x_t — отклонение выпуска от его потенциального значения, π_t — темп инфляции в период t, e_t — реальный валютный курс, определяемый как $e_t = s_t + p_t^f - p_t$, где s_t — номинальный (обратный) валютный курс, p_t^f — уровень цен в зарубежной экономике, p_t — внутренний уровень цен. i_t обозначает номинальную ставку процента, а π_t^e — ожидаемое значение уровня инфляции в период t. Переменная ε_t^j представляет собой шоки, происходящие в экономике. Все шоки считаются белым шумом (с нулевым математическим ожиданием и единичным средним квадратичным отклонением). Коэффициент Σ_j представляет собой чувствительность соответствующих переменных к шокам (стандартно $\Sigma_j = 1$).

Поведение центрального банка задается как правило процентной ставки. Параметры правила центральный банк определяет на основе минимизации своей функции потерь. При этом основное отличие монетарного правила от традиционных правил процентной ставки, разрабатываемых в западных работах, состоит в том, что в этом исследовании монетарное правило представляет собой реакцию не на основные экономические показатели, а напрямую на шоки, происходящие в экономике. Это стало возможным в силу того, что используемая модель имеет достаточно простую структуру, так что решение находится в общем виде.

Кроме того, используемая в анализе спецификация функции потерь центрального банка также отличается от традиционной, представляющей собой взвешенную сумму квадратов отклонения выпуска и инфляции от желаемых уровней.

В отличие от классических работ в этой области, мы предполагаем, что центральный банк стремится минимизировать инфляцию и стабилизировать валютный курс около какого-то целевого уровня. Иными словами, рассматривается следующая постановка задачи монетарных властей[1]:

$$\min_i \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2, \qquad (4)$$

где $\Delta e_t = e_t - e^*$, а e^* — целевой уровень валютного курса.

Такая предпосылка является оправданной для моделирования поведения центрального банка в России.

Кроме того, мы принимаем во внимание тот факт, что центральный банк понимает проблему неопределенности относительно истинной структуры экономики и поэтому хочет разработать не просто оптимальную для своей модели политику, а именно робастное монетарное правило. При этом у него могут быть разные представления о верности исходной модели (1–3) или разная степень предпочтения робастности.

Определение 2. Предпочтение робастности — желание (склонность) политика придерживаться робастного правила (устойчивого к возможной неопределенности в отношении параметров предположительно истинной модели функционирования экономики).

Степень предпочтения робастности неразрывно связана с уверенностью политика в верности используемой модели. Так, если политик уверен, что его модель абсолютно верна, то он совсем откажется от поиска робастного правила и ограничится разработкой оптимальной для его модели политики. Соответственно, чем меньше он верит в верность модели, тем сильнее его желание разработать именно робастное монетарное правило и тем значительнее его степень предпочтения робастности.

Поиск оптимальной реакции на шоки проводится с помощью минимаксного критерия выбора. Мы считаем, что против политика действует недоброжелательная природа, которая определяет значение дополнительных возмущений в модели, υ_t^j, таким образом, чтобы максимизировать потери центрального банка.

Теперь с учетом этого модель (1)–(3) преобразуется к следующему виду:

$$\pi_t = \pi_t^e + kx_t + \alpha e_t + \Sigma_\pi(\varepsilon_t^\pi + \upsilon_t^\pi) \qquad (5)$$

$$x_t = -\sigma^{-1} i_t + \gamma e_t + \Sigma_x(\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x) \qquad (6)$$

$$i_t = \pi_t + \Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e),\ k, \alpha, \sigma, \Sigma, \gamma > 0 \qquad 7)$$

[1] В действительности, такой вид задачи является частным случаем более общего варианта $\min_i \pi_t^2 + \lambda x_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2$, (4.1)

где $\lambda = 0$.

С точки зрения центрального банка сумма, которую недоброжелательный агент может «потратить» на создание шока, $\upsilon_t^j - \eta_j$. Тогда бюджетное ограничение недоброжелательной природы принимает следующий вид:

$$\left(\upsilon_t^j\right)^2 \le \eta_j,\ \text{где}\ \eta_j \ge 0. \quad (8)$$

Отметим, что η_j — это субъективное представление монетарного органа о возможности того, что используемая модель неверна. Если монетарные власти не признают существования неопределенности относительно структуры экономики и определяют не робастное правило, а просто оптимальное для эталонной модели, то $\eta_j = 0$. Чем больше значение этого показателя, тем больше ЦБ озабочен проблемой неопределенности относительно соответствующей переменной.

Набор возможных отклонений эталонной модели от истинной, создаваемых недоброжелательной природой, задается с помощью параметра $\frac{1}{\theta_j}$ >0. Чем выше степень предпочтения центральным банком робастности (иными словами, чем меньше уверенность центрального банка в истинности базовой модели), то есть чем больше η_j, тем меньше θ_j. И тем больший урон может причинить монетарному органу недоброжелательный игрок. Далее в работе именно под $\frac{1}{\theta_j}$ мы будем понимать или степень предпочтения робастности, или степень неопределенности относительно конкретного уравнения модели[2].

4. Обсуждение модели

4.1. Отсутствие неопределенности относительно истинной структуры экономики

В случае анализа без учета неопределенности относительно истинной структуры экономики задача центрального банка представлена минимизацией такой функции Лагранжа:

[2] Так как эти понятия неразрывно связаны, в анализе мы будем оперировать и тем, и другим, не оговаривая далее их идентичности.

$$L = \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2 - \mu_t^\pi\left\{\pi_t - \pi_t^e - kx_t - \alpha e_t - \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi\right\} -$$
$$- \mu_t^x\left\{x_t + \sigma^{-1}\pi_t - \gamma e_t + \sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e - \Sigma_x \varepsilon_t^x\right\} \quad (9)$$

Согласно этой задаче центральный банк определяет оптимальные для себя значения x_t, π_t и e_t и в соответствии с ними устанавливает уровень номинальной процентной ставки i_t. Тогда из условий первого порядка получаем выражение для оптимального выбора (оптимальный trade-off) между инфляцией и реальным удешевлением рубля в период *t*:

$$e_t - e_t^* = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}\pi_t \quad (10)$$

Согласно данному выражению, необходимое отклонение курса от целевого уровня отрицательно зависит от уровня инфляции.

Теперь, подставив в выражение (6) уравнение процентного паритета (7) и валютный курс из (10), мы получим отклонение выпуска через уровень инфляции, желаемый валютный курс и шоки:

$$x_t = -(\sigma^{-1} + \frac{\gamma(\alpha + \gamma k)}{\eta(1 + \sigma^{-1}k)})\pi_t + \gamma e^* - \sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e + \Sigma_x \varepsilon_t^x \quad (11)$$

Подставив это выражение и валютный курс из (9) в уравнение кривой Филлипса, мы получаем значение уровня инфляции через те же переменные:

$$\pi_t(1 + \frac{(\alpha + \gamma k)^2}{\eta(1 + \sigma^{-1}k)} + k\sigma^{-1}) = \pi_t^e + (\alpha + \gamma k)e^* - k\sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e + k\Sigma_x \varepsilon_t^x + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi. \quad (12)$$

В равновесии действительный уровень инфляции совпадает с ожидаемым, поэтому

$$\pi_t = \frac{(\alpha + \gamma k)e^* - k\sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e + k\Sigma_x \varepsilon_t^x + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi}{A_0},\ \text{где}\ A_0 = \frac{(\alpha + \gamma k)^2}{\eta(1 + \sigma^{-1}k)} + k\sigma^{-1}. \quad (13)$$

Тогда оптимальное правило установления процентной ставки центральным банком, которое мы находим, подставляя (13) в уравнение процентного паритета (3), выглядит так:

$$i_t = d^0 e^* + d^0{}_\pi \varepsilon_t^\pi + d^0{}_x \varepsilon_t^x + d^0{}_e \varepsilon_t^e, \quad (14)$$

где $d^0 = \frac{1}{A_0}(\alpha + \gamma k)$, $d^0{}_\pi = \frac{1}{A_0}\Sigma_\pi$, $d^0{}_x = \frac{1}{A_0}k\Sigma_x$, $d^0{}_e = \Sigma_e\left[1 - \frac{1}{A_0}k\sigma^{-1}\right]$.

С учетом (13) все коэффициенты в оптимальном правиле процентной ставки положительные. Иными словами, верно следующее утверждение:

Утверждение 1. В условиях отсутствия неопределенности относительно верности модели оптимальной для центрального банка стратегией является ужесточение политики в ответ на все возможные в экономике шоки.

4.2. Неопределенность относительно истинной структуры экономики

Этому случаю соответствует отличная от предыдущего анализа функция Лагранжа. С учетом действий недоброжелательной природы задача представлена следующей функцией Лагранжа:

$$\begin{aligned} L = {} & \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2 - \theta_\pi(\upsilon_t^\pi)^2 - \theta_x(\upsilon_t^x)^2 - \theta_e(\upsilon_t^e)^2 - \\ & -\mu_t^\pi\left\{\pi_t - \pi_t^e - kx_t - \alpha e_t - \Sigma_\pi(\varepsilon_t^\pi + \upsilon_t^\pi)\right\} - \\ & -\mu_t^x\left\{x_t + \sigma^{-1} i_t - \gamma e_t - \Sigma_x(\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x)\right\} - \mu_t^e\left\{i_t - \pi_t - \Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e)\right\} \end{aligned} \tag{15}$$

Или, упрощая,

$$\begin{aligned} L = {} & \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2 - \theta_\pi(\upsilon_t^\pi)^2 - \theta_x(\upsilon_t^x)^2 - \theta_e(\upsilon_t^e)^2 - \\ & \mu_t^\pi\left\{\pi_t - \pi_t^e - kx_t - \alpha e_t - \Sigma_\pi(\varepsilon_t^\pi + \upsilon_t^\pi)\right\} - \\ & -\mu_t^x\left\{x_t + \sigma^{-1}\pi_t - \gamma e_t + \sigma^{-1}\Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e) - \Sigma_x(\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x)\right\} \end{aligned} \tag{16}$$

Используя условия первого порядка, находим оптимальные для недоброжелательной природы значения шоков:

$$\upsilon_t^\pi = \frac{\Sigma_\pi}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi}\pi_t, \tag{17}$$

$$\upsilon_t^x = \frac{k\Sigma_x}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x}\pi_t, \tag{18}$$

$$\upsilon_t^e = -\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_e}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e}\pi_t, \tag{19}$$

$$e_t - e_t^* = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\pi_t. \tag{20}$$

Последнее полученное выражение для валютного курса (20) идентично выражению (10). Кроме того, в пределе, когда $\theta_j \to \infty$, то есть

когда политик не принимает в расчет возможную неопределенность, воспринимаемое им значение шоков равно нулю, и оптимальная политика, естественно, не отличается от разработанной для модели, не учитывающей неопределенности.

Повторим для нашего случая представленные выше выкладки по нахождению оптимальной политики. Равновесный уровень инфляции:

$$\pi_t = \frac{(\alpha+\gamma k)e^* - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + k\Sigma_x\varepsilon_t^x + \Sigma_\pi\varepsilon_t^\pi}{A} = ae^* + a_\pi\varepsilon_t^\pi + a_x\varepsilon_t^x + a_e\varepsilon_t^e, \tag{21}$$

что совпадает с выражением (13) для случая без неопределенности с точностью до параметра А, где

$$A = A_0 - \frac{1}{(1+\sigma^{-1}k)}\left[\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{(k\Sigma_x)^2}{\theta_x} + \frac{(\sigma^{-1}k\Sigma_e)^2}{\theta_e}\right], \lim_{\theta_j\to\infty} A = A_0 \tag{22}$$

Аналогично получаем равновесный выпуск и курс:

$$x_t = be^* + b_\pi\varepsilon_t^\pi + b_x\varepsilon_t^x + b_e\varepsilon_t^e; \tag{23}$$

$$e_t = ce^* + c_\pi\varepsilon_t^\pi + c_x\varepsilon_t^x + c_e\varepsilon_t^e, \tag{24}$$

где все параметры определяются следующим образом:

$$a = \frac{\alpha + k\gamma}{A},\ a_\pi = \frac{\Sigma_\pi}{A},\ a_x = \frac{k\Sigma_x}{A}, a_e = -\frac{\sigma^{-1}k\Sigma_e}{A}; \tag{25}$$

$$\begin{aligned} & b = fa - \frac{\alpha}{k},\ b_\pi = fa_\pi - \frac{\Sigma_\pi}{k},\ b_x = fa_x,\ b_e = fa_e, \\ & f = \frac{1}{k(1+\sigma^{-1}k)}\left(\frac{\alpha(\alpha+k\gamma)^2}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi}\right), \end{aligned} \tag{26}$$

$$c = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a + 1,\ c_j = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_j, j = \pi, x, e. \tag{27}$$

Тогда с учетом вышесказанного мы получаем робастное правило реакции на шоки:

$$i_t = de^* + d_\pi\varepsilon_t^\pi + d_x\varepsilon_t^x + d_e\varepsilon_t^e, \tag{28}$$

где $d = \frac{B}{A}(\gamma k + \alpha)$, $d_\pi = \frac{B}{A}\Sigma_\pi$, $d_x = \frac{B}{A}k\Sigma_x$, $d_e = \Sigma_e\left[1 - \frac{B}{A}\sigma^{-1}k\right]$, (29) а $B = 1 - \dfrac{\sigma^{-1}k\Sigma_e^{\ 2}}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e}$, $\lim\limits_{\theta_e \to \infty} B = 1$.

Очевидно, что параметры робастного правила отличаются от случая отсутствия неопределенности коэффициентом $\dfrac{B}{A}$, который зависит от степени предпочтения робастности политики θ_j. При этом знак коэффициентов d_j не столь очевиден, как в предыдущем случае.

Более того, при изменении предпочтений центрального банка поведение функции его реакции на шоки тоже меняется. В базовой работе Leitemo, Soderstrom (2005) рассмотрен лишь один случай, при $\theta_j \to \infty$, то есть когда монетарный орган считает, что вероятность, с которой базовая модель верно описывает действительность, близка к единице.

Мы же не ограничиваемся рассмотрением только этого случая, но расширяем наш анализ на различные варианты представлений политика о верности отдельных уравнений модели. Таким образом, мы демонстрируем возможность применения такого подхода во всех возможных ситуациях, а не только для случая развитых стран, когда все экономические взаимосвязи можно считать относительно устойчивыми.

4.2.1. Низкая степень предпочтения робастности или высокая степень уверенности в верности всех уравнений модели

Формально мы анализируем случай, когда

$$\theta_e > \frac{\Sigma_e^2 k\sigma^{-1}}{(1+\sigma^{-1}k)}, \tag{30}$$

$$\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{k^2\Sigma_x^2}{\theta_x} < \frac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta}. \tag{31}$$

Тогда A>0, B>0, $(\dfrac{\sigma}{k}A - B) > 0$.

Этот случай — своеобразный аналог рассматриваемого у Leitemo, Soderstrom (2005), когда $\theta_j \to \infty$. Тогда верны следующие утверждения:

Утверждение 2. В случае высокой степени уверенности в верности исходной модели оптимальная реакция центрального банка предполагает ужесточение проводимой политики в ответ на все шоки.

Утверждение 3. В случае высокой степени уверенности в верности исходной модели равновесная инфляция и выпуск положительно реагируют на шоки спроса и шок в кривой Филлипса и отрицательно — на шок валютного курса. Поведение валютного курса противоположно поведению инфляции.

Отметим, что изменение предпочтений в отношении робастности в конечном итоге влияет на равновесные уровни цен, выпуска и валютного курса, так как меняет параметры оптимального монетарного правила, которые определяют чувствительность политики к различным шокам или агрессивность реакции на возмущения.

Определение 3. Агрессивность (чувствительность) реакции центрального банка на *i*-й шок — абсолютное значение соответствующего коэффициента при *i*-м шоке в используемом правиле монетарной политики, то есть $|d_i|$. Иными словами, чем агрессивнее политика, тем больше $|d_i|$.

Определение 4. Чувствительность макроэкономической переменной к *i*-му шоку — абсолютное значение соответствующего коэффициента при *i*-м шоке в выражении для равновесного уровня рассматриваемой переменной, то есть $|z_i|$, где $z = \pi, x, e$. Иными словами, чем выше чувствительность переменной z к шоку *i*, тем больше значение $|d_i|$.

Для того чтобы выявить последствия малых изменений предпочтения робастности центральным банком, мы определяем знаки производных $\dfrac{\partial d_i}{\partial\theta_j}$ и $\dfrac{\partial m}{\partial\theta_j}$, где $m = \pi, x, e$. Тогда с учетом Утверждений 2 и 3 мы получаем следующие результаты:

Таблица 1. Реакция чувствительности оптимальной политики и равновесных уровней экономических показателей на увеличение степени предпочтений центрального банка в отношении робастности (высокая степень уверенности в верности исходной модели)

	$\left\lvert\dfrac{\partial d_\pi}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial d_x}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial d_e}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial a_\pi}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial a_x}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial a_e}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial b_\pi}{\partial\_}\right\rvert$	$\dfrac{\partial b_x}{\partial\_}$	$\dfrac{\partial b_e}{\partial\_}$	$\left\lvert\dfrac{\partial c_\pi}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial c_x}{\partial\_}\right\rvert$	$\left\lvert\dfrac{\partial c_e}{\partial\_}\right\rvert$
$-\dfrac{\partial\_}{\partial\theta_\pi}$	+	+	–	+	+	+	?	?	+	+	+	+
$-\dfrac{\partial\_}{\partial\theta_x}$	+	+	–	+	+	+	?	+	+	+	+	+
$-\dfrac{\partial\_}{\partial\theta_e}$	–	–	+	+	+	+	?	+	+	+	+	+

Таким образом, **в случае высокой степени уверенности в верности исходной модели** верны следующие утверждения:

Утверждение 4. Увеличение степени предпочтения робастности в отношении уравнений, описывающих поведение инфляции и выпуска, заставляет центральный банк агрессивнее реагировать на шоки инфляции и совокупного спроса и осторожнее — на шоки валютного курса.

Утверждение 5. При росте предпочтения робастности в отношении уравнения процентного паритета, наоборот, центральный банк начинает менее активно реагировать на шоки спроса и предложения, и более агрессивно — на шоки валютного курса.

Утверждение 6. При увеличении склонности центрального банка проводить робастную политику чувствительность инфляции, валютного курса и выпуска к любым шокам растет (конечно, там, где это возможно определить).

Таким образом, хотя мы и получили, что изменение реакции оптимального монетарного правила зависит от того, уверенность в каком из уравнений меняется, реакция основных показателей одинакова — при росте неуверенности в модели инфляция, выпуск и курс становятся более чувствительными к шокам, то есть более волатильными.

4.2.2. Высокая степень предпочтения робастности или низкая степень уверенности в верности базовой модели

Теперь рассмотрим случай, когда

$$\theta_e < \frac{\Sigma_e^2 k \sigma^{-1}}{(1+\sigma^{-1}k)}, \tag{32}$$

$$\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{k^2 \Sigma_x^2}{\theta_x} > \frac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta}. \tag{33}$$

Тогда A<0, B<0, $(\frac{\sigma}{k}A - B) < 0$.

На самом деле, такая ситуация, когда центральный банк вынужден использовать неверную, с его точки зрения, модель для определения оптимальной политики, соответствует действительности, с которой сталкиваются развивающиеся или переходные экономики.

При этом реакция экономических переменных на шоки меняет свое направление. Такой результат может показаться удивительным, но не стоит забывать, что не в последнюю очередь поведение экономических показателей определяется политикой центрального банка, который в этом случае имеет в своем распоряжении единственную «плохую», по его мнению, модель, на основе которой он вынужден принимать решения в отношении проводимой политики. Поэтому центральный банк стремится обезопасить себя от существенной ошибки, размер которой в данном случае может быть очень велик, так как истинная структура экономики может значительно отличаться от используемой модели.

При такой степени неопределенности наихудший для монетарного органа вариант сильно отличается от базовой модели, а поэтому робастное правило также должно значительно разниться с оптимальным для модели без неопределенности, что в итоге, как мы видим, приводит даже к изменению поведения ключевых экономических показателей. Иначе говоря, центральный банк допускает существование такой сильной неопределенности, что недоброжелательная природа может радикальным образом поменять основные экономические взаимосвязи в экономике.

Несмотря на это, по-прежнему в оптимальном монетарном правиле $d_j > 0$.

Утверждение 7. В случае низкой степени уверенности в верности исходной модели оптимальная реакция центрального банка предполагает ужесточение проводимой политики в ответ на все шоки.

Однако поведение оптимального правила при малых изменениях предпочтения монетарным органом в отношении робастности политики будет другим по сравнению со случаем высокой степени уверенности в правильности исходной модели:

Таблица 2. Реакция чувствительности политики и равновесных уровней экономических показателей на изменения предпочтений центрального банка в отношении робастности (низкая степень уверенности в верности исходной модели)

	$\frac{\partial d_\pi}{\partial \_}$	$\frac{\partial d_x}{\partial \_}$	$\frac{\partial d_e}{\partial \_}$	$\frac{\partial a_\pi}{\partial \_}$	$\frac{\partial a_x}{\partial \_}$	$\frac{\partial a_e}{\partial \_}$	$\frac{\partial b_\pi}{\partial \_}$	$\frac{\partial b_x}{\partial \_}$	$\frac{\partial b_e}{\partial \_}$	$\frac{\partial c_\pi}{\partial \_}$	$\frac{\partial c_x}{\partial \_}$	$\frac{\partial c_e}{\partial \_}$
$-\frac{\partial \_}{\partial \theta_\pi}$	–	–	+	–	–	–	?	?	–	–	–	–
$-\frac{\partial \_}{\partial \theta_x}$	–	–	+	–	–	–	?	–	–	–	–	–
$-\frac{\partial \_}{\partial \theta_e}$	+	+	–	–	–	–	?	–	–	–	–	–

Таким образом, **при низкой уверенности центрального банка в правильности эталонной модели** выполняются:

Утверждение 8. Дополнительное увеличение степени предпочтения робастной политики в отношении уравнений, описывающих поведение инфляции и выпуска, заставляет центральный банк осторожнее реагировать на шоки инфляции и совокупного спроса и агрессивнее — на шоки валютного курса.

Утверждение 9. Дополнительный рост предпочтения робастности в отношении уравнения процентного паритета заставляет центральный банк более активно реагировать на шоки спроса и предложения и менее агрессивно — на шоки валютного курса.

Утверждение 10. Реакция выпуска, инфляции и курса на увеличение неопределенности изменилась на противоположную — теперь увеличение неуверенности политика в верности модели ведет к меньшей волатильности основных экономических показателей.

4.2.3. Низкая степень уверенности в правильности уравнения процентного паритета и высокая степень уверенности в остальных уравнениях модели

Предыдущая ситуация, когда центральный банк принимает решение на основе модели, которую сам считает неверной, представляется маловероятной. Скорее, монетарный орган будет считать неверными одни уравнения, в то время как другие кажутся ему истинными.

В этом параграфе мы предполагаем, что выполняется:

$$\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{k^2\Sigma_x^2}{\theta_x} < \frac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta} \tag{31}$$

$$\theta_e < \frac{\Sigma_e^2 k\sigma^{-1}}{(1+\sigma^{-1}k)} \tag{32}$$

A>0

Тогда A>0, B<0, $(\frac{\sigma}{k}A - B) > 0$.

Итак, предполагаемые в этом пункте предпосылки позволяют сделать интересные выводы. Во-первых, направление реакции инфляции, выпуска и валютного курса на шоки сохраняются. Однако оптимальное робастное монетарное правило кардинальным образом меняется.

Утверждение 11. В случае низкой уверенности в выполнении процентного паритета оптимальная монетарная политика предполагает повышение ставки процента при шоках валютного курса и ее снижение при шоках спроса и предложения.

Воздействие малых изменений предпочтений центрального банка представлено в следующей таблице:

Таблица 3. Реакция чувствительности оптимальной политики и равновесных уровней экономических показателей на увеличение степени предпочтений центрального банка в отношении робастности (высокая степень уверенности в верности исходной модели и низкая степень уверенности в выполнении процентного паритета)

	$\left\|\frac{\partial d_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial d_x}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial d_e}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial a_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial a_x}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial a_e}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial b_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\frac{\partial b_x}{\partial \_}$	$\frac{\partial b_e}{\partial \_}$	$\left\|\frac{\partial c_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial c_x}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial c_e}{\partial \_}\right\|$
$-\frac{\partial \_}{\partial\theta_\pi}$	+	+	+	+	+	+	?	?	+	+	+	+
$-\frac{\partial \_}{\partial\theta_x}$	+	+	+	+	+	+	?	+	+	+	+	+
$-\frac{\partial \_}{\partial\theta_e}$	+	+	+	+	+	+	?	+	+	+	+	+

Итак, главное отличие от случая высокой степени уверенности в истинности модели заключается в следующем:

Утверждение 12. При низкой уверенности в истинности паритета оптимальной реакцией на изменение предпочтений в отношении проведения робастной политики будет более агрессивная реакция на все шоки. При этом, как и в случае, когда центральный банк считает исходную модель практически верной, все переменные будут более волатильными при шоках.

4.2.4. Высокая степень уверенности в правильности уравнения процентного паритета и низкая степень уверенности в остальных уравнениях модели

Случай, обратный предыдущему.

$$\theta_e > \frac{\Sigma_e^2 k\sigma^{-1}}{(1+\sigma^{-1}k)}, \tag{30}$$

$$\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{k^2\Sigma_x^2}{\theta_x} > \frac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta}. \tag{33}$$

При этом A>0, B>0, $(\frac{\sigma}{k}A - B) < 0$.

Тогда реакция инфляции, выпуска и курса на шоки не меняется по сравнению со случаем высокой степени уверенности в исходной модели. Однако оптимальная реакция центрального банка на шоки изменяется по сравнению с базовой ситуацией.

Утверждение 13. Оптимальная политика в случае высокой уверенности в выполнении процентного паритета предполагает повышение ставки процента при шоках инфляции и выпуска, и ее снижение при шоках курса.

Этот вывод противоположен предыдущему случаю (см. **Утверждение 11**).

Что касается реакции коэффициентов на изменение предпочтений политика, то они представлены в следующей таблице:

Таблица 4. Реакция чувствительности оптимальной политики и равновесных уровней экономических показателей на увеличение степени предпочтений центрального банка в отношении робастности (высокая степень уверенности в верности процентного паритета и низкая степень уверенности в истинности остальных уравнений исходной модели)

	$\left\|\frac{\partial d_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial d_x}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial d_e}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial a_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial a_x}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial a_e}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial b_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\frac{\partial b_x}{\partial \_}$	$\frac{\partial b_e}{\partial \_}$	$\left\|\frac{\partial c_\pi}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial c_x}{\partial \_}\right\|$	$\left\|\frac{\partial c_e}{\partial \_}\right\|$
$-\frac{\partial \_}{\partial \theta_\pi}$	+	+	+	+	+	+	?	?	+	+	+	+
$-\frac{\partial \_}{\partial \theta_x}$	+	+	+	+	+	+	?	+	+	+	+	+
$-\frac{\partial \_}{\partial \theta_e}$	+	+	+	+	+	+	?	+	+	+	+	+

Из табл. 4 можно сделать следующие выводы:

Утверждение 14. Реакция основных экономических переменных и оптимальной политики на изменение предпочтений центрального банка в случае высокой степени уверенности в процентном паритете совпадает со случаем, когда ЦБ считает, что паритет нарушается, в то время как остальные уравнения верны.

Утверждение 15. При высокой степени уверенности в истинности паритета оптимальной реакцией на изменение предпочтений в отношении проведения робастной политики будет более агрессивная реакция на все шоки. При этом, как и в случае, когда центральный банк считает исходную модель практически верной, все переменные будут более волатильными при шоках.

5. Основные выводы

Полученные в ходе анализа результаты можно суммировать в следующем виде:

	Уравнения (1),(2), скорее всего, верны	Уравнения (1),(2), скорее всего, неверны
Уравнение (3), скорее всего, верно	3.2.1	3.2.4
Уравнение (3), скорее всего, неверно	3.2.3	3.2.2

Оптимальное правило:

	Уравнения (1),(2), скорее всего, верны	Уравнения (1),(2), скорее всего, неверны
Уравнение (3), скорее всего, верно	$d_\pi>0$, $d_x>0$, $d_e>0$	$d_\pi>0$, $d_x>0$, $d_e<0$
Уравнение (3), скорее всего, неверно	$d_\pi<0$, $d_x<0$, $d_e>0$	$d_\pi>0$, $d_x>0$, $d_e>0$

Реакция агрессивности политики на увеличение предпочтительности робастности

	Уравнения (1),(2), скорее всего, верны	Уравнения (1),(2), скорее всего, неверны
Уравнение (3), скорее всего, верно	Неоднозначно (Табл.1)	Агрессивнее (Табл. 4)
Уравнение (3), скорее всего, неверно	Агрессивнее (Табл. 3)	Неоднозначно (Табл.2)

Реакция инфляции, выпуска и курса на увеличение предпочтительности робастности

	Уравнения (1),(2), скорее всего, верны	Уравнения (1),(2), скорее всего, неверны
Уравнение (3), скорее всего, верно	Более волатильные	Более волатильные
Уравнение (3), скорее всего, неверно	Более волатильные	Менее волатильные

Таким образом, в работе было продемонстрировано, как с помощью поиска робастного правила монетарной политики можно решить проблему неопределенности относительно истинной структуры экономики в рамках достаточно простой модели малой открытой экономики с неопределенными параметрами. Более того, на примере данного исследования можно понять, как анализ может быть расширен на изучение переходных и развивающихся экономик. Для этого достаточно предположить, что степень уверенности центрального банка в истинности используемой модели достаточна низка.

Отметим, что результаты разработки и применения такого робастного правила в разных экономиках будут разными. Например, если центральный банк уверен в своей модели (некий аналог развитой страны), то оптимальным для него будет ужесточение политики в ответ на любой шок. При этом изменения его представлений о верности отдельных уравнений модели оказывают неоднозначное воздействие на его политику. Мы не можем здесь точно сказать, как по сравнению со случаем определенности он должен реагировать на шоки. Однако мы точно знаем, что в результате его действий и инфляция, и выпуск, и курс станут более волатильными.

Противоположный случай — когда монетарный орган вынужден использовать неверную, с его точки зрения, модель (некий аналог переходной экономики). При этом его стимулы разрабатывать робастное правило оказываются достаточно сильными, хотя реакция на шоки, в принципе, совпадает со случаем высокой уверенности. По-прежнему мы не знаем окончательное воздействие изменений предпочтений робастности на оптимальную политику, однако итогом действий центрального банка будет снижение волатильности всех основных экономических переменных.

Кроме двух «крайних случаев», мы рассмотрели два промежуточных. В том случае, если монетарный орган сомневается только в выполнении процентного паритета, оптимальным для него будет снижать ставку при шоках инфляции и выпуска, но повышать — при шоках валютного курса. Противоположная реакция будет для него оптимальной в том случае, если единственное, в чем он более или менее уверен — это выполнение процентного паритета. Однако в обоих случаях увеличение неопределенности приводит к увеличению агрессивности проводимой политики и повышению волатильности равновесных значений выпуска, инфляции и валютного курса.

Использование для разработки робастного правила весьма стилизованной модели малой открытой экономики требует осторожного отношения к полученным выводам с точки зрения их практической применимости. Поэтому следующим шагом исследования станет разработка более адекватной (и более сложной) модели малой открытой экономики, с помощью которой можно было бы более обоснованно анализировать возможные последствия той или иной политики в России. В частности, предполагается использовать в качестве инструмента денежно-кредитной политики не процентную ставку, а денежную массу. Отказ от

механизма денежной трансмиссии через процентную ставку потребует пересмотра условия процентного паритета, что обусловит построение новой модели.

Литература

Вдовиченко А., Воронина В. (2004) Правила денежно-кредитной политики Банка России. EERC, Working paper 1561–2422.

Дробышевский С., Козловская А. (2002) Внутренние аспекты денежно-кредитной политики России. М.: ИЭПП. Научные труды, № 45Р.

Основные направления единой государственной денежно-кредитной политики. Банк России, 2007.

Brainard W. (1967) Uncertainty and the Effectiveness of Policy // American Economic Review (Papers and Procedings). 57 (2), 411–425.

Brock W.A., Durlauf S.N., West K.D. (2004) Model Uncertainty and Policy Evaluation: Some Theory and Empirics // NBER Working Paper No. W10916.

Chironi F., Rebucci A. (2001) Monetary rules for emerging economies. Boston College Working Papers, No. 476.

Esanov A., Merkl Ch., de Souza, Lúcio Vinhas (2005) Monetary policy rules for Russia // Journal of Comparative Economics. 33(3), 484–499.

Galí J., Gertler M., López-Salido J.D. (2005) Robustness of the estimates of the hybrid New Keynesian Phillips curve // Journal of Monetary Economics. 52, 1107–1118.

Giannoni M.P. (2002) Does model uncertainty justify caution? Robust optimal policy in a forward-looking model // Macroeconomic Dynamics. 6 (1).

Granville B., Sushanta M. (2006) Does inflation or currency depreciation drive monetary policy in Russia? // Research in International Business and Finance. 20 (2), 163–179.

Hansen L.P., Sargent T.J. (2001) Acknowledging misspecification in Macroeconomic Theory // Review of Economic Dynamics. 4 (3), 519–535.

Leitemo K., Soderstrom U. (2004) Robust monetary policy in the New-Keynesian framework // Discussion paper No 4805, Centre for Economic Policy Research.

Leitemo K., Soderstrom U. (2005) Robust monetary policy in a small open economy // Discussion paper No 5071, Centre for Economic Policy Research.

Levin A.T., Williams J.C. (2003) Robust Monetary Policy with Competing Reference Models // Journal of Monetary Economics, 50, 945–975.

Levin A.T., Wieland V., Williams J.C. (1998) Robustness of Simple Policy Rules under Model Uncertainty // NBER Working Paper No. 6570.

Levin A.T., Wieland V., Williams J.C. (2003) The Performance of Forecast-Based Monetary Policy Rules under Model Uncertainty // American Economic Review. 93 (3), 622–645.

Moron E., Winkelried D. (2001) Monetary policy rules for financially vulnerable economies // Journal of development Economics, Elsevier. Vol. 76 (1), 23–51.

Muehlen P., Tetlow R. (2004) Avoiding Nash inflation: Bayesian and robust responses to model uncertainty // Review of Economic Dynamics, 7, 869–899.

Oomes O. (2005) Money demand and inflation in dollarized economies: The case of Russia' IMF Working paper.

Onatski A., Stock, James H. (2000) Robust Monetary Policy Under Model Uncertainty in a Small Model of the U.S. Economy // NBER Working Paper No. 7490.

Rudebusch G., Lars E.O. Svensson (1999) Policy Rules for Inflation Targeting // J.B. Taylor (ed.). Monetary Policy Rules, University of Chicago Press.

Svensson Lars E.O. (1998) Open-economy Inflation Targeting // NBER Working Paper No. 6545.

Woodford M. (2003) Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy. Princeton: Princeton University Press.

Taylor J.B. (2000) Using monetary policy rules in emerging market economies. Standford university.

Приложение

Исходная задача имеет следующий вид:

Без неопределенности относительно модели:

$$\pi_t = \pi_t^e + kx_t + \alpha e_t + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi \tag{1}$$

$$x_t = -\sigma^{-1} i_t + \gamma e_t + \Sigma_x \varepsilon_t^x \tag{2}$$

$$i_t = \pi_t + \Sigma_e \varepsilon_t^e, \quad k, \alpha, \sigma, \Sigma, \gamma > 0 \tag{3}$$

$$\min_i \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2, \tag{4}$$

$\Delta e_t = e_t - e^*$, а e^* — целевой уровень валютного курса.

С неопределенностью относительно модели:

$$\min_i \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2, \tag{4}$$

$$\pi_t = \pi_t^e + kx_t + \alpha e_t + \Sigma_\pi (\varepsilon_t^\pi + \upsilon_t^\pi) \tag{5}$$

$$x_t = -\sigma^{-1} i_t + \gamma e_t + \Sigma_x (\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x) \tag{6}$$

$$i_t = \pi_t + \Sigma_e (\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e), \qquad k, \alpha, \sigma, \Sigma, \gamma > 0 \tag{7}$$

$$\left(\upsilon_t^j\right)^2 \le \eta_j, \text{ где } \eta_j \ge 0. \tag{8}$$

Анализ без неопределенности относительно истинной структуры экономики

Лагранжиан: $L = \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2 - \mu_t^\pi \left\{\pi_t - \pi_t^e - kx_t - \alpha e_t - \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi\right\} -$

$$- \mu_t^x \left\{x_t + \sigma^{-1}\pi_t - \gamma e_t + \sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e - \Sigma_x \varepsilon_t^x\right\} \tag{9}$$

Условия первого порядка:

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_t} = 2\pi_t - \mu_t^\pi - \mu_t^x \sigma^{-1} = 0 \tag{9.1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_t} = k\mu_t^\pi - \mu_t^x = 0 \tag{9.2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_t} = 2\eta\Delta e_t + \alpha\mu_t^{\pi} + \gamma\mu_t^{x} = 0 \qquad (9.3)$$

Из (11.2): $\mu_t^x = k\mu_t^{\pi}$, и подставляя это значение в (11.1), получаем

$2\pi_t - \mu_t^{\pi} - k\mu_t^{\pi}\sigma^{-1} = 0$, откуда очевидно, что

$$\mu_t^{\pi} = \frac{2\pi_t}{1+k\sigma^{-1}} \qquad (9.4)$$

$$\mu_t^{x} = \frac{2k\pi_t}{1+k\sigma^{-1}} \; . \qquad (9.5)$$

Тогда, воспользовавшись (11.3–5), имеем:

$$2\eta\Delta e_t + \alpha\mu_t^{\pi} + \gamma\mu_t^{x} = 2\eta(e_t - e^*) + (\alpha + k\gamma)\frac{2\pi_t}{1+k\sigma^{-1}} = 0 \qquad (9.6)$$

А тогда $e_t = e^* - \dfrac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\pi_t$. (10)

Подставив выражение для процентной ставки (3) в (2), получаем:

$$x_t = -\sigma^{-1}\pi_t + \gamma e_t + \Sigma_x\varepsilon_t^x - \sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e \qquad (10.1)$$

Воспользовавшись (12) и (12.1), получаем:

$$x_t = -\sigma^{-1}\pi_t + \gamma e^* - \gamma\frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\pi_t + \Sigma_x\varepsilon_t^x - \sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e \qquad (10.2)$$

$$x_t = -(\sigma^{-1} + \gamma\frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1+k\sigma^{-1})})\pi_t + \gamma e^* + \Sigma_x\varepsilon_t^x - \sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e \qquad (11)$$

Подставляем (12), (13) в (1):

$$\pi_t = \pi_t^e + k\left[-(\sigma^{-1} + \gamma\frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1+k\sigma^{-1})})\pi_t + \gamma e^* + \Sigma_x\varepsilon_t^x - \sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e\right] +$$

$$+\alpha\left[e^* - \frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\pi_t\right] + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi} = \pi_t^e - (k\sigma^{-1} + (k\gamma + \alpha)\frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1+k\sigma^{-1})})\pi_t +$$

$$+(k\gamma + \alpha)e^* + k\Sigma_x\varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi} \qquad (11.1)$$

И отсюда

$$\pi_t(1 + k\sigma^{-1} + \frac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta(1+k\sigma^{-1})}) = \pi_t^e + (k\gamma + \alpha)e^* + k\Sigma_x\varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi} \qquad (12)$$

В равновесии $\pi_t = \pi_t^e$, тогда

$$\pi_t = \frac{(\alpha + \gamma k)e^* - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + k\Sigma_x\varepsilon_t^x + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi}}{k\sigma^{-1} + \dfrac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta(1+k\sigma^{-1})}} =$$

$$= \frac{(\alpha + \gamma k)e^* - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + k\Sigma_x\varepsilon_t^x + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi}}{A_0}, \text{ где } A_0 = \frac{(\alpha + \gamma k)^2}{\eta(1+\sigma^{-1}k)} + k\sigma^{-1} \qquad (13)$$

Тогда на основе (15) и (3) получаем оптимальный уровень процентной ставки:

$$i_t = \frac{(\alpha + \gamma k)e^* - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + k\Sigma_x\varepsilon_t^x + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi}}{A_0} + \Sigma_e\varepsilon_t^e = \frac{(\alpha + \gamma k)}{A_0}e^* + \frac{k\Sigma_x}{A_0}\varepsilon_t^x +$$

$$+\frac{\Sigma_{\pi}}{A_0}\varepsilon_t^{\pi} + (1 - \frac{k\sigma^{-1}}{A_0})\Sigma_e\varepsilon_t^e = d^0 e^* + d^0{}_{\pi}\varepsilon_t^{\pi} + d^0{}_x\varepsilon_t^x + d^0{}_e\varepsilon_t^e \,, \qquad (14)$$

где $d^0 = \dfrac{1}{A_0}(\alpha + \gamma k)$, $d^0{}_{\pi} = \dfrac{1}{A_0}\Sigma_{\pi}$, $d^0{}_x = \dfrac{1}{A_0}k\Sigma_x$, $d^0{}_e = \Sigma_e\left[1 - \dfrac{1}{A_0}k\sigma^{-1}\right]$.

Анализ с учетом неопределенности относительно истинной структуры экономики

Лагранжиан:

$$\begin{aligned} L &= \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2 - \theta_{\pi}(\upsilon_t^{\pi})^2 - \theta_x(\upsilon_t^x)^2 - \theta_e(\upsilon_t^e)^2 - \\ &-\mu_t^{\pi}\left\{\pi_t - \pi_t^e - kx_t - \alpha e_t - \Sigma_{\pi}(\varepsilon_t^{\pi} + \upsilon_t^{\pi})\right\} - \\ &-\mu_t^{x}\left\{x_t + \sigma^{-1}i_t - \gamma e_t - \Sigma_x(\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x)\right\} - \mu_t^e\left\{i_t - \pi_t - \Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e)\right\} \end{aligned} \;, \qquad (15)$$

Подставим (7) в (6):

$$x_t = -\sigma^{-1}\pi_t + \gamma e_t + \Sigma_x(\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x) - \sigma^{-1}\Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e) \qquad (15.1)$$

Тогда

$$\begin{aligned} L &= \pi_t^2 + \eta(\Delta e_t)^2 - \theta_{\pi}(\upsilon_t^{\pi})^2 - \theta_x(\upsilon_t^x)^2 - \theta_e(\upsilon_t^e)^2 - \\ &\mu_t^{\pi}\left\{\pi_t - \pi_t^e - kx_t - \alpha e_t - \Sigma_{\pi}(\varepsilon_t^{\pi} + \upsilon_t^{\pi})\right\} - \\ &-\mu_t^{x}\left\{x_t + \sigma^{-1}\pi_t - \gamma e_t + \sigma^{-1}\Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e) - \Sigma_x(\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x)\right\} \end{aligned} \qquad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_t} = 2\pi_t - \mu_t^{\pi} - \mu_t^{x}\sigma^{-1} = 0 \tag{16.1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_t} = k\mu_t^{\pi} - \mu_t^{x} = 0 \tag{16.2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_t} = 2\eta\Delta e_t + \alpha\mu_t^{\pi} + \gamma\mu_t^{x} = 0 \tag{16.3}$$

что идентично (9.1–3).

$$\frac{\partial L}{\partial \upsilon_t^{\pi}} = -2\theta_{\pi}\upsilon_t^{\pi} + \Sigma_{\pi}\mu_t^{\pi} = 0 \tag{16.4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \upsilon_t^{x}} = -2\theta_{x}\upsilon_t^{x} + \Sigma_{x}\mu_t^{x} = 0 \tag{16.5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \upsilon_t^{x}} = -2\theta_{e}\upsilon_t^{e} - \sigma^{-1}\Sigma_{e}\mu_t^{x} = 0 \tag{16.6}$$

Из (16.1—3), аналогично случаю без неопределенности, получаем

$$\mu_t^{\pi} = \frac{2\pi_t}{1 + k\sigma^{-1}} \tag{16.7}$$

$$\mu_t^{x} = \frac{2k\pi_t}{1 + k\sigma^{-1}} \tag{16.8}$$

Из (16.4) и (16.7)

$$\upsilon_t^{\pi} = \frac{\Sigma_{\pi}\mu_t^{\pi}}{2\theta_{\pi}} = \frac{\Sigma_{\pi}}{\theta_{\pi}\left(1 + k\sigma^{-1}\right)}\pi_t \tag{17}$$

Из (16.5) и (16.8)

$$\upsilon_t^{x} = \frac{\Sigma_{x}\mu_t^{x}}{2\theta_{x}} = \frac{\Sigma_{x}k}{\theta_{x}\left(1 + k\sigma^{-1}\right)}\pi_t \tag{18}$$

Из (16.6) и (16.8)

$$\upsilon_t^{e} = -\frac{\sigma^{-1}\Sigma_{e}\mu_t^{x}\upsilon_t^{x}}{2\theta_{e}} = -\frac{\sigma^{-1}\Sigma_{e}k}{\theta_{e}\left(1 + k\sigma^{-1}\right)}\pi_t \tag{19}$$

Из (16.3) и (16.7—8)

$$2\eta\Delta e_t + \alpha\mu_t^{\pi} + \gamma\mu_t^{x} = 2\eta(e_t - e^*) + (\alpha + k\gamma)\frac{2\pi_t}{1 + k\sigma^{-1}} = 0 \tag{19.1}$$

$$e_t = e^* - \frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}\pi_t\ . \tag{20}$$

Подставим (18), (19), (20) в (9.1)

$$x_t = -\sigma^{-1}\pi_t + \gamma e_t + \Sigma_x(\varepsilon_t^x + \upsilon_t^x) - \sigma^{-1}\Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e) =$$

$$= -\sigma^{-1}\pi_t + \gamma\left[e^* - \frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}\pi_t\right] +$$

$$+ \frac{\Sigma_x{}^2 k}{\theta_x\left(1 + k\sigma^{-1}\right)}\pi_t + \frac{\left(\sigma^{-1}\Sigma_e\right)^2 k}{\theta_e\left(1 + k\sigma^{-1}\right)}\pi_t + \Sigma_x\varepsilon_t^x - \sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e =$$

$$\left[-\sigma^{-1} + \frac{1}{1 + k\sigma^{-1}}\left\{\frac{\Sigma_x{}^2 k}{\theta_x} + \frac{\left(\sigma^{-1}\Sigma_e\right)^2 k}{\theta_e} - \frac{\gamma(\alpha + k\gamma)}{\eta}\right\}\right]\pi_t + \tag{20.1}$$

$$+ \Sigma_x\varepsilon_t^x - \sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + \gamma e^*$$

Тогда, подставив в (5) (19) и (20—20.1), получаем:

$$\pi_t = \pi_t^e + kx_t + \alpha e_t + \Sigma_{\pi}(\varepsilon_t^{\pi} + \upsilon_t^{\pi}) = \pi_t^e +$$

$$+ k\left[-\sigma^{-1} + \frac{1}{1 + k\sigma^{-1}}\left\{\frac{\Sigma_x{}^2 k}{\theta_x} + \frac{\left(\sigma^{-1}\Sigma_e\right)^2 k}{\theta_e} - \frac{\gamma(\alpha + k\gamma)}{\eta}\right\}\right]\pi_t$$

$$+ k\Sigma_x\varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + \alpha\left[e^* - \frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}\pi_t\right] + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi} + \tag{20.2}$$

$$+ \Sigma_{\pi}\frac{\Sigma_{\pi}}{\theta_{\pi}\left(1 + k\sigma^{-1}\right)}\pi_t + k\gamma e^* = \pi_t^e +$$

$$+ \left[-\sigma^{-1}k + \frac{1}{1 + k\sigma^{-1}}\left\{\frac{\Sigma_x{}^2 k^2}{\theta_x} + \frac{\left(\sigma^{-1}\Sigma_e\right)^2 k^2}{\theta_e} + \frac{\Sigma_{\pi}{}^2}{\theta_{\pi}} - \frac{\gamma k(\alpha + k\gamma)}{\eta} - \frac{\alpha(\alpha + k\gamma)}{\eta}\right\}\right]\pi_t +$$

$$+ (\alpha + k\gamma)e^* + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi} + k\Sigma_x\varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e = \pi_t^e + (\alpha + k\gamma)e^* + \Sigma_{\pi}\varepsilon_t^{\pi} + k\Sigma_x\varepsilon_t^x -$$

$$- k\sigma^{-1}\Sigma_e\varepsilon_t^e + \left[-\sigma^{-1}k + \frac{1}{1 + k\sigma^{-1}}\left\{\frac{\Sigma_x{}^2 k^2}{\theta_x} + \frac{\left(\sigma^{-1}\Sigma_e\right)^2 k^2}{\theta_e} + \frac{\Sigma_{\pi}{}^2}{\theta_{\pi}} - \frac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta}\right\}\right]\pi_t$$

В равновесии, когда $\pi_t = \pi_t^e$

$$\pi_t = \frac{(\alpha+\gamma k)e^* + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi + k\Sigma_x \varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e}{\frac{1}{1+k\sigma^{-1}}\left[\frac{(\alpha+k\gamma)^2}{\eta} + \sigma^{-1}k\right] - \frac{1}{1+k\sigma^{-1}}\left\{\frac{\Sigma_x{}^2 k^2}{\theta_x} + \frac{\left(\sigma^{-1}\Sigma_e\right)^2 k^2}{\theta_e} + \frac{\Sigma_\pi{}^2}{\theta_\pi}\right\}}$$

$$= \frac{(\alpha+\gamma k)e^* + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi + k\Sigma_x \varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e}{A_0 - \frac{1}{1+k\sigma^{-1}}\left\{\frac{\Sigma_x{}^2 k^2}{\theta_x} + \frac{\left(\sigma^{-1}\Sigma_e\right)^2 k^2}{\theta_e} + \frac{\Sigma_\pi{}^2}{\theta_\pi}\right\}} = \quad (21)$$

$$= \frac{(\alpha+\gamma k)e^* + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi + k\Sigma_x \varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e}{A} =$$

$$= ae^* + a_\pi \varepsilon_t^\pi + a_x \varepsilon_t^x + a_e \varepsilon_t^e$$

Где $A = A_0 - \frac{1}{(1+\sigma^{-1}k)}\left[\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{(k\Sigma_x)^2}{\theta_x} + \frac{(\sigma^{-1}k\Sigma_e)^2}{\theta_e}\right]$. (22)

А

$$a = \frac{\alpha+\gamma k}{A}, a_\pi = \frac{\Sigma_\pi}{A}, a_x = \frac{k\Sigma_x}{A}, a_e = -\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_e}{A} \quad (22.1)$$

Тогда из (7), (19) и (22) получаем оптимальное значение ставки процента:

$$i_t = \pi_t + \Sigma_e(\varepsilon_t^e + \upsilon_t^e) = \Sigma_e \varepsilon_t^e + \left[1 - \frac{\sigma^{-1}\Sigma_e{}^2 k}{\theta_e\left(1+k\sigma^{-1}\right)}\right]\pi_t =$$

$$= \Sigma_e \varepsilon_t^e + \left[1 - \frac{\sigma^{-1}\Sigma_e{}^2 k}{\theta_e\left(1+k\sigma^{-1}\right)}\right]\frac{(\alpha+\gamma k)e^* + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi + k\Sigma_x \varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e}{A} = \quad (28)$$

$$= \Sigma_e \varepsilon_t^e + \frac{B}{A}((\alpha+\gamma k)e^* + \Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi + k\Sigma_x \varepsilon_t^x - k\sigma^{-1}\Sigma_e \varepsilon_t^e) = de^* + d_\pi \varepsilon_t^\pi +$$

$$+ d_x \varepsilon_t^x + d_e \varepsilon_t^e$$

где $B = 1 - \frac{\sigma^{-1}k\Sigma_e{}^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e}$,

$$d = \frac{B}{A}(\gamma k+\alpha),\ d_\pi = \frac{B}{A}\Sigma_\pi,\ d_x = \frac{B}{A}k\Sigma_x,\ d_e = \Sigma_e\left[1 - \frac{B}{A}\sigma^{-1}k\right] \quad (29)$$

Определяем $\frac{\partial d_i}{\partial \theta_j}$:

1) $j = \pi, x$

Заметим, что B не зависит от параметров θ_π è θ_x, тогда очевидно, что

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial \theta_\pi} = -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}A'_{\theta\pi} = -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}, \frac{\partial d_\pi}{\partial \theta_x} = -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}A'_{\theta x} =$$

$$= -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2} \quad (29.1)$$

$$\frac{\partial d_x}{\partial \theta_\pi} = -\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}, \frac{\partial d_x}{\partial \theta_x} = -\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2},$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial \theta_\pi} = \frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}A'_{\theta_j} = \frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}, \frac{\partial d_e}{\partial \theta_x} = \frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2}.$$

2) $j = e$

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial \theta_e} = \frac{B'_{\theta_e}\Sigma_\pi A - B\Sigma_\pi A'_{\theta_e}}{A^2} = \frac{\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B) =$$

$$= \frac{\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\alpha\Sigma_e^2 k(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)^2\theta_e^2}(\frac{(\alpha+k\gamma)^2}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} - \frac{k^2\Sigma_x^2}{\theta_x}) \quad (29.2)$$

$$\frac{\partial d_x}{\partial \theta_e} = \frac{B'_{\theta_e}kA - BkA'_{\theta_e}}{A^2} = \frac{k\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B), \quad (29.3)$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial \theta_e} = -\frac{B'_{\theta_e}k\sigma^{-1}A - Bk\sigma^{-1}A'_{\theta_e}}{A^2} = -\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B), \quad (29.4)$$

$$(\frac{\sigma}{k}A - B) = \frac{\sigma}{k(1+\sigma^{-1}k)}(\frac{(\alpha+k\gamma)^2}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} - \frac{k^2\Sigma_x^2}{\theta_x}). \quad (29.5)$$

Подставив в (20) выражение для уровня инфляции, получаем:

$$e_t = ce^* + c_\pi \varepsilon_t^\pi + c_x \varepsilon_t^x + c_e \varepsilon_t^e, \qquad (24)$$

где $c = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1 + k\sigma^{-1})} a + 1$, $c_j = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1 + k\sigma^{-1})} a_j$, $j = \pi, x, e$ (27)

Из (5) с учетом условия равновесия и (17) получаем:

$$x_t = -\frac{1}{k}\alpha e_t - \frac{1}{k}\Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi - \frac{1}{k}\Sigma_\pi \upsilon_t^\pi = -\alpha \frac{1}{k}\left(e^* - \frac{(\alpha + k\gamma)}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}\pi_t\right) -$$

$$-\frac{1}{k}\Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi - \frac{1}{k}\Sigma_\pi \frac{\Sigma_\pi}{\theta_\pi\left(1 + k\sigma^{-1}\right)}\pi_t =$$

$$= \frac{1}{k(1 + k\sigma^{-1})}\left[\frac{\alpha(\alpha + k\gamma)}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^{\ 2}}{\theta_\pi}\right]\pi_t - \frac{\alpha}{k}e^* - \frac{1}{k}\Sigma_\pi \varepsilon_t^\pi$$

Иными словами, $x_t = be^* + b_\pi \varepsilon_t^\pi + b_x \varepsilon_t^x + b_e \varepsilon_t^e$; (23)

где $b = fa - \frac{\alpha}{k}$, $b_\pi = fa_\pi - \frac{\Sigma_\pi}{k}$, $b_x = fa_x$, $b_e = fa_e$,

$$f = \frac{1}{k(1 + \sigma^{-1}k)}\left(\frac{\alpha(\alpha + k\gamma)}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi}\right) \qquad (26)$$

Высокая степень уверенности в верности базовой модели в отношении всех уравнений

Отметим, что $\frac{\partial A}{\partial \theta_j} > 0$:

$$\frac{\partial A}{\partial \theta_\pi} = \frac{\Sigma_\pi^2}{(1 + \sigma^{-1}k)\theta_\pi^{\ 2}} > 0$$

$$\frac{\partial A}{\partial \theta_x} = \frac{k^2\Sigma_x^2}{(1 + \sigma^{-1}k)\theta_x^{\ 2}} > 0$$

$$\frac{\partial A}{\partial \theta_e} = \frac{(\sigma^{-1}k^2)\Sigma_e^2}{(1 + \sigma^{-1}k)\theta_e^{\ 2}} > 0$$

$\frac{\partial B}{\partial \theta_x} = \frac{\partial B}{\partial \theta_\pi} = 0$, так как B не зависит от этих параметров,

$$\frac{\partial B}{\partial \theta_e} = \frac{\sigma^{-1}k\Sigma_e^{\ 2}}{(1 + \sigma^{-1}k)\theta_e^{\ 2}} > 0$$

При высоких значениях θ_j, таких, что

$$\theta_e > \frac{\Sigma_e^2 k\sigma^{-1}}{(1 + \sigma^{-1}k)}, \qquad (30)$$

$$\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{k^2\Sigma_x^2}{\theta_x} < \frac{(\alpha + k\gamma)^2}{\eta}. \qquad (31)$$

Выполняются следующие соотношения: B>0 (следует напрямую из (29) и (30)) $(\frac{\sigma}{k}A - B) > 0$ (следует напрямую из (29.5) и 30)). Кроме того, выполняется

$$A = A_0 - \frac{1}{(1 + \sigma^{-1}k)}\left[\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} + \frac{(k\Sigma_x)^2}{\theta_x} + \frac{(\sigma^{-1}k\Sigma_e)^2}{\theta_e}\right] =$$

$$= \frac{1}{(1 + \sigma^{-1}k)}\left[\frac{(\alpha + \gamma k)^2}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} - \frac{(k\Sigma_x)^2}{\theta_x} - \frac{(\sigma^{-1}k\Sigma_e)^2}{\theta_e}\right] + k\sigma^{-1} =$$

$$= \frac{1}{(1 + \sigma^{-1}k)}\left[\frac{(\alpha + \gamma k)^2}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi} - \frac{(k\Sigma_x)^2}{\theta_x}\right] + k\sigma^{-1} - \frac{(\sigma^{-1}k\Sigma_e)^2}{(1 + \sigma^{-1}k)\theta_e} = \qquad (31.1)$$

$$= k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A - B) + k\sigma^{-1}B > 0$$

Тогда верны следующие соотношения параметров:
Оптимальное правило

$$d = \frac{B}{A}(\gamma k + \alpha) > 0,\ d_\pi = \frac{B}{A}\Sigma_\pi > 0,\ d_x = \frac{B}{A}k\Sigma_x > 0, \qquad (31.2)$$

$$d_e = \Sigma_e\left[1 - \frac{B}{A}\sigma^{-1}k\right] = \frac{\Sigma_e}{A}\left[A - B\sigma^{-1}k\right] =$$

$$= \frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A - B) + k\sigma^{-1}B - B\sigma^{-1}k\right] = \frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A - B)\right] > 0.$$

Из (29.1)

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_\pi} = -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2} < 0, \frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_x} = -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2} < 0$$

$$\frac{\partial d_x}{\partial\theta_\pi} = -\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2} < 0, \frac{\partial d_x}{\partial\theta_x} = -\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2} < 0$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_\pi} = \frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2} > 0, \frac{\partial d_e}{\partial\theta_x} = \frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2} > 0$$

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_e} = \frac{\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B) > 0\ ,\ \frac{\partial d_x}{\partial\theta_e} = \frac{k\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B) > 0\ ,$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_e} = -\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B) < 0\ .$$

Инфляция

$$a = \frac{\alpha+\gamma k}{A} > 0, a_\pi = \frac{\Sigma_\pi}{A} > 0, a_x = \frac{k\Sigma_x}{A} > 0, a_e = -\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_e}{A} < 0$$

Выпуск

$$f = \frac{1}{k(1+\sigma^{-1}k)}(\frac{\alpha(\alpha+k\gamma)}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi}) > 0\ \ b_x = fa_x > 0\ , b_e = fa_e < 0$$

Валютный курс

$$c_\pi = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_\pi < 0$$

$$c = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a + 1\ ,\ c_x = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_x < 0$$

$$c_e = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_e > 0$$

Далее перейдем к анализу чувствительности инфляции, отклонения выпуска и курса к изменениям предпочтений.

Инфляция

Из (33) получаем, что

$$\frac{\partial a}{\partial\theta_i} = -\frac{\alpha+k\gamma}{A^2}A'_{\theta_i} < 0\ ,\ \frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_i} = -\frac{\Sigma_\pi}{A^2}A'_{\theta_i} < 0\ ,\ \frac{\partial a_x}{\partial\theta_i} = -\frac{k\Sigma_x}{A^2}A'_{\theta_i} < 0\ ,$$

$$\frac{\partial a_e}{\partial\theta_i} = \frac{\sigma^{-1}k\Sigma_e}{A^2}A'_{\theta_i} > 0 \qquad (37.3)$$

Выпуск

Из (34) $\frac{\partial b}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a}{\partial\theta_i}$, $\frac{\partial b_\pi}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_i}$, $\frac{\partial b_x}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a_x}{\partial\theta_i}$, $\frac{\partial b_e}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a_e}{\partial\theta_i}$, где i=x, π ,

а $\frac{\partial b}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a}{\partial\theta_\pi} + a\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$, $\frac{\partial b_\pi}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_\pi} + a_\pi\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$, $\frac{\partial b_x}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a_x}{\partial\theta_\pi} + a_x\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$,

$\frac{\partial b_e}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a_e}{\partial\theta_\pi} + a_x\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$.

Так как $f = \frac{1}{k(1+\sigma^{-1}k)}(\frac{\alpha(\alpha+k\gamma)}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi})$ (26),

то в данном случае f>0 , поэтому

$\frac{\partial b}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a}{\partial\theta_i} < 0$, $\frac{\partial b_\pi}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_i} < 0$, $\frac{\partial b_x}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a_x}{\partial\theta_i} < 0$, $\frac{\partial b_e}{\partial\theta_i} = f\frac{\partial a_e}{\partial\theta_i} > 0$.

Кроме того, $\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi} = \frac{\Sigma_\pi^2 1}{k(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi{}^2} > 0$, поэтому

Знак $\frac{\partial b}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a}{\partial\theta_\pi} + a\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$ определить нельзя, так как первое слагаемое отрицательное, а второе — положительное. Аналогично нельзя определить знаки $\frac{\partial b_\pi}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_\pi} + a_\pi\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$ и $\frac{\partial b_x}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a_x}{\partial\theta_\pi} + a_x\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$.

Однако определенно $\frac{\partial b_e}{\partial\theta_\pi} = f\frac{\partial a_e}{\partial\theta_\pi} + a_x\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi} > 0$.

4) Валютный курс

Из (35) $\frac{\partial c}{\partial\theta_i} = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a}{\partial\theta_i}$, а $\frac{\partial c_j}{\partial\theta_i} = -\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_j}{\partial\theta_i}$, где $j = \pi, x, e$.

С учетом (37.3) $\frac{\partial c}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a}{\partial\theta_i}>0$, $\frac{\partial c_\pi}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_i}>0$

$\frac{\partial c_x}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_x}{\partial\theta_i}>0$, $\frac{\partial c_e}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_e}{\partial\theta_i}<0$

Полученные результаты продемонстрированы в табл. 1.

Низкая степень уверенности в верности базовой модели

В противоположность предыдущему случаю, теперь

$\theta_e<\frac{\Sigma_e^2k\sigma^{-1}}{(1+\sigma^{-1}k)}$, то есть B<0

$\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi}+\frac{k^2\Sigma_x^2}{\theta_x}>\frac{(\alpha+k\gamma)^2}{\eta}$, то есть $(\frac{\sigma}{k}A-B)<0$

А тогда, $A=A_0-\frac{1}{(1+\sigma^{-1}k)}\left[\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi}+\frac{(k\Sigma_x)^2}{\theta_x}+\frac{(\sigma^{-1}k\Sigma_e)^2}{\theta_e}\right]=$

$k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A-B)+k\sigma^{-1}B<0$

Параметры:

Оптимальное правило

По-прежнему выполняется:

$$d=\frac{B}{A}(\gamma k+\alpha)>0,\ d_\pi=\frac{B}{A}\Sigma_\pi>0,\ d_x=\frac{B}{A}k\Sigma_x>0, \qquad (31.2)$$

$$d_e=\Sigma_e\left[1-\frac{B}{A}\sigma^{-1}k\right]=\frac{\Sigma_e}{A}\left[A-B\sigma^{-1}k\right]=$$

$$=\frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A-B)+k\sigma^{-1}B-B\sigma^{-1}k\right]=\frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A-B)\right]>0$$

Из (25)

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_\pi}=-\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}>0,\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_x}=-\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2}>0$$

$$\frac{\partial d_x}{\partial\theta_\pi}=-\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}>0,\frac{\partial d_x}{\partial\theta_x}=-\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2}>0$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_\pi}=\frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}<0,\frac{\partial d_e}{\partial\theta_x}=\frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2}<0$$

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_e}=\frac{\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A-B)<0\ ,\ \frac{\partial d_x}{\partial\theta_e}=\frac{k\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_e^2k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A-B)<0\ ,$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_e}=-\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A-B)>0\ .$$

Инфляция

$$a=\frac{\alpha+\gamma k}{A}<0,a_\pi=\frac{\Sigma_\pi}{A}<0,a_x=\frac{k\Sigma_x}{A}<0,a_e=-\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_e}{A}>0$$

Валютный курс

$$c_\pi=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_\pi>0$$

$$c=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a+1>0\ ,\ c_x=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_x>0$$

$$c_e=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_e<0$$

Анализируя последствия изменения предпочтений робастности, получаем следующие соотношения параметров:

Инфляция

Из (33) получаем, что

$$\frac{\partial a}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+k\gamma}{A^2}A'_{\theta_i}<0\ ,\ \frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_i}=-\frac{\Sigma_\pi}{A^2}A'_{\theta_i}<0\ ,\ \frac{\partial a_x}{\partial\theta_i}=-\frac{k\Sigma_x}{A^2}A'_{\theta_i}<0\ ,$$

$\frac{\partial a_e}{\partial\theta_i}=\frac{\sigma^{-1}k\Sigma_e}{A^2}A'_{\theta_i}>0$, что совпадает с (37.3)

Выпуск

$$\frac{\partial b}{\partial\theta_i}=f\frac{\partial a}{\partial\theta_i}<0\,,\ \frac{\partial b_\pi}{\partial\theta_i}=f\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_i}<0\,,\ \frac{\partial b_x}{\partial\theta_i}=f\frac{\partial a_x}{\partial\theta_i}<0\,,\frac{\partial b_e}{\partial\theta_i}=f\frac{\partial a_e}{\partial\theta_i}>0$$

$\frac{\partial b_e}{\partial\theta_\pi}=f\frac{\partial a_e}{\partial\theta_\pi}+a_x\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}>0$, а знаки $\frac{\partial b}{\partial\theta_\pi}=f\frac{\partial a}{\partial\theta_\pi}+a\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$,

$\frac{\partial b_\pi}{\partial\theta_\pi}=f\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_\pi}+a_\pi\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$ и

$\frac{\partial b_x}{\partial\theta_\pi}=f\frac{\partial a_x}{\partial\theta_\pi}+a_x\frac{\partial f}{\partial\theta_\pi}$ определить нельзя.

Валютный курс

Из (35) $\frac{\partial c}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a}{\partial\theta_i}$, а $\frac{\partial c_j}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_j}{\partial\theta_i}$, где $j=\pi,x,e$.

С учетом (37.3) $\frac{\partial c}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a}{\partial\theta_i}>0$, $\frac{\partial c_\pi}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_\pi}{\partial\theta_i}>0$

$\frac{\partial c_x}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_x}{\partial\theta_i}>0$, $\frac{\partial c_e}{\partial\theta_i}=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}\frac{\partial a_e}{\partial\theta_i}<0$

Результаты с учетом «–» представлены в табл. 2.

Низкая степень уверенности в правильности уравнения процентного паритета и высокая степень уверенности в остальных уравнениях модели

A>0, B<0, $(\frac{\sigma}{k}A-B)>0$

Параметры:

Оптимальное правило

$$d=\frac{B}{A}(\gamma k+\alpha)<0,\ d_\pi=\frac{B}{A}\Sigma_\pi<0,\ d_x=\frac{B}{A}k\Sigma_x<0, \tag{31.2}$$

$$d_e=\Sigma_e\left[1-\frac{B}{A}\sigma^{-1}k\right]=\frac{\Sigma_e}{A}\left[A-B\sigma^{-1}k\right]=$$

$$=\frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A-B)+k\sigma^{-1}B-B\sigma^{-1}k\right]=\frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A-B)\right]>0$$

Из (25)

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_\pi}=-\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}>0,\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_x}=-\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2}>0$$

$$\frac{\partial d_x}{\partial\theta_\pi}=-\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}>0,\frac{\partial d_x}{\partial\theta_x}=-\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2}>0$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_\pi}=\frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2}<0,\frac{\partial d_e}{\partial\theta_x}=\frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2}<0$$

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_e}=\frac{\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A-B)>0\ ,\ \frac{\partial d_x}{\partial\theta_e}=\frac{k\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_e^2k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A-B)>0\,,$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_e}=-\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A-B)<0\,.$$

Инфляция

$$a=\frac{\alpha+\gamma k}{A}>0,a_\pi=\frac{\Sigma_\pi}{A}>0,a_x=\frac{k\Sigma_x}{A}>0,a_e=-\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_e}{A}<0$$

Выпуск

$$f=\frac{1}{k(1+\sigma^{-1}k)}(\frac{\alpha(\alpha+k\gamma)}{\eta}-\frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi})>0\ \ b_x=fa_x>0\,,b_e=fa_e<0$$

Валютный курс

$$c_\pi=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_\pi<0$$

$$c=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a+1\,,\ c_x=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_x<0$$

$$c_e=-\frac{\alpha+\gamma k}{\eta(1+k\sigma^{-1})}a_e>0$$

В данном случае анализ чувствительности инфляции, отклонения выпуска и курса к изменениям предпочтений полностью совпадает со случаем полной уверенности в истинности модели. Полученные результаты см. табл. 3.

Высокая степень уверенности в правильности уравнения процентного паритета и низкая степень уверенности в остальных уравнениях модели

A>0, B>0, $(\frac{\sigma}{k}A - B) < 0$.

Параметры:

Оптимальное правило

$$d = \frac{B}{A}(\gamma k + \alpha) > 0,\ d_\pi = \frac{B}{A}\Sigma_\pi > 0,\ d_x = \frac{B}{A}k\Sigma_x > 0, \tag{31.2}$$

$$d_e = \Sigma_e\left[1 - \frac{B}{A}\sigma^{-1}k\right] = \frac{\Sigma_e}{A}\left[A - B\sigma^{-1}k\right] =$$

$$= \frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A - B) + k\sigma^{-1}B - B\sigma^{-1}k\right] = \frac{\Sigma_e}{A}\left[k\sigma^{-1}(\frac{\sigma}{k}A - B)\right] < 0.$$

Из (25)

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_\pi} = -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2} < 0, \frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_x} = -\frac{B\Sigma_\pi}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2} < 0$$

$$\frac{\partial d_x}{\partial\theta_\pi} = -\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2} < 0, \frac{\partial d_x}{\partial\theta_x} = -\frac{Bk\Sigma_x}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2} < 0$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_\pi} = \frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{\Sigma_\pi^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_\pi^2} > 0, \frac{\partial d_e}{\partial\theta_x} = \frac{Bk\sigma^{-1}\Sigma_e}{A^2}\frac{k^2\Sigma_x^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_x^2} > 0$$

$$\frac{\partial d_\pi}{\partial\theta_e} = \frac{\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B) < 0\ ,\ \frac{\partial d_x}{\partial\theta_e} = \frac{k\Sigma_x}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B) < 0\ ,$$

$$\frac{\partial d_e}{\partial\theta_e} = -\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_\pi}{A^2}\frac{\Sigma_e^2 k^2(\sigma^{-1})^2}{(1+\sigma^{-1}k)\theta_e^2}(\frac{\sigma}{k}A - B) > 0\ .$$

Инфляция

$$a = \frac{\alpha + \gamma k}{A} > 0, a_\pi = \frac{\Sigma_\pi}{A} > 0, a_x = \frac{k\Sigma_x}{A} > 0, a_e = -\frac{k\sigma^{-1}\Sigma_e}{A} < 0$$

Выпуск

$$f = \frac{1}{k(1+\sigma^{-1}k)}(\frac{\alpha(\alpha + k\gamma)}{\eta} - \frac{\Sigma_\pi^2}{\theta_\pi}) > 0\ \ b_x = fa_x > 0\ , b_e = fa_e < 0$$

Валютный курс

$$c_\pi = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}a_\pi < 0$$

$$c = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}a + 1\ ,\ c_x = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}a_x < 0$$

$$c_e = -\frac{\alpha + \gamma k}{\eta(1 + k\sigma^{-1})}a_e > 0$$

Анализ чувствительностей реакции инфляции, выпуска и курса на шоки совпадает с проведенным для случая высокой степени уверенности в истинности используемой модели.

Dementiev Andrei, Kuznetsova Olga. Optimal monetary policy in a small open economy with uncertain parameters: Working Paper WP2/2008/02. State University — Higher School of Economics, 2008. — 44 p.

A model of small open economy with uncertain parameters is used to solve analytically for the monetary rule which is robust to possible model misspecifications. We show how central bank robustness against different misspecifications affects its optimal reaction to shocks. With high (low) preference for robustness optimal rule implies an increase (decrease) in inflation, output and exchange rate volatilities. When a central bank is only uncertain about interest parity relationship it will be optimal to decrease interest rate in case of inflation and output shocks and increase in case of exchange rate shocks. The opposite is true if a policymaker is quite confident about interest parity. However in both case an increased model uncertainty leads to more aggressive policy behaviour and higher volatility of equilibrium output, inflation and exchange rate.

Classification JEL: E52, E58.

Key words: robust monetary rule, parametric uncertainty, min-max policy.

Andrei Dementiev — research fellow, Laboratory for inflation and economic growth, Higher School of Economics, office Ж-507, 11, Pokrovsky blvd., Moscow, 101987, Russia.

Olga Kuznetsova — research assistant, Laboratory for inflation and economic growth, Higher School of Economics, office Ж-507, 11, Pokrovsky blvd., Moscow, 101987, Russia.

Препринт WP2/2008/02
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Дементьев Андрей Викторович, Кузнецова Ольга Сергеевна

Оптимальная монетарная политика в малой открытой экономике с неопределенными параметрами

Публикуется в авторской редакции

Выпускающий редактор *А.В. Заиченко*
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.
Отпечатано в типографии ГУ ВШЭ с представленного оригинал-макета.
Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 2,65.
Усл. печ. л. 2,55. Заказ № . Изд. № 853

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Тел.: (495) 772-95-71; 772-95-73

Для заметок