

М.Г. Зотов

АЛГОРИТМ КОРРЕКТИРОВКИ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ПРИДАНИЯ СИСТЕМЕ СВОЙСТВА РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Аннотация

В статье приводится алгоритм, позволяющий корректировать параметры оптимального регулятора без существенного ухудшения значения критерия оптимальности, но с признаком системе свойства робастной устойчивости.

Ключевые слова: робастная устойчивость, степень устойчивости, критерий качества, оптимальный регулятор, робастный регулятор.

Робастная устойчивость – это устойчивость систем при наличии неопределенности [1].

В классической теории управления с негативным влиянием неопределенности на качество работы системы в реальных условиях функционирования боролись, проектируя системы, обладающие большими запасами устойчивости. Величина запаса устойчивости является одним из показателей степени робастности системы. В работе [2] на большом количестве примеров продемонстрировано использование классической теории для конструирования робастных систем, построенных даже на базе промышленных регуляторов ПД и ПИД.

В работе [1] приведены постановки и пути решения при наличии неопределенности классических оптимизационных задач. В большинстве практических задач возможны значительные отступления от оптимальных характеристик без существенного ухудшения принятого критерия качества системы. Это характерное свойство оптимальных систем является положительным фактором и позволяет конструктору в достаточно широких пределах варьировать структуру и параметры управляющего устройства без существенного отклонения от оптимального значения критерия качества и тем самым удовлетворить многим другим требованиям, предъявляемым к проектируемой системе, в частности к требованиям робастности, простоты и надежности [3].

Сказанное позволяет предположить, что коррекцией оптимального регулятора можно решить сформулированную ниже задачу.

Постановка задачи

Для заданной при номинальных значениях параметров передаточной функции объекта управления $W_{0H}(s) = Q_{0H}(s) / P_{0H}(s)$ из условия оптимума критерия качества системы $I[W_{0H}(s), W_1(s)]$ сконструирован регулятор с передаточной функцией $W_{1op}(s) = V_{1op}(s) / G_{1op}(s)$.

Сконструированный регулятор обеспечивает оптимальное значение критерия $I[W_{0H}(s), W_{1op}(s)] = I_{op}$. Степень устойчивости (величина вещественной части ближайшего к мнимой оси корня характеристического полинома) при этом равна η_{op} . К сожалению, ввести в функционал $I[W_{0H}(s), W_1(s)]$ составляющую, которая отражает величину степени устойчивости, в связи с особенностями других составляющих не представляется возможным [4].

Необходимо скорректировать передаточную функцию $W_{1op}(s) = V_{1op}(s) / G_{1op}(s)$ оптимального регулятора так, чтобы выполнялось соотношение

$$I_{kor} \approx I_{op}; \eta_{kor} \approx \eta_{op}, \quad (1)$$

где I_{kor} и η_{kor} – показатели качества системы и степени ее устойчивости со скорректированным регулятором $W_{1kor}^*(s)$.

Решение задачи

Процесс корректировки параметров оптимального регулятора удобно разбить на две стадии:

- на первой стадии коррекцией параметров регулятора $W_{1op}(s)$ системе придают свойство

робастной устойчивости увеличением ее степени устойчивости до значения большего, чем $\eta_{\text{кор}}$. Найденный таким образом регулятор имеет передаточную функцию $W(s)_{1\text{кор}}$;

- на второй стадии найденные на первой стадии параметры регулятора корректируют из условия оптимума критерия качества системы при ограничении на степень устойчивости. Она должна быть не ниже $\eta_{\text{кор}}$. Найденный регулятор с передаточной функцией $W(s)_{1\text{кор}}^*$ обеспечивает системе выполнение соотношений (1).

Перейдем к детальному описанию предлагаемого алгоритма.

Первая стадия.

Этап 1. По постановке задачи формируется критерий I , характеризующий качество работы системы.

Этап 2. Из условия оптимума критерия I определяются оптимальная передаточная функция регулятора $W_{\text{оп}}(s)$ и характеристический полином системы

$$\begin{aligned} T_{\text{оп}}(s) &= P_{0\text{H}}(s)G_{\text{оп}} + Q_{0\text{H}}(s)V_{\text{оп}} = \\ &= c_n s^n + \dots + c_1 s + c_0 = c_n(s - \gamma_n) \dots (s - \gamma_1); \quad (2) \end{aligned}$$

степень устойчивости системы

$$\eta_{\text{оп}} = \min_{\gamma_i} \text{Re}(\gamma_i).$$

Задается необходимая степень устойчивости $\eta_{\text{кор}} > \eta_{\text{оп}}$. На рис. 1а корни полинома $T_{\text{оп}}(s)$ обозначены символом \circ .

Этап 3. Формируется полином

$$\begin{aligned} T_1(s) &= a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = \\ &= a_n(s - \alpha_n) \dots (s - \alpha_1). \quad (3) \end{aligned}$$

Степень устойчивости полинома $T_1(s)$ $\eta_{T_1} > \eta_{\text{кор}}$. На рис. 1б корни полинома $T_1(s)$ обозначены символом \times . По полиному $T_1(s)$ формируется полином

$$\begin{aligned} T_2(s) &= T_1(s - \eta_{\text{кор}}) = \\ &= a_n(s - \eta_{\text{кор}})^n + \dots + a_1(s - \eta_{\text{кор}}) + a_0 = \\ &= a_n(s - \alpha_n - \eta_{\text{кор}}) \dots (s - \alpha_1 - \eta_{\text{кор}}) = \\ &= b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0, \end{aligned}$$

а по нему из коэффициентов b_i ($i = 0 \dots n$), зависящих от параметров полинома $T_1(s)$ и $\eta_{\text{кор}}$, составляется главный определитель Гурвица $D_n(b_i, \eta_{\text{кор}})$. При $D_n(b_i, \eta_{\text{кор}}) = 0$ какие-то из корней полинома $T_1(s)$ имеют действительную часть, равную $\eta_{\text{кор}}$. При $D_n(b_i, \eta_{\text{кор}}) > 0$ степень устойчивости полинома $T_1(s)$ выше $\eta_{\text{кор}}$.

Этап 4. Из коэффициентов $T_{\text{оп}}(s)$ и $T_1(s)$ формируется критерий

$$\tilde{I}^* = \sum_{i=0}^n (c_i - a_i)^2,$$

проводится его минимизация по коэффициентам полинома $T_1(s)$ и входящим в полином $T_{\text{оп}}(s)$ параметрам регулятора при ограничении $D_n(b_i, \eta_{\text{кор}}) > 0$. Это ограничение гарантирует, что степень устойчивости полинома $T_1(s)$ η_{T_1} будет больше $\eta_{\text{кор}}$. При выполнении соотношения $\tilde{I}^* \approx 0$ для полинома $T_{\text{оп}}(s)$ будет выполняться соотношение $\eta_{T_{\text{оп}}} \approx \eta_{T_1}$, что демонстрирует рис. 1в.

Численное решение сформулированной выше задачи параметрической оптимизации при ограничении относится к задачам математического программирования. Задачи, где критерий оптимальности или ограничения нелинейно зависят от искомых параметров, решаются методами нелинейного программирования. Универсальных методов решения таких задач в силу их чрезвычайного разнообразия не существует. Среди вычислительных алгоритмов большое место занимают градиентные методы. Начальная точка поиска в градиентных методах должна обязательно принадлежать допустимому множеству, на котором оптимум определяется [5], [6].

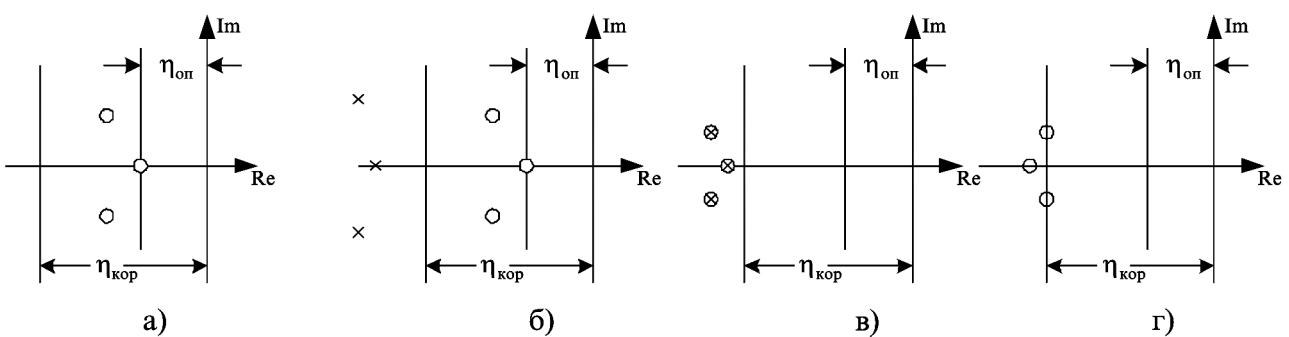


Рис. 1

При проведении процедуры минимизации начальные значения параметров $T_1(s)$ совпадают со значениями коэффициентов полинома (3), а для регулятора – со значениями параметров в $G_{1\text{оп}}(s)$ и $V_{1\text{оп}}(s)$. При этих значениях корни полиномов $T_1(s)$ и $T_{\text{оп}}(s)$ лежат в левой полуплоскости и, благодаря ограничению $D_n(b_i, \eta_{\text{кор}}) > 0$, в процессе минимизации в левой полуплоскости и останутся.

Таким образом, на первой стадии будет сконструирован регулятор с передаточной функцией

$$W_{1\text{кор1}}(s) = V_{1\text{кор1}}(s)/G_{1\text{кор1}}(s),$$

придающий системе степень устойчивости выше $\eta_{\text{кор}}$, что и демонстрирует рис. 1в, где местоположение символов \circ и \times практически совпадает.

Может оказаться, что в процессе минимизации достичь соотношения $I_1 \approx 0$ не удастся, тогда необходимо либо уменьшить значение $\eta_{\text{кор}}$, либо увеличить число варьируемых параметров в передаточной функции регулятора повышением степеней ее числителя и знаменателя.

Вторая стадия.

Этап 5. Формируется полином

$$\begin{aligned} T_3(s) &= P_{0\text{H}}(s)G_{1\text{кор1}}(s) + Q_{0\text{H}}(s)V_{1\text{кор1}}(s) = \\ &= \tilde{c}_n s^n + \dots + \tilde{c}_1 s + \tilde{c}_0 = \tilde{c}_n(s - \tilde{\gamma}_n) \dots (s - \tilde{\gamma}_1), \end{aligned}$$

из которого выписывается полином вида

$$\begin{aligned} T_4(s) &= T_3(s - \eta_{\text{кор}}) = \\ &= \tilde{c}_n(s - \eta_{\text{кор}})^n + \dots + \tilde{c}_1(s - \eta_{\text{кор}}) + \tilde{c}_0 = \\ &= \tilde{c}_n(s - \tilde{\gamma}_n - \eta_{\text{кор}}) \dots (s - \tilde{\gamma}_1 - \eta_{\text{кор}}) = \\ &= \tilde{b}_n s^n + \dots + \tilde{b}_1 s + \tilde{b}_0, \end{aligned}$$

а из коэффициентов \tilde{b}_i ($i = 0 \dots n$) – главный определитель Гурвица $\tilde{D}_n(\tilde{b}_i, \eta_{\text{кор}})$. Если $\tilde{D}_n(\tilde{b}_i, \eta_{\text{кор}}) = 0$, то какие-либо из корней полинома $T_3(s)$ находятся на линии, параллельной мнимой оси и отстоящей от нее на расстоянии $\eta_{\text{кор}}$.

Этап 6. Коэффициенты передаточной функции $W_{1\text{кор1}}(s)$ уточняются из условия минимума $I[W_{0\text{H}}(s), W_{1\text{кор1}}(s)]$ при ограничении $\tilde{D}_n(\tilde{b}_i, \eta_{\text{кор}}) > 0$. В результате будет найдена передаточная функция регулятора $W_{1\text{кор}}^*(s)$, обеспечивающая выполнение соотношения (1). Вышеизложенное демонстрирует рис. 1г.

Приведенный алгоритм поясним примером.

Пример 1. Передаточная функция объекта управления имеет вид

$$W_{0\text{H}}(s) = \frac{Q_{0\text{H}}(s)}{P_{0\text{H}}(s)} = \frac{1}{(s - 0,1)(s + 1)} = \frac{1}{s^2 + 0,9s - 0,1}.$$

Желаемая передаточная функция системы относительно задающего воздействия $U_1(s)$ равна единице. Необходимо спроектировать управляющее устройство со звеном коррекции в прямой цепи, обеспечивающее близость действительной передаточной функции системы

$$\tilde{H}(s) = \frac{W_1(s)W_{0\text{H}}(s)}{1 + W_1(s)W_{0\text{H}}(s)}$$

к $U_1(s) = 1$. В системе должен обеспечиваться астатизм первого порядка.

Расчет оптимальной системы ведется с использованием методики из [4].

Первая стадия.

Этап 1. Из постановки задачи запишем функционал, оценивающий качество работы системы:

$$\begin{aligned} I[W_{0\text{H}}(s), W_1(s)] &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \left| [U_1(s) - \tilde{H}(s)] \frac{1}{s} \right|^2 ds + \\ &\quad + \lambda \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} |s\tilde{H}(s)|^2 ds - \\ &- \rho_1 \left[\frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \tilde{H}(-s) \frac{1}{s+0,1} ds + \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \tilde{H}(s) \frac{1}{-s+0,1} ds - 2 \right]; \\ \tilde{H}(s) &= \frac{W_{0\text{H}}(s)W_1(s)}{1 + W_{0\text{H}}(s)W_1(s)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Первая составляющая обеспечивает астатизм и оценивает близость $\tilde{H}(s)$ к $U_1(s)$, вторая – обеспечивает реализуемость звена коррекции; ее величина оценивает квадратичную интегральную составляющую переходного процесса [7]. Последняя составляющая есть ограничение на компенсацию звеном коррекции $W_1(s)$ правого полюса передаточной функции объекта управления; ρ_1 – множитель Лагранжа; λ – весовой коэффициент.

Этап 2. Функционал (4) при $\lambda = 0,01$ достигает своего минимального значения, если

$$\tilde{H}_{\text{оп}}(s) = \frac{10,914s + 1}{s^3 + 4,572s^2 + 10,447s + 1}.$$

Передаточная функция звена коррекции имеет вид

$$\begin{aligned} W_{1\text{оп}}(s) &= \frac{V_{1\text{оп}}(s)}{G_{1\text{оп}}(s)} = \frac{\tilde{H}_{\text{оп}}(s)}{W_{0\text{H}}(s)[1 - \tilde{H}_{\text{оп}}(s)]} = \\ &= \frac{10,914s^2 + 11,914s + 1}{s^2 + 4,672s}. \end{aligned}$$

Первая составляющая функционала (4) $I_1 = 0,356$, вторая – $I_2 = 13,316$; $I = I_1 + \lambda I_2 = 0,489$.

Характеристический полином оптимальной системы запишется так:

$$\begin{aligned} T_{\text{оп}}(s) &= P_{0H}(s)G_{1\text{оп}}(s) + Q_{0H}(s)V_{1\text{оп}}(s) = \\ &= c_4s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0 = s^4 + 5,572s^3 + \\ &+ 15,019s^2 + 11,447s + 1 = (s + 2,236 + 2,236j) \times \\ &\times (s + 2,236 - 2,236j)(s + 1)(s - 0,1). \end{aligned}$$

Степень устойчивости оптимальной системы $\eta_{\text{оп}} = 0,1$. Зададим необходимую степень устойчивости $\eta_{\text{кор}} = 0,9$.

Этап 3. Сформируем полином

$$\begin{aligned} T_1(s) &= a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = \\ &= s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24 = \\ &= (s + 1)(s + 2)(s + 3)(s + 4), \end{aligned} \quad (5)$$

степень устойчивости которого $\eta_{T_1} = 1 > \eta_{\text{кор}}$. По полиному $T_1(s)$ построим полином

$$\begin{aligned} T_2(s) &= b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0 = \\ &= a_4(s - \eta_{\text{кор}})^4 + a_3(s - \eta_{\text{кор}})^3 + a_2(s - \eta_{\text{кор}})^2 + \\ &+ a_1(s - \eta_{\text{кор}}) + a_0 = (s - \eta_{\text{кор}})^4 + 10(s - \eta_{\text{кор}})^3 + \\ &+ 35(s - \eta_{\text{кор}})^2 + 50(s - \eta_{\text{кор}}) + 24 = (s + 1 - \eta_{\text{кор}}) \times \\ &\times (s + 2 - \eta_{\text{кор}})(s + 3 - \eta_{\text{кор}})(s + 4 - \eta_{\text{кор}}), \end{aligned}$$

а по нему из коэффициентов b_i ($i = 0 \dots 4$) – главный определитель Гурвица $D_4(b_i, \eta_{\text{кор}})$, $i = 0 \dots 4$. При $D_4(b_i, \eta_{\text{кор}}) = 0$ какие-то из корней полинома $T_1(s)$ имеют действительную часть, равную $\eta_{\text{кор}}$. Например, для заданных параметров полинома $T_1(s)$ $D_4(b_i, \eta_{\text{кор}}) = 0$ при $\eta_{\text{кор}} = 1, 2, 3, 4$.

Этап 4. Из коэффициентов $T_{\text{оп}}(s)$ и $T_1(s)$ формируется критерий

$$\tilde{I}^* = \sum_{i=0}^4 (c_i - a_i)^2,$$

проводится его минимизация по коэффициентам полинома $T_1(s)$ и входящим в полином $T_{\text{оп}}(s)$ параметрам регулятора при ограничении $D_4(b_i, \eta_{\text{кор}}) > 0$. Это ограничение гарантирует, что степень устойчивости $T_1(s)$ будет больше $\eta_{\text{кор}}$. При выполнении соотношения $\tilde{I}^* \approx 0$ для полинома $T_{\text{оп}}(s)$ также будет выполняться соотношение $\eta_{T_{\text{оп}}} \approx \eta_{\text{кор}}$.

При проведении процедуры минимизации критерия \tilde{I}^* начальные значения параметров $T_1(s)$ совпадают со значениями коэффициентов полинома (4), а для полинома $T_{\text{оп}}(s)$ – со значениями параметров в полиномах $G_{1\text{оп}}(s)$ и $V_{1\text{оп}}(s)$, т. е. корни полиномов в начале процедуры оптимизации лежат в левой полуплоскости.

Процедура минимизации может быть прервана до выполнения соотношения $\tilde{I}^* \approx 0$ или достижения соотношения $\eta_{T_{\text{оп}}} \approx \eta_{\text{кор}}$. В настоящем примере процедура минимизации была остановлена, когда

$$\begin{aligned} c_4s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0 &= (s + 1,055 + 1,089j) \times \\ &\times (s + 1,055 - 1,089j)(s + 8,927)(s + 0,824); \\ a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 &= \\ &= (s + 4,158 + 0,893j)(s + 4,158 - 0,893j) \times \\ &\times (s + 0,903 + 0,258j)(s + 0,903 - 0,258j), \end{aligned}$$

т. е.

$$\eta_{T_{\text{оп}}} > 0,824; \eta_{T_1} > 0,903.$$

Таким образом, на первой стадии сконструирован регулятор с передаточной функцией

$$\begin{aligned} W_{1\text{кор1}}(s) &= \frac{V_{1\text{кор1}}(s)}{G_{1\text{кор1}}(s)} = \\ &= \frac{20,461s^2 + 39,028s + 16,906}{s^2 + 10,960s}, \end{aligned}$$

придающей системе степень устойчивости, равную 0,824.

Перейдем ко второй стадии, которая заключается в корректировке параметров передаточной функции $W_{1\text{кор1}}(s)$ так, чтобы выполнялись соотношения (1).

Этап 5. Рассмотрим характеристический полином

$$\begin{aligned} T_3(s) &= P_{0H}(s)G_{1\text{кор1}}(s) + Q_{0H}(s)V_{1\text{кор1}}(s) = \\ &= \tilde{c}_4s^4 + \tilde{c}_3s^3 + \tilde{c}_2s^2 + \tilde{c}_1s + \tilde{c}_0 = \\ &= s^4 + 11,860s^3 + 30,225s^2 + \\ &+ 37,932s + 16,906 = (s + 1,055 + 1,089j) \times \\ &\times (s + 1,055 - 1,089j)(s + 8,927)(s + 0,824). \end{aligned}$$

На базе полинома $T_3(s)$ сформируем полином вида

$$\begin{aligned} T_4(s) &= T_3(s - \eta_{\text{кор}}) = \tilde{b}_4s^4 + \tilde{b}_3s^3 + \tilde{b}_2s^2 + \tilde{b}_1s + \tilde{b}_0 = \\ &= \tilde{c}_4(s - \eta_{\text{кор}})^4 + \tilde{c}_3(s - \eta_{\text{кор}})^3 + \tilde{c}_2(s - \eta_{\text{кор}})^2 + \\ &+ \tilde{c}_1(s - \eta_{\text{кор}}) + \tilde{c}_0 = (s - \eta_{\text{кор}})^4 + 11,860(s - \eta_{\text{кор}})^3 + \\ &+ 30,225(s - \eta_{\text{кор}})^2 + 37,932(s - \eta_{\text{кор}}) + 16,906 = \\ &= (s - \eta_{\text{кор}} + 1,055 + 1,089j)(s - \eta_{\text{кор}} + 1,055 - 1,089j) \times \\ &\times (s - \eta_{\text{кор}} + 8,927)(s - \eta_{\text{кор}} + 0,824). \end{aligned}$$

Таблица 1

Степень устойчивости	Передаточная функция звена коррекции	Корни характеристического полинома	I_1	I_2	I
0,1	$\frac{10,914s^2 + 11,914s + 1}{s^2 + 4,672s}$	$-2,236 + 2,236j; -1; -0,1$	0,356	13,316	0,489
0,3	$\frac{10,475s^2 + 8,992s + 1,448}{s^2 + 3,972s}$	$-2,061 + 2,545j; -0,448; -0,301$	0,359	13,475	0,493
0,5	$\frac{11,342s^2 + 12,375s + 2,742}{s^2 + 4,791s}$	$-2,340 + 2,255j; -0,506 + 0,062j$	0,360	13,929	0,500
0,7	$\frac{13,459s^2 + 18,182s + 5,251}{s^2 + 6,181s}$	$-2,834 + 1,542j; -0,706 + 0,075j$	0,355	15,993	0,515
0,9	$\frac{18,051s^2 + 26,873s + 8,808}{s^2 + 9,406s}$	$-1,163 + 0,051j; -7,059; -0,921$	0,354	18,793	0,542

Из коэффициентов \tilde{b}_i ($i = 0 \dots 4$) составляется главный определитель Гурвица $\tilde{D}_4(\tilde{b}_i, \eta_{\text{кор}})$. Если при изменении параметров \tilde{c}_i ($i = 0 \dots 4$) в $T_3(s)$ $\tilde{D}_4(\tilde{b}_i, \eta_{\text{кор}}) = 0$, то какие-либо из корней полинома $T_3(s)$ имеют действительную часть, равную $\eta_{\text{кор}}$.

Этап 6. Коэффициенты передаточной функции $W_{1\text{кор}1}(s)$ уточняются из условия минимума

$$I[W_{0\text{н}}(s), W_{1\text{кор}1}(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{j\infty} \left| [1 - \tilde{H}(s)] \frac{1}{s} \right|^2 ds + \\ + 0,01 \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left| s \tilde{H}(s) \right|^2 ds;$$

$$\tilde{H}(s) = \frac{W_{0\text{н}}(s)W_{1\text{кор}1}(s)}{1 + W_{0\text{н}}(s)W_{1\text{кор}1}(s)}$$

при ограничении $\tilde{D}_4(\tilde{b}_i, \eta_{\text{кор}}) > 0$. В результате найдена передаточная функция регулятора

$$W_{1\text{кор}}^*(s) = \frac{18,051s^2 + 26,873s + 8,808}{s^2 + 9,406s},$$

обеспечивающего выполнение соотношения (1).

Характеристический полином системы при найденной передаточной функции $W_{1\text{кор}}^*(s)$ имеет вид

$$T_3(s) = P_{0\text{н}}(s)G_{1\text{кор}2}(s) + Q_{0\text{н}}(s)V_{1\text{кор}2}(s) = \\ = (s + 1,163 + 0,051j)(s + 1,163 - 0,051j) \times \\ \times (s + 7,059)(s + 0,921).$$

Первая составляющая функционала $\tilde{I}_1 = 0,354$; вторая — $\tilde{I}_2 = 18,793$; $\tilde{I} = \tilde{I}_1 + 0,01\tilde{I}_2 = 0,542$.

В табл. 1 приведены результаты проведенных расчетов и при других значениях $\eta_{\text{кор}}$. Сопряженные корни опущены. Сконструированные регуляторы придают системе свойство робастной ус-

тойчивости, существенно не меняя оптимального значения критерия оптимизации.

Заключение

Предлагается алгоритм корректировки параметров оптимального регулятора с целью придания системе свойств робастной устойчивости без существенного ухудшения оптимального значения критерия. В приведенном тестовом примере при ухудшении критерия оптимизации на 12 % степень устойчивости системы увеличилась в 9 раз.

Список литературы:

- Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002.
- Дорф Р., Бишион Р. Современные системы управления. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002.
- Пугачев В. С., Казаков И. Е., Евланов Л. Г. Основы статистической теории автоматических систем. – М.: Машиностроение, 1974.
- Зотов М. Г. Многокритериальное конструирование систем автоматического управления. – М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2004.
- Аттетков А. В., Зарубин В. С., Канатников А. Н. Введение в методы оптимизации. – М.: Финансы и статистика, 2008.
- Жиглянский А. А., Жилинскис А. Г. Методы поиска глобального экстремума. – М.: Наука, 1991.
- Кухтенко В. И. К расчету корректирующих цепей систем автоматического управления по критерию минимума среднеквадратичной ошибки // АиТ. 1959. № 9. С. 1180-1187.

Михаил Григорьевич Зотов,
д-р техн. наук, профессор, кафедра «Кибернетика»,
Московский институт электроники и математики
Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики», г. Москва,
e-mail: zotova35@mail.ru