МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА»

ТРУДЫ
НИЖЕГОРОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА им. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА

№ 2 (95)

Нижний Новгород 2012

УДК 050(06)
ББК 9я54
Т 78

Т 78 Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева / НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2012. № 2 (95). – 350 с.

Выходит 4 раза в год

УДК 050(06)
ББК 9я54

Электронная версия журнала:
http//www.nntu.nnov.ru

СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

УДК 541.124

В.П. Морозов

КИНЕТИКА РОСТА ЗЁРЕН В ПЕРЕСЫЩЕННОМ ОДНОРОДНОМ РАСТВОРЕ

Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики,

Цель работы: Нахождение асимптотического решения системы интегродифференциальных уравнений, описывающих рост и растворение твердой фазы в расплавах

$$\frac{\partial f}{\partial \mathrm{t}}+\frac{\partial}{\partial a} f \frac{da}{dt}=0\,, \quad \frac{1}{b}=\frac{1}{b_{\min}}-\rho\int a^3 f(a,t)da \quad , \quad \frac{da}{dt}=\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\,,$$

где $f(a, t)$ – плотность зерен радиуса a, b – критический радиус. Приведенные уравнения справедливы в том случае, когда кинетика роста зерен контролируется скоростью растворения. Кроме того, делается естественное предположение, что в начальный момент времени существует максимальный размер зерен L.

Научный подход: Исследование проведено в переменных $r = a/a_L$, $\tau=\int_0^t \frac{dt'}{a_L^2}$, где $a_L = a(L, t)$ – максимальный размер зерен в момент времени t, в которых асимптотическое решение находится сравнительно легко.

Результат: В переменных r, τ при $\tau >> 1$ найдена плотность распределения $f(r, \tau) = \rho(r)\, N(\tau)$. При начальном распределении $f(a_0, 0) \sim (L - a_0)^m$ $(a_0 \sim L)$ плотность $\rho(r)$ существенно отличается от классического распределения Лифшица-Слезова. Определены типы начальных распределений, которые приводят к классическим результатам. Найдены временные зависимости среднего радиуса, критического радиуса и числа зерен в единице объема.

Новизна: Результаты исследования новы и могут быть использованы для прогноза поведения различных расплавов (например, в охлаждающей оболочке атомных реакторов).

Ключевые слова: коалесценция, критический радиус, скорость растворения, диффузия.

Введение

Будем ориентироваться на вполне стандартную физическую ситуацию [1], когда в расплаве (например, свинца) находятся атомы и зёрна другого вещества (например, железа). В слабо пересыщенном растворе флуктуационным режимом образования твёрдой фазы можно пренебречь, считая, что доминирует процесс коалесценции или Оствальдского созревания, когда рост крупных зародышей происходит за счёт растворения более мелких.

Кинетика коалесценции впервые исследовалась в классической работе Лифшица и Слёзова [2], в которой найдена универсальная плотность распределения зёрен, к которой в асимптотическом пределе при $t \to \infty$ эволюционирует любое начальное распределение. При этом рассматривался случай, когда рост зёрен контролируется диффузионным процессом. В последующих работах [3–5] и ряде других для разных физических моделей использовался метод работы [2], что приводило к существованию универсального (своего для каждой модели) асимптотического распределения, не зависящего от начального распределения зёрен. Это обусловлено тем, что в неявной форме предполагалось существование в начальный момент времени зёрен с произвольным размером. Однако в реальных системах начальный размер зёрен ограничен. Впервые этот факт учтён в работе Морозова и Максимова [6]. Было показано, что начальная функция распределения, характеризующаяся степенным, порядка m, стремлением к нулю, вблизи максимального размера зёрен даёт отличное от классического асимптотическое поведение. При этом, как и в работе [2], рассматривается диффузионный механизм роста зёрен.

В настоящей работе рассматривается с учётом конечного значения максимального размера зерна кинетика коалесценции, обусловленная скоростью растворения.

Основные уравнения

Плотность распределения зёрен по их размерам будем нормировать следующим образом:

$$N_0 \int f(a,t)da = N(t),$$

где a – радиус зерна (предполагаем, что зёрна имеют сферическую форму), N_0 – концентрация зёрен при $t = 0$, $N(t)$ – концентрация зёрен в момент времени t. Кроме того, будем предполагать, что общий объём зёрен мал, т.е.

$$N_0 \int \frac{4}{3}\pi a^3 f(a,t)da << 1\,.$$

В гидродинамическом приближении плотность $f(a, t)$ удовлетворяет уравнению непрерывности [2]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} f \frac{da}{dt} = 0\,, \tag{1}$$

где $\frac{da}{dt}$ – скорость роста радиуса зерна.

Для нахождения этой скорости необходимо учесть уравнение диффузии для концентрации атомов при наличии в растворе зерна

$$\frac{dc}{dt} - D\Delta c = -\beta(c - c_a)\delta(|\vec{r}| - a)\,. \tag{2}$$

Здесь c – концентрация атомов, c_a – равновесная концентрация атомов на поверхности зерна радиуса а, D – коэффициент диффузии, β – скорость растворения, $\delta(u)$ – дельта функция Дирака. Проинтегрировав (2) по объему радиуса $a + \delta$ и устремляя δ к нулю, получим граничное условие на поверхности зерна

$$D\frac{dc}{dr}\bigg|_{r=a} = \beta(c - c_a)\big|_{r=a}\,. \tag{3}$$

В квазистационарном режиме при $r > a$ имеем уравнение $\Delta c = 0,$ решение которого

$$c = c_\infty + \frac{A}{r}\,. \tag{4}$$

Отметим, что c_∞ – средняя по объёму концентрация, A - произвольная постоянная. Граничное условие (3) даёт связь между A и c_∞

$$A = -\frac{\beta a^2}{D + \beta a}(c_\infty - c_a)\,.$$

Из закона сохранения массы

$$\frac{d}{dt}\rho\frac{4\pi}{3}a^3 = m\beta(c(a) - c_a),$$

где m – масса атома, ρ – плотность зерна, с учётом (4) находим

$$\frac{da}{dt} = \frac{v\beta D}{D + \beta a}(c_\infty - c_a)\,. \tag{5}$$

Равновесная концентрация c_a при малом пересыщении даётся формулой Гиббса-Томсона [3]

$$c_a = c_{oo}\left(1 + \frac{2\varepsilon v}{kTa}\right)\,, \tag{6}$$

где c_{oo} – равновесная концентрация атомов над плоской поверхностью, $\nu = m/\rho$ – удельный объём, ε – поверхностная энергия, k – постоянная Больцмана, T – температура. С учётом (5) и (6) окончательно получаем

$$\frac{da}{dt} = \frac{vD\beta\sigma}{D+\beta a}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right), \tag{7}$$

где $\sigma = \dfrac{2\varepsilon v c_{oo}}{Tk}$; $b = \dfrac{\sigma}{c_\infty - c_{oo}}$ – критический радиус.

В настоящей работе мы ограничимся случаем, когда $\beta a << D$, то есть когда скорость роста зерна контролируется скоростью растворения β. В этом случае вместо (7) получаем

$$\frac{da}{dt} = v\beta\sigma\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right). \tag{8}$$

Ситуация, когда $\beta a >> D$, была рассмотрена в [6], уравнение (1) и (8) дополним уравнением, выражающим факт сохранения полной массы вещества в единице объёма,

$$mc_\infty + \frac{4}{3}\pi\rho\int a^3 f(a,t)da = mc_{0\infty} + \frac{4}{3}\pi\rho\int a^3 f(a,0)da\ ,$$

которое после преобразований принимает вид

$$\frac{1}{b} + \frac{N_0 4\pi}{3\sigma v}\int a^3 f(a,t)da = \frac{1}{b_0} + \frac{N_0 4\pi}{3\sigma v}\int a^3 f(a,0)da\ , \tag{9}$$

где $b_0 = \dfrac{\sigma}{c_{0\infty} - c_{00}}$ – начальный критический радиус.

Если в уравнениях (1), (8), (9) перейти к безразмерным переменным: $b = b'b_0$, $a = a'a_0$, $t = t'\dfrac{b_0^2}{v\beta\sigma}$ то окончательно получаем систему уравнений (штрихи опускаем)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} f\frac{\partial a}{\partial t} = 0\ , \tag{10}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}, \tag{11}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{b_{\min}} - P\int a^3 f(a,t)da\ , \tag{12}$$

где $P = \dfrac{4\pi}{3}\dfrac{N_0 b_0}{\sigma v}$, $b_{\min} = [1 + P\int\limits_0^L a_0^3\varphi(a_0)da_0]^{-1}$; $\varphi(a_0) = f(a,0)$ – начальное распределение, L – максимальный размер зёрен. В уравнении (12) удобно перейти к представлению Лагранжа

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{b_{\min}} - P\int\limits_{a_0^*(t)}^{L} a^3(a_0,t)\varphi(a_0)da_0\ , \tag{13}$$

где $a_0^*(t)$ находится из уравнения $a\left(a_0^*(t),t\right) = 0$. Все зёрна с $a_0 \le a_0^*(t)$ к моменту времени t растворяются.

Формальное решение уравнения (10) имеет вид

$$f(a,t) = \frac{\varphi(a_0)}{z}, \tag{14}$$

где $z = \dfrac{da}{da_0}$.

Дифференцируя (11) по a_0, получим $\dfrac{dz}{dt} = \dfrac{z}{a^2}$, откуда

$$z = \exp\left(\int_0^t \frac{dt'}{a^2}\right) = \frac{a_0}{a}\exp\left(\int_0^t \frac{dt'}{ab}\right), \tag{15}$$

где при переходе к последнему равенству учтено уравнение (11). Покажем, что $a_0^*(t)$ монотонно растет. Поскольку a_0 как функция a и t – интеграл системы (10) – (13), т.е $\frac{da_0}{dt} = 0$, имеем $\frac{\partial a_0}{\partial t} + \frac{\partial a_0}{\partial a}\frac{da}{dt} = 0$ или $\frac{\partial a_0}{\partial t} + \frac{1}{z}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = 0$. Полагая здесь $a_0 = a_0^*(t)$ и учитывая (15), получим $\frac{\partial a_0^*}{\partial t} = \frac{1}{a_0^*}\exp\left(\int_0^t \frac{dt'}{ab}\right) > 0$ $a = a\left(a_0^*(t), t'\right), b = b(t')$ В этом выражении в показателе экспоненты $a = a\left(a_0^*(t), t'\right)$, $b = b(t')$.

Здесь же отметим следующее: если $L < b_{\min}$, то все зёрна рассасываются. Для того, чтобы объём зёрен оставался конечным, должно выполняться неравенство $L > b_{\min}$, что заведомо справедливо при $L > 1$, что в дальнейшем мы и будем предполагать.

Нахождение асимптотического решения

В уравнении (10) и (11) удобно перейти к переменным $r = \frac{a}{a_L}$ и $\tau = \int_0^t \frac{dt'}{a_L^2}$. Нетрудно убедиться, что уравнение (10) сохраняет свою структуру

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d}{dr} f \frac{dr}{dt} = 0, \tag{16}$$

а вместо (11) находим

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{r}{\lambda} - \frac{1}{r} + \frac{\lambda+1}{\lambda}, \tag{17}$$

где $a_L \frac{da_L}{dt} = \frac{1}{a_L}\frac{da_L}{d\tau} = \frac{1}{\lambda}$ и $\frac{a_L}{b} = \frac{\lambda+1}{\lambda}$, что получается из (11) при $a = a_L$. Здесь для краткости введено обозначение $a(L, t) = a_L$. Корни правой части уравнения (17) имеют значения $r_1 = 1$ и $r_2 = \lambda$. Анализ фазового портрета уравнения (17) показывает, что при $\lambda < 1$ объём зёрен неограниченно растёт, то есть закон сохранения (12) не выполняется. Реализуется только случай, когда $\lambda > 1$, поскольку зёрен с $r > 1$ нет.

При $\tau \to \infty$ λ стремится к некоторой константе, что подтверждается численными расчётами, совпадающими с аналитическими решениями, которые будут получены далее.

При постоянном λ ($\tau >> 1$) уравнение (17) интегрируется:

$$\tau - \tau_0 = \tau(r) = \int_0^r \frac{dr}{dr/d\tau} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} ln \frac{(1-r)\lambda^\lambda}{(\lambda - r)^\lambda}.$$

Учитывая, что $a_L \sim e^{\tau/\lambda}$ (при $\tau >> 1$), получаем

$$c(a_0) a_L^{\lambda-1} = \frac{(1-r)\lambda^\lambda}{(\lambda-r)^\lambda}. \tag{18}$$

Откуда видим, что при $a_0 = L$ ($r = 1$) $c(L) = 0$, а величина $\frac{c(a_0)}{1-r}$ конечна при $\lambda > 1$. Дифференцируя (18) по a_0, получим

$$\frac{dc(a_0)}{da_0} = -\frac{c(a_0)}{1-r} z \frac{(\lambda-1)r}{(\lambda-r)a_L}. \tag{19}$$

Из (19) следует, что $\left.\dfrac{dc(a_0)}{da_0}\right|_{a_0=L} \neq 0$, поэтому

$$c(a_0) = A(L - a_0) \quad \text{при} \quad a_0 \sim L. \tag{20}$$

Подставляя (20) в (18), получаем соотношение

$$\frac{(1-r)\lambda^{\lambda}}{(\lambda - r)^{\lambda}} = A{a_L}^{\lambda-1}\left(L - a_0\right). \tag{21}$$

Полагая в (21) $a_0 = a_0^{\,*}$ и $r = 0$, находим

$$\left(L - a_0^{\,*}\right) = \frac{1}{A{a_L}^{\lambda-1}} \;. \tag{22}$$

Уравнение (21) даёт временную зависимость приведенного радиуса зерна r от времени и начального радиуса a_0. Однако параметр λ неизвестен.

Плотность распределения $f(r, \tau)$ и λ найдем в более общей форме, чем это сделано в [6]. Асимптотическое решение уравнения (10) при постоянном λ имеет вид

$$f\left(r,\tau\right) = \chi\left(\tau - \tau(r)\right)\frac{d\tau}{dr}. \tag{23}$$

Неизвестную функцию χ можно найти из условия конечности объёма зёрен, то есть конечности интеграла $J = {a_L}^3 \int_0^1 f\left(r,\tau\right)dr$. Учитывая (23) и тот факт, что при $\tau >> 1$ $a_L = De^{\tau/\lambda}$, получим

$$J = -De^{3\tau/\lambda}\int_0^1 r^3\chi\left(\tau - \tau(r)\right)\frac{d\tau}{dr}.$$

Это выражение конечно при $\tau \to \infty$, если $\chi\left(\tau - \tau(r)\right) = ke^{\frac{3(\tau-\tau(r))}{\lambda}}$, следовательно (с учётом (23)), получаем:

$$\begin{gathered} f\left(\tau, r\right) = N(\tau)P(r)\,, \\ P\left(r\right) = -\frac{3}{\lambda}e^{3\tau(r)/\lambda}\frac{d\tau}{dr}, \\ N\left(\tau\right) = B{a_L}^{-3}. \end{gathered} \tag{24}$$

Таким образом, в переменных τ, r плотность $f(\tau, r)$ факторизуется, т.е. распадается на произведение плотности $P(r)$ по размерам зёрен и их концентрацию $N(\tau)$. При любом λ плотность $P(r)$ нормирована на единицу. Заметим, что $\rho(r)$ имеет универсальный вид. Однако нужно иметь в виду, что параметр λ существенно зависит от вида начальной плотности $\varphi(a_0)$.

Для нахождения λ заметим, что выражение (18) можно переписать в виде

$$c\left(a_0\right)^{\frac{3}{\lambda-1}}{a_L}^3 = e^{\frac{3\tau(r)}{\lambda}}.$$

Подставляя эту экспоненту в (24), находим

$$f\left(\tau, r\right) = -\frac{3}{\lambda}B\frac{d\tau}{dr}c\left(a_0\right)^{\frac{3}{\lambda-1}}. \tag{25}$$

Соответственно соотношение (19) представим в виде

$$\frac{dc\left(a_0\right)}{da_0} = c\left(a_0\right)\frac{\lambda-1}{\lambda}\frac{d\tau}{dr}\frac{z}{a_L}. \tag{26}$$

Если в формальном решении (14) (в переменных τ, r) подставить z из (26), то получим

$$f\left(\tau, r\right) = \frac{a_L}{z}\varphi\left(a_0\right) = \frac{c\left(a_0\right)}{dc\left(a_0\right)/da_0}\frac{d\tau}{dr}\varphi\left(a_0\right). \tag{27}$$

Сравнивая (25) и (27), находим $c(a_0)$

$$c(a_0)=\left[\frac{1}{B}\int_0^L \varphi(a_0)da_0\right]^{\frac{\lambda-1}{3}}. \tag{28}$$

Разумеется, что полученные соотношения справедливы при $\tau >> 1$, когда $a_0 \sim L$ и при $\lambda > 1$. Явное выражение для λ находится из условия $\left.\frac{dc(a_0)}{da_0}\right|_{a_0=L} \neq 0$, что было показано ранее (см., например, (20)).

Как и в работе [6], рассмотрим случай, когда при $a_0 \sim L$ начальное распределение ведет себя как $\varphi(a_0) \sim (L - a_0)^m$, где $m > -1$. В этом случае согласно (28) $c(a_0) \sim (L-a_0)^{\frac{(m+1)\lambda-1}{3}}$, откуда $\frac{dc(a_0)}{da_0} \sim (L-a_0)^{\frac{(m+1)\lambda-1}{3}-1}$. Конечное значение этой производной при $a_0 = 0$ даёт

$$\lambda=\frac{m+4}{m+1}. \tag{29}$$

Тогда для плотности $P(r)$ из (24) получаем

$$P(r)=\frac{3r(1-r)^m\lambda^{m+4}}{(\lambda-r)^{m+5}}. \tag{30}$$

Если $\varphi(a_0) \sim a_0^k$, где k – произвольное вещественное число, то указанная процедура приводит к значению $\lambda = 4$, что соответствует выражению (29) при $m = 0$.

Распределение (30) существенно отличается от распределения, полученного по методике Лифшица - Слёзова. Эта методика приводит к значению $\lambda = 1$, что согласно (29) реализуется при $m \to \infty$. Переходя в (30) к этому пределу, получим [3]

$$P(r)=\frac{3r}{(1-r)^5}e^{-\frac{3r}{1-r}}, \tag{31}$$

что, как показано в настоящей работе, не так. При конечном L распределение (31) реализуется лишь в том случае, если L – существенно особая точка начального распределения, например, если

$$\varphi(a_0) \sim e^{\frac{\alpha}{(L-a_0)}}\frac{g(a_0)}{(L-a_0)^\beta} \quad (g(L) = \text{const}).$$

Отметим ещё один случай, когда реализуется распределение Лифшица-Слёзова. В работах [2, 3] в неявной форме предполагалось, что максимального значения L не существует ($L = \infty$). Непосредственно (30) в этом случае использовать нельзя, поскольку $a_L = \infty$. Однако, если ввести переменную $u = a/b$, которая использовалась в [2, 3], то делая в (30) замену переменных при конечном L: $u=\frac{a}{a_L}\frac{a_L}{b}=r\frac{\lambda+1}{\lambda}$ и переходя к пределу, когда $m \to \infty$, получим

$$P(u)=\frac{24}{(2-u)^5}e^{-\frac{3u}{2-u}}, \tag{32}$$

которое и получено в [3]. Разумеется, (32) можно получить из (31) с помощью замены $u = 2r$.

Одно из начальных распределений, которое приводит к (32), может быть получено следующим образом. Пусть $\varphi(a_0) \sim \left(1-\frac{a_0}{L}\right)^m$. Положим здесь $L = m\delta$ и устремим $m \to \infty$. Тогда $\varphi(a_0) \sim e^{-\frac{a_0}{\delta}}$, т.е. распределение Лифшица-Слёзова, реализуется при экспоненциальном поведении начального распределения при больших значениях a_0. Разумеется, экспоненциальное поведение может быть любого типа.

В заключение приведём временные зависимости параметров. Прежде всего с помощью (30) найдём среднее значение приведённого радиуса зёрен.

$$\bar{r} = \int_0^1 rP(r)dr = \frac{2\lambda(\lambda+1)}{\lambda + 2(\lambda+1)^2} = \frac{2}{9}\frac{(m+4)(2m+5)}{(m+2)(m+3)}.$$

Далее, поскольку $a_L \frac{da_L}{dt} = \frac{1}{\lambda}$, то $a_L \sim \sqrt{\frac{2}{\lambda}t}$, $\bar{a} = \bar{r}$, $a_L = \bar{r}\sqrt{\frac{2}{\lambda}t}$. В этом случае критический радиус b и число зёрен в единице объёма $N(t)$ определяются выражениями $b = \frac{\lambda}{\lambda+1}\sqrt{\frac{2}{\lambda}t}$, $N(t) \sim \frac{1}{a_L^3} = \left(\frac{2}{\lambda}t\right)^{-3/2}$. Отметим, что временные зависимости среднего радиуса $\bar{a}$, критического радиуса b и $N(t)$ такие же, как в [3].

Библиографический список

1. **Желтов, Ю.В.** О кинетике растворения железа в расплавах меди и олова / Ю.В. Желтов [и др.] // Известия АН СССР. Металлы. 1988. № 3. С. 52.
2. **Лифшиц, И.М.** О кинетике диффузионного распада пересыщенных твёрдых растворов / И.М. Лифшиц, В.В. Слёзов // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. № 2. С. 479.
3. **Кукушкин, С.А.** Дифференциальные системы на поверхности твёрдых тел: механизмы образования тонких плёнок / С.А. Кукушкин, В.В. Слёзов. – СПб.: Наука, 1966.
4. **Slezov, V.V.** Theory of Diffusive Decomposition of Solid Solution // Sov. Sci, Sec A: Physics. 1955. № 17. P. 211.
5. **Кукушкин, С.А.** Кинетика фазовых переходов первого рода на асимптотической стадии / С.А. Кукушкин, А.В. Осипов // ЖЭТФ. 1988. Т. 113. С. 2193.
6. **Морозов, В.П.** Кинетика роста зёрен на поздней стадии коалесценции / В.П. Морозов, И.Л. Максимов // Неорганические материалы. 1999 Т. 35. С. 1021.

Дата поступления
в редакцию 02.05.2012

V.P. Morozov

THE KINETICS OF GRAIN GROWTH IN A SUPERSATURATED HOMOGENEOUS SOLUTE

National Investigate University Higher School of Economics

Purpose: Finding the asymptotic solution of a system of integrodifferential equations describing the growth and dissolution of the solid phase in the melts

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} f\frac{da}{dt} = 0, \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{b_{min}} - \rho\int a^3 f(a,t)da, \quad \frac{da}{dt} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a},$$

where $f(a, t)$ – the density of grains of radius a, b – a critical radius. These equations are valid in the case where the kinetics of grain growth is controlled by the dissolution rate. Furthermore, it is natural to assume that during the initial moment of time there is the maximum size of grains L.

Approach: Research was performed in the variables $r = a/a_L$, $\tau = \int_0^t \frac{dt'}{a_L^2}$, where $a_L = a(L, t)$ – the maximum grain size at time t in which the asymptotic decision is rather easily.

Findings: The distribution density $f(r, \tau) = \rho(r)\, N(\tau)$ is found in variables r, τ at $\tau >> 1$. At initial distribution $f(a_0, 0) \sim (L - a_0)^m$ $(a_0 \sim L)$ density $\rho(r)$ essentially differs from classical Lifshits-Slezov distribution. Types of initial distributions which lead to classical results are defined. Temporary dependences of average radius, critical radius and number of grains in unit of volume are found.

Originality: Results of investigation are new and can be used for a forecast of behavior various melts (for example, in a cooling cover of nuclear reactors).

Key words: coalescence, the critical radius, the rate of dissolution, diffusion.