

УДК 621.385.632

АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ ТИПА ЦЕПОЧЕК СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ ВБЛИЗИ ГРАНИЦ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

© 2012 г. С. В. Мухин

Московский институт электроники и математики,
Национального исследовательского университета “Высшая школа экономики” (МИЭМ НИУ ВШЭ)
Российская Федерация, 109028 Москва, Б. Трехсвятительский пер., 3
E-mail: mukhin_sergey@yahoo.com
Поступила в редакцию 19.04.2012 г.

Осуществлен электродинамически обоснованный выбор модели резонаторных замедляющих систем, одинаково пригодной для описания электродинамических характеристик и возбуждения заданным током. Показана возможность расчета электродинамических характеристик резонаторных замедляющих систем по результатам 3D-моделирования. Приведены результаты расчета электродинамических характеристик для замедляющих систем с двумя и четырьмя портами.

ВВЕДЕНИЕ

Устройства СВЧ средней и большой мощности, предназначенные для усиления и генерации электромагнитных колебаний, базируются на использовании электровакуумных приборов (ЭВП) СВЧ разнообразных типов и, в частности, ламп бегущей волны (ЛБВ) с дискретным взаимодействием на основе резонаторных замедляющих систем. Исследование и разработка таких приборов представляет собой важное направление науки и техники, в развитии которого сегодня остро нуждаются как оборонные, так и многие гражданские отрасли.

Новые требования, предъявляемые к этим приборам СВЧ, предусматривают укорочение длины волны, увеличение мощности и КПД, расширение рабочей полосы частот, что требует создания и новых средств проектирования, и новых принципов построения.

Для моделирования процессов в ЭВП СВЧ разработан ряд программных комплексов, опирающихся на прямое численное решение уравнений Максвелла и уравнений движения электронов, анализирующих прибор в комплексе с использованием новых возможностей вычислительной техники по быстродействию и объему памяти. К ним можно отнести программы “Карат”, MAFIA 3D, MAGIC 3D и другие. Такие программы дают возможность детального анализа микропроцессов взаимодействия электронных пучков с полем, однако требуют большого времени расчета даже для простых конфигураций электродинамических систем, что ограничивает их возможности при проектировании ЭВП СВЧ с реальными замедляющими системами.

Новые возможности для проектирования и разработки приборов открываются при создании методов расчета и программ для комплексного анализа процессов нелинейного взаимодействия электронов с электромагнитным полем в сочетании с расчетом электродинамических систем, определяющих характеристики этого поля. Такой подход дает возможность моделировать и проектировать приборы – от геометрии замедляющих систем до выходных высокочастотных характеристик – в едином цикле, создает основу для интерактивного проектирования и создания приборов с качественно новыми характеристиками.

Для развития этого направления необходима разработка моделей резонаторных замедляющих систем, возбуждаемых заданным током, которые адекватно описывают их электродинамические характеристики и процессы дискретного взаимодействия электронов и поля в них и позволяют строить на их основе макромодели приборов.

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕКЦИИ ЛБВ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ТОКОМ

Особенности взаимодействия электронов и поля в ЛБВ с резонаторными замедляющими системами определяются характером распределения полей в такой системе. Поскольку амплитуды полей вдоль резонаторной замедляющей системы изменяются от максимального значения в зазоре взаимодействия до минимального в пролетном канале, взаимодействие электронного пучка с полем происходит дискретно в ограниченных областях. Наиболее общим при решении задач данного типа является дискретный подход.

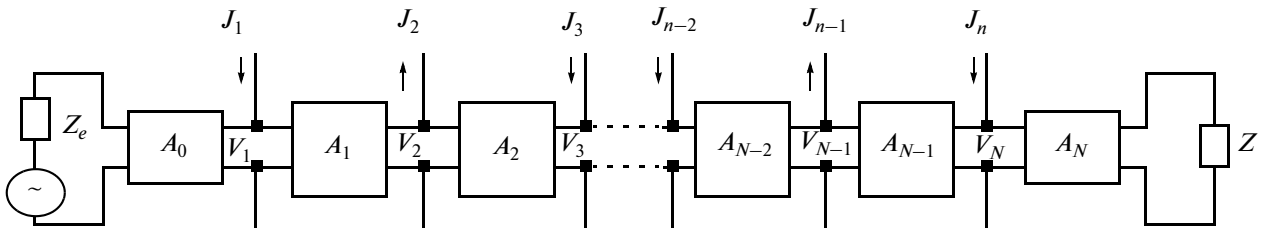


Рис. 1. Модель секции ЛБВ, составленная из шестиполюсников.

Анализ методов решения задачи дискретного взаимодействия в ЛБВ с резонаторными замедляющими системами [1–7] показывает многообразие форм уравнений возбуждения. Они сформулированы в двух формах – дифференциальной и интегральной. Интегральная форма может быть получена независимо либо из дифференциальной формы уравнения возбуждения. При дискретном подходе аналогом дифференциальной формы является разностная форма уравнений возбуждения, а интегральной – форма в виде конечного ряда. Исследования, проведенные в работе [8], показали, что с помощью формальных преобразований известные уравнения возбуждения сводятся к конечно-разностным уравнениям двух типов:

$$\begin{aligned} V_{n+1} - (A_{11} + A_{22})V_n + V_{n-1} = & \\ = [(A_{13}A_{31} + A_{32}A_{23}) - (A_{11} + A_{22})A_{33}]J_n + & \\ + A_{33}(J_{n-1} + J_{n+1}) - [A_{31}(A_{13}A_{22} - A_{23}A_{12}) - & \\ - A_{32}(A_{13}A_{21} - A_{23}A_{11})]J_{n-1}, & \end{aligned} \quad (1)$$

$$V_{k+1} - (A_{11} + A_{22})V_k + V_{k-1} = -A_{12}J_k. \quad (2)$$

Коэффициенты этих уравнений могут быть выражены через коэффициенты матрицы передачи шестиполюсника, моделирующего ячейку резонаторной ЗС, возбуждаемую током. Обосновать использование той или иной математической модели при описании дискретного взаимодействия позволяет разностная форма электродинамической теории возбуждения [9].

Для описания ЛБВ с дискретным взаимодействием, в которых фаза поля в зазорах взаимодействия в продольном направлении остается постоянной, электродинамически обоснованным является использование разностного уравнения (2). Этому уравнению соответствует шестиполюсник, у которого входы возбуждения полем и током объединены. Секция ЛБВ, возбуждаемая заданным током, в этом случае моделируется цепочкой таких шестиполюсников (рис. 1), что позволяет легко учитывать граничные условия на концах секции и отражения, возникающие при объединении в секцию неидентичных ячеек.

Адекватность математической модели дискретного взаимодействия определяется точно-

стью задания коэффициентов конечно-разностного уравнения, имеющих определенный электродинамический смысл и определяемых через коэффициенты матрицы передачи четырехполюсника, который получается из шестиполюсника в отсутствие возбуждающего тока. Этот четырехполюсник, в свою очередь, является математической моделью ячейки резонаторной ЗС. Его коэффициенты определяют точность восстановления электродинамических характеристик моделируемой резонаторной замедляющей системы. Таким образом, их правильный выбор обеспечивает одновременно адекватное описание процессов дискретного взаимодействия в ЛБВ и электродинамических процессов в замедляющей системе.

2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЯЧЕЙКИ РЕЗОНАТОРНОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ МНОГОПОЛЮСНИКОМ

Цельнометаллические резонаторные замедляющие системы (ЗС) представляют собой линии передачи, образованные соединением в цепочку ячеек с идентичной структурой (рис. 2). Ячейки соединены между собой волноведущими каналами, которые можно разделить на входные в сечении S_α^1 ($\alpha = 1, 2, \dots, k$) и выходные в сечении S_α^2 ($\alpha = 1, 2, \dots, l$). Поскольку ЗС периодичны, расстояние между входным S_α^1 и выходным S_α^2 сечениями ячейки равно периоду ЗС D , число входных каналов всегда равно числу выходных каналов ($k = l = N$).

Полные тангенциальные поля $\vec{E}_\alpha^t(x, y, z)$ и $\vec{H}_\alpha^t(x, y, z)$ во входных и выходных сечениях $S_\alpha^{(2)}$ представляют собой суперпозицию бесконечного числа типов волн, которые свойственны соответствующему волноведущему каналу.

Согласно [10] имеем

$$\begin{aligned} \vec{E}_\alpha^t(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{E}_{n(\alpha)}^t(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_{n(\alpha)}(z) \vec{e}_{n(\alpha)}(x, y), \\ \vec{H}_\alpha^t(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{H}_{n(\alpha)}^t(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_{n(\alpha)}(z) \vec{h}_{n(\alpha)}(x, y), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\vec{e}_{n(\alpha)}(x, y)$, $\vec{h}_{n(\alpha)}(x, y)$ – известные векторные функции распределения электрического и магнитного полей для n -го типа волны в поперечном сечении канала, зависящие от поперечных координат x, y ; $a_{n(\alpha)}(z)$, $b_{n(\alpha)}(z)$ – комплексные амплитуды функций поперечных векторов, которые включают в себя зависимость от продольной координаты z ; $n(\alpha)$ – номер собственной волны в канале с номером α .

Учитывается только конечное число членов в разложениях (3). В каждом канале в сечении S_α суммируются N собственных волн ($n = 1, 2, \dots, N$):

$$\begin{aligned} \vec{E}_\alpha^{\tau N}(x, y, z) &= \sum_{n=1}^N a_{n(\alpha)}(z) \vec{e}_{n(\alpha)}(x, y), \\ \vec{H}_\alpha^{\tau N}(x, y, z) &= \sum_{n=1}^N b_{n(\alpha)}(z) \vec{h}_{n(\alpha)}(x, y). \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку ячейка ЗС является пассивным линейным объектом, комплексные амплитуды $a_{n(\alpha)}(z)$, $b_{n(\alpha)}(z)$ на ее входе и выходе связаны линейным оператором [11], определяемым матрицей передачи \mathbf{A}^N .

Связь между компонентами полей на обеих границах $S_a^{1,2}$ задается в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \dots \\ \vec{b}_1 \end{pmatrix} = \mathbf{A}^N \begin{pmatrix} \vec{a}_2 \\ \dots \\ \vec{b}_2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $\vec{a}_{1(2)}$, $\vec{b}_{1(2)}$ – векторы, составленные из комплексных амплитуд в сечениях $S_a^{1,2}$; \mathbf{A}^N – матричный линейный оператор вида

$$\mathbf{A}^N = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{12N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{22N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{2N1} & A_{2N2} & \dots & A_{2N2N} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Если элементы матричного оператора \mathbf{A}^N известны, то ЗС полностью формализована и можно определить все ее электродинамические характеристики.

Тангенциальные составляющие поля в сечениях $S_a^{1,2}$, задаваемые выражением (4), полностью определяют поле нормальной волны во всем объеме ячейки. В сечениях S_a^1 и S_a^2 они связаны условиями Флоке [12]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_\alpha^{\tau N}(x, y, z) &= \vec{E}_\alpha^{\tau N}(x, y, z + D) \exp(ih_n D), \\ \vec{H}_\alpha^{\tau N}(x, y, z) &= \vec{H}_\alpha^{\tau N}(x, y, z + D) \exp(ih_n D), \end{aligned} \quad (7)$$

где h_n – постоянная распространения n -й нормальной волны в ячейке с периодом D . Условие

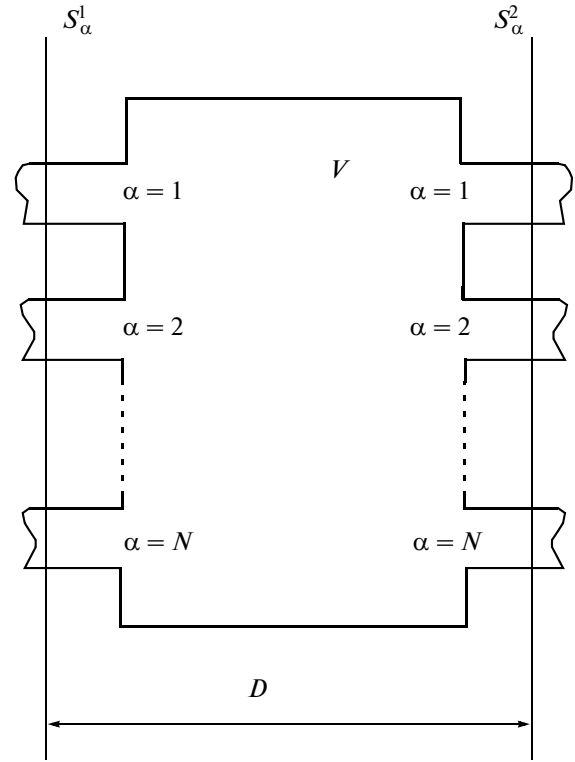


Рис. 2. Формализованное представление ячейки замедляющей системы. S_α^1, S_α^2 – входное и выходное сечение ячейки соответственно, α – номер канала, D – период ЗС.

(7) с учетом (5) записывается относительно векторов комплексных амплитуд в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_2 \\ \dots \\ \vec{b}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \dots \\ \vec{b}_1 \end{pmatrix} \cdot \exp(-ih_n D). \quad (8)$$

Из выражения (8) с учетом (5), исключив \vec{a}_2 и \vec{b}_2 , получим

$$\mathbf{A}^N \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \dots \\ \vec{b}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \dots \\ \vec{b}_1 \end{pmatrix} \cdot \exp(-ih_n D). \quad (9)$$

Выражение (9) является алгебраической формулировкой задачи о собственных волнах исследуемой замедляющей системы при представлении ее ячейки $2N$ -полюсником, который описывается линейным матричным оператором \mathbf{A}^N .

Нетривиальное решение системы уравнений (9) существует, если выполняется условие [13]

$$\det(\mathbf{A}^N - \lambda^N \mathbf{E}) = 0, \quad (10)$$

где $\lambda^N = \exp(-ih_n D)$ – собственные числа матрицы передачи \mathbf{A}^N , дающие возможность определять постоянные распространения h_n $2N$ -полюсника,

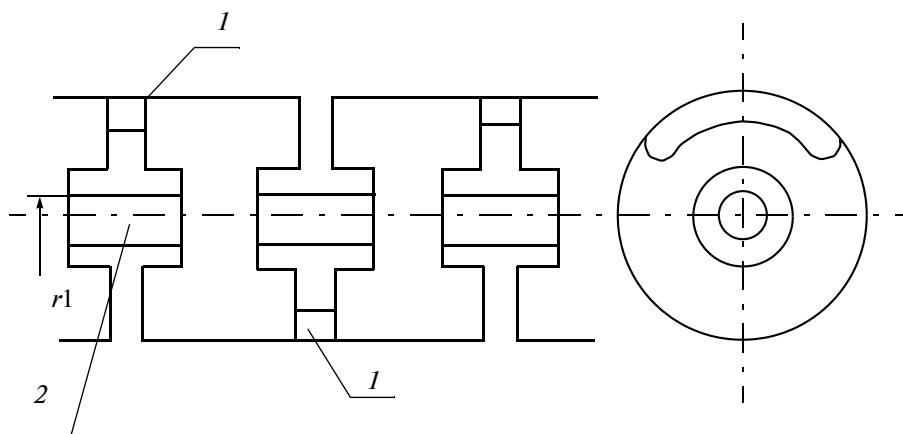


Рис. 3. Аксиально-симметричная замедляющая система типа ЦСР: 1 – щели связи, 2 – пролетный канал, r_1 – радиус пролетного канала.

моделирующего ячейку ЗС; E – единичная матрица.

Согласно [13] выражение (10) является дисперсионным уравнением нормальных волн $2N$ -полюсника. Дисперсионное уравнение вида $\varphi = f(\omega)$ получается из (10), поскольку элементы матричного оператора A^N зависят от частоты ω .

Если при моделировании свойств ЗС, имеющих один входной и один выходной каналы, учитывать одну нормальную волну, то матричный оператор A^N является матрицей передачи четырехполюсника (A), и выражение (10) принимает вид [14]

$$\begin{vmatrix} A_{11} - \lambda^{1,2} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} - \lambda^{1,2} \end{vmatrix} = 0, \quad (11)$$

где A_{ij} – элементы матрицы передачи четырехполюсника (A).

Собственные векторы матрицы передачи A^N вместе с выражением (4) определяют поперечные электромагнитные поля, отвечающие собственным волнам в $2N$ -полюснике, моделирующем ячейку замедляющей системы, и могут быть использованы для определения характеристического сопротивления линии передачи.

Таким образом, электродинамические характеристики замедляющей системы могут быть определены, если известны элементы матрицы передачи A^N , полученной в результате формализации ячейки.

Элементы матрицы передачи можно определить с помощью трехмерного моделирования. Результат расчета представляет собой S -матрицу или эквивалентные ей Y - и Z -матрицы. С помощью формул перехода можно преобразовать S -, Z -матрицы в A -матрицу и рассчитать электродинамические характеристики.

3. АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАТОРНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ С ДВУМЯ ПОРТАМИ, ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

Были рассмотрены аксиально-симметричные замедляющие системы типа цепочек связанных резонаторов (ЦСР) (рис. 3). Связь между резонаторами в такой ЗС осуществляется через щели связи (1) и пролетный канал (2). Связью через пролетный канал можно пренебречь в предположении, что он закрыт сеткой.

3D-Модель замедляющей системы представлена на рис. 4а. Модель представляет собой период замедляющей системы между двумя зазорами взаимодействия. Разрез произведен перпендикулярно направлению распространения СВЧ-энергии. Модель имеет два порта, которые можно представить стенками магнитной симметрии.

Расчет можно осуществить с помощью программы ISFELD или других программ 3D-моделирования. В результате получается набор Z -матриц, рассчитанных для заданных частот.

Алгоритм обработки данных трехмерного моделирования включает:

1. Ввод исходных данных из файла.
2. Преобразование исходной Z -матрицы в A -матрицу.
3. Определение собственных чисел A -матрицы.
4. Определение собственных векторов A -матрицы.
5. Расчет набега фазы на ячейку и характеристического сопротивления соответствующего порта ЗС.
6. Представление графических материалов.

В качестве программной среды для обработки данных трехмерного моделирования был использован MathCAD. Данный математический пакет

обладает всеми необходимыми функциями для решения поставленной задачи, а именно: считывание данных из файлов, операции с матрицами, расчет собственных значений и векторов матриц, построение графиков.

Для преобразования Z -матриц в эквивалентные A -матрицы используется матрица перехода.

$$A0_j = \begin{pmatrix} \frac{z11_j - z21_j z12_j + z11_j z22_j}{z21_j} & z21_j \\ 1 & \frac{z22_j}{z21_j} \\ z21_j & z21_j \end{pmatrix}, \quad (12)$$

здесь $z11, z22, z12, z21$ – элементы Z -матрицы.

После получения A -матрицы рассчитываются ее собственные числа с использованием функции

$$LV_j = \text{eigenvals}(A0_j). \quad (13)$$

Собственные числа являются комплексными. В данном простейшем случае A -матрица имеет размерность 2×2 , в результате получаем два собственных числа $\exp(\mp\alpha \pm j\varphi)$. Мнимая часть натурального логарифма собственного числа соответствует набегу фазы на ячейку. Действительная часть логарифма соответствует реактивному затуханию. Если возьмем логарифм от двух собственных чисел, то результат будет отличаться только знаком. Поэтому для удобства построения графиков значения набегу фазы и затухания берутся по модулю. После того как были получены собственные числа, можно приступить к расчету характеристического сопротивления. Для этого находим собственные векторы

$$\begin{aligned} VV_j &= \text{eigenvec}[A0_j, (LV_j)_0]; \\ VV1_j &= \text{eigenvec}[A0_j, (LV_j)_1], \end{aligned} \quad (14)$$

соответствующие двум собственным числам. Каждому собственному числу соответствует собственный вектор, определяющий напряжение и ток в сечении порта.

Отношение напряжения и тока для первого и второго собственных чисел дает характеристические сопротивления соответственно для прямой и обратной волны:

$$\begin{aligned} R0_j &= \text{Re} \left(\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} \right), \quad I0_j = \text{Im} \left(\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} \right), \\ R1_j &= \text{Re} \left(\frac{(VV1_j)_0}{(VV1_j)_1} \right), \quad I1_j = \text{Im} \left(\frac{(VV1_j)_0}{(VV1_j)_1} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 5а представлены набег фазы на ячейку и реактивное затухание аксиально-симметричной ЗС без учета связи через пролетный канал. На рис. 5б – модули характеристического сопротивления прямой и обратной волны. На рис. 5в, 5г приведен более подробный расчет характеристического сопротивления в полосах пропускания и

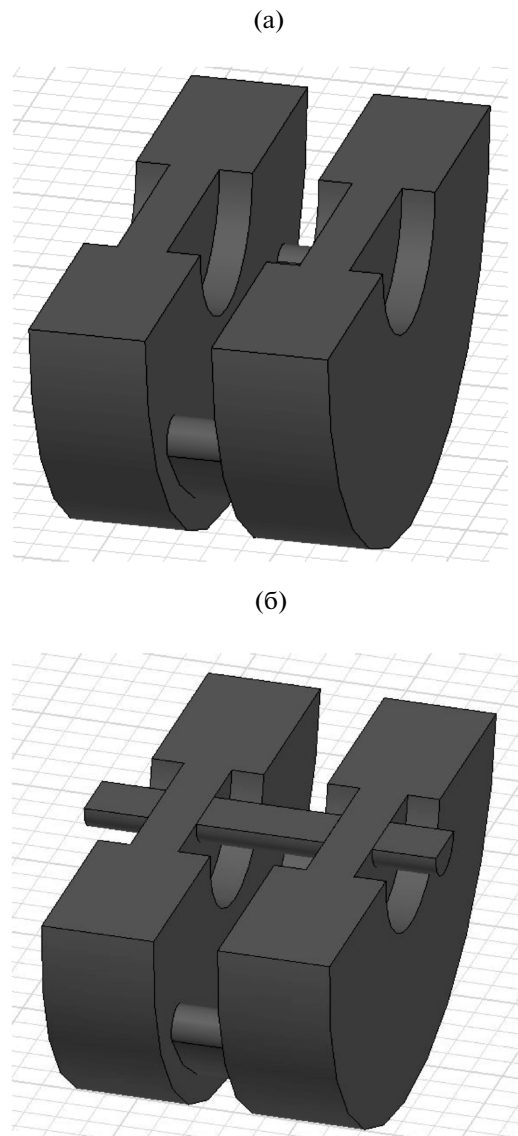


Рис. 4. Модели ячейки аксиально-симметричной ЗС при сечении по зазорам взаимодействия: а – без пролетного канала, б – с пролетным каналом.

на границе полосы пропускания у границы π -вида. Анализ характеристического сопротивления (рис. 5б–5г) показывает, что оно комплексно во всей рассматриваемой области и ограничено на границах полосы пропускания.

Для определения сопротивления связи рассматривается возбуждение ЗС заданным током J , включенным на отрезке зазора взаимодействия (рис. 6). На этом рисунке Z_1 и Z_2 обозначают входные импедансы отброшенных частей эквивалентной системы, для бесконечной системы $Z_1 = Z_2$.

Входная проводимость в точке включения источника тока определяется соотношением

$$Y_{\text{вх}} = \frac{1}{Z^+} + \frac{1}{Z^-}, \quad (16)$$

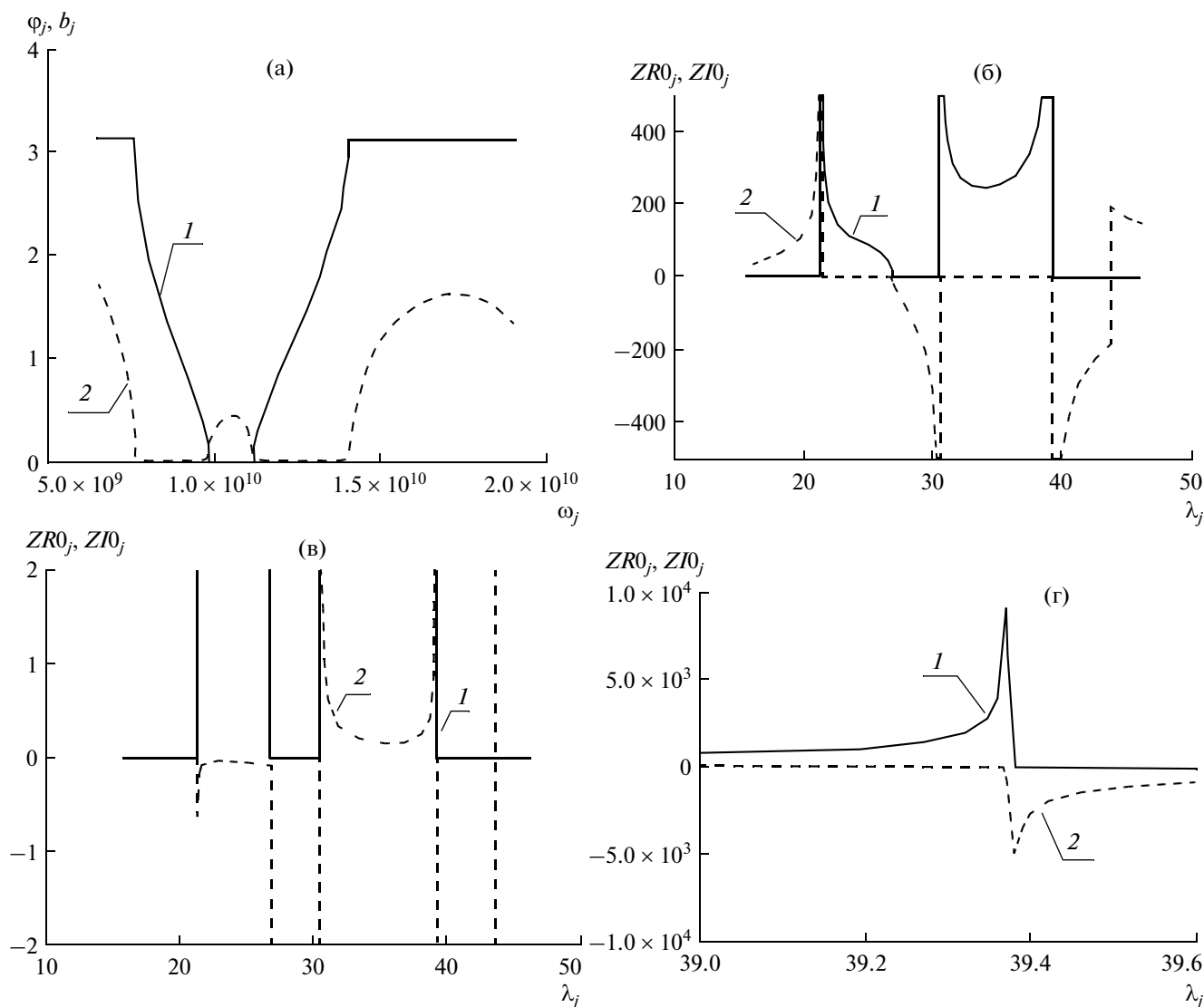


Рис. 5. Набег фазы φ_j (1) и реактивное затухание b_j (2) прямой волны на ячейке аксиально-симметричной ЗС без учета пролетного канала (а); действительная $ZR0_j$ (1) и мнимая $ZI0_j$ (2) части характеристического сопротивления прямой волны аксиально-симметричной ЗС без учета пролетного канала (б, в, г), приведены различные масштабы.

где Z^+ , Z^- – характеристические входные сопротивления, пересчитанные слева и справа к точке возбуждения z' .

С учетом того, что напряжение на зазоре $U = E_0 d$, а мощность волны, бегущей от точки возбуждения z' , $P = U^2 \operatorname{Re} Y_{\text{вх}}$, сопротивление связи вычисляется по формуле

$$R_p = \frac{M_p^2}{\operatorname{Re} Y_{\text{вх}} \varphi_k^2}; \quad M_p = RM \frac{\sin(\varphi_p d / 2D)}{\varphi_p d / 2D}, \quad (17)$$

где E_0 – амплитуда поля в зазоре, RM – коэффициент формы зазора, φ_p – набег фазы на ячейку ЗС (p – номер пространственной гармоники).

4. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗОНАТОРНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ С ЧЕТЫРЬМА ПОРТАМИ

Для исследования влияния пролетного канала на дисперсионные характеристики ЗС использовались трехмерные модели ячеек этих систем, разрезанных по зазору взаимодействия (см. рис. 4б). Ячейка ЗС в этом случае имеет два входных и два выходных порта, т.е. ячейка моделируется восьмиполосником. Для преобразования Z -матрицы в A -матрицу в этом случае использовался вариант программы, в котором матрица перехода имеет размерность 4×4 (18).

$$A_0 := \left(\begin{array}{c} \frac{z_{22} \cdot z_{32} \cdot z_{24} - z_{32} \cdot z_{22} \cdot z_{14}}{z_{12} \cdot z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} - \frac{z_{21} + z_{11} \cdot z_{22}}{z_{12}} + \frac{-z_{24} \cdot z_{11} \cdot z_{32} + z_{24} \cdot z_{31} \cdot z_{12}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} + \frac{z_{22} \cdot z_{11} \cdot z_{32} - z_{31} \cdot z_{22} \cdot z_{14}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} + \frac{z_{12} \cdot z_{24} - z_{22} \cdot z_{14}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} - z_{13} \cdot z_{32} \cdot z_{24} + z_{33} \cdot z_{12} \cdot z_{24} + \frac{z_{32} \cdot z_{13} \cdot z_{22} \cdot z_{14}}{z_{12}} - z_{33} \cdot z_{22} \cdot z_{14} \\ \frac{1 + z_{34} \cdot z_{12} - z_{12} - z_{14} \cdot z_{32} \cdot z_{12}}{z_{12} \cdot z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32} \cdot z_{12}} + \frac{z_{32} \cdot z_{14}}{z_{12} \cdot z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32} \cdot z_{12}} + \frac{z_{11} + z_{34} \cdot z_{12} - z_{12} - z_{14} \cdot z_{32} \cdot z_{12}}{z_{12} \cdot z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32} \cdot z_{12}} + \frac{z_{22} \cdot z_{11} \cdot z_{32} - z_{31} \cdot z_{22} \cdot z_{14}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} + \frac{-z_{14}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} \\ \frac{z_{42}}{z_{12}} + \frac{z_{14} \cdot z_{42} \cdot z_{32} - z_{32} \cdot z_{44}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} - \frac{z_{42} \cdot z_{11} \cdot z_{34} - z_{42} \cdot z_{14} \cdot z_{31} - z_{32} \cdot z_{44} \cdot z_{11} + \frac{z_{32} \cdot z_{44} \cdot z_{14} \cdot z_{31}}{z_{34}}}{z_{12} \cdot z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} - \frac{z_{41} + z_{31} \cdot z_{44}}{z_{34}} - \frac{z_{12} \cdot z_{34} - z_{14} \cdot z_{32}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} + \frac{-z_{11} \cdot z_{32} + z_{31}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} + \frac{1}{z_{34} - \frac{z_{14} \cdot z_{32}}{z_{12}}} \\ \frac{-z_{32}}{z_{34} \cdot z_{12} - z_{14} \cdot z_{32}} \end{array} \right) \cdot (18)$$

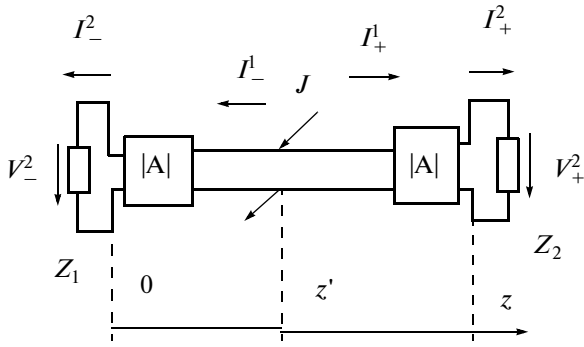


Рис. 6. Возбуждение ячейки ЦСР заданным током J .

Такая матрица имеет четыре собственных значения, соответствующих четырем модам

$$LV_j = \text{eigenvals}(\mathbf{A0}_j). \quad (19)$$

Два собственных числа соответствуют прямой и обратной волнам, распространяющимся по замедляющей системе. Мнимая часть логарифма этих чисел определяет набег фазы на ячейке ЗС, действительная часть — реактивное затухание (рис. 8а). Логарифм двух других собственных чисел определяет реактивное затухание и набег фазы на ячейку двух резонаторных мод (рис. 8б). На-

бег фазы в этом случае составляет либо 0, либо π и может изменяться скачком.

Четырем собственным значениям матрицы соответствуют четыре собственных вектора

$$VV_j = \text{eigenvec}[\mathbf{A0}_j, (LV_j)_0],$$

$$VV1_j = \text{eigenvec}[\mathbf{A0}_j, (LV_j)_1],$$

$$VV2_j = \text{eigenvec}[\mathbf{A0}_j, (LV_j)_2],$$

$$VV3_j = \text{eigenvec}[\mathbf{A0}_j, (LV_j)_3],$$

которые могут быть использованы для определения характеристических сопротивлений модели:

$$\begin{aligned} 1R_j &= \text{Re} \left(\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} \right) & 1I_j &= \text{Im} \left(\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} \right) \\ 1R1_j &= \text{Re} \left(\frac{(VV1_j)_0}{(VV1_j)_1} \right) & 1I1_j &= \text{Im} \left(\frac{(VV1_j)_0}{(VV1_j)_1} \right), \\ 1R2_j &= \text{Re} \left(\frac{(VV2_j)_0}{(VV2_j)_1} \right) & 1I2_j &= \text{Im} \left(\frac{(VV2_j)_0}{(VV2_j)_1} \right) \\ 1R3_j &= \text{Re} \left(\frac{(VV3_j)_0}{(VV3_j)_1} \right) & 1I3_j &= \text{Im} \left(\frac{(VV3_j)_0}{(VV3_j)_1} \right); \end{aligned} \quad (20)$$

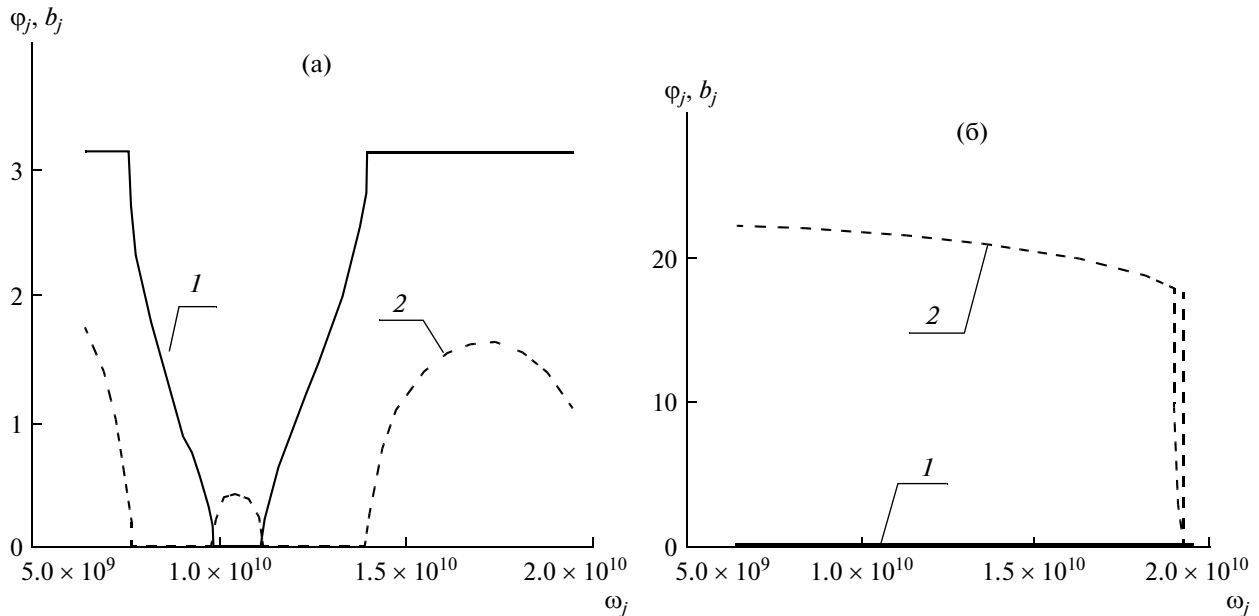


Рис. 7. Набег фазы φ_j (1) и реактивное затухание b_j (2) прямой волны на ячейке ЗС с учетом пролетного канала (а); набег фазы φ_j и реактивное затухание b_j резонансной моды (б).

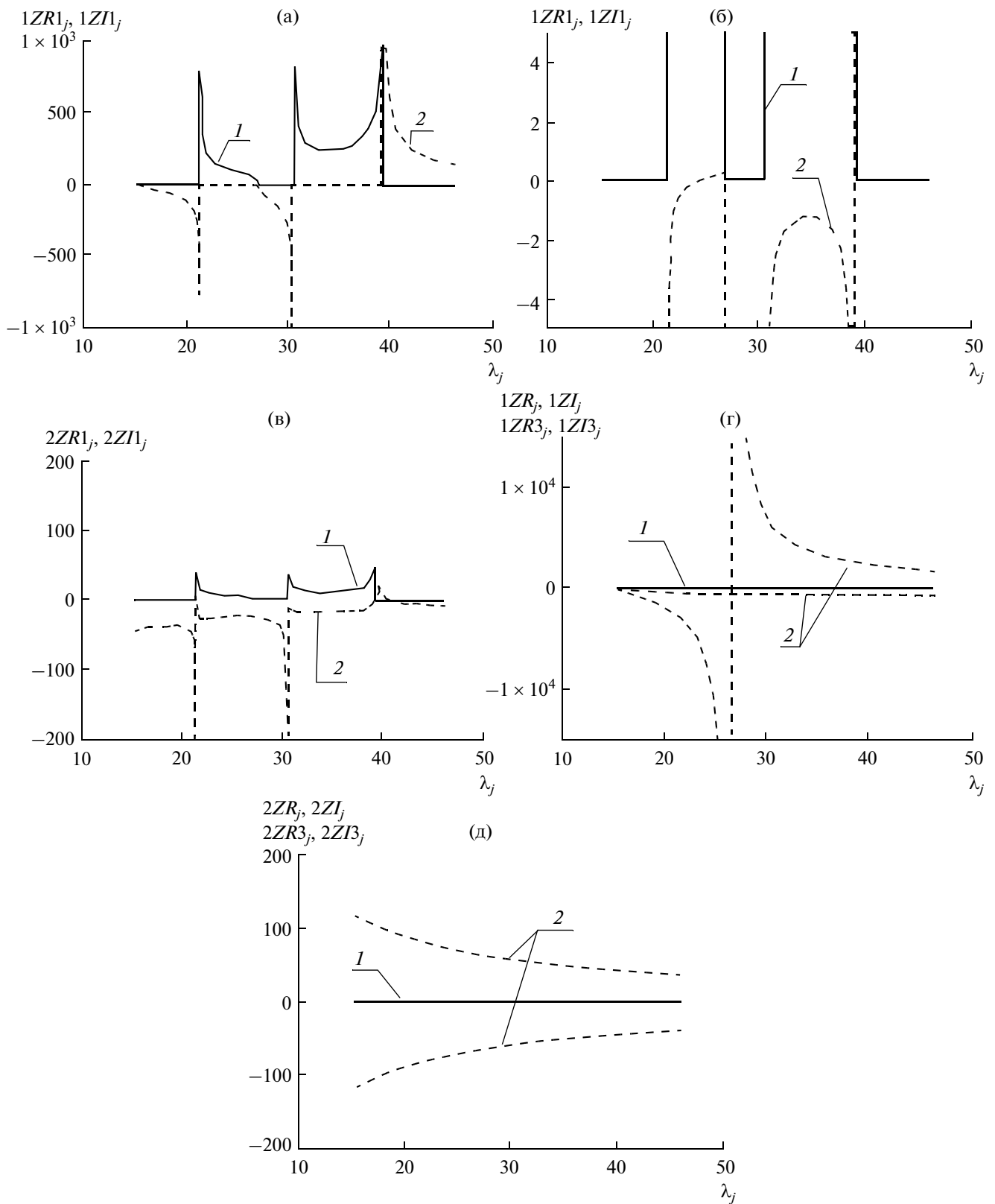


Рис. 8. Действительная $1ZR1_j$ (1) и мнимая $1ZI1_j$ (2) части характеристического сопротивления прямой волны в зазоре взаимодействия (а, б) (графики приведены в разных масштабах); действительная $1ZR2_j$ (1) и мнимая $1ZI2_j$ (2) части характеристического сопротивления прямой волны в пролетном канале (в); действительные $1ZR_j, 1ZR3_j$ (1) и мнимые $1ZI_j, 1ZI3_j$ (2) части характеристического сопротивления резонансных мод в зазоре взаимодействия (г); действительные $2ZR_j, 2ZR3_j$ (1) и мнимые $2ZI_j, 2ZI3_j$ (2) части характеристического сопротивления резонансных мод в пролетном канале (д).

$$\begin{aligned}
 2R_j &= \operatorname{Re} \left(\frac{(VV_j)_2}{(VV_j)_3} \right) & 2I_j &= \operatorname{Im} \left(\frac{(VV_j)_2}{(VV_j)_3} \right) \\
 2R1_j &= \operatorname{Re} \left(\frac{(VV1_j)_2}{(VV1_j)_3} \right) & 2I1_j &= \operatorname{Im} \left(\frac{(VV1_j)_2}{(VV1_j)_3} \right), \\
 2R2_j &= \operatorname{Re} \left(\frac{(VV2_j)_2}{(VV2_j)_3} \right) & 2I2_j &= \operatorname{Im} \left(\frac{(VV2_j)_2}{(VV2_j)_3} \right) \\
 2R3_j &= \operatorname{Re} \left(\frac{(VV3_j)_2}{(VV3_j)_3} \right) & 2I3_j &= \operatorname{Im} \left(\frac{(VV3_j)_2}{(VV3_j)_3} \right).
 \end{aligned} \quad (21)$$

Действительные и мнимые части характеристических сопротивлений мод зазора взаимодействия вычисляются по формулам (20), пролетного канала – (21). Результаты расчета характеристического сопротивления прямой волны в зазоре взаимодействия представлены на рис. 8а, 8б. Из рисунка видно, что характеристическое сопротивление внутри полосы пропускания комплексно, а за границей полосы – мнимо; на границах полосы пропускания оно ограничено. Характеристическое сопротивление обратной волны отличается только знаком. На рис. 8в представлено характеристическое сопротивление прямой волны в пролетном канале. На рис. 8г, 8д представлены характеристические сопротивления резонансных мод в зазоре взаимодействия (в) и пролетном канале (д). Они чисто мнимые.

При расчете возбуждения ячейки заданным током целесообразно рассматривать полное характеристическое сопротивление, которое можно рассчитать по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 ZR_j &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} + \frac{(VV3_j)_0}{(VV3_j)_1} + \frac{(VV1_j)_0}{(VV1_j)_1}} \right] \\
 ZIR_j &= \operatorname{Im} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} + \frac{(VV3_j)_0}{(VV3_j)_1} + \frac{(VV1_j)_0}{(VV1_j)_1}} \right], \\
 ZR1_j &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} + \frac{(VV3_j)_0}{(VV3_j)_1} + \frac{(VV2_j)_0}{(VV2_j)_1}} \right] \\
 ZIR1_j &= \operatorname{Im} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_0}{(VV_j)_1} + \frac{(VV3_j)_0}{(VV3_j)_1} + \frac{(VV2_j)_0}{(VV2_j)_1}} \right];
 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 ZR2_j &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_3}{(VV_j)_2} + \frac{(VV3_j)_3}{(VV3_j)_2} + \frac{(VV1_j)_3}{(VV1_j)_2}} \right] \\
 ZIR2_j &= \operatorname{Im} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_3}{(VV_j)_2} + \frac{(VV3_j)_3}{(VV3_j)_2} + \frac{(VV1_j)_3}{(VV1_j)_2}} \right], \\
 ZR3_j &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_3}{(VV_j)_2} + \frac{(VV3_j)_3}{(VV3_j)_2} + \frac{(VV2_j)_3}{(VV2_j)_2}} \right] \\
 ZIR3_j &= \operatorname{Im} \left[\frac{1}{\frac{(VV_j)_3}{(VV_j)_2} + \frac{(VV3_j)_3}{(VV3_j)_2} + \frac{(VV2_j)_3}{(VV2_j)_2}} \right],
 \end{aligned} \quad (23)$$

здесь ZR_j, ZIR_j – действительная и мнимая часть полного характеристического сопротивления прямой волны зазора взаимодействия, $ZR1_j, ZIR1_j$ – действительная и мнимая часть полного характеристического сопротивления обратной волны зазора взаимодействия, $ZR2_j, ZIR2_j$ – действительная и мнимая часть полного характеристического сопротивления прямой волны пролетного канала, $ZR3_j, ZIR3_j$ – действительная и мнимая часть характеристического сопротивления обратной волны пролетного канала.

Результаты расчета полных характеристических сопротивлений для аксиально-симметричной ЗС представлены на рис. 9а, 9б.

Как видно из рис. 9а, 9б, полное характеристическое сопротивление зазора взаимодействия комплексно во всей области определения. Особенности действительной части сопротивления на границе полосы пропускания исчезают. При увеличении радиуса пролетного канала величина действительной части сопротивления уменьшается. Вне полос пропускания полное характеристическое сопротивление остается чисто мнимым, но ограниченным на границах полос пропускания. В полосах непропускания появляются дополнительные резонансы.

Полное характеристическое сопротивление пролетного канала представлено на рис. 10. Как видно из рисунка, полное характеристическое сопротивление этого порта имеет комплексное сопротивление с минимальной действительной частью. При увеличении радиуса пролетного канала действительная часть растет.

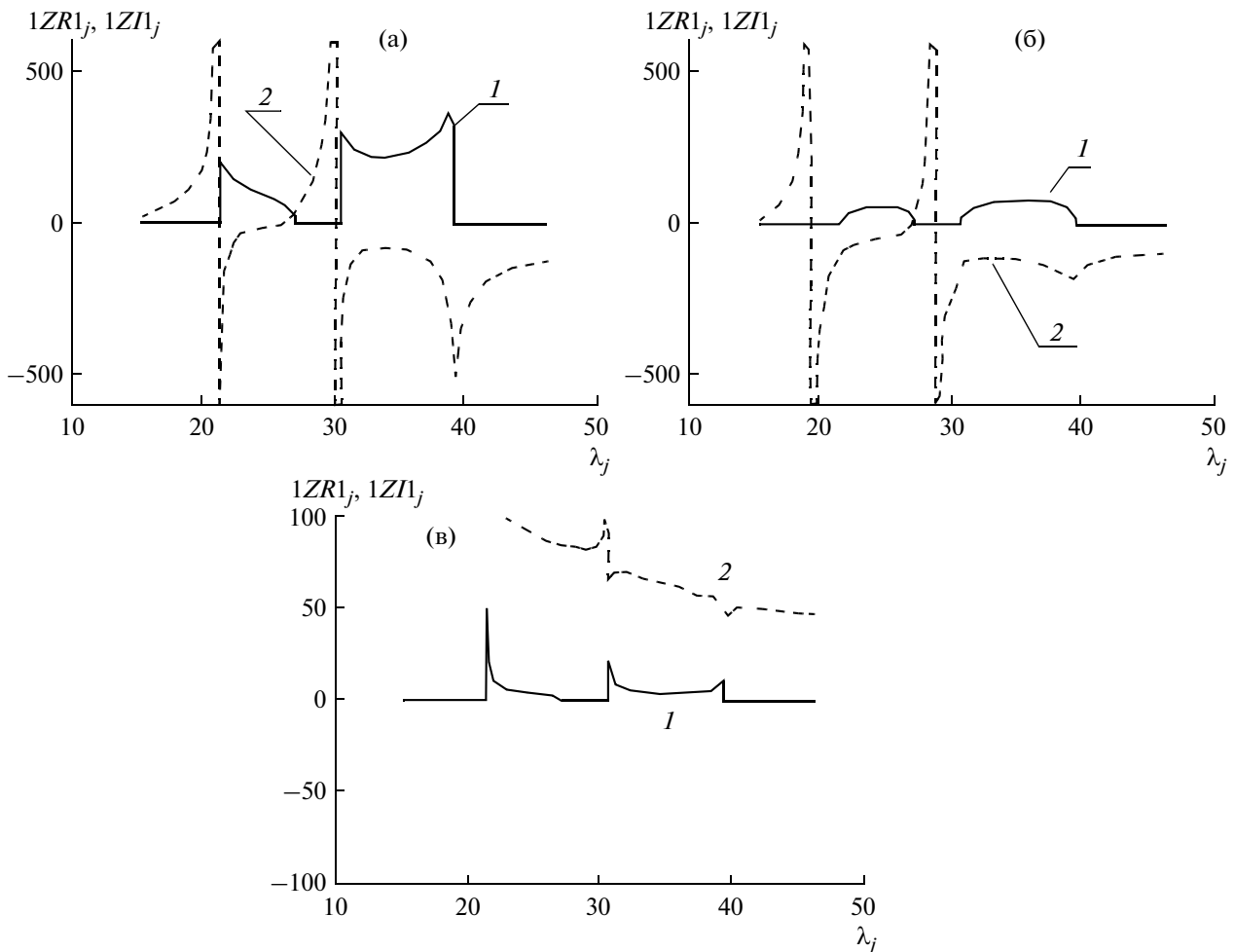


Рис. 9. Действительная $ZR1_j$ (1) и мнимая $ZI1_j$ (2) части полного характеристического сопротивления прямой волны в зазоре взаимодействия при радиусе пролетного канала 0.75 (а) и 1 мм (б); действительная $ZR2_j$ (1) и мнимая $ZI2_j$ (2) полного характеристического сопротивления прямой волны в пролетном канале при радиусе пролетного канала 0.75 мм (в).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что учет пролетного канала существенно изменяет, дисперсионные характеристики резонаторной ЗС даже при небольших радиусах пролетного канала. Комплексность полного характеристического сопротивления и отсутствие особенностей на границе полосы пропускания позволяют рассмотреть процесс усиления в резонаторной ЛБВ в полосе пропускания, на ее границе и за границей полосы пропускания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kino G.S., Hiramatsu Y., Ruetz J.A. // Proc. 6th Int. Conf. on Microwaves and Optical Generation and Amplification (MOGA), Cambridge. L.: IEE, 1966. P. 49.
2. Гассанов А.Г., Денисов А.И., Рапопорт Г.И., Чайка В.Е. // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1974. Т. 17. № 11. С. 33.
3. Канавец В.И. // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика и астрономия. 1975. № 2. С. 159.
4. Иванова Н.Н., Наседкин А.А., Петров Д.М. // Тез. 8-й межвуз. конф. по СВЧ электронике. Ростов-на-Дону, 1976. Ростов на Дону: Изд-во РГУ, 1976. С. 52.
5. Булгакова Л.В., Трубецков Д.И., Фишер В.Л., Шевчик В.Н. // Лекции по электронике СВЧ приборов типа О. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С. 221.
6. Осин А.В., Солнцев В.А. // Электрон. техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1980. № 9. С. 69.
7. Кузнецов С.П. // РЭ. 1980. Т. 25. № 10. С. 419.
8. Мухин С.В., Солнцев В.А. // Тез. докл. X Всесоюз. семинара "Волновые и колебательные явления в электронных приборах О-типа". Л.: ЛЭТИ, 1990. С. 99.
9. Солнцев В.А., Мухин С.В. // РЭ. 1991. Т. 36. № 11. С. 2161.
10. Никольский В.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 1. С. 5.
11. Никольский В.В., Никольская Т.И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. М.: Наука, 1983. С. 304.
12. Watkins D.A. Topics in Electromagnetic Theory. N.Y.: John Wiley & Sons Inc., 1958. P. 62.
13. Краснушкин П.Е. // ЖТФ. 1947. Т. 17. № 6. С. 705.
14. Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966. С. 632.