МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ЭКОНОМИКИ, СТАТИСТИКИ И ИНФОРМАТИКИ (МЭСИ)

ИНСТИТУТ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СТУДЕНЧЕСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЩЕСТВО

ДНИ СТУДЕНЧЕСКОЙ НАУКИ
ВЕСНА – 2011

ИНСТИТУТ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Сборник научных трудов

Москва, 2011

Материалы конференций, проходивших в рамках «Дни студенческой науки МЭСИ. Весна-2011» Сборник научных трудов / Московский государственный университет экономики, статистики и информатики – М., 2011.

Редакционная коллегия:
Главный редактор – Н.В. Тихомирова
Зам. главного редактора – Ю.Ф. Тельнов, В.И. Швей
Ответственные редакторы – Е.А. Егорова, Е.В. Романова
Редакционная коллегия – И.В. Асташова, Н.И. Баяндин, Н.В. Комлева, А.А. Микрюков, В.М. Трембач, А.И. Уринцов
Технические редакторы – Горина С.И., Батаев Е.С.

В сборнике представлены лучшие научные работы студентов различных курсов и специальностей по итогам прошедших научных конференций кафедр ИКТ в рамках «Дней студенческой науки МЭСИ. Весна 2011».

ISBN 978-5-7764-0686-7

ОГЛАВЛЕНИЕ

Научно – практическая конференция «ДИФФЕРЕЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ»

Кафедра ВМ

Секция, посвященная 300-летию М.В. Ломоносова

Дифференциальные уравнения и смежные задачи

Математика и жизнь

Научно – практическая конференция « ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИННОВАЦИОННОЙ ЭКОНОМИКЕ»

Кафедра АСОИУ

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,\ 0)=\begin{cases} v_0 \cos\frac{x-c}{\delta}\cdot\frac{\pi}{2} & |x-c|<\delta, \\ 0 & |x-c|>\delta. \end{cases}$$

Этот случай соответствует жесткому выпуклому молоточку ширины 2δ.

Такой молоточек в центре интервала 2δ возбуждает наибольшую начальную скорость. Возбужденное таким образом колебание имеет вид:

$$u(x,\ t)=\frac{8v_0\delta}{\pi^2 a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\cos\frac{\pi n}{l}\delta\cdot\sin\frac{\pi n}{l}c}{1-\left(\frac{2\delta n}{l}\right)^2}\sin\frac{\pi n}{l}x\cdot\sin\omega_n t$$

и энергии гармоник равны

$$E_n=\frac{16v_0^2\delta^2\rho}{l\pi^2}\cdot\frac{1}{\left[1-\left(\frac{2\delta n}{l}\right)^2\right]^2}\cdot\cos^2\frac{\pi n\delta}{l}\cdot\sin^2\frac{\pi nc}{l}$$

3) Молоточек, возбуждающий колебания струны, не является идеально жестким.

В этом случае колебания определяются уже не начальной скоростью, а силой, изменяющейся со временем. Таким образом, мы приходим к неоднородному уравнению с правой частью.

$$F(x,\ t)=\begin{cases} F_0\cos\frac{x-c}{\delta}\cdot\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi t}{\tau}, & \text{если} \quad |x-c|<\delta,\ 0\leqslant t\leqslant\tau, \\ 0, & \text{если} \quad |x-c|>\delta,\ t>\tau. \end{cases}$$

Решение этого уравнения представляется в виде:

$$u(x,\ t)=\frac{16F_0\tau\delta}{\pi^3\rho a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\cos\frac{\pi n\delta}{l}\cos\frac{\omega_n\tau}{2}\sin\frac{\pi nc}{l}}{\left[1-\left(\frac{2\delta n}{l}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{na\tau}{l}\right)^2\right]}\sin\frac{\pi n}{l}x\sin\omega_n\left(t-\frac{\tau}{2}\right).$$

Рассмотренные примеры показывают, что ширина интервала, по которому производится удар, и продолжительность времени удара имеют весьма существенное влияние на величину энергии высоких обертонов. Присутствие множителя $\sin\frac{\pi n}{l}c$ показывает, что если центр удара молоточка приходится на узел n-й гармоники, то энергия соответствующей гармоники равна нулю.

Наличие высоких обертонов (начиная с 7-го) нарушает гармоничность звука и вызывает ощущение диссонанса. Наличие низких обертонов, наоборот, вызывает ощущение полноты звука. В рояле место удара молоточка выбирают близко от точки закрепления струны между узлами 7-го и 8-го обертонов, чтобы уменьшить его энергию. Регулируя ширину молоточка и его жесткость, стремятся увеличить относительную энергию низких (3-го и 4-го) обертонов. В старых конструкциях рояля, обладавших более резким, даже до некоторой степени звенящим тоном, пользовались узкими и жесткими молоточками.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А., «Уравнения математической физики»

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ермолина А. А.,Макарская Е.В.,
Специальность « Математические методы в экономике», 3 курс
Научный руководитель: Геворкян Э. А.,д.ф.-м.н., профессор,
профессор кафедры высшей математики

Рассмотрим применение методов теории линейных дифференциальных уравнений к исследованию известных макроэкономических динамических моделей, где независимой переменой является t. Такие модели достаточно эффективны при исследовании эволюции экономических систем на длительных интервалах времени, эти системы являются предметом исследования экономической динамики.

Изучение динамических процессов связано с переходом экономической системы из одного состояния равновесия в другое. Если время перехода на новое состояние равновесия велико, то само понятие экономического равновесия теряет смысл. В этом случае надо изучать процессы непрерывного изменения экономики в динамике. Математическим инструментом для этого служит теория дифференциальных уравнений.

1.Экономика в форме динамической модели Кейнса

В модели Кейнса предполагается, что национальный доход как функция от времени $(Y(t))$ удовлетворяет следующему линейному неоднородному дифференциальному уравнению первого порядка

$$\frac{1}{1-c}\cdot\frac{dY}{dt}+Y=\frac{\overline{c}+I}{1-c}, \qquad (1)$$

где $\overline{c}$ - минимальный объем фонда потребления, не изменяющийся при росте национального дохода, $0\le c\le 1$ - склонность к потреблению, I - спрос на инвестиционные товары.

Как известно, общее решение неоднородного дифференциального уравнения есть сумма какого-либо его частного решения и общего решения соответствующего однородного уравнения [1], [2]

$$y_{о.н.}=y_{о.о.}+y_{ч.н.} \qquad (2)$$

Рассмотрим соответствующее однородное уравнение

$$\frac{1}{1-c}\cdot\frac{dY}{dt}+Y=0,$$

являющегося дифференциальным уравнением первого порядка с разделяющимися переменными. Его решение имеет вид

$$Y_{o.o}=c_0\cdot e^{-(1-c)t}, \qquad (3)$$

где c_0 - произвольная постоянная.

Для нахождения частного решения неоднородного уравнения (1) будем пользоваться методом вариации постоянной. То есть, $Y_{ч.н.}(t)$ ищем в виде

$$Y_{ч.н.}(t)=c_0(t)\cdot e^{-(1-c)t}, \qquad (4)$$

где $c_0(t)$ пока неизвестная функция. Подставляя (4) в (1) и решая полученное дифференциальное уравнение относительно $c_0(t)$, получим

$$c_0(t)=\frac{\overline{c}+I}{1-c}\cdot e^{(1-c)t}. \qquad (5)$$

Следовательно, согласно (4) имеем

$$Y_{ч.н.}(t)=\frac{\overline{c}+I}{1-c}. \qquad (6)$$

Тогда из (2) с учетом начального условия Коши $Y(0)=Y_0$ получим

$$Y_{о.н.}(t)=\left(Y_0-Y_{рав.}\right)\cdot e^{-(1-c)t}+Y_{рав.}, \qquad (7)$$

где $Y_{рав.}(t)=(\overline{c}+I)/(1-c)$ есть значение национального дохода в состоянии равновесия.

Как видно из (7), каково бы ни было значение национального дохода в начальный момент времени, через некоторое время его значение становится близким к значению в состоянии равновесия $Y_{рав.}$. Скорость перехода к равновесному состоянию определяется коэффициентом склонности к сбережению $1-c$. Чем больше значение этого коэффициента, тем быстрее значение национального дохода приближается к равновесному.

Если в начальный момент времени $Y_0>Y_{рав.}$, то в последующие моменты времени значение национального дохода остается больше равновесного на всем интервале времени, с постоянным уровнем инвестиций.

Если в начальный момент времени $Y_0<Y_{рав.}$, то в последующие моменты времени значение национального дохода остается меньше

равновесного на всем интервале времени, с постоянным уровнем инвестиций.

2.Экономика в форме модели Самуэльсона-Хикса как линейное динамическое звено второго порядка.

Введем в динамическую модель Кейнса дифференцирующее звено нулевого порядка, выход которого пропорционален скорости входа [3] Иными словами введем акселератор, который показывает отношение прироста индуцированных подъемом производства инвестиций к вызвавшему его относительному приросту объема производства [4]

Нетрудно показать, что в этом случае $Y(t)$ будет удовлетворять линейному неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка вида

$$\frac{1}{1-c}\cdot\frac{d^2Y}{dt^2}+\frac{1-r}{1-c}\cdot\frac{dY}{dt}+Y=\frac{I+\bar{c}}{1-c}, \qquad (8)$$

где r есть коэффициент акселерации (прирост потребности в инвестициях при увеличении национального дохода на единицу) ($0<r<1$). Решая уравнение (8), получим

$$Y_{o.н}=A_1\cdot e^{\lambda_1\cdot t}+A_2\cdot e^{\lambda_2\cdot t}+\frac{I+\bar{c}}{1-c}, \qquad (9)$$

где A_1 и A_2 произвольные постоянные, а

$$\lambda_{1,2}=\frac{-1+r\pm\sqrt{(1-r)^2-4(1-c)}}{2}. \qquad (10)$$

Анализ (9) показывает, что при $0<r<1$ решение устойчиво, а при $r\geq1$ - неустойчиво.

Отметим также, что частное решение уравнения (9) (модель Самуэльсона-Хикса) совпадает с частным решением уравнения (8) (модель Кейнса).

Литература:

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения. М., «КомКнига», 2006.

2.Вальциферов Ю.В., Геворкян Э.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы. М., МЭСИ, 2006.

3.Колемаев В.А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем. М., «ЮНИТИ-ДАНА», 2005.

4. Райзберг Б.А., Лозовский Л.Ш., Стародубцева Е.Б. Современный экономический словарь. М., «ИНФРА», 2008.

РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ MATHEMATICA

Антонова О.В., Кузнецова М.Е.,
специальность «Математические методы в экономике», 2 курс
Научный руководитель: Геворкян Э. А., д.ф.-м.н., профессор,
профессор кафедры высшей математики

Система Mathematica является одной из самых мощных и эффективных компьютерных математических программ. Она разработана компанией Wolfram Research Inc , основанной известным математиком и физиком Стефаном Вольфрамом. Первая версия программы, появившаяся в 1988 г, стала новым словом в автоматизации математических расчетов.

Она позволяет быстро и эффективно проводить вычисления с любой заданной точностью; решать многие задачи линейной алгебры, математического анализа, задачи теории чисел и статистики, дискретной математики. Кроме того, система Mathematica может служить средством для представления математических сведений. Сильной стороной этой компьютерной системы является развитая двух- и трехмерная графика, применяемая для вычерчивания кривых и изображений поверхностей по их уравнениям. Система Mathematica также является языком программирования высокого уровня, позволяющая использовать, в частности, процедурный стиль программирования.

С помощью системы Mathematica можно находить аналитические и численные решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Для нахождения аналитических решений дифференциальных уравнений и систем, а также для решения задачи Коши применяется функция **DSolve**. Численное решение дифференциальных уравнений выполняет функция **NDSolve** (функция дублируется кнопками на наборной палитре **Basic Calculations** ≜ **Calculus** ≜ **Differential Equations**).