

Изучение темы «Логика» в «пермской версии» пропедевтического курса информатики. Материал IV класса

1. О «пермской версии» и теме «Логика» в ней .....	1
2. План изучения темы «Логика» .....	2
3. Рассуждения .....	3
4. Высказывания (суждения) .....	3
5. Понятие «логика». Двухзначность и многозначность логики .....	4
6. Высказывания простые и сложные. Схема простого высказывания .....	4
7. Противоположные суждения .....	4
8. Инструменты для изучения логики: таблицы «да-нетки» .....	5
9. Инструменты для изучения логики: карточки «да-нетки». Как увидеть (потрогать руками) «истину» и «ложь»? .....	5
10. Сложные высказывания. Как увидеть (потрогать руками) конъюнкцию и дизъюнкцию? Связь логических операций с теорией множеств .....	8
11. Таблицы истинности. Таблицы истинности для операций И / ИЛИ. Аналогии логических и арифметических операций. ....	10
12. Таблицы решений. Работа с таблицами решений для определения свойств объектов или наоборот формирования множества объектов по множеству свойств. Реализация операций И / ИЛИ / НЕ .....	11
13. Представление одной и той же информации на разных «языках»: на языке логических операций, на языке теории множеств, с помощью карточек «да-неток», с помощью таблиц решений. Переход с одного языка на другой. ....	16
Литература .....	16

**1. О «пермской версии» и теме «Логика» в ней**

«Пермская версия» пропедевтического курса информатики (самоназвание «ТРИЗформатика») позиционируется авторами как курс, ориентированный на удовлетворение потребностей общества, находящегося на стадии перехода от индустриального этапа развития к информационному. Курс представлен линейкой учебников для 3-4 класса, выпущенных издательством «БИНОМ» [1-4]. Учебники прошли экспертизу на удовлетворение требованиям нового ФГОС и включены в федеральный список рекомендованных учебников. Идеология курса представлена в [5-7]. В настоящее время продолжается издание сопровождающих учебники учебно-методических комплексов [8, 9]. Ведется работа над продлением линейки учебников в средние классы для стыковки с базовым курсом. В серии сборников материалов Большого московского семинара «Пермская версия» была представлена докладом М.А. Плаксина «Системология – ключевая позиция пропедевтического курса информатики» [10].

В качестве одного из инструментов решения проблем, стоящих в настоящее время перед школьным курсом информатики, ТРИЗформатика предлагает значительное усиление внимания на изучение логики. В большом числе случаев тема «Логика» в информатике сводится к элементам математической логики, необходимых для освоения типа Boolean в языках программирования и/или для знакомства с понятием переключательных схем. ТРИЗформатика, во-первых, стремится перенести логику в окружающий мир, связать ее с потребностями реальной жизни, во-вторых, определить место формальной бинарной логики во всей системе логик, четко определить ограниченность ее применения, наличие многозначных логик, наличие и всеобщий характер диалектической логики, учитывающей противоречивость мира.

Об изучении понятия противоречия в III классе, речь шла в уже названной публикации [10]. В данной статье речь пойдет об освоении бинарной логики. Эта тема изучается в IV – VI классах. В настоящее время учебный материал, заготовленный для этих классов, существенно неравнозначен по обоснованности. Материал IV класса является частью уже опубликованного учебника. Материал V класса готовится для следующего учебника. Написан текст соответствующих глав, разработан набор упражнений для практики. Материал прошел двухлетнюю апробацию в школе (каждый год – на трех параллельных классах). Материал VI класса пока существует только в планах, не поддержан учебными текстами и заданиями и, соответственно, никакой апробации не прошел. Исходя из этих соображений, а также из ограниченного размера статьи, было решено план темы привести полностью, но подробное изложение ограничить в данном тексте только материалом IV класса, оставив продолжение для следующего сборника.

## **2. План изучения темы «Логика»**

Далее приводится план изучения темы «Логика», а затем подробное обсуждение материала IV класса.

### **4 класс**

1. Рассуждения – один из основных способов получения информации. Рассуждения могут быть верными и неверными. Значит, нужны какие-то правила, которые обеспечат верный результат рассуждений.

2. Понятие высказывания. Истинность и ложность высказываний.

3. Определение логики как науки о правильных рассуждениях. Подчеркиваем, что реальный мир – многообразен, не сводится к бинарной логике. Но мы изучаем логику бинарную. Делаем мы это по двум причинам. Во-первых, она проще. Изучать мы начинаем с простого, а потом переходим к сложному. Во-вторых, существует очень много ситуаций, в которых действует именно бинарная логика.

4. Понятие высказывания простого и сложного. Схема простого высказывания.

5. Противоположные высказывания. Противоположные значения противоположных высказываний как следствие бинарности логики.

6. Инструменты для изучения логики: таблицы «да-нетки».

7. Инструменты для изучения логики: карточки «да-нетки». Подробное обсуждение карточек: как изготовить и как работать? Представление абстрактных логических понятий материальными объектами.

8. Сложные высказывания. Связки И / ИЛИ. Реализация на карточках: операций И, ИЛИ, НЕ. Связь с теорией множеств. Исследование свойств операций.

9. Таблицы истинности. Таблицы истинности для операций И / ИЛИ. Аналогия логических и арифметических операций.

10. Таблицы решений. Работа с таблицами решений для определения свойств объектов или наоборот формирования множества объектов по множеству свойств. Реализация операций И / ИЛИ / НЕ.

11. Представление одной и той же информации на разных «языках»: на языке логических операций, на языке теории множеств, с помощью карточек «да-неток», с помощью таблиц решений. Переход с одного языка на другой.

### **5 класс**

12. Умозаключения. Рассуждения как цепочки умозаключений.

13. Правила проведения рассуждений. Ошибки случайные и намеренные.

14. Логические квадраты (как способ определения пути рассуждений и удобной формы записи оных).

## 6 класс

15. Кванторы.

16. Отрицание кванторов.

Замечание. Курс ТРИЗформатики имеет спиральное строение. Поэтому изучение темы «Логика» в 5-м классе начинается с повторения изученного в 4-м классе. В 6-м классе сначала идет повторение материала 4 –го и 5-го классов.

Рассмотрим более подробно ту часть плана, которая относится к IV классу. Подробность обсуждения разных пунктов плана будет существенно различна. Причины этого: сравнительная простота или сложность материала, количество времени на уроке, которое стоит уделить этому пункту, степень неординарности инструментов, которые предлагается применить для его изучения. Вряд ли имеет смысл на хорошо известное понятие противоположного суждения тратить столько же места, сколько на таблицы решений или карты с краевой перфорацией.

### 3. Рассуждения

Одним из способов получения информации является рассуждение.

**Рассуждение** представляет собой ряд мыслей, высказываний, утверждений, изложенных в определенной последовательности таким образом, чтобы из известных фактов можно было вывести новую информацию (сделать вывод).

Например:

Вася и Ленья – родные братья. У родных братьев одинаковая фамилия. Фамилия Васи – Русаков. Значит и фамилия Лени – тоже Русаков.

В холод люди носят теплую одежду, в жару – легкую. Зимой – холодно, летом – жарко. Значит, зимой люди носят теплую одежду летом – легкую.

Именно рассуждения помогают найти ответ на многие вопросы. Например:

Собаки и кошки имеют по четыре ноги. Собака дом стережет, а кошка нет. Васе на Новый год подарят собаку и кошку, а Коле – собаку или кошку. Можно ли сказать, что после Нового года в доме у Васи будет четвероногий жилец? Можно ли сказать, что после Нового года в доме у Васи будет сторож? Можно ли то же самое сказать про дом Коли?

### 4. Высказывания (суждения)

Рассуждение состоит из отдельных **высказываний** в каждом из которых что-то утверждается или отрицается об объекте, его свойствах или связях между объектами. Вместо слова «высказывание» еще употребляют слово «**суждение**» Высказывания могут быть истинными и ложными.

Предложение "Человек передвигается на двух ногах" – высказывание (суждение), и оно истинное. Предложение "Кот ловит баранов" – суждение (высказывание), но ложное. Предложения "Не нарушай правила уличного движения!" и "Который час?" не являются суждениями.

Замечание о терминологии. Термины «высказывание» и «суждение» являются синонимами. При общении с детьми у каждого из них свое преимущество. Термин «высказывание» интуитивно более понятен. Зато термин «суждение» более созвучен слову «рассуждение». Поэтому употреблять эти термины лучше вперемешку.

Всегда ли результат рассуждений будет соответствовать действительности, будет истинным? Нет. Причин для этого может быть две. Либо может оказаться, что исходная информация была неверна. Либо из верной информации мы сделали неверный вывод.

Если утверждение «Дважды два – четыре» заменить на «Дважды два – пять», то можно сделать неверный вывод: «Дважды дважды два – десять».

Другой пример, когда неверный вывод сделан из верной исходной информации: «Птицы – летают. Самолеты – летают. Значит, птицы – это самолеты.»

В этой главе мы познакомимся с некоторыми правилами, по которым надо вести рассуждения, и с инструментами, которые помогают нам рассуждать.

## **5. Понятие «логика». Двухзначность и многозначность логики**

В жизни часто встречаются утверждения, про которые нельзя сказать однозначно, что они истинны или ложны. Например, утверждение «человек покрыт волосами» (или «человек покрыт ногтями»). Это утверждение частично истинно и частично ложно. В этой главе мы такие суждения рассматривать не будем. Будем считать, что если утверждение истинно, то оно истинно целиком и полностью, а если ложно, то ложно целиком и полностью. Мы будем рассматривать только два «логических значения» – истина и ложь.

Наука о том, как правильно рассуждать, называется **логикой**.

Мы будем изучать логику, в которой рассматриваются только высказывания полностью истинные или полностью ложные и не рассматриваются высказывания частично истинные, а частично ложные. Такую логику будем называть **двухзначной**. Существует логика многозначная, но ее мы пока изучать не будем.

## **6. Выказывания простые и сложные. Схема простого высказывания**

Высказывания (суждения) бывают простые и сложные.

В **простых** суждениях говорится об одном объекте и одном свойстве, которым он обладает. Действительно, придумать что-либо более простое уже невозможно. Если мы о чем-то говорим, то мы должны говорить хотя бы об одном объекте! И хотя бы об одном свойстве этого объекта!

Замечание. Здесь существенную роль играет используемое в курсе определение понятий «объект» и «свойство объекта»: объект – это то, о чем идет речь; свойство объекта – то, что мы можем сказать об объекте.

Структуру простого суждения можно обозначить так: «S есть P» или «S не есть P».

Здесь S – объект, P – свойство. Связка «есть» обозначает, что объект S обладает свойством P, а связка «не есть», что объект S не обладает свойством P. Примеры простых суждений: Тюльпан – это растение. Солнце не светит. Дельфин не является рыбой.

Замечание. Связка «есть/не есть» может быть выражена одним словом, группой слов, знаком «тире», согласованием слов или даже пропущенными словами. Никаких сложностей восприятия это у детей никогда не вызывало.

## **7. Противоположные суждения**

Простые суждения со структурой «S есть P» и «S не есть P» являются **противоположными**.

Противоположные суждения имеют противоположные значения. А поскольку значений в нашей логике всего два, это значит, что из противоположных суждений одно всегда истинное, а другое – ложное. Мы не знаем, которое из них истинно, которое – ложно. Но знаем, что одно обязательно истинно, а другое обязательно ложно.

Чтобы построить противоположное суждение нужно поставить или убрать «не» перед связкой «есть». Подстановка «не» в другое место высказывания не превращает его в противоположное. Пары высказываний «Сова ловит мышей» и «Сова ловит не мышей», «Сова ловит мышей» и «Не сова ловит мышей» – не есть пары противоположных суждений.

### **8. Инструменты для изучения логики: таблицы «да-нетки»**

Таблицей «да-неткой» будем называть то, что на официальном языке именуется характеристической матрицей. Следующий пример все объяснит:

Свойство	Кот	Сова	Человек	Уж	Анакон да	Электри чка	Курица	Корова	Волк	Лиса
1) Передвигается на двух ногах	—	+	+	—	—	—	+	—	—	—
2) Покрыто перьями	—	+	—	—	—	—	+	—	—	—
3) Ловит мышей	+	+	—	+	—	—	—	—	—	+
4) Умеет втягивать когти	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5) «Глаза горят»	+	+	—	—	+	+	—	—	+	+
6) Ведет ночной образ жизни	+	+	—	+	+	—	—	—	+	+
7) Ловит баранов	—	—	—	—	+	—	—	—	+	—
8) Длинное	—	—	—	—	+	+	—	—	—	—

### **9. Инструменты для изучения логики: карточки «да-нетки». Как увидеть (потрогать руками) «истину» и «ложь»?**

Карточки «да-нетки» – инструмент очень мощный, но для сегодняшнего дня нетрадиционный, know-how курса ТРИЗформатики. Хотя в доперсональнокомпьютерную эру его знал каждый делопроизводитель. Речь идет о карточках с краевой перфорацией. Именно на таких карточках хранились огромные информационные базы. И устройство картотеки обеспечивало мгновенный выбор карточек, обладающих заданным набором признаков. Для более поздних поколений образец карточек приведен на рис.1, а порядок выбора показан на рис.2. Текстовые пояснения даны ниже.

Карточки на рис.1 и 2 – реальные карточки, изготовленные дочерью автора данного текста, когда она училась в третьем классе. Это добавляет некоторые мелкие детали, излишние для понимания сути происходящего. Так из десяти заготовленных на карточках отверстий реально используется только восемь. Мелкие прямоугольные пробивки, разбросанные по карточкам, вообще роли не играют. Просто картотека делалась из использованных перфокарт.

На карточках вдоль края делаются пробивки (отверстия). В нашем случае пробивки сделаны только вдоль одного края. В реальности они делались по всему периметру, причем в два ряда, что позволяло устанавливать иерархию свойств.

Каждая карточка в картотеке представляет один объект, каждая пробивка (отверстие) – одно свойство. Если объект обладает свойством, соответствующим пробивке, от этой пробивки до края карточки делается вырез. Если объект этим свойством не обладает, край листа остается целым, отверстие выхода наружу не имеет.

Для удобства работы к карточкам-объектам добавляется еще одна «заглавная» карточка, на которой перечислены отображаемые свойства и указано, какое отверстие какому свойству соответствует.

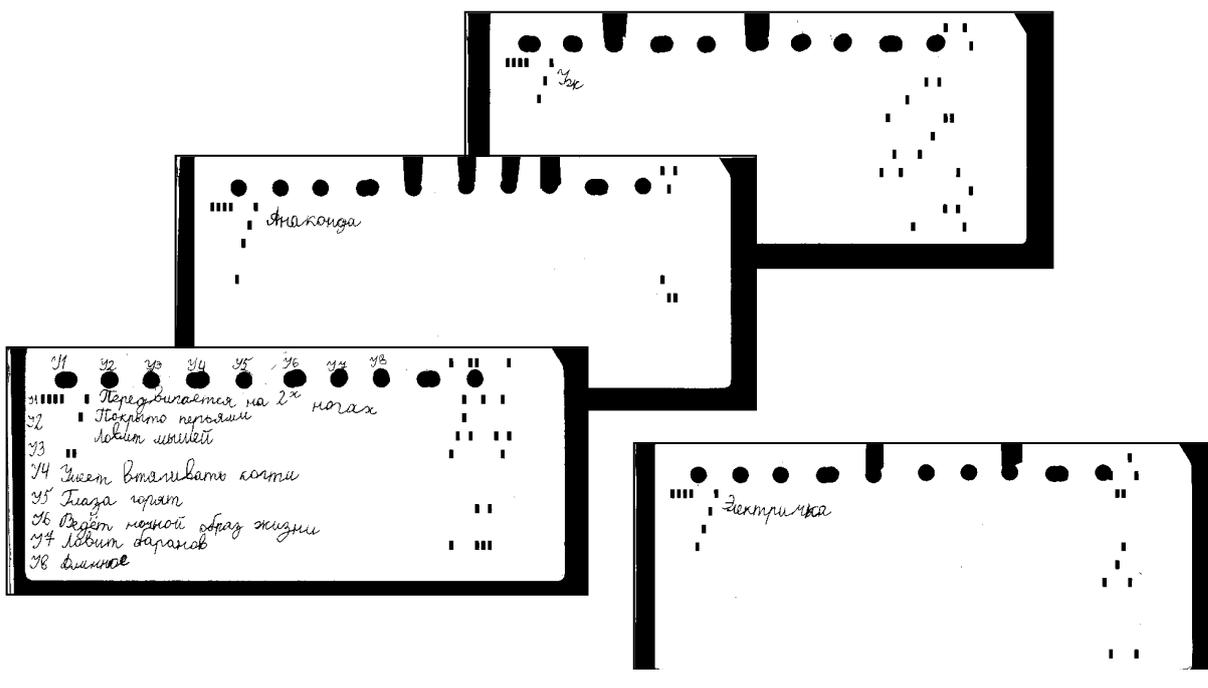


Рис. 1. Пример карточек «да-неток».

На рис.1 на заглавной карточке перечислено 8 свойств (условий), которые полностью повторяют свойства из таблицы «да-нетки»:

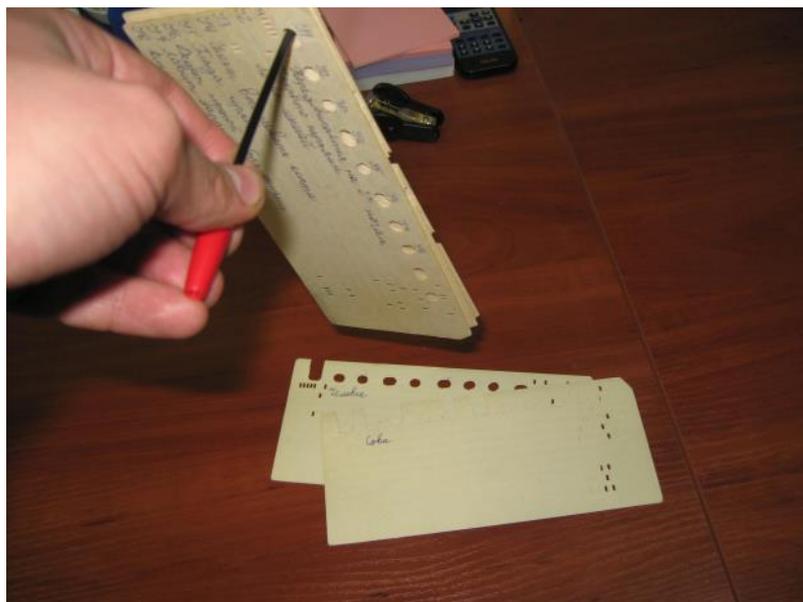
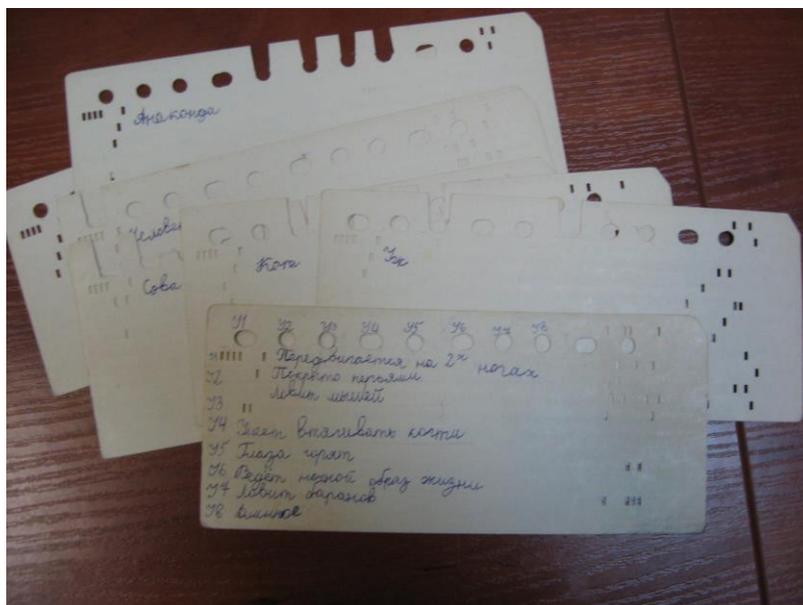
- У1. Передвигается на двух ногах.
- У2. Покрыто перьями.
- У3. Ловит мышей.
- У4. Умеет втягивать когти.
- У5. Глаза горят.
- У6. Ведет ночной образ жизни.
- У7. Ловит баранов.
- У8. Длинное.

(Происхождение на карточках буквы У будет ясно позднее. Вообще-то вместо нее вполне логично было бы использовать букву С. Что и рекомендуется делать.)

На рисунке изображены три карточки, которые соответствуют анаконде, ужу и электричке. На карточке-«анаконде» прорезаны отверстия №5, 6, 7, 8. То есть анаконда обладает свойствами «Глаза горят», «Ведет ночной образ жизни», «Ловит баранов», «Длинное». Но не обладает свойствами «Передвигается на двух ногах», «Покрыто перьями», «Ловит мышей», «Умеет втягивать когти». Для ужа указаны два свойства: №3 «Ловит мышей» и №6 «Ведет ночной образ жизни». Остальными свойствами уж не обладает. Для электрички тоже перечислены два свойства: №5 «Глаза горят» и №8 «Длинная». Остальных свойств у электрички нет.

Поиск в картотеке ведется следующим образом. Для того чтобы выбрать объекты, обладающие некоторым свойством, колоду протыкают спицей (стержнем шариковой ручки) через отверстие, соответствующее этому свойству. После этого колоду поднимают и встряхивают. Карточки объектов, обладающих указанным свойством, выпадут (у них отверстие прорезано). Карточки объектов, этим свойством не обладающих, останутся висеть на спице (у них отверстие не прорезано). Выпавшие карточки образуют множество объектов, для которых суждение «объект обладает этим свойством» истинно. Оставшиеся висеть карточки образуют множество объектов, для которых это суждение ложно.

Далее на рис.2 в качестве примера показан выбор объектов, обладающих свойством «Передвигается на двух ногах». Этому свойству соответствует отверстие №1 (крайнее левое). Проткнем его спицей. Поднимем колоду на спице и встряхнем. Из колоды выпадут те карточки, на которых это отверстие прорезано. Это будут карточки «Сова» и «Человек». Остальные карточки останутся висеть на спице.



**Рис.2. Выбор из картотеки карточек «да-неток», обладающих первым свойством: проколото отверстие №1, выпали карточки с вырезанным первым отверстием.**

Это значит, что множество объектов, внесенных в нашу картотеку и обладающих свойством «Передвигается на двух ногах», состоит из двух объектов: сова и человек. Эти объекты обладают свойством «Передвигается на двух ногах». Суждения «Сова передвигается на двух ногах» и «Человек передвигается на двух ногах» истинны. Для остальных объектов из картотеки высказывание «Он (она) передвигается на двух ногах» будет ложным.

Таким образом даже простейшее использование карточек «да-неток» позволяет «увидеть» и даже «потрогать руками» понятия «истина» и «ложь». Без такой конкретизации изложение столь абстрактных понятий как логические операции в начальной школе может вызвать трудности. ТРИЗформатика уходит от этих затруднений,

представляя абстрактные логические понятия вещественными объектами: карточки, отверстия, прорези. Вместо абстрактно-логического в дело вступает конкретно-образное мышление.

Замечание. Опыт показывает, что для изготовления картотеки не стоит использовать плотную бумагу. Дело в том, что отверстия на всех карточках должны точно совпадать. А для этого пробить их надо одним движением дырокола. Иначе центрирования добиться сложно. Но пробивная мощь (да и просто прочность) дырокола ограничены. Карточки можно изготовить из обычного тетрадного листа. Полтора десятка карточек (не забудьте сразу сделать запас для исправления брака!) дырокол пробьет без труда. Платой за легкость изготовления является необходимость более сильного встряхивания колоды при выборе карточек (карточки – легкие, легко цепляются за соседей и не выпадают из колоды).

### **10. Сложные высказывания. Как увидеть (потрогать руками) конъюнкцию и дизъюнкцию? Связь логических операций с теорией множеств. Исследование свойств операций**

В простом высказывании фигурируют ровно один объект и ровно одно свойство (минимальный возможный набор). В сложном высказывании чего-то должно быть несколько: либо объектов, либо свойств, либо и того, и другого.

Но эти несколько объектов и/или несколько свойств надо соединить друг с другом в одно высказывание. Для этого мы будем использовать связки И / ИЛИ.

В тех случаях, когда в высказывании фигурируют несколько свойств, соединенных связками И / ИЛИ, возможно с добавкой отрицания НЕ, для визуализации формируемых множеств объектов удобно использовать карточки «да-нетки».

Чтобы сформировать множество объектов, для которых истинно сложное суждение  $C1$  И  $C2$  надо

- 1) выбрать карточки, для которых истинно суждение  $C1$ ;
- 2) из них выбрать карточки по условию  $C2$ .

Замечание. В этом месте почти всегда в найдется кто-нибудь из ребят, кто предложит протыкать сразу два отверстия двумя стрежнями. И сразу за два стержня поднимать и на двух стержнях встряхивать! В принципе, это возможно. Но остро ощущается нехватка третьей руки. «Последовательная» обработка в данном случае спокойней «параллельной». Да и быстрее!

Чтобы сформировать множество объектов, для которых истинно сложное суждение  $C1$  ИЛИ  $C2$  надо

- 1) выбрать карточки, для которых истинно суждение  $C1$ ;
- 2) из оставшихся выбрать карточки по условию  $C2$ ;
- 3) сложить вместе выбранные карточки.

Первый шаг в обоих случаях один и тот же: выбрать карточки по условию  $C1$ . Разница возникает на втором. В случае конъюнкции нас интересуют объекты, обладающие сразу обоими свойствами. Поэтому мы продолжаем работать с теми карточками, которые были отобраны на первом шаге. В случае дизъюнкции нам интересны объекты, обладающие хотя одним из двух свойств. Поэтому к карточкам, отобранным на первом шаге, мы пытаемся добавить карточки, которые первый фильтр не прошли.

При этом очень четко прослеживается связь логики с теорией множеств: выбор с использованием логической операции конъюнкции означает формирование пересечения двух множеств, выбор с использованием дизъюнкции – формирование объединения.

Очень удобны действия с карточкой для исследования свойств логических и теоретико-множественных операций. Например, для ответа на такие вопросы:

1. Играет ли роль порядок аргументов в операции конъюнкции? Для карточки вопрос будет звучать так. Играет ли роль порядок, в котором проверяются условия при выборе объектов, для которых истинно сложное суждение  $C1 \text{ И } C2$ ? То есть  $C1 \text{ И } C2 = C2 \text{ И } C1$ ?

2. Играет ли роль порядок аргументов в операции дизъюнкции? Вопрос для карточки: играет ли роль порядок, в котором проверяются условия при выборе объектов, для которых истинно сложное суждение  $C1 \text{ ИЛИ } C2$ ? То есть  $C1 \text{ ИЛИ } C2 = C2 \text{ ИЛИ } C1$ ?

3. Каково соотношение количества элементов в исходном множестве и в множестве, являющемся пересечением двух множеств? «Наш» вопрос: в каком множестве будет объектов больше, а в каком меньше: в множестве, выбранном по простому суждению  $C1$ , или в множестве, выбранном по сложному суждению  $C1 \text{ И } C2$ ?

4. Аналог – для объединения множеств. Вопрос: в каком множестве будет объектов больше, а в каком меньше: в множестве, выбранном по простому суждению  $C1$ , или в множестве, выбранном по сложному суждению  $C1 \text{ ИЛИ } C2$ .

5. Возможно ли, чтобы в множестве, выбранном по сложному суждению  $C1 \text{ И } C2$  объектов было столько же, сколько в множестве, выбранном по простому суждению  $C1$ ?

6. Возможно ли, чтобы в множестве, выбранном по сложному суждению  $C1 \text{ ИЛИ } C2$  объектов было столько же, сколько в множестве, выбранном по простому суждению  $C1$ ?

7. Возможна ли ситуация, когда множество, выбранное по сложному суждению ( $C1 \text{ И } C2$ ), совпадает с множеством, выбранным по сложному суждению ( $C1 \text{ ИЛИ } C2$ )? Если да, то что это за ситуация?

8. Если истинно суждение ( $C1 \text{ И } C2$ ), то что можно сказать об истинности суждения ( $C1 \text{ ИЛИ } C2$ )?

9. Если истинно суждение ( $C1 \text{ ИЛИ } C2$ ), то что можно сказать об истинности суждения ( $C1 \text{ И } C2$ )?

10. Если суждение ( $C1 \text{ И } C2$ ) ложно, то что можно сказать об истинности суждения ( $C1 \text{ ИЛИ } C2$ )?

11. Если суждение ( $C1 \text{ ИЛИ } C2$ ) ложно, то что можно сказать об истинности суждения ( $C1 \text{ И } C2$ )?

Естественно, надо учитывать два важных момента.

Первое. Перед тем, как задавать вопрос в общем виде, про условия  $C1$  и  $C2$ , сначала надо исследовать его в конкретных случаях. Например:

Подчеркните описание множества, в котором будет больше объектов:

1) «Те, у кого глаза горят»

2) «Те, у кого глаза горят ИЛИ кто ведет ночной образ жизни»

Подчеркните описание множества, в котором будет больше объектов:

1) «Те, у кого глаза горят ИЛИ кто ведет ночной образ жизни»

2) «Те, у кого глаза горят И кто ведет ночной образ жизни»

Второе. Индуктивный переход от частных случаев к общему не может быть чисто механическим. Применение неполной индукции в данном случае совершенно некорректно. Повторяющиеся частные случаи должны помочь заметить закономерность, поставить вопрос и подсказать ответ на него. Но сам ответ должен быть подкреплён некими общими рассуждениями.

В заключение данного раздела – пара упражнений на свойства логических операций:

1. Разговор по телефону.

- *Добрый день! Скажите, дома Вася или Ленья?*
  - *Да.*
  - *Позовите, пожалуйста, Васю.*
  - *А его нет.*
- Объясните, как такое может быть?

2. Разговор по телефону.
- *Добрый день! Скажите, дома ли Вася и Ленья?*
  - *Нет.*
  - *А с кем я говорю?*
  - *С Леньей.*
- Объясните, как такое может быть?

### **11. Таблицы истинности. Таблицы истинности для операций И / ИЛИ. Аналогия логических и арифметических операций.**

В этом параграфе все традиционно. Даются словесные правила определения истинности сложных суждений со связками И / ИЛИ. Затем они представляются в виде таблицы. Затем в таблице для простоты восприятия и записи «истина» и «ложь» обозначаются (термин «кодирование» дети еще не проходили) 1 и 0. И наконец строки таблицы истинности воспроизводится для конкретных высказываний:

Человек передвигается на двух ногах	Человек покрыт перьями	Человек передвигается на двух ногах И Человек покрыт перьями	Человек передвигается на двух ногах ИЛИ Человек покрыт перьями
1	0	0	1

Человек передвигается на двух ногах	Сова передвигается на двух ногах	Человек передвигается на двух ногах И Сова передвигается на двух ногах	Человек передвигается на двух ногах ИЛИ Сова передвигается на двух ногах
1	1	1	1

Человек покрыт перьями	Сова ловит баранов	Человек покрыт перьями И Сова ловит баранов	Человек покрыт перьями ИЛИ Сова ловит баранов
0	0	0	0

Запись таблицы истинности с помощью нулей и единиц позволяет провести аналогию между операциями логическими и арифметическими. При этом для конъюнкции совпадение с умножением полное. А вот дизъюнкция в одной позиции будет отличаться от сложения: 1 ИЛИ 1 = 1, 1 + 1 = 2. Дело в том., что в арифметике чисел бесконечно много, а логика у нас – двузначная. И самое большое значение, которое есть в нашем распоряжении, это единица. Поэтому сколько бы единиц мы не сложили, значения большего, чем единица, мы получить не сможем.

Два замечания по поводу базового набора логических функций.

В IV классе в качестве базового вводится традиционный набор логических функций: И, ИЛИ, НЕ. Были предложения в дальнейшем (в следующих классах) расширить это набор. Обсуждалось введение функций ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ, ИМПЛИКАЦИЯ и др. Кое-что даже было опробовано на практике. В результате от всех

расширений было решено отказаться. Время они отнимают, а проку от них мало. Может быть даже наоборот, лишняя путаница.

При изучении логических функций надо иметь в виду еще одну сложность. Дело в том, что связки И / ИЛИ в логике и в быту **используются в разных смыслах!**

Если человек хочет сгруппировать объекты, обладающие хотя бы одним из двух признаков, он использует связку И: «Принтеры и факсы», «Сканеры и камеры». Хотя для формального выбора «хотя бы по одному признаку» следует применять связку ИЛИ. Связка И формально потребует выбора устройств, которые являются одновременно принтерами и факсами, одновременно сканерами и камерами.

Что касается «бытового» применения связки ИЛИ, то очень часто она имеет смысл **ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ**. Мы говорим «Я могу поехать домой на автобусе или на троллейбусе», имея в виду, что я могу воспользоваться любым из этих видов транспорта, но не двумя сразу.

## **12. Таблицы решений. Работа с таблицами решений для определения свойств объектов или наоборот формирования множества объектов по множеству свойств. Реализация операций И / ИЛИ / НЕ.**

Таблицы решений – еще один инструмент, используемый для принятия решений. Инструмент этот отнюдь не «детский», «учебный», а «самый настоящий». «взрослый», реально применяемый в различных отраслях народного хозяйства. Автор этого текста имел дело с экспертной системой по диагностике сердечных заболеваний, в которой диагностические знания были представлены в виде совокупности «решающих таблиц» (от английского decision table).

Еще одна область применения таблиц решений – это спецификация (точное описание) зданий на разработку программных продуктов. Дело в том, что с точки зрения анализа запутанных ситуаций таблицы решений обладают рядом ценнейших свойств. При аккуратном применении они способны гарантировать полноту анализа: обеспечить перебор всех возможных ситуаций, которые постановщикам задачи в голову не приходят, зато очень хорошо происходят на практике. Меньше, чем за месяц до написания этого текста автору пришлось разбираться с документом, в котором в текстовой форме были изложены правила предоставления льгот, сформулированные одной из транспортных компаний. Льготы предоставлялись различным категориям пассажиров по различным поводам и исчислялись в процентах от стоимости билета. В тексте все смотрелось вполне логично. Первое, что сделал автор, это записал условия предоставления льгот в виде таблицы решений. И первый вопрос, который при этом возник: что делать, если пассажир попадает сразу в несколько льготных категорий? В документе об этом не было сказано ни слова. И вполне логично было потребовать сложения льгот, предоставления их по каждой категории отдельно. При этом возникал следующий вопрос: в процентах от какой суммы исчисляется льгота? Когда льгота была одна, вполне логично было исчислять ее как процент начальной «безльготной» стоимости билета. Но в случае сложения льгот такое решение вполне могло привести к тому, что уже не пассажир будет платить компании, а компания должна будет доплатить пассажиру за то, что оказала ему услугу по перевозке! Вряд ли авторы документа имели ввиду такое решение. Но получилось у них именно оно. Единственное, что потребовалось для обнаружения этих несуразиц, это записать ту же самую информацию в виде таблицы решений. В данном случае в проигрыше должна была оказаться компания. Но ведь вполне может оказаться и наоборот. Юристы компании могут так ловко запутать правила, что ее клиентам придется несладко.

Начнем с примера. Рассмотрим таблицу специального вида:

У1	Общая слабость	+	-	+	+	-	+	+
У2	Боль в горле при глотании	+	+	-	-	-	-	+
У3	Кашель	+	-	+	+	+	-	-
У4	Озноб	-	+	-	+	-	-	-
У5	Головная боль	-	-	-	+	-	-	-
У6	Боли в суставах	-	-	-	+	-	-	-
У7	Отсутствие аппетита	-	-	-	-	-	+	-
У8	Сыпь	+	-	-	-	+	+	-
У9	Язык обложен	-	+	-	-	-	-	-
У10	Хрипы при дыхании	-	-	+	-	-	-	-
У11	Тошнота	+	-	-	-	-	-	-
У12	Повышенная температура	+	+	-	+	+	+	+
Р1	Корь	+						
Р2	Дифтерия					+		
Р3	Скарлатина						+	
Р4	Бронхит			+				
Р5	Грипп				+			
Р6	Ангина		+					
Р7	Краснуха							+

Пользуясь этой таблицей можно по симптомам (признакам заболевания) поставить диагноз (определить болезнь).

Таблица решений состоит из 4-х частей:

Перечень условий	Комбинации условий
Перечень решений	Комбинации решений

В левой верхней части перечисляются все возможные условия (У1, У2, У3 и т.д.). В левой нижней – все возможные решения (Р1, Р2, Р3 и т.д.). В правой верхней части задаются комбинации условий, а в правой нижней указываются комбинации решений, которые должны быть приняты в той или иной ситуации. (Теперь понятно, почему карточках «да-нетках» свойства были помечены буквами «у», а не «с»?)

Пусть таблица решений имеет вид:

У1	+	-	+	-	+
У2	-	-	+	-	+
У3	+	+	-	-	+
Р1	+		+		
Р2		+			+
Р3				+	
Р4			+		
Р5					+

Понимать это надо следующим образом.

При выполнении условий У1 и У3 и невыполнении условия У2 должно быть принято решение Р1. При выполнении условия У3 и невыполнении условий У1 и У3 должно быть принято решение Р2. При выполнении условий У1 и У2 и невыполнении условия У3 должны быть приняты решения Р1 и Р4. При невыполнении всех трех условий должно быть принято решение Р3. При выполнении всех трех условий должны быть приняты решения Р2 и Р5.

В верхней части таблицы проставляют и плюсы, и минусы, а в нижней – только плюсы.

Рассмотрим первую комбинацию условий из таблицы для диагностики болезней. Выглядит она так.

**Если**

- Больной испытывает общую слабость (+), боли в горле при глотании (+), кашель (+).
- У больного отсутствуют озноб (–), головная боль (–), боли в суставах (–).
- Больной не жалуется на отсутствие аппетита (–), но покрыт сыпью (+).
- Язык у него не обложен (–), хрипы при дыхании не слышны (–).
- Больной чувствует тошноту (+).
- Температура у него повышенная (+).

**то**

Решение, которое соответствует этой комбинации условий: человек болен корью.

Мы уже знаем, что одну и ту же информацию можно передать, говоря об условиях, которые выполняются для данного объекта, а можно – говоря о его свойствах.

Представим в виде таблицы решений информацию, которую мы раньше представляли в виде таблицы характеристик и в виде карточек характеристик. Свойства объектов запишем в перечень условий, сами объекты – в перечень решений. То есть решениями являются существа, условиями – их свойства. Наличие свойства будет означать, что условие выполняется (будет обозначаться знаком плюс). Отсутствие свойства будет означать, что условие не выполняется (будет обозначаться знаком минус).

Выглядеть эта таблица будет так:

У1	Передвигается на двух ногах	—	—	—	—	—	—	—	+	+	+
У2	Покрыто перьями	—	—	—	—	—	—	—	—	+	+
У3	Ловит мышей	—	—	—	—	+	+	+	—	—	+
У4	Умеет втягивать когти	—	—	—	—	—	—	+	—	—	—
У5	«Глаза горят»	—	+	+	+	—	+	+	—	—	+
У6	Ведет ночной образ жизни	—	—	+	+	+	+	+	—	—	+
У7	Ловит баранов	—	—	+	+	—	—	—	—	—	—
У8	Длинное	—	+	—	+	—	—	—	—	—	—
Р1	Анаконда				+						
Р2	Кот							+			
Р3	Сова										+
Р4	Уж					+					
Р5	Человек								+		
Р6	Электричка		+								
Р7	Курица									+	
Р8	Корова	+									
Р9	Волк			+							
Р10	Лиса						+				

Первая комбинация выглядит так: не передвигается на двух ногах, не покрыто перьями, ловит мышей, умеет втягивать когти, имеет «горящие глаза», ведет ночной образ жизни, не ловит баранов, не длинное. Решение, соответствующее этой комбинации условий, – кот.

Очевидно, что раз в таблицах решений представлена та же информация, что и в таблицах «да-нетках» и на карточках «да-нетках», с помощью таблиц решений можно выполнять те же самые действия. Можно определять множества объектов по свойствам (если идти сверху вниз) и множество свойств по объектам (если идти снизу вверх). Можно

искать по наличию свойства (знак плюс) и по его отсутствию (знак минус, отрицание). Условия, записанные в одном столбце объединены связкой И; условия, разнесенные в разные столбцы – связкой ИЛИ.

Заметим, что большинству детей достаточно поработать с парой таблиц решений, чтобы начать составлять свои простенькие таблички.

Еще пару слов о замечательных свойствах таблиц решений, которые уже выходят за материал IV класса.

Сначала о том, как обеспечить обещанное в начале параграфа замечательное свойство таблиц решений – полноту анализа ситуации: гарантированный перебор всех вариантов. Делается это так. Заменяем в верхней части таблицы плюсы и минусы на единицы и нули. И заполним верхнюю часть в следующем порядке. В нижней строке верхней части таблицы запишем пары 0, 1; 0, 1.

У1								
У2								
У3	0	1	0	1	0	1	0	1

Во второй снизу строке разместим повторяющиеся четверки 0, 0, 1, 1; 0, 0, 1, 1.

У1								
У2	0	0	1	1	0	0	1	1
У3	0	1	0	1	0	1	0	1

В третьей снизу строке запишем восьмерки: сначала четыре нуля, потом – четыре единицы, потом опять четыре нуля, и опять четыре единицы. (В нашей таблице «потом» не понадобится.) И так далее до самого верха таблицы.

У1	0	0	0	0	1	1	1	1
У2	0	0	1	1	0	0	1	1
У3	0	1	0	1	0	1	0	1

Знатоки двоичной системы обнаружат, что мы перенумеровали столбцы таблицы числами от 0 до  $2^{\text{количество условий}} - 1$ . В нашем случае от 0 до 7.

Но даже если Вы не знаете двоичной системы, записать комбинации нулей и единиц можно без труда. Надо просто записать в порядке возрастания все числа, которые можно представить с помощью нуля и единицы. И не важно, в какой системе счисления эти числа записаны. Считайте, что в десятичной.

Если Вам покажется удобней, можете начинать со всех единиц и идти не в возрастающем, а в убывающем порядке.

У1	1	1	1	1	0	0	0	0
У2	1	1	0	0	1	1	0	0
У3	1	0	1	0	1	0	1	0

Теперь воспользуемся умением перебрать все ситуации для того, чтобы выявить неоднозначность документа.

Рассмотрим пример. Пусть в правилах предоставления услуг сказано: «Клиент имеет право на привилегированное обслуживание, если он вложил в фирму более \$1000 и в прошлом был надежным плательщиком или является клиентом фирмы более десяти лет».

Любой ли читатель заметит в этом тексте повод для будущих скандалов?

Перепишем текст в виде простенькой таблицы решений и начнем ее заполнять.

Вклад в фирму >\$1000	0	0	0	0	1	1	1	1
В прошлом был надежным плательщиком	0	0	1	1	0	0	1	1
Является клиентом фирмы более 10 лет	0	1	0	1	0	1	1	1
Обслуживание обычное	+							
Обслуживание привилегированное								+

Понятно, что если не выполняется ни одно из требований, то никаких привилегий ему не полагается. Точно так же понятно, что в последнем случае, когда выполнены все требования, обслуживание должно быть привилегированным. А что делать в середине таблицы, когда часть требований выполнена, а часть – нет? Возьмем второй столбец:

Вклад в фирму >\$1000	0
В прошлом был надежным плательщиком	0
Является клиентом фирмы более 10 лет	1

Должен ли клиент получить привилегированное обслуживание? Перечитаем текст. И выясним, что ответ на наш вопрос зависит от одной мелочи: где при чтении текста была сделана пауза: после союза И или перед союзом ИЛИ? Другими словами, как надо расставить скобки в этом логическом выражении? Вариантов два:

1. «Клиент имеет право на привилегированное обслуживание, если он вложил в фирму более \$1000 и ( в прошлом был надежным плательщиком или является клиентом фирмы более десяти лет)»

2. «Клиент имеет право на привилегированное обслуживание, если ( он вложил в фирму более \$1000 и в прошлом был надежным плательщиком ) или является клиентом фирмы более десяти лет»..

Первый вариант гласит: клиент обязан прежде всего вложить в фирму более \$1000. Без этого о привилегированном обслуживании речи быть не может. Но \$1000 еще недостаточно! Кроме обязательного вклада в \$1000 клиент обязан выполнить еще хотя бы одно из двух условий: либо быть в прошлом надежным плательщиком, либо быть клиентом фирмы более десяти лет.

Второй вариант требует о клиента выполнения хотя бы одного из двух условий: либо вложить в фирму более \$1000 и при этом еще и быть в прошлом надежным плательщиком, либо просто быть клиентом фирмы более десяти лет. (Это ничего, что товара он брал каждый раз на доллар в год, да и тот никак не мог заплатить. Главное, чтобы делал он это в течение десятка лет!)

Какой вариант имел в виду автор документа? Из текста это, вообще говоря, не очевидно. А вот с таблицей решений все будет предельно ясно.

Первому прочтению соответствует такая таблица

Вклад в фирму >\$1000	0	0	0	0	1	1	1	1
В прошлом был надежным плательщиком	0	0	1	1	0	0	1	1
Является клиентом фирмы более 10 лет	0	1	0	1	0	1	1	1
Обслуживание обычное	+	+	+	+	+			
Обслуживание привилегированное						+	+	+

А второму – такая:

Вклад в фирму >\$1000	0	0	0	0	1	1	1	1
В прошлом был надежным плательщиком	0	0	1	1	0	0	1	1
Является клиентом фирмы более 10 лет	0	1	0	1	0	1	1	1
Обслуживание обычное	+		+		+			
Обслуживание привилегированное		+		+		+	+	+

У читателя может сложиться впечатление, что таблицы решений – сплошное собрание достоинств. Увы! Но достоинств без недостатков не бывает. За свое

замечательное свойство гарантированно перебрать все возможные варианты и выявить все возможные неоднозначности таблицы решений платят серьезным недостатком. Их размеры растут фантастически быстро. Помните историю про изобретателя шахмат, который попросил в качестве платы одно зернышко на первую клетку шахматной доски, а на каждую следующую вдвое больше, чем на предыдущую? Так вот, таблицы решений растут с той же скоростью – степеней двойки. Каждое следующее условие удваивает размер таблицы. Для борьбы с этим применяют специальные методы.

Пытаются «свернуть» в один столбец два соседних столбца, если они отличаются только одним условием (в одном столбце в данной строке стоит плюс, в другом – минус) и при этом предписывают одно и то же решение. «Свернутые» плюс и минус в новом столбце заменяет новый знак – звездочка, который означает, что данное условие для принятия решения безразлично.

Другой применяемый путь: разбить все множество условий на подмножества. Каждому подмножеству будет соответствовать своя таблица. Если подмножество условий будет не велико, то и таблица будет обозримого размера. А сверху ставят таблицу-«распасовщик», которая должна разобраться в ситуации «на верхнем уровне» и для детального анализа передать дело в нужную таблицу «нижнего уровня». Именно так была устроена кардиологическая экспертная система, упомянутая в начале раздела.

### **13. Представление одной и той же информации на разных «языках»: на языке логических операций, на языке теории множеств, с помощью карточек «да-неток», с помощью таблиц решений. Переход с одного языка на другой.**

Во всех случаях при освоении всех логических инструментов мы использовали одни и те же примеры, одну и ту же информацию представляли в разных видах. Одна из целей, которую мы при этом преследовали, заключалась в том, чтобы показать эквивалентность различных представлений информации, возможность перехода от одного представления к другому. Ребенок должен уяснить, что нет непреодолимой границы между логикой и теорией множеств, что логические значения представимы в виде прорезей на карточках и логические операции можно выполнить с помощью спицы или с помощью выбора информации из таблицы решений, а результатом этих «спицевых» операций окажется множество объектов, обладающих требуемой комбинацией свойств. И т.д. Ребенок должен освоить несколько языков и правила «перевода» с одного языка на другой. И это даст ему возможность использовать в каждой ситуации тот язык, который в этой ситуации окажется самым удобным, самым продуктивным.

### **Литература**

1. Плаксин М.А. Информатика и ИКТ: учебник для 3 класса. / М.А. Плаксин, Н.Г. Иванова, О.Л. Русакова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 159 с.: илл.
2. Плаксин М.А. Информатика и ИКТ: учебник для 4 класса: в 2 ч. / М.А. Плаксин, Н.Г. Иванова, О.Л. Русакова. Ч. 1. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 127 с.: илл.; Ч. 2. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 125 с.: илл.
3. Плаксин М.А. Информатика: учебник для 3 класса: в 2 ч. Ч.1 /М.А.Плаксин, Н.Г.Иванова, О.Л.Русакова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. –128 с.: илл. Ч.2 /М.А.Плаксин, Н.Г.Иванова, О.Л.Русакова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 49 с.: илл.
4. Плаксин М.А. Информатика: учебник для 4 класса: в 2 ч. Ч.1 /М.А.Плаксин, Н.Г.Иванова, О.Л.Русакова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. –127 с.: илл. Ч.2 /М.А.Плаксин, Н.Г.Иванова, О.Л.Русакова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 125 с.: илл.

5. Плаксин М.А. ТРИЗформатика – метапредмет, объединяющий компьютерные и интеллектуальные технологии работы с информацией (ответ на вызов информационного общества). //Программирование, 2011, №6, с.26-32.
6. Plaksin M.A. TRIZformatics: A Metasubject Uniting Computer and Intelligence Technologies of Information Processing (Response to Information Society Challenge). //Programming and Computer Software, 2011, Vol. 37, No. 6, pp. 279–283.
7. Плаксин М.А. Интеграция информационно-коммуникационных и интеллектуальных технологий работы с информацией в начальной школе. УМК «Информатика» для III–IV классов. //Информатика и образование, 2013, №6. С.12-17.
8. Плаксин М.А. Информатика. Программа для начальной школы: 3-4 классы / М.А.Плаксин, М.С.Цветкова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 108 с.: ил.
9. Иванова Н.Г., Плаксин М.А., Русакова О.Л. Информатика. Практикум для 3 класса. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 68 с.
10. Плаксин М.А.. Системология – ключевая позиция пропедевтического курса информатики. //Труды большого московского семинара по методике раннего обучения информатике: в 10 т. / Сост. и научн. ред. И.В.Соколова, Ю.А.Первин. – М.: Изд-во РГСУ, 2011 Т.2. – 2011. С. 133-144.