

## Экономико-математическое моделирование

УДК 336.767

### ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ НА РОССИЙСКОМ ФОНДОВОМ РЫНКЕ\*

*Д. Г. ХАНИН,*

*кандидат экономических наук,  
доцент кафедры государственных  
и муниципальных финансов*

*E-mail: khdg@rambler.ru*

*Волго-Вятская академия государственной службы*

---

*В статье представлены модели портфелей ценных бумаг, относящиеся к докризисному и кризисному периодам, рассчитанные на основе биржевых котировок с использованием простейшего алгоритма приближения к эффективному фронту. Дан анализ типового сходства составов портфелей, превышающих бенчмарк по показателям доходности и надежности, содержащих значительную долю не прошедших общий отбор акций местного эмитента.*

**Ключевые слова:** *теория эффективных портфелей, математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, коэффициент, корреляция.*

---

Своим появлением теория эффективных портфелей (ТЭП) обязана публикации в 1951 г. работы Г. Марковица Portfolio selection [4], основанной на использовании в исследовании портфеля ценных бумаг базовых понятий теории вероятностей. Экономическим фундаментом ТЭП является теория эффективности рынка капитала Ю. Фама, сформу-

лированная чуть позже и перманентно адаптируемая к условиям реального рынка.

Классически определена целесообразность применения методов ТЭП в инвестировании на развитом рынке, обладающем свойствами достаточной ликвидности и слабой информационной эффективности. В докризисной экономической ситуации появились признаки слабой эффективности на российском фондовом рынке, доказанные экономически [3] и математически [2]. Поэтому кроме констатации очевидного факта объективности аппарата ТЭП в описательной части портфельного инвестирования стало актуальным прогнозирование в существующих российских условиях будущих показателей портфеля, рассчитанного в рамках теории Г. Марковица. Значительный интерес представляет действенность ТЭП в период нестабильности фондового рынка.

Модель портфеля ценных бумаг формируется в правовом поле Российской Федерации с учетом процессов глобализации. Среди основных допущений среды идеального рынка не предполагаются свободные продажи заемных ценных бумаг и наличие безрисковой ставки. Обозначим стратегические цели модельного инвестирования:

---

\* Статья предоставлена Информационным центром Издательского дома «ФИНАНСЫ и КРЕДИТ» при Нижегородском государственном университете имени Н. И. Лобачевского – Национальном исследовательском университете.

- 1) положительная относительная курсовая доходность по специально выбранному российскому бенчмарку, в качестве которого принят индекс РТС;
- 2) минимизация риска – среднеквадратического отклонения (СКО) полученной курсовой доходности портфеля от прогнозируемой. В любом случае СКО портфеля должно быть строго меньше, чем СКО бенчмарка;
- 3) соблюдение следующей структуры портфеля:
  - основной компонент портфеля – местные ценные бумаги удовлетворительного качества (географическая точка расчета для авторского исследования – г. Н. Новгород);
  - дополнительный компонент – структурный продукт – пакет ценных бумаг российских эмитентов, принадлежащих к прочим видам экономической деятельности;
  - дополнительный элемент структурного продукта – долговой инструмент повышенной надежности в качестве дополнительного средства понижения риска портфеля.

Не забывая о сформулированных целях, рассмотрим смысловое наполнение основных экономических и вероятностных характеристик инструментов фондового рынка.

Принимаем в качестве прогнозируемой доходности статистическое среднее (среднее арифметическое), в качестве риска – статистическое среднеквадратическое отклонение доходности на базовом интервале времени. Поскольку этот подход концептуальный, при использовании статистических показателей в построении модельных портфелей сделаем следующие замечания.

Во-первых, для прогноза доходности нецелесообразно использовать методы регрессии в свете принятой за основу теории рынка, стремящегося к информационной эффективности, т. е. к усреднению доходности, являющейся относительным показателем. Использование положительной среднестатистической доходности в расчете не может быть достаточным условием включения бумаги в портфель без соответствующего обоснования, поскольку уровень развития российского рынка не позволяет пренебрегать возможной неполнотой раскрытия информации и, следовательно, отклонением рыночной цены на акции от справедливой. Вместе с тем удовлетворительная средняя доходность является необходимым условием.

Во-вторых, необходима формулировка достаточного условия правомерности использования

среднеквадратического отклонения в качестве характеристики риска снижения доходности.

Если слабая информационная эффективность рынка капитала еще позволяет рассчитывать на отражение в рыночных ценах достаточной информации об эмитенте, то наличие приемлемого объема информации обо всех возможных изменениях в экономике в стандартных отклонениях цен от своих средних вызывает сомнение.

Поскольку риски, не выявляемые расчетным значением СКО, эффективно изучаются котировальными комиссиями фондовых бирж и специализированными аналитическими агентствами, можно говорить о снижении риска при замене старого элемента портфеля на новый, имеющий меньшее значение СКО при условии неубывания следующих показателей данных элементов:

- территориальное значение эмитента;
- территориальная масштабность по виду экономической деятельности эмитента;
- масштабность биржи, где обращаются бумаги данных эмитентов, уровень списков;
- инвестиционные рейтинги известных агентств (если они есть), их качество и уровень;
- доступные показатели фундаментального анализа.

Соблюдение этого комплекса условий позволяет оставаться в рамках прогнозирования на базе статистики движения курсов ценных бумаг без существенного выхода рисков за пределы СКО. Указанное условие не является необходимым в математическом понимании (поскольку снижение одних показателей может с лихвой компенсироваться повышением других). Поэтому инвестор изначально согласен с некоторой упущенной возможностью получения большей доходности ради соблюдения главной цели диверсификации вложений. Надо отметить, что замена элементов в сторону снижения перечисленных показателей из соображений достижения цели доходности возможна только в рамках обратного реинвестирования, т. е. возврата портфеля к изначально определенным характеристикам риска (к тем же ценным бумагам или к бумагам того же уровня).

В-третьих, достижимость общей поставленной цели следует из теории эффективных портфелей. Если считать имеющийся состав портфеля самостоятельной ценной бумагой, то реинвестирование части средств в любой дополнительный элемент меньшего риска, не связанный с начальной единичной корреляцией (это почти невозможно), даст значительно

большее снижение СКО, чем снижение доходности портфеля. Таким образом, любое реинвестирование части средств приближает управляемый портфель к теоретической линии эффективного фронта, если оно удовлетворяет следующим условиям:

- меньший риск означает меньшую доходность, и наоборот;
- повышение доходности может быть основанием последующего реинвестирования для снижения риска (при соблюдении нормы доходности);
- стоимость транзакций покрывается суммой увеличенной доходности.

Вместе с тем достижение линии фронта не является прямой целью инвестирования в свете выбранной задачи оптимизации относительных характеристик портфеля по бенчмарку при наличии в нем элемента прямого инвестирования.

В-четвертых, характеристика ликвидности не учитывается в достаточной мере (принятой у специалистов технического анализа), поскольку гибридная стратегия (использование элементов прямого инвестирования при создании портфеля – именно так можно расценить приоритет местных инструментов) подразумевает плату за причастность – потерю ликвидности. Таким образом, предполагается, что дошедшие до последней стадии алгоритма элементы прямого инвестирования не требуют высокой ликвидности и предназначены для достаточно долгого удержания. Поэтапная замена элементов в процессе селекции при соблюдении выбранных постулатов подразумевает не только снижение неучтенных в СКО рисков, но и автоматический рост ликвидности.

В-пятых, в части продолжительности прогнозируемого периода необходимо выделить ряд положений, регламентирующих специфику расчета показателей по каждой допущенной к селекции бумаге индивидуально.

Большинство аналитиков ведут отчет стабильного роста организованности российского рынка с 2002 г., следовательно, рассматривать историю курсов и доходностей ценных бумаг ранних периодов нецелесообразно. Кроме того, многие заслуживающие внимания предприятия вышли на биржевой рынок сравнительно недавно и не имеют достаточно длительной биржевой истории.

Поскольку отвергается спекулятивная составляющая инвестирования, расчет ведется на рыночных ценах закрытия периода, что служит фильтром волатильности цен и предполагает наибольшую

возможность инвестора воспользоваться этой ценой в течение отчетного периода.

В-шестых, в отличие от расчетов оценок математического ожидания (МО) и СКО корреляция требует более гибкого отношения к базовому периоду. Если подходящие по своим общим показателям бумаги дадут еще и низкий коэффициент корреляции, то такой подарок, конечно, надо использовать (после фундаментальной проверки). Это означает, что большой рост одной бумаги, в общем-то, совмещается с малым падением другой, и наоборот, тогда надо держать обе в любом случае.

Высокую корреляцию, рассчитанную на базовых интервалах можно считать приемлемой (особенно на больших прогнозируемых периодах). Выбирая бумаги по нормам риска и доходности, а также по принадлежности к виду экономической деятельности, не стоит удивляться полученной высокой корреляции (в данном случае она означает ту зависимость между бумагами, которая и обусловлена вкусами инвестора, характеристиками бумаг и ситуацией на фондовом рынке). В любом случае, будучи меньше единицы, полученный коэффициент корреляции может снизить расчетное среднее квадратическое отклонение портфеля (что и является целью диверсификации).

Другое дело, если по двум отобранными для формирования портфеля бумагам парная корреляция снижается при уменьшении размера периодов расчета (например, в отличие от месячного прогнозируемого периода получена отрицательная корреляция на недельных интервалах). Это означает только лишь то, что внутри прогнозного периода надежность портфеля выше, чем отражаемая численным значением СКО портфеля. То есть при необходимости зафиксировать доходность на интервале меньше прогнозируемого вероятность выполнения прогнозного значения окажется выше, чем на исходном интервале, а это означает повышенную ликвидность портфеля в общем финансовом понимании, т. е. меньший риск продажи портфеля по рыночным ценам с потерей части средств.

Итак, на начальном этапе формирования портфеля применяется техническая селекция. А именно: отбор национальных ценных бумаг по удовлетворительным экономическим показателям. После этого используется активная фундаментальная диверсификация:

- селекция эмитентов от местного до национального уровня;
- сравнение их инвестиционных качеств с отраслевыми и национальными;

- замена элементов с низшего уровня на высший при лучших инвестиционных качествах последних;
  - создание резервной базы для реинвестирования.
- Далее задействуется группа смешанных методов диверсификации:
- выбор доступных долговых финансовых инструментов (здесь предпочтительны государственные обязательства, возможно, иностранные);
  - расчет удовлетворительного условиям бенчмарка портфеля и его характеристик на основе теории эффективных портфелей;
  - формирование портфеля.

Этот алгоритм встроен в схему, представленную на рис. 1.

Реализация модельного портфеля осуществляется на базе данных о торгах на организованном рынке ценных бумаг, предоставляемых интернет-сайтом фондовой биржи РТС. Проводится сравнительный анализ двух моделей 2006 и 2010 гг. для выяснения действенности методов ТЭП в разных экономических условиях.

**Модель 2006 г.** Модель была построена на базах данных за период с сентября 2003 г. по декабрь 2006 г., предоставляемых интернет-сайтами фондовой биржи РТС и ФРС США, касающихся котировок акций и долговых обязательств ФРС США соответственно. Для получения среднестатистических показателей на 30 базовых периодах используется скользящий интервал три календарных месяца с шагом в один месяц, значения средних считаются

вероятностными оценками будущих показателей на трехмесячный прогнозируемый период.

На 01.06.2006 условиям достаточности исторических данных и положительности среднеквартальной доходности удовлетворили 39 инструментов (они же в виду немногочисленности составляют резервную базу). Из вошедших в базу селекции нижегородских ценных бумаг – обыкновенных акций ОАО «ГАЗ» и ОАО «ВолгаТелеком» – первые составили основной компонент, последние по своим характеристикам уступили место акциям ОАО «Ростелеком».

Результат выполнения действий рассмотренного ранее алгоритма представлен в табл. 1 (минимизация среднего коэффициента корреляции с инструментами базы селекции явилась одним из достаточно грубых критериев отбора).

Сначала сформирован структурный продукт из набора, оставшегося после удаления из списка элемента GAZA, на основе следующего алгоритма.

На первом шаге минимизация риска достигается выбором из базы пары элементов *A* и *B*, дающих минимальное СКО по формуле

$$\sigma_{Cmin} = \sigma_A \sigma_B \sqrt{\frac{1 - r_{AB}^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2r_{AB} \sigma_A \sigma_B}}$$

Доли элементов рассчитываются по формуле

$$k_{min} = \frac{\sigma_B^2 - r_{AB} \sigma_A \sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2r_{AB} \sigma_A \sigma_B} [1],$$

где *k* – доля элемента *A*.

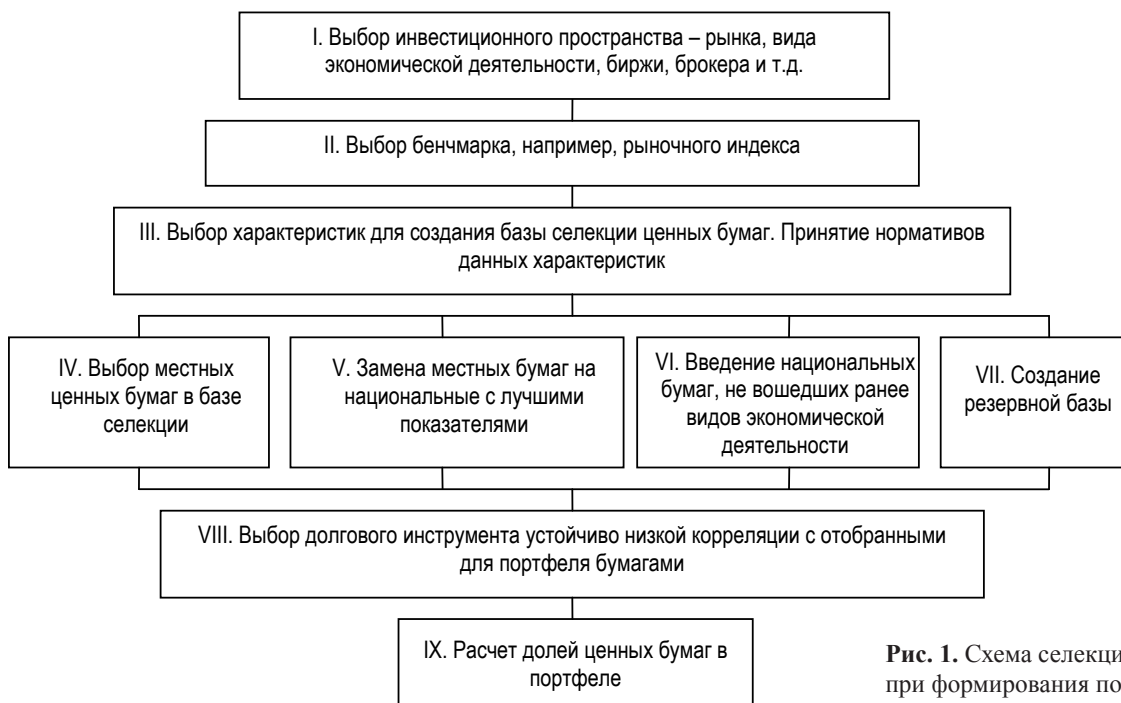


Рис. 1. Схема селекции ценных бумаг при формировании портфеля

Таблица 1

Список российских инструментов портфеля

Тикер	Наименование	Доходность	Риск	Средний коэффициент корреляции
RTKM	ОАО «Ростелеком»	0,0864	0,1880	0,5175
LKOH	ОАО «ЛУКОЙЛ»	0,1608	0,1654	0,6291
GAZA	ОАО «ГАЗ»	0,1642	0,2819	0,3842
NTMK	ОАО «НТМК»	0,1835	0,2071	0,4734
SBER	ОАО «Сбербанк России»	0,2165	0,1810	0,5403
URKA	ОАО «Уралкалий»	0,3205	0,2857	0,3214

Результат удовлетворительный при  $0 \leq k \leq 1$ , поскольку запрещены короткие продажи.

Каждый следующий шаг состоит из выбора сочетания полученной на предыдущем шаге линейной комбинации  $C = kA + (1 - k)B$  с одним из оставшихся в базе элементов  $D$ , дающим минимальное СКО. Коэффициент корреляции рассчитывается по формуле

$$r_{CD} = \frac{k\sigma_A r_{AD} + (1 - k)\sigma_B r_{BD}}{\sigma_C}$$

Таким образом, дальнейшие статистические расчеты не требуются.

Приближенный состав портфеля определен, если все элементы введены, либо дальнейшее введение элементов не обеспечивает уменьшение СКО текущего портфеля.

Аналогичный результат можно получить, теоретически рассчитав эффективный фронт, или при помощи программных пакетов, реализующих более сложные математические алгоритмы. Используемый метод прост, нагляден и обеспечивает достаточное приближение к теоретическому портфелю минимального риска за количество шагов, не превышающее количества инструментов в списке.

К полученному с использованием изложенного алгоритма структурному продукту (промежуточному портфелю) добавлен 20-летний сертификат ФРС США (20-Year Treasury Constant Maturity Rate) в доле 5%.

Включение долговой бумаги правительства США в данном случае является формальной данью глобализации рынка ценных бумаг (рис. 2), поскольку структурный про-

дукт вполне удовлетворителен по характеристикам. Но ее использование могло бы быть существенным в случае превышения норматива риска высокодоходного продукта. При добавлении Treasure-20 при незначительном снижении МО и СКО структурного продукта увеличился коэффициент Шарпа с 1,2095 до 1,214.

В последнюю очередь полученный структурный продукт добавляется к основному компоненту, который в данном случае состоит из одного элемента GAZA (рис. 3).

Существует расчетная возможность введения в портфель акций ОАО «ГАЗ» до 36% при общей доходности выше индекса РТС и риске ниже индекса РТС, однако из вида кривой СКО итогового портфеля, а также авторским решением (такая возможность также была условием данного метода) элемент GAZA принимается в доле 10% от стоимости портфеля.

На 01.06.2006 построен портфель ценных бумаг по прогнозам доходностей инструментов на 01.09.2006, расчетный состав которого следующий:

- RTKM – 0,230297;

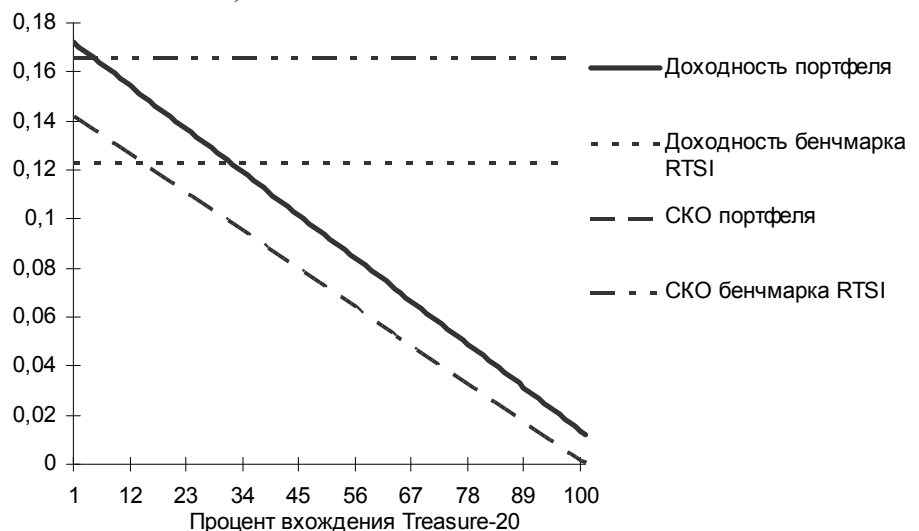


Рис. 2. Зависимость параметров вспомогательного портфеля от доли Treasure-20

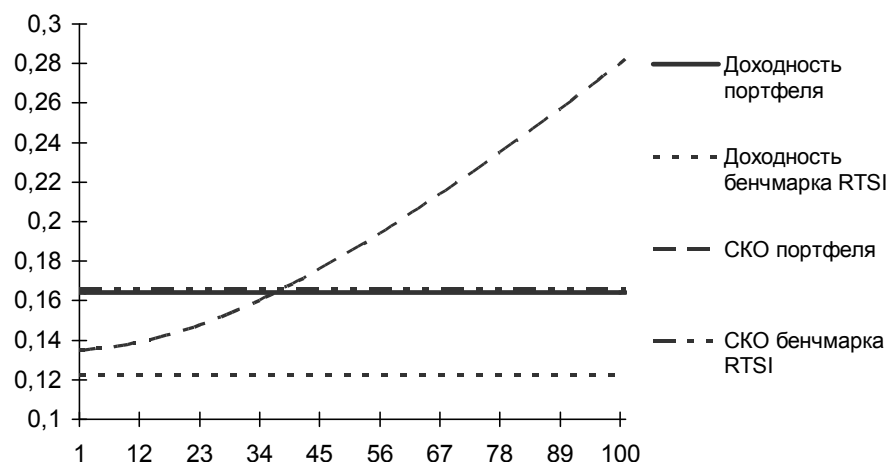


Рис. 3. Зависимость параметров портфеля от процента вхождения акций ОАО «ГАЗ»

- SBER – 0,258211;
- NTMK – 0,130689;
- LKOH – 0,177254;
- URKA – 0,058549;
- Treasure-20 – 0,045;
- GAZA – 0,1.

Характеристики на расчетную и отчетную даты представлены в табл. 2.

Допустимая доля акций ОАО «ГАЗ» на 01.09.2006 составила 38% (рис. 4). Риск превышает норму при 35%-ной доле акций ОАО «ГАЗ», т. е. в этом случае были бы необходимы реинвестиции.

Таблица 2

**Показатели портфеля и бенчмарка по первому периоду, %**

Показатель	МО на 01.06.2006	СКО на 01.06.2006	Доходность на 01.09.2006
Портфель	16,4	13,85	17,26
Индекс РТС	12,25	16,56	11,32

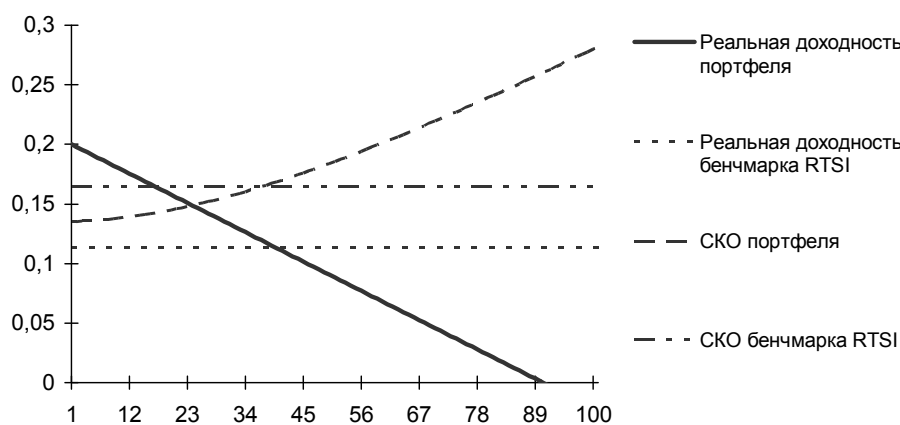


Рис. 4. Зависимость фактических параметров портфеля от процента вхождения акций ОАО «ГАЗ»

Поскольку портфель с 10%-ной долей GAZA удовлетворителен, он сохранен без реинвестиций на очередной квартал, его характеристики для второго прогнозного периода представлены в табл. 3.

Здесь видно, что отклонение фактической доходности портфеля от расчетной меньше отклонения бенчмарка, что подтверждает выполнение нормы по риску.

Итоговые показатели доходности представлены в табл. 4.

Таблица 3

**Показатели портфеля и бенчмарка по второму периоду, %**

Показатель	МО на 01.09.2006	СКО на 01.09.2006	Доходность на 01.12.2006
Портфель	15,06	13,51	14,97
Индекс РТС	10,97	16,5	9,22

Таблица 4

**Фактическая общая доходность портфеля и бенчмарка с 01.06.2006, %**

Дата	Портфель	Индекс РТС
01.12.2006	34,66	21,59
01.01.2007	56,4	31,53

**Модель 2010г.** Модель была построена на базах данных за период с июня 2002г. по апрель 2010г., предоставляемых интернет-сайтами фондовых бирж РТС и ММВБ, касающихся котировок акций и долговых обязательств Минфина России соответственно. Возросший диапазон статистических данных позволяет

увеличить прогнозный период. Для получения среднестатистических показателей на 30 базовых периодах используется скользящий интервал в шесть календарных месяцев с шагом в три месяца, значения средних величин считаются вероятностными оценками будущих показателей на шестимесячный прогнозируемый период.

На 01.04.2010 условиям достаточности исторических данных и положительности

среднеквартальной доходности удовлетворил 61 инструмент (отметим, что кризисные явления выразились в увеличении показателя риска). Незначительные допущения в части наличия цен закрытия на начало срока расчета позволили получить достаточную базу инструментов, чтобы наложить повышенные требования по ликвидности в отношении конца срока (2009–2010 гг.). Оставшаяся база составила 25 инструментов. Из вошедших в базу селекции нижегородских ценных бумаг – обыкновенных акций ОАО «ГАЗ» и ОАО «ВолгаТелеком» – основным компонентом по своим характеристикам, лучшим на расчетный момент относительно компаний-аналогов выбраны акции ОАО «ВолгаТелеком».

Проблемы повышенного риска инструментов усугубились не столь значительным ростом риска индекса РТС, что автоматически обусловлено усреднением данного показателя по рынку.

Фундаментальный отбор инструментов – лидеров соответствующих отраслей – дает наборы ценных бумаг, не позволяющие составить такой портфель минимального риска с запретом на короткие продажи, который оказался бы менее рискованным, нежели индекс. Показатель расчетной доходности при этом более чем удовлетворителен. Отметим, что портфель минимального риска достигался на составе от двух (на базе шести лидеров в своих видах экономической деятельности) до четырех (на базе одиннадцати лидеров и не имеющих альтернативы по виду экономической деятельности) инструментов (рис. 7).

Вместе с тем наличие значений низкой корреляции (в том числе отрицательной) позволяло рассчитывать на достижение стратегической цели по риску. Использование в расчете всей исходной

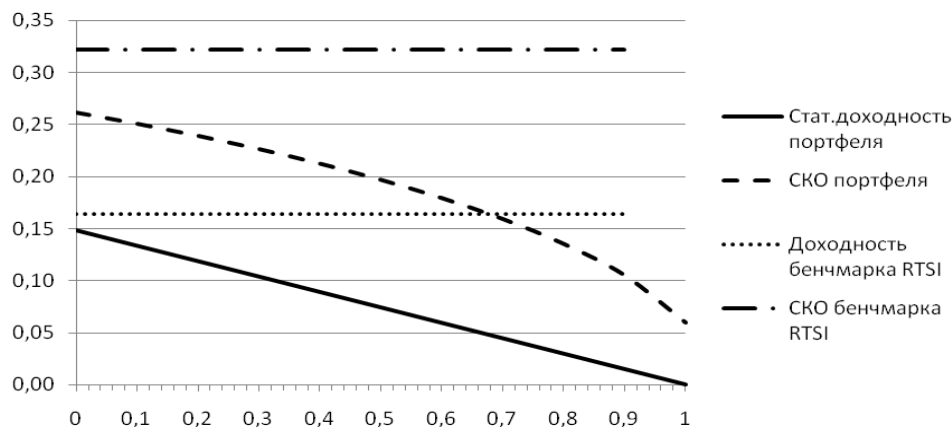


Рис. 5. Доля облигации ОФЗ-26198 в портфеле

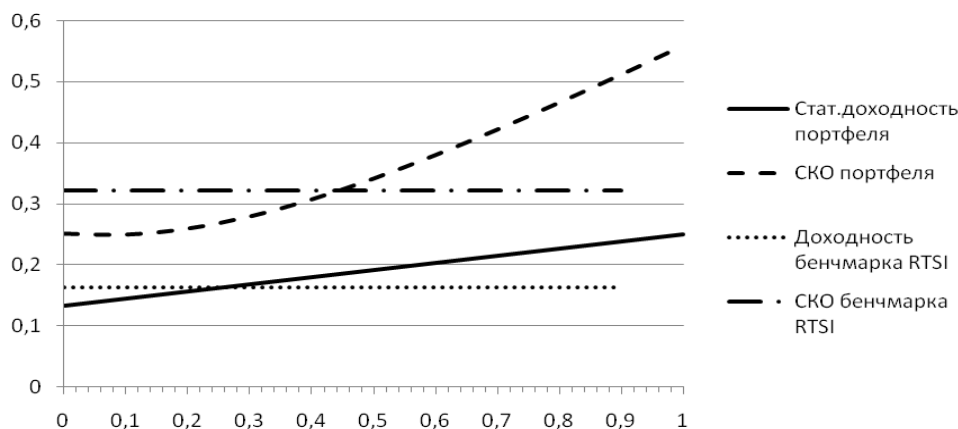


Рис. 6. Доля NNSI в расчетном портфеле

базы 25 инструментов позволило ее осуществить на составе из шести элементов (табл. 5 и 6).

К полученному структурному продукту добавлена облигация ОФЗ-ПД SU26198RMFS0, погашаемая в 2012 г. в доле 10%.

В последнюю очередь полученный структурный продукт добавляется к основному компоненту NNSI (рис. 6).

Таблица 5

Список российских инструментов портфеля

Тикер	Наименование	Доходность	Риск
AFLT	ОАО «Аэрофлот»	0,2128	0,3507
SNGS	ОАО «Сургутнефтегаз»	0,1091	0,2907
LKOH	ОАО «ЛУКОЙЛ»	0,1364	0,2940
WBDF	ОАО «Вимм-Билль-Данн Продукты Питания»	0,1767	0,4668
KHEL	ОАО «Казанский вертолетный завод»	0,3021	0,8392
LSNG	ОАО «Ленэнерго»	0,2209	0,5785
NNSI*	ОАО «ВолгаТелеком»	0,2505	0,5598

\* NNSI не входит в структурный продукт.

Таблица 6

Показатели портфелей и бенчмарка на 01.04.2010\*, %

Показатель	RTSI	Портфель из двух инструментов	Портфель из четырех инструментов	Портфель из шести инструментов
МО доходности	16,37	22,37	20,95	14,83
СКО доходности	32,2	39,75	32,98	26,11

\* По-видимому, возможно подогнать состав портфеля под поставленные цели.

Таблица 7

Показатели портфеля и бенчмарка по итогам периода, %

Показатель	МО на 01.04.2010	СКО на 01.04.2010	Доходность на 01.10.2010	Доходность на 01.12.2010
Портфель	16,87	27,88	-0,53	8,9
Индекс РТС	16,38	32,2	-4,12	1,58

Существует расчетная возможность введения в портфель акций ОАО «ВолгаТелеком» от 28% (выполняется требование по доходности) до 42% (перестает выполняться требование по риску) при общей доходности выше индекса РТС и риске ниже индекса РТС. Элемент NNSI принимается в доле 30% от стоимости портфеля.

На 01.04.2010 построен портфель ценных бумаг по прогнозам доходностей инструментов на 01.10.2010, состав которого следующий:

- AFLT – 15,86%;
- SNGS – 30,33%;
- LKOH – 11,87%;
- WBDF – 3,21%;
- KHEL – 1,17%;
- LSNG – 0,55%;
- ОФЗ – 7%;
- NNSI – 30%.

Характеристики на расчетную и отчетную даты представлены в табл. 7.

Доходности портфеля и бенчмарка на 01.12.2010 представлены для иллюстрации без проверки на необходимость реинвестиций, поскольку устойчивость состава портфеля была показана ранее. Как видно из характеристик инструментов, доля NNSI, близкая к нижней границе допустимого интервала, могла бы быть увеличена до верхней границы с очевидным улучшением результата.

Устойчивость данного подхода подтверждается следующими условиями:

- используются только обыкновенные акции классического рынка РТС с участием одного типа долговых обязательств;
- применяются простейшие статистические и вероятностные расчеты на основе специально выведенных элементарных формул;

- не используются CAPM, микроструктурные финансы, фундаментальный и технический анализ, а также методы квадратического программирования и других компьютерных средств оптимизации;
- не осуществлялись ежепериодная оптимизация и реинвестиции;
- не учитывались дивидендные выплаты ради корректности сравнения с индексом;
- модели, рассчитанные в принципиально разных экономических ситуациях (в первом случае при поступательном росте фондового рынка структурный продукт обеспечивает в большей степени достаточную доходность, во втором – в условиях кризисной нестабильности он обеспечивает понижение уровня риска), дают принципиально одинаковую структуру портфеля.

Данные условия обеспечивают общую наглядность полученного за ограниченное число шагов результата, который может быть улучшен многими способами. Следовательно, использование данного алгоритма с четким соблюдением правил статистических расчетов дает достаточно устойчивый результат.

Список литературы

1. Буренин А. Н. Управление портфелем ценных бумаг. М.: Научно-техническое общество имени академика С. И. Вавилова, 2007.
2. Криничанский К. Использование модели Стефана Росса в анализе российского фондового рынка / К. Криничанский, М. Горюнова, А. Безруков // Рынок ценных бумаг. 2006. № 8.
3. Лимитовский М. Эффективен ли российский рынок акций? / М. Лимитовский, С. Нуреев // Рынок ценных бумаг. 2005. № 8.
4. Markovits H. Portfolio selection // Journal of Finance. 1952. № 7.