

СПЕЦИАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЦЕПЯХ ПОСТАВОК

(на примере задач выбора маршрута)

Бродецкий Геннадий Леонидович — д. т. н., профессор НИУ-ВШЭ (г. Москва)

Гусев Денис Александрович — к. э. н., доцент НИУ-ВШЭ (г. Москва)

АННОТАЦИЯ. Впервые предложен алгоритм, позволяющий менеджеру эффективно применять традиционные методы многокритериальной оптимизации для устранения нежелательных феноменов неадекватного выбора. Иллюстрация возможностей алгоритма дана на примере задачи многокритериального выбора маршрутов в цепях поставок

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: многокритериальная оптимизация, выбор наилучшего решения, алгоритм многокритериальной оптимизации, феномен неадекватного выбора, маршруты в цепях поставок

ВВЕДЕНИЕ

Современный анализ логистических систем и цепей поставок предусматривает смену подходов к оптимизации. Это обусловлено многими факторами. Как отмечает Д.А. Иванов, в результате кризиса 2008 г. «стремление к бесконечной максимизации прибыли в надежде на бесконечный экономический рост привело к колоссальным нарушениям в цепях поставок и к краху многих из них» [11]. Сегодня процедуры выбора наилучшей альтернативы только по одному показателю неприемлемы, поскольку в реальных задачах управления цепями поставок выделить такой единственный показатель затруднительно. «Применительно к сложным системам, какими и являются цепи поставок, оптимизацию нужно понимать не как нахождение единственного и наилучшего решения, но как идеологию построения моделей поддержки принятия решений» [11]. Такие модели предусматривают, что анализируемые альтернативы имеют несколько показателей, которые должны быть оптимизированы и/или сбалансированы с учетом предпочтений лица, принимающего решения (далее — ЛПР). Соответственно, задачи такого типа относятся к задачам многокритериальной оптимизации.

Формат моделей многокритериальной оптимизации цепей поставок и структура исходных данных могут стать источником проблем для менеджера. Формальное применение традиционных критериев выбора наилучшего решения может породить нежелательные феномены, снижающие эффективность принимаемых решений. В частности, независимо от желания менеджера при оптимизации систем может оказаться, что не все заданные частные критерии повлияют на выбор наилучшего решения. Другими словами, фактически, только некоторые из частных критериев, которые формализованы в задаче оптимизации, смогут определить выбор. Такой феномен может быть обусловлен доминированием (в абсолютном выражении) показателей одних частных критериев над показателями других, т.е. некоторые частные критерии участвуют в процедуре выбора наилучшего решения лишь формально (см., например, работу «Эффективные инструменты многокритериальной оптимизации в логистике» [4]). Понятно, что описанный феномен является исключительно нежелательным, поскольку выбор наилучшего решения в ситуациях такого типа будет неадекватен системе предпочтений ЛПР.

Существует подход, который позволяет свести вероятность возникновения данного феномена при оптимизации логистических систем. Суть и атрибуты нового подхода к решению задач многокритериальной оптимизации уже были представлены в ряде публикаций [4–6]. Он предполагает синтез традиционных процедур с процедурами, разработанными в формате процессов аналитической иерархии (Analytic Hierarchy Process, АНП), к которым чаще обращаются как к методу аналитической иерархии [14].

Упомянутый новый подход к многокритериальной оптимизации систем логистики и цепей поставок ранее не был оформлен в виде алгоритма, что представляет неудобство для менеджера. В частности, по некоторым процедурам оптимизации, предусмотренным таким подходом, у пользователей могли остаться вопросы. Наличие алгоритма позволит формализовать все этапы оптимизации и снять вопросы, поэтому ниже мы сам алгоритм многокритериальной оптимизации и проиллюстрируем его применение на примере задачи выбора наилучшего маршрута в цепях поставок.

АТРИБУТЫ МОДЕЛИ И ШАГИ АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ

Итак, мы рассматриваем задачу нахождения наилучшего решения (среди заданных альтернатив по организации работы системы логистики или цепи поставок) при многих критериях. В ходе решения задачи планируется использовать подход к оптимизации, который был представлен в предыдущих работах авторов [4–6]. Примем следующее:

n — число частных критериев;

K_i — исходно заданный i -й частный критерий (его показатели требуется минимизировать);

G_i — i -й частный критерий, модифицированный в соответствии с подходом к многокритериальной оптимизации, представленным в работе «Эффективные инструменты многокритериальной оптимизации в логистике» [4] (его показатели требуется максимизировать).

Алгоритм поиска наилучшей альтернативы предусматривает реализацию 12 шагов (см. рисунок).

Шаг 1. Формализация сводной таблицы исходно заданных показателей частных критериев (K_1 — K_n) для анализируемых альтернатив, на основании которой впоследствии будут реализованы процедуры анализа, модификации и выбора применительно к традиционному формату принятого критерия выбора.

Шаг 2. Приведение задачи оптимизации к стандартному виду « $K_i \rightarrow \min$ » (когда все частные критерии минимизируются).

Шаг 3. Проверка анализируемых альтернатив на Парето-оптимальность. Альтернативы, которые не будут оптимальными по Парето, не участвуют в дальнейшей оптимизации и должны быть отброшены.

Шаг 4. Формализация матрицы попарных сравнений анализируемых альтернатив, представленных исходно заданными показателями (т.е. показателями, которых шла речь на шаге 1), по каждому частному критерию.

Шаг 5. Проверка полученных от ЛПР матриц попарных сравнений на согласованность суждений ЛПР (индекс согласованности не должен превышать 0,1). **Т.е. такие матрицы составляет ЛПР, а не менеджер? И в них проявляется согласованность суждений ЛПР?**

Замечание. Напомним, что на практике матрицы попарных сравнений получают следующим образом. Как правило, ЛПР затрудняется заполнить сразу всю матрицу. В таком случае менеджер опрашивает ЛПР по каждой паре альтернатив по заданному частному критерию. При большом числе альтернатив часто суждения ЛПР могут быть несогласованными.

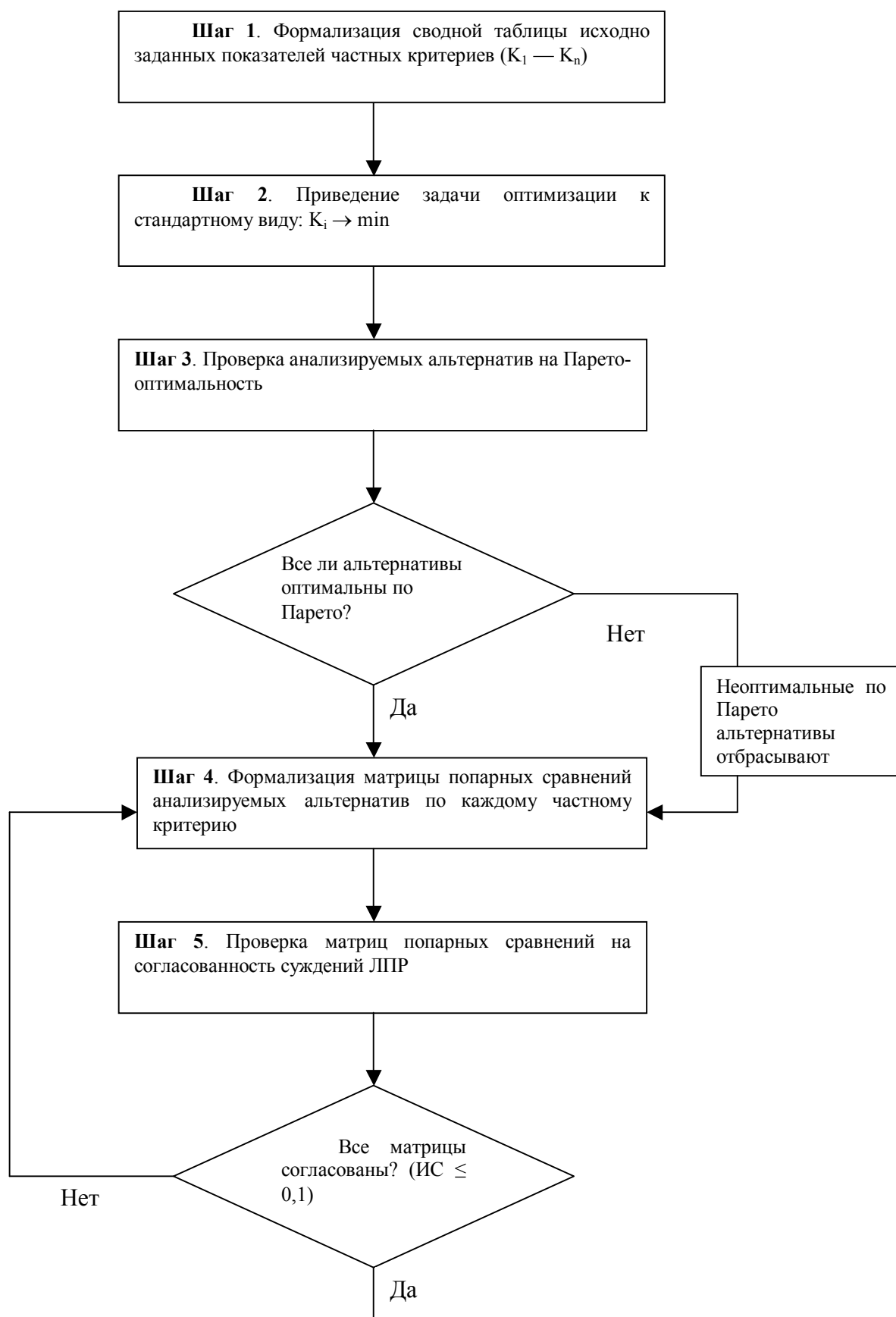
Шаг 6. Формализация новых модифицированных оценок / показателей альтернатив.

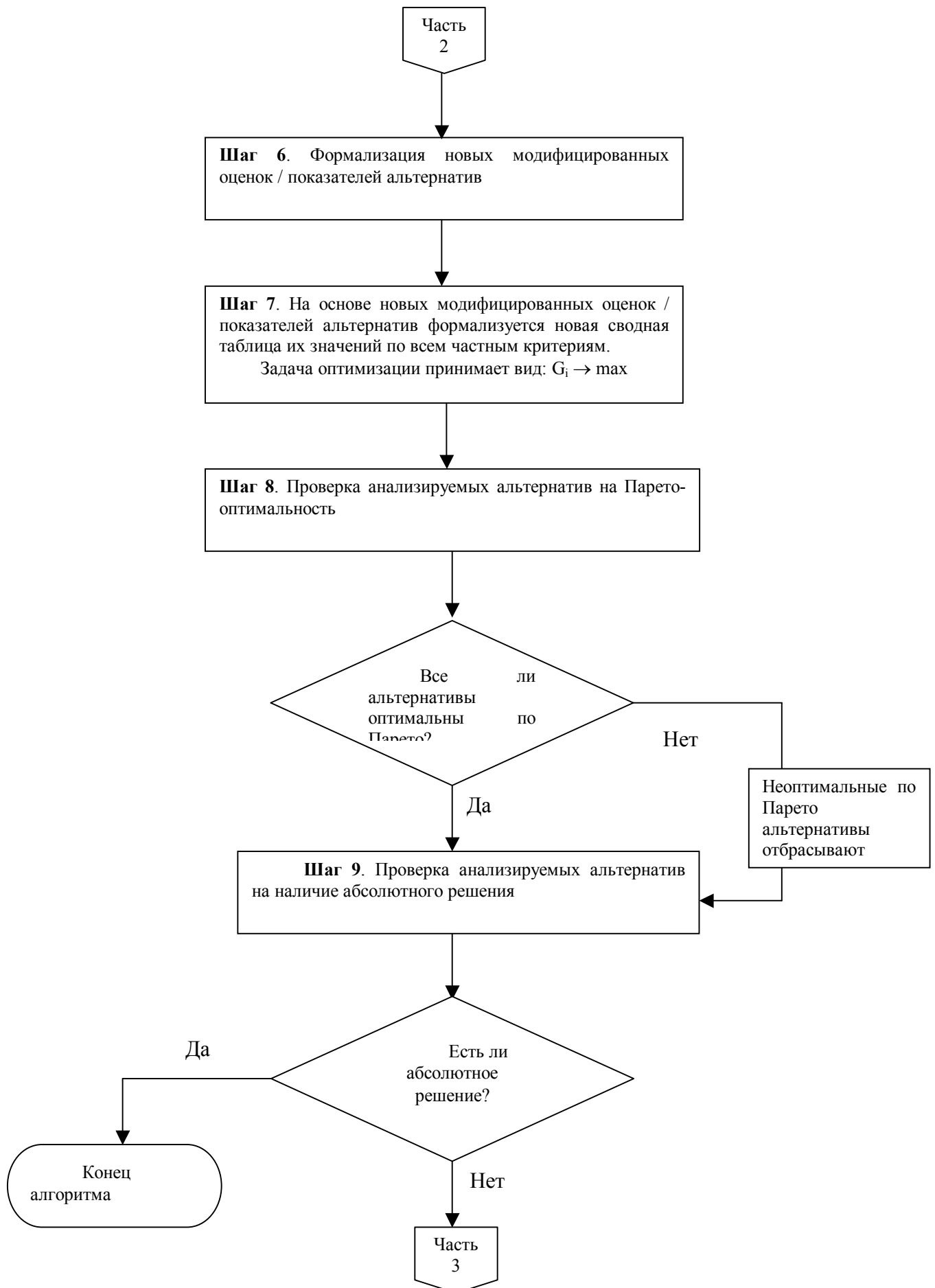
6.1. Для всех матриц попарных сравнений, которые выражают согласованные суждения ЛПР (индекс согласованности (ИС) не превышает 0,1), реализуются процедуры приближенного определения их собственных векторов. На основе таких векторов задают новые модифицированные значения показателей частных критериев (в процентном измерении).

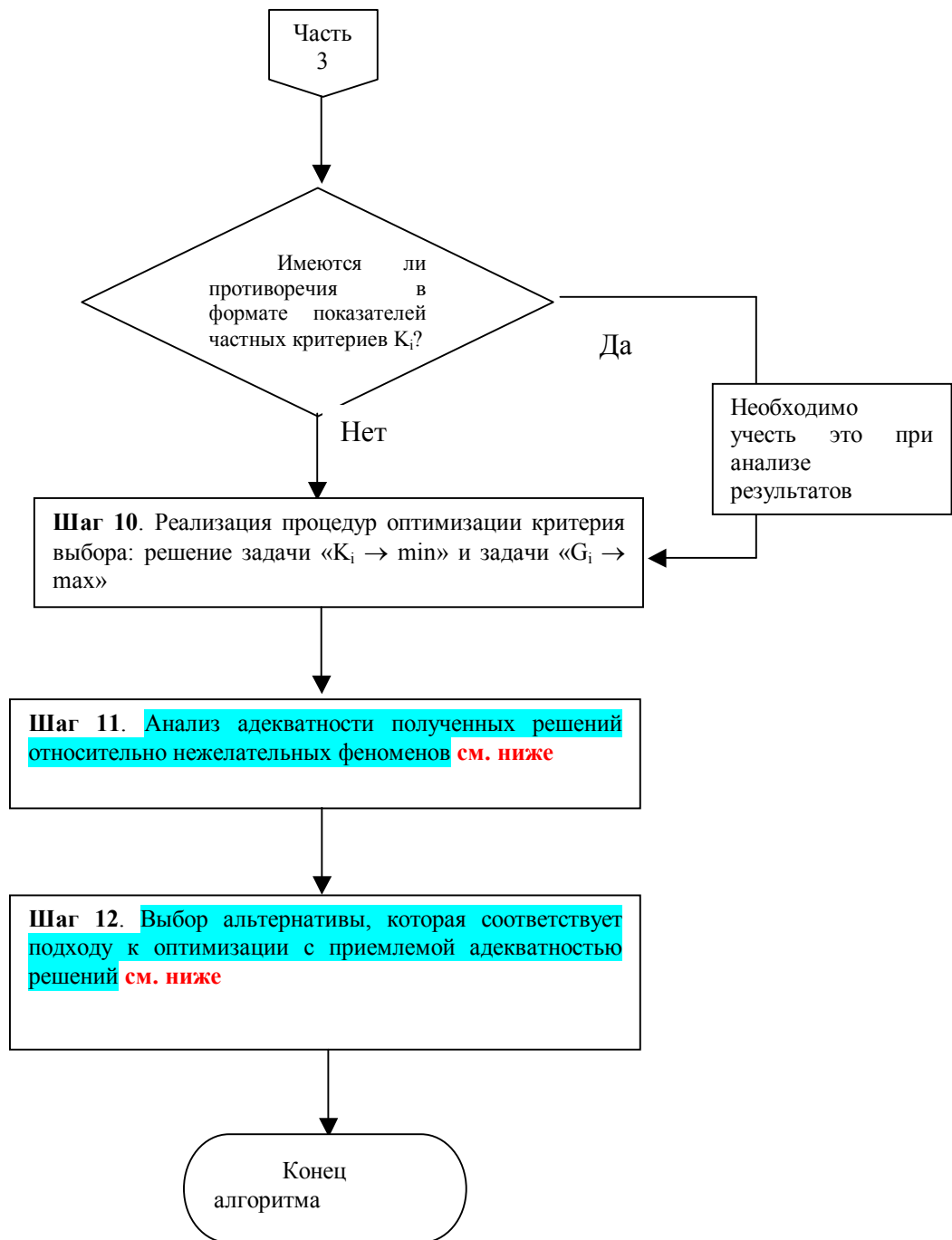
Замечание. На практике при расчетах важно соблюдать следующее правило: новые модифицированные значения показателей частных критериев (показатели важности) следует получать с точностью не менее чем до десятых процента (как и будет представлено далее). При меньшей точности накапливается погрешность, и может получиться, что сумма указанных показателей будет существенно отличаться от 100%.

6.2. Для всех матриц попарных сравнений, которые не являются согласованными (индекс согласованности превышает 0,1), необходимо вернуться к шагу 4 и исправить выявленные нарушения согласованности при формализации соответствующих матриц, а затем реализовать шаг 5 и перейти к шагу 6.

Рисунок. Блок-схема алгоритма многокритериальной оптимизации







Шаг. 7. На основе новых модифицированных оценок / показателей альтернатив формализуют новую сводную таблицу их значений по всем частным критериям. При этом необходимо отметить тот факт, что исходная задача оптимизации далее будет применена к новому формату модифицированных показателей частных критериев: *все частные критерии максимизируются*. Чтобы подчеркнуть такую особенность, все частные критерии в новом формате обозначают как G_i (т.е. K_i заменяют на G_i), при этом задача оптимизации принимает вид « $G_i \rightarrow \max$ ».

Шаг 8. Проверка анализируемых альтернатив на Парето-оптимальность. Поскольку сводная таблица из новых модифицированных показателей сформирована с учетом предпочтений ЛПР, то Парето-оптимальность анализируемых альтернатив в новом формате представления их показателей может быть нарушена. Неоптимальные по Парето альтернативы (в новом формате с учетом предпочтений ЛПР) далее не анализируют.

Замечание. Если после реализации этого шага остается только одна Парето-оптимальная альтернатива, то она будет представлять так называемое *абсолютное решение*. В этом случае дальнейшие шаги алгоритма не нужны: оптимальная альтернатива найдена.

Шаг 9. Если абсолютного решения нет, то ЛПР указывает критерий (критерии) выбора для дальнейшего решения задачи оптимизации. При этом применительно к исходному формату задачи оптимизации ($K_i \rightarrow \min$) менеджер проверяет, позволяет ли формат показателей частных критериев K_i использовать критерий выбора, заданный ЛПР, и не вызывает ли противоречий (например, присутствие показателей различной природы — денежных и технических — исключает применение критерия выбора, предусматривающего сложение таких показателей). Подчеркнем, что применительно к новому модифицированному формату задачи оптимизации ($G_i \rightarrow \max$) такая проверка не требуется.

Шаг 10. Реализация процедур оптимизации критерия выбора.

10.1. Решение задачи по указанным ЛПР критериям выбора в рамках традиционного подхода (задача « $K_i \rightarrow \min$ »).

10.2. Решение задачи по указанным ЛПР критериям выбора в новом формате (задача « $G_i \rightarrow \max$ »).

Шаг 11. Анализ адекватности полученных решений с учетом нежелательных феноменов (феномена доминирования, феномена «слепоты» и др.). **Имеется в виду проверка того, насколько такие феномены повлияли (могли повлиять) на «правильность» решения?**

Да. Анализ возможных проявлений феноменов неадекватного выбора и их влияния на наилучший выбор

Шаг 12. Выбор альтернативы, которая соответствует подходу к оптимизации с приемлемой адекватностью решений. **Здесь мысль не совсем понятно сформулирована. Что здесь имелось в виду? Выбор альтернативы с приемлемым уровнем адекватности системе предпочтений ЛПР**

Замечание. Феномены неадекватного выбора могут в разной степени влиять на окончательное решение. Искажение результатов может быть признано ЛПР несущественным. Таким образом, именно ЛПР задает уровень адекватности решений.

Прокомментируем некоторые особенности возможных «траекторий» реализации указанного алгоритма и соответствующие исходы, с которыми может столкнуться менеджер на практике, а также представим рекомендации для таких случаев.

1. После реализации третьего шага может остаться только одна Парето-оптимальная альтернатива. Тогда она представляет собой абсолютное решение (оно оптимизирует одновременно все частные критерии). Алгоритм завершается без применения нового подхода. В реальных ситуациях это должно насторожить менеджера, поскольку свидетельствует о том, что задача тривиальна, либо имеются ошибки в исходных данных.

2. После пятого шага процедуры оптимизации могут быть приостановлены. Это произойдет, если все матрицы попарных сравнений окажутся недостаточно согласованными. В такой ситуации нужно вернуться к формализации указанных матриц попарного сравнения. При этом желательно обратить внимание ЛПР на те позиции матриц сравнений, которые обуславливают наибольшее расхождение.

3. После реализации восьмого шага снова может остаться только одна Парето-оптимальная альтернатива. Как и в пункте 1, она будет представлять собой абсолютное решение, но уже для нового формата задачи оптимизации (т.к. оптимизирует одновременно все *модифицированные* частные критерии). Такое завершение алгоритма оптимизации должно насторожить менеджера: возможно, анализировалась недостаточно большая группа альтернатив. Также возможно, что

~~ЛПР имеет место занимает~~ чрезмерно ~~энтимистичная—оптимистичную~~ или чрезмерно ~~неэнтимистичная—пессимистичную~~ ~~позицию при релизации попарных сравнений~~ ~~позиция предпочтений ЛПР~~. У «предпочтений» не может быть никаких позиций. Имелось в виду, что само Лицо, принимающее решения, занимает слишком оптимистичную (пессимистичную) позицию?

4. При реализации процедур десятого шага могут проявиться нежелательные феномены неадекватного выбора. Если такие феномены имеют место для указанных ЛПР критериев выбора в новом формате (задача « $G_i \rightarrow \max$ »), причем при решении в старом формате указанные феномены не наблюдались, то такая ситуация будет свидетельствовать о следующем: скорее всего, ~~ЛПР также имеет место занимает~~ чрезмерно ~~энтимистичная—оптимистичную~~ или чрезмерно ~~неэнтимистичная—пессимистичную~~ ~~позицию~~ ~~позиция предпочтений ЛПР~~ при сравнении анализируемых альтернатив (для процедур формализации матриц сравнений)¹.

Отметим еще одну особенность реализации алгоритма нахождения наилучшего решения при многих критериях. Представленный подход позволяет учесть специфику конкретных процедур

¹ Исследования по разработке методов выявления и устранения последствий ~~попарных сравнений при~~ чрезмерно оптимистичной и чрезмерно пессимистичной ~~позиций—позиции ЛПР предпочтений ЛПР~~ проводятся на отделении логистики НИУ-ВШЭ. Результаты будут представлены в отдельных статьях. — Прим. авт.

выбора, которые нужно реализовать на шаге 10, это «вооружает» менеджера множеством новых критериев выбора. Действительно, каждый приемлемый в условиях бизнеса критерий выбора менеджер может применять либо с учетом представленной модификации, либо без учета таковой. Таким образом, менеджер может удвоить доступный ему арсенал методов оптимизации при многих критериях. Кроме того, поскольку ЛПР может исходить из различных позиций при формализации своих предпочтений (например, пессимистичной, оптимистичной, умеренно пессимистичной и т.д.), то реально можно говорить о том, что доступный **ему менеджеру** **имеется в виду менеджер?** арсенал указанных методов оптимизации увеличится, как минимум, в четыре раза.

Проиллюстрируем возможности использования алгоритма на примере задачи многокритериального выбора маршрута в цепях поставок.

ИЛЛЮСТРАЦИЯ АЛГОРИТМА

Задача указанного типа уже была представлена в работах «Выбор наилучшего маршрута в цепях поставок как задача многокритериальной оптимизации» [7] и «Организация эффективных процедур многокритериальной оптимизации маршрутов в цепях поставок» [8]. Рассматривая данную задачу, мы, как и в упомянутых работах, будем учитывать показатели трех частных критериев. В соответствии с шагом 1 сформулируем их:

- K_1 — длительность перевозки в днях (показатель минимизируется);
- K_2 — количество перевалок груза на протяжении всего маршрута; чем больше перевалок, тем выше риск порчи и/или потери товаров, поэтому данный показатель также минимизируется;
- K_3 — стоимость организации перевозки для транспортного экспедитора в \$ тыс. (показатель минимизируется).

Как и в работе «Выбор наилучшего маршрута в цепях поставок как задача многокритериальной оптимизации» мы рассматриваем восемь альтернатив:

- 1) А — перевозка груза регулярным рейсом из Сингапура во Франкфурт-на-Майне, из Франкфурта-на-Майне — тремя чартерными рейсами АН-12 в Тюмень;
- 2) В — перевозка груза регулярным рейсом из Сингапура во Франкфурт-на-Майне, из Франкфурта-на-Майне — регулярным рейсом в Москву, из Москвы — чартерным рейсом на ИЛ-76 в Тюмень;
- 3) С — перевозка груза из Сингапура регулярным рейсом во Франкфурт-на-Майне, из Франкфурта-на-Майне — регулярным рейсом в Москву, из Москвы — тремя чартерными рейсами АН-12 в Тюмень;

- 4) D — перевозка груза из Сингапура регулярным рейсом во Франкфурт-на-Майне, из Франкфурта-на-Майне — регулярным рейсом в Москву, из Москвы — тремя грузовыми автомобилями в Тюмень;
- 5) E — перевозка груза из Сингапура чартерным рейсом Boeing-747 в Москву, из Москвы — тремя чартерным рейсами ИЛ-76 в Тюмень;
- 6) F — перевозка груза из Сингапура чартерным рейсом Boeing-747 в Москву, из Москвы — тремя чартерными рейсами АН-12 в Тюмень;
- 7) G — перевозка груза из Сингапура чартерным рейсом Boeing-747 в Москву, из Москвы — тремя грузовыми автомобилями в Тюмень;
- 8) H — перевозка груза из Сингапура регулярным рейсом в Бангкок, из Бангкока — регулярным рейсом во Франкфурт-на-Майне, из Франкфурта-на-Майне — регулярным рейсом в Москву, из Москвы — чартерным рейсом ИЛ-76 в Тюмень.

Оценки альтернатив по заданным частным критериям представлены в табл. 1. В соответствии с шагом 2 отметим, что в исходной задаче все частные критерии минимизируются. При этом исходные данные представлены в разных единицах измерения, что заведомо затрудняет применение целого ряда критериев выбора.

В соответствии с шагом 3 подчеркнем, что все альтернативы являются оптимальными по Парето. В табл. 1 дополнительно указана *утопическая точка* (УТ). Это точка с наилучшими (наименьшими) показателями по всем частным критериям.

Таблица 1. Показатели альтернатив по частным критериям

Альтернативы	K_1	K_2	K_3
A	5	2	410
B	8	3	330
C	7	3	390
D	9	3	328,2
E	2	2	475
F	3	2	473
G	4	2	430
H	6	4	407,5
УТ	2	2	328,2

В соответствии с шагом 4 реализуем атрибуты указанного подхода к многокритериальной оптимизации для рассматриваемой здесь задачи выбора наилучшего маршрута в цепях поставок. Для этого необходимо сформировать матрицы попарных сравнений альтернатив по частным критериям K_1 — K_3 . Такие процедуры были описаны в упомянутых выше работах. В настоящей

статье мы представляем их результаты в табл. 2–4 без дополнительных комментариев. Подчеркнем, что попарные сравнения альтернатив в данной статье отличаются от тех, что были описаны в более ранних публикациях. Таким образом, рассматриваемую здесь задачу надо соотносить с другой системой предпочтений ЛПР. В соответствии с требованиями шага 5 отметим, что согласованность суждений указанных матриц была проверена и является приемлемой (индекс согласованности каждой матрицы меньше 0,1).

Таблица 2. Матрица попарных сравнений альтернатив по частному критерию K_1

Альтернативы	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	2	2	4	1/2	1/2	1	2
B	1/2	1	1	2	1/4	1/4	1	1
C	1/2	1	1	2	1/6	1/6	1/2	1
D	1/4	1/2	1/2	1	1/6	1/6	1/4	1/2
E	2	4	6	6	1	1	2	4
F	2	4	6	6	1	1	2	4
G	1	1	2	4	1/2	1/2	1	2
H	1/2	1	1	2	1/4	1/4	1/2	1

Таблица 3. Матрица попарных сравнений альтернатив по частному критерию K_2

Альтернативы	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	2	2	2	1	1	1	4
B	1/2	1	1	1	1/2	1/2	1/2	2
C	1/2	1	1	1	1/2	1/2	1/2	2
D	1/2	1	1	1	1/2	1/2	1/2	2
E	1	2	2	2	1	1	1	4
F	1	2	2	2	1	1	1	4
G	1	2	2	2	1	1	1	4
H	1/4	1/2	1/2	1/2	1/4	1/4	1/4	1

Таблица 4. Матрица попарных сравнений альтернатив по частному критерию K_3

Альтернативы	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1/2	1	1/2	3	3	2	1
B	2	1	2	1	5	5	3	2
C	1	1/2	1	1/2	3	3	2	1
D	2	1	2	1	5	5	3	2
E	1/3	1/5	1/3	1/5	1	1	1/2	1/3
F	1/3	1/5	1/3	1/5	1	1	1/2	1/3
G	1/2	1/3	1/2	1/3	2	2	1	1/2
H	1	1/2	1	1/5	3	3	2	1

В соответствии с шагами 6 и 7 представленного выше алгоритма оптимизации в табл. 5 сведены все найденные «новые модифицированные оценки» для показателей альтернатив по заданным трем частным критериям. В таблице также указана и соответствующая УТ (теперь это точка с наибольшими показателями по модифицированным частным критериям).

Как уже отмечалось, для удобства иллюстрации новые модифицированные оценки представлены в процентном измерении, хотя для реализации метода можно использовать и другие формы представления. Данные оценки можно интерпретировать как модифицированные показатели исходно заданных частных критериев, формат которых позволяет дополнительно учитывать предпочтения ЛПР. Чтобы подчеркнуть такую особенность, мы обозначили анализируемые частные критерии как G_1 , G_2 , G_3 .

Подчеркнем специфику нового формата задачи многокритериальной оптимизации:

- 1) в рамках нового, модифицированного формата представления все показатели частных критериев *максимизируются* ($G_i \rightarrow \max$);
- 2) все они в любой ситуации (независимо от единиц измерения исходно заданных частных критериев $K_1 \dots K_3$, которые были заданы в исходной задаче $K_i \rightarrow \min$) будут иметь *одинаковую общую размерность*: это будут безразмерные показатели.

Переход к указанному новому модифицированному формату представления показателей частных критериев может обусловить следующий феномен. Существует вероятность, что на основе новых показателей альтернатив менеджер дополнительно выявит такие решения, которые с учетом системы предпочтений ЛПР (представленной при формировании матриц попарного сравнения альтернатив по каждому частному критерию) не смогут претендовать на выбор в качестве оптимальных. Это означает, что выявленные альтернативные решения в

новом формате их представления будут не оптимальны по Парето. Разумеется, такие альтернативы должны быть исключены из дальнейшего анализа.

В соответствии с шагом 8 необходимо провести проверку на Парето-оптимальность.

Обратим внимание на то, что необходимо произвести проверку для всех возможных пар альтернатив. Если найдется хотя бы одна пара, где показатели одной альтернативы меньше или равны, чем соответствующие показатели другой, то худшая из этой пары отбрасывается (напомним, что все частные критерии максимизируются).

В данном случае, альтернативы **C, D, G, H**, представленные в табл. 5. (они выделены курсивом), не являются оптимальными по Парето. Они должны быть отброшены. Это было установлено при анализе следующих пар: «АС», «BD», «AG», «АН».

Действительно, сравнивая попарно показатели частных критериев, например, альтернативы А (12,9; 17,4; 12,6) и показатели частных критериев альтернативы С (5,8; 8,7; 12,6), легко заметить следующее. По каждому частному критерию показатели альтернативы С меньше (или равны), чем соответствующие показатели альтернативы А. Это значит, что из анализируемой пары «АС» альтернатива С должна быть отброшена как заведомо худшая (напомним, что все частные критерии применительно к модифицированным показателям максимизируются).

Лучшая из этой пары альтернатива А должна быть оставлена для дальнейшей оптимизации.

~~Аналогично, при анализе других пар отбрасываются альтернативы D, E, G, H.~~

Аналогично, при анализе пары «BD», должна быть отброшена альтернатива «D».

Для дальнейшего анализа должны быть оставлены только оптимальные по Парето альтернативы.

Пожалуйста, поясните.

1. По какому принципу мы образуем пары для сравнения? Почему, например, А сравнивается именно с С, а не с D?

2. За абзац до этого неоптимальными по Парето были названы альтернативы С, D, G, H. Альтернативы Е среди них не было. А теперь мы говорим, что она отброшена.

Благодарю за обнаруженную опечатку!

Таблица 5. Модифицированные / переоцененные показатели частных критериев

Альтернативы	G ₁	G ₂	G ₃
A	12,9	17,4	12,6
B	7	8,7	23,2
C	5,8	8,7	12,6

<i>D</i>	3,5	8,7	23,2
E	26,2	17,4	4,2
F	26,2	17,4	4,2
<i>G</i>	11,8	17,4	7,3
<i>H</i>	6,5	4,3	12,6
УТ	26,2	17,4	23,2

Как видим, после реализации шага 8 среди оставшихся альтернатив нет абсолютного решения. На шаге 9 ЛПР указывает менеджеру приемлемый критерий выбора.

Последующие шаги (10–12) проиллюстрированы с помощью критериев выбора прямого типа (обобщенный скалярный критерий, выбор по среднему геометрическому, критерий Гурвица, обобщенный критерий Гурвица).

Выбор по обобщенному скалярному критерию

Формат такого подхода к *минимизации исходно заданных частных критериев* (до процедур модификации) уже был проиллюстрирован в более ранних публикациях (см. например, уже упоминавшуюся работу «Выбор наилучшего маршрута в цепях поставок как задача многокритериальной оптимизации»). Особенностью данного критерия является ориентация направляющей для линий уровня критерия выбора на УТ. Образно говоря, «прицел» в формате этого критерия устанавливается менеджером на наилучшие показатели частных критериев. Это также позволяет менеджеру не заботиться о размерности исходно заданных показателей / оценок частных критериев.

Напомним, что процедуры оптимизации в такой ситуации состоят в том, что показатель альтернативы в каждом столбце (по каждому критерию, см. табл. 1) нужно разделить на минимальное значение альтернативы по данному критерию. Далее анализируется сумма по строке. Эти процедуры представлены в **табл. 6**.

Таблица 6. Оптимальный выбор по обобщенному скалярному критерию (задача « $K_i \rightarrow \min$ »)

Альтернативы	$\frac{K_1}{\min(K_1)}$	$\frac{K_2}{\min(K_2)}$	$\frac{K_3}{\min(K_3)}$	Значения функции выбора
A	2,5	1	1,25	4,7
B	4	1,5	1,01	6,5
C	3,5	1,5	1,19	6,2

D	4,5	1,5	1	7
E	1	1	1,45	3,4
F	1,5	1	1,44	3,9
G	2	1	1,31	4,3
H	3	2	1,24	6,2
Показатели $\min(K_i)$	2	2	328,2	

Наименьшее значение функции выбора (оно равно 3,4) соответствует альтернативе E. Как видно из табл. 3б—пожалуйста, проверьте. Причем здесь табл. 3? Имеется в виду эта таблица (шестая)?, здесь проявился феномен доминирования: показатели частного критерия K_1 оказывают решающее влияние на выбор. Действительно, выбор альтернативы E обусловлен тем, что другие альтернативы имеют существенно большие значения по данному частному критерию (напомним, что здесь все частные критерии минимизируются). Кроме того, показатели по частному критерию K_1 в среднем существенно больше, чем показатели по частным критериям K_2 и K_3 . Не могли бы Вы пояснить, откуда это видно? Ведь показатель по критерию 2 такой же. Это означает, что решающее значение имеет длительность перевозки, что может не устраивать ЛПР. При этом ранжирование альтернатив имеет следующий вид: E, F, G, A, C, H, B, D.

Замечание. Как правило, сам переход к обобщенным показателям в ряде случаев обеспечивает отсутствие феноменов неадекватного выбора. Тем не менее здесь наблюдается следующая особенность. По первому частному критерию отношение показателя альтернативы к минимальному значению, в среднем, существенно больше, чем указанное отношение по другим частным критериям (сравните значения во втором столбце табл. 6 со значениями в третьем и четвертом столбцах). Это и объясняет возникновение феномена неадекватного выбора. Более того, если бы минимальное значение по частному критерию K_1 составляло 1, то обобщенные показатели альтернатив по K_1 в табл. 5 полностью совпали бы с исходными показателями альтернатив по K_1 в табл. 1. В таком случае переход к обобщенным показателям только усиливал бы феномен неадекватного выбора.

Выбор с учетом модификации обобщенного скалярного критерия

Формат такого подхода к максимизации частных критериев (после процедур модификации) также был проиллюстрирован в работе Г. Бродецкого и Я. Руденко [7]. Напомним, что процедур в данном случае состоит в том, чтобы разделить каждый показатель альтернативы по тому или иному критерию на максимальное значение альтернативы по этому критерию. Результаты представлены в табл. 7.

В результате процедур оптимизации в качестве наилучшей будет выбрана альтернатива Е или F (наибольшее значение в дополнительном столбце). Отметим, что указанный выше феномен доминирования устранен. При этом ранжирование изменится: Е/F, А, В. Это подчеркивает отмеченное выше положение: менеджер получает новый инструмент оптимизации.

Таблица 7. Выбор по модифицированному обобщенному скалярному критерию (задача « $G_i \rightarrow \max$ »)

Альтернативы	$\frac{G_1}{\max(G_1)}$	$\frac{G_2}{\max(G_2)}$	$\frac{G_3}{\max(G_3)}$	Значения функции выбора
А	0,49	1	0,54	2,04
В	0,27	0,5	1	1,77
Е	1	1	0,18	2,18
F	1	1	0,18	2,18
Показатели $\max(G_i)$	26,2	17,4	23,2	

Выбор по критерию среднего геометрического (переход к логарифмам оценок)

При оптимизации решения по методу среднего геометрического функция выбора строится на основе результирующего показателя произведения оценок всех частных критериев. Феномен доминирования оценок одних частных критериев над другими, когда последние не влияют на выбор, при таком подходе к оптимизации легче обнаружить, если от указанных показателей дополнительного столбца перейти к их логарифмам (по любому основанию, причем превышающему единицу — далее используются десятичные логарифмы). Подробнее такой формат оценок был проиллюстрирован в работе «Особенности эффективного использования критерия среднего геометрического в формате задач многокритериального выбора места дислокации и формы собственности склада» [6].

Оценки альтернатив по частным критериям в **табл. 8** представлены их десятичными логарифмами. С каждой альтернативой менеджер сопоставляет сумму логарифмов оценок по всем частным критериям. Наилучшее решение соответствует альтернативе с наименьшим из показателей указанного типа (для задач, формат которых подразумевает минимизацию всех частных критериев).

Таблица 8. Выбор наилучшего решения по критерию среднего геометрического (задача « $K_i \rightarrow \min$ », с переходом к логарифмам оценок)

Альтернативы	$\lg(K_1)$	$\lg(K_2)$	$\lg(K_3)$	Значения функции выбора
A	0,7	0,3	2,61	3,61
B	0,9	0,48	2,52	3,9
C	0,85	0,48	2,59	3,91
D	0,95	0,48	2,52	3,95
E	0,3	0,3	2,68	3,28
F	0,48	0,3	2,67	3,45
G	0,6	0,3	2,63	3,54
H	0,78	0,6	2,61	3,99

Наименьшее значение показателя функции выбора по критерию произведений в табл. 8 (оно равно 3,28) соответствует альтернативе E. Она принимается наилучшей по критерию среднего геометрического. Однако при такой структуре показателей функции выбора явно виден феномен доминирования. Показатели частного критерия K_3 оказывают решающее влияние на оптимальное решение (в формате процедур этого критерия выбора). Здесь показатели частного критерия K_3 в среднем существенно больше показателей частных критериев K_1 и K_2 . Следовательно, и возможные колебания показателей частного критерия K_3 будут оказывать существенное влияние на выбор. Например, при прочих равных условиях произвольное изменение показателей частного критерия K_3 на 10% окажет решающее влияние на выбор. Здесь тоже не совсем понятно, почему именно критерий 3 оказывает решающее влияние на выбор. С чем мы должны сравнивать 2,68, чтобы понять, что K_3 доминирует? Как в данном случае понять, что один критерий блокирует влияние остальных? Это означает, что решающее влияние имеет только стоимость перевозки. Многокритериальный выбор оказывается фикцией. Это может не устраивать ЛПР. Указанный феномен будет устранен, если использовать модифицированный подход к оптимизации.

Выбор по модифицированному критерию среднего геометрического (на основе логарифмов оценок)

Наилучшее решение соответствует альтернативе с наибольшим из показателей указанного типа. Требуемые процедуры оптимизации представлены в табл. 9.

Таблица 9. Выбор по модифицированному критерию среднего геометрического (задача « $G_i \rightarrow \max$ ») с использованием перехода к логарифмическому представлению оценок

Альтернативы	$\lg(G_1)$	$\lg(G_2)$	$\lg(G_3)$	Значения функции выбора
--------------	------------	------------	------------	-------------------------

A	1,11	1,24	1,1	3,45
B	0,85	0,94	1,37	3,15
E	1,42	1,24	0,62	3,28
F	1,42	1,24	0,62	3,28

Наибольшее значение показателя функции выбора (оно равно 3,45) соответствует альтернативе А. Феномен доминирования устранен: здесь нет частного критерия, который блокировал бы влияние других частных критериев. При этом ранжирование альтернатив теперь выглядит так: А, Е/В, В, что подчеркивает расширение инструментария выбора для менеджера и ЛПР.

Выбор по критерию Гурвица

При формализации указанного критерия выбора используется специальный прием, разработанный Л. Гурвицем для решения задач другого типа — задач оптимизации решений в условиях неопределенности. ~~Тем не менее, если сконцентрироваться именно на алгоритме самого критерия не совсем понятно выражение «алгоритм критерия». Алгоритм — последовательность шагов / действий (например, «алгоритм решения», «алгоритм работы» и т.д. — это понятно). А что значит «алгоритм критерия»? то будет понятно, что с указанным критерием соотносится свой аппарат линий уровня в пространстве значений частных критериев можно пояснить по поводу «аппарата линий»? , который может оказаться приемлемым (или даже наиболее приемлемым) для системы предпочтений конкретного ЛПР. Поэтому его речь о методе, критерии, аппарате? можно использовать и для задач многокритериальной оптимизации. Процедуры данного критерия таковы, что его можно использовать и для задач многокритериальной оптимизации.~~ Формат такого критерия выбора априори предполагает, что показатели заданных частных критериев имеют одинаковую размерность. Однако применительно к рассматриваемой здесь задаче это условие не выполняется. Соответственно, критерий Гурвица использовать нельзя. Тем не менее модифицированный подход к оптимизации на основе такого критерия реализовать можно (иллюстрируется ниже). В такой ситуации для заданных частных критериев можно будет использовать только обобщенный критерий Гурвица. Напомним, что Л. Гурвиц предложил использовать при конструировании показателя критерия выбора две оценки крайних типов. Применительно к задачам многокритериальной оптимизации ~~минимизации~~ — **здесь именно «минимизация»? до этого всегда использовался оборот «многокритериальная оптимизация»** это следующие оценки:

- 1) самая худшая / наибольшая;
- 2) самая лучшая / наименьшая.

Конструировать результирующий показатель в формате функции выбора для критерия Гурвица необходимо как взвешенный показатель на основе синтеза указанных выше двух крайних типов оценок. Эти «крайние» результаты учитываются с определенными «весами», выбираемыми непосредственно ЛПР. ~~При таком подходе их синтез позволит задавать приемлемый для ЛПР~~

~~баланс для положения линий уровня в пространстве потерь (будет проиллюстрировано далее).~~

~~Здесь не очень понятно сформулировано. «Баланс для ЛПР» или «баланс для положения»?~~

Выбирается решение, применительно к которому такая «взвешенная», или синтезированная оценка будет наименьшей (при минимизации частных критериев).

При дискретном множестве альтернатив процедуры выбора по критерию Гурвица реализуются по следующему алгоритму.

К таблице оценок частных критериев приписывают три дополнительных столбца, причем в первый записывают максимальные (наихудшие) из значений оценок каждого решения по частным критериям (т.е. максимальные элементы по строкам таблицы). Во второй записывают наименьшие (наилучшие) из значений оценок каждого решения по частным критериям (т.е. минимальные элементы по строкам таблицы). В третий записывают средневзвешенный результат для элементов первых двух вспомогательных столбцов с «весами» c и $(1 - c)$ соответственно. ЛПР выбирает весовой коэффициент c из множества $c \in [0; 1]$. Его соотносят именно с тем вспомогательным столбцом, в котором записаны наихудшие из показателей частных критериев (для анализируемых альтернатив).

Из элементов третьего дополнительного столбца выбирается наименьший. Соответствующее (по строке таблицы) альтернативное решение и принимается в качестве наилучшего.

Еще раз обратим внимание на то, что в связи с разными единицами измерения показателей частных критериев использование данного критерия применительно к анализируемой задаче выбора маршрута некорректно, н-так как это не относится к модифицированному подходу оптимизации.

Модифицированный подход к выбору по критерию Гурвица

Для нового, модифицированного формата исходной задачи, который представляет исходную как многокритериальную задачу максимизации новых модифицированных показателей ($G_i \rightarrow \max$), требуется применить процедуры подхода с использованием традиционного критерия Гурвица. При этом в первый дополнительный столбец (учитываем выбираемый ЛПР весовой коэффициент c) выписываем минимальный элемент по строке, а во второй (учитываем весовой коэффициент $(1 - c)$) — максимальный элемент по строке (табл. 10).

Таблица 10. Модифицированный выбор по критерию Гурвица при $c = 0,5$ (задача « $G_i \rightarrow \max$ »)

Альтернативы	G_1	G_2	G_3	\min	\max	Значения функции выбора
A	12,9	17,4	12,6	12,6	17,4	15
B	7	8,7	23,2	7	23,2	15,1
E	26,2	17,4	4,2	4,2	26,2	15,2
F	26,2	17,4	4,2	4,2	26,2	15,2

Как видно из табл. 10, наилучшим будет названо решение E или F. Феномен доминирования не наблюдается. При этом ранжирование выглядит так: E/F, B, A. Расширение инструментария выбора для менеджера и ЛПР очевидно, поскольку без модификации критериев Гурвица применять нельзя.

Выбор по методу обобщенного критерия Гурвица

Термин «обобщенный» применительно к критерию выбора имеет свою специфику для задач многокритериальной оптимизации систем логистики. Формат этого термина в рамках выбора по критерию Гурвица будет означать следующее.

1. Направляющая для линий уровня должна проходить через начало системы координат и через утопическую точку поля издержек / потерь. Это означает, что применительно к оценкам частных критериев необходимо ввести специальные «весовые» коэффициенты c_k , которые должны быть определены так: $c_k = 1/g_{\min}^{(k)}$. Здесь $g_{\min}^{(k)}$ ($k = \overline{1, N}$) обозначает минимальное значение k -го частного критерия.

2. Указанный выбор специальных «весовых» коэффициентов также позволяет менеджеру не заботиться о размерности исходно заданных оценок по частным критериям: показатели с учетом таких коэффициентов становятся безразмерными.

3. Необходимо сохранить особенность подхода к оптимизации по методу Гурвица, т.е. нужно использовать средневзвешенный результат по двум типам оценок (после учета введенных «весовых» коэффициентов):

- самый худший (но уже с учетом указанных специальных «весовых» коэффициентов) из результатов; он будет учитываться со «своей» важностью $c \in [0; 1]$, при этом выбор показателя c осуществляет ЛПР;

- самый лучший из всех таких пересмотренных результатов; он также будет учитываться со «своей» важностью $(1 - c)$.

Указанные процедуры представлены в **табл. 11.**

Таблица 11. Оптимальный выбор по ~~обобщенного~~ обобщенному критерию

Гурвица обобщенному скалярному критерию Пожалуйста, проверьте название таблицы

Альтернативы	$\frac{K_1}{\min(K_1)}$	$\frac{K_2}{\min(K_2)}$	$\frac{K_3}{\min(K_3)}$	min	max	Значения функции выбора
A	2,5	1	1,25	1	2,5	1,75
B	4	1,5	1,01	1	4	2,5
C	3,5	1,5	1,19	1,2	3,5	2,34
D	4,5	1,5	1	1	4,5	2,75
E	1	1	1,45	1	1,4	1,22
F	1,5	1	1,44	1	1,5	1,25
G	2	1	1,31	1	2	1,5
H	3	2	1,24	1,2	3	2,12
Показатели $\min(K_i)$	2	2	328,2			

Наименьшее значение функции выбора равно 1,22 и соответствует альтернативе Е. Она и будет наилучшей по обобщенному критерию Гурвица. Из табл. 11 видно, что здесь проявился феномен неадекватного выбора. Имеет место доминирование показателей одного частного критерия над другими. Показатели частного критерия K_1 оказывают решающее влияние на выбор: дополнительный столбец с максимальными значениями по строке почти полностью сформирован из его показателей. Соответственно, чрезмерное влияние на выбор оказывает длительность перевозки. При этом ранжирование альтернатив имеет вид: Е, F, G, А, Н, С, В, D.

Модификация выбора по методу обобщенного критерия Гурвица

Соответствующие процедуры применительно к задаче « $G_i \rightarrow \max$ » представлены в табл. 12.

Таблица 12. Выбор по модифицированному обобщенному скалярному критерию (задача « $G_i \rightarrow \max$ »)

Альтернативы	$\frac{G_1}{\max(G_1)}$	$\frac{G_2}{\max(G_2)}$	$\frac{G_3}{\max(G_3)}$	min	max	Значения функции выбора
A	0,49	1	0,54	0,49	1	0,75
B	0,27	0,5	1	0,27	1	0,63
E	1	1	0,18	0,18	1	0,59
F	1	1	0,18	0,18	1	0,59
Показатели $\max(G_i)$	26,2	17,4	23,2			

Как видно из таблицы, наилучшим следует признать решение А, имеющее наибольшее значение в третьем дополнительном столбце. Отмеченный выше феномен доминирования не наблюдается. При этом ранжирование альтернатив изменилось: А, В, Е/F.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для всех рассмотренных критериев выбора при решении задачи оптимизации маршрута оказалось, что феномен неадекватного выбора (в виде доминирования показателей одних частных критериев над показателями другими) можно устранить. Для этого нужно использовать описанный алгоритм оптимизации. Более того, видно, что решение задач многокритериальной оптимизации на основе представленного алгоритма меняет ранжирование альтернатив (за исключением обобщенного скалярного критерия). Это означает, что при использовании алгоритма менеджеры получают новые инструменты многокритериальной оптимизации цепей поставок.

Применение нового модифицированного формата для показателей частных критериев позволяет менеджеру, с одной стороны, перейти к более удобному представлению задачи оптимизации, а с другой — более эффективно использовать возможности учета системы предпочтений ЛПП, чтобы обеспечить выбор, адекватный такой системе. Отметим следующие особенности представленного подхода.

- Новые оценки для показателей анализируемых альтернатив будут представлены в едином безразмерном формате (в нашем случае — в процентах), что позволит менеджеру использовать любые критерии выбора без ограничения на размерность исходно заданных показателей всех частных критериев и формат их определения.

- Специальный единый формат для показателей всех анализируемых частных критериев позволит менеджеру устранять нежелательные феномены неадекватного выбора, когда отдельные частные критерии не оказывают влияния на оптимальный выбор.

- Направление оптимизации для всех частных критериев всегда также будет единым (максимизация новых модифицированных показателей), что также позволит избежать феноменов неадекватного выбора.

- Предложенный подход позволит «вернуть к жизни» некоторые критерии выбора, а именно — те критерии, которые не подходят для использования в силу отличия единиц измерения показателей.

Пример использования формализованного в этой статье алгоритма многокритериальной оптимизации показал, что он предоставляет менеджеру новый инструмент нахождения наилучших решений, который можно использовать для более эффективного решения задач многокритериальной оптимизации цепей поставок без опаски воздействия отмеченных выше нежелательных феноменов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бродецкий Г.Л. Моделирование логистических систем. Оптимальные решения в условиях риска. — М.: Вершина, 2006.
2. Бродецкий Г.Л. Проблема феномена «слепоты» для смешанных форматов задач многокритериальной оптимизации цепей поставок // Логистика и управление цепями поставок. — 2009. — №1.
3. Бродецкий Г.Л. Системный анализ в логистике. Выбор в условиях неопределенности. — М.: Академия, 2010.
4. Бродецкий Г., Бродецкая Н., Гусев Д. Эффективные инструменты многокритериальной оптимизации в логистике // РИСК: Ресурсы. Информация. Снабжение. Конкуренция. — 2010. — №2.
5. Бродецкий Г., Гусев Д. Многокритериальная задача выбора места дислокации и формы собственности склада с учетом рисков // РИСК: Ресурсы. Информация. Снабжение. Конкуренция. — 2008. — №4.
6. Бродецкий Г.Л., Гусев Д.А. Особенности эффективного использования критерия среднего геометрического в формате задач многокритериального выбора места дислокации и формы собственности склада // Логистика сегодня. — 2011. — №1.
7. Бродецкий Г., Руденко Я. Выбор наилучшего маршрута в цепях поставок как задача многокритериальной оптимизации // Логистика и управление цепями поставок. — 2009. — №6.
8. Бродецкий Г., Руденко Я. Организация эффективных процедур многокритериальной оптимизации маршрутов в цепях поставок // Логистика. — 2011. — №3.
9. Дыбская В.В. Управление складированием в цепях поставок. — М.: Альфа-Пресс, 2009.
10. Дыбская В.В., Сергеев В.И., Белов Л.Б. Корпоративная логистика: 300 ответов на вопросы профессионалов. — М.: Инфра-М, 2006.
11. Иванов Д.А. Управление цепями поставок / Д.А. Иванов — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009.
12. Лукинский В. Модели и методы теории логистики. — СПб.: Питер, 2003.
13. Саати Т., Керис К. Аналитическое планирование и организация систем. — М.: Радио и связь, 1991.
14. Шикин Е., Чхартишвили А. Математические методы и модели в управлении. — М.: Дело, 2000.