
Е.Л. Авербух
(Нижегородский государственный технический
университет им. Р.Е. Алексеева)

О.Е. Куркина
канд. физ.-мат. наук

А.А. Куркин
д-р физ.-мат. наук, проф.
(Нижегородский государственный технический
университет им. Р.Е. Алексеева)

(Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», г. Нижний
Новгород)

E.L. Averbukh

O.E. Kurkina

A.A. Kurkin

**ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ
КРАЕВЫХ ВОЛН НА «ШЕЛЬФЕ-
СТУПЕНЬКЕ» С ГОРИЗОНТАЛЬНО
ИЗМЕНЧИВЫМ ТЕЧЕНИЕМ**

**SURFACE MANIFESTATIONS OF
EDGE WAVES ON THE "SHELF-
STEP" WITH HORIZONTALLY
VARIABLE CURRENT**

Исследованы эффекты трансформации топографических захваченных волн над цилиндрическим шельфом на горизонтально изменчивом вдольбереговом течении. Проанализировано решение краевой задачи. Построены дисперсионные диаграммы краевых волн для различных волновых мод. Рассматривается вопрос об изменении параметров пленок поверхностно-активных веществ с учетом вдольберегового течения в поле краевых волн на шельфе моря.

Ключевые слова: пленки поверхностно-активных веществ, примесь, топографические захваченные волны, вдольбереговое сдвиговое течение.

The transformations effects of topographic trapped waves over a cylindrical shelf on horizontally variable longshore current are examined. The solution of boundary problem is analyzed. Dispersion diagrams of edge waves for different number of wave modes are described. The issue of changing the surfactants parameters in view of longshore current in the field of edge waves on sea shelf is considered.

Key words: surfactant, impurity, topographic trapped waves, longshore shear flow.

Волны в океане сопровождаются перемещением значительных масс воды и перераспределением концентрации различного рода примесей естественного и антропогенного происхождения, повсеместно присутствующих в океане. В результате, загрязнения могут переноситься на большие расстояния от места выброса, что и обнаруживается в природных условиях. Достаточно упомянуть

последствия катастрофического цунами 2011 года в Японии, когда смытые с берега различного рода предметы перенесены через Тихий океан нестационарными течениями и крупномасштабными волнами и обнаружены у берегов Канады и США. Волновые движения приводят и к увеличению коэффициентов вертикальной турбулентной диффузии, приводя к проникновению загрязняющих веществ

толщу океана. Динамика поверхностно-активных веществ (ПАВ) на водной поверхности играет важную роль на формирование космических изображений поверхности океана, позволяя выделить крупномасштабные волновые структуры. Так, общеизвестна роль пленок ПАВ в формировании радарного изображения уединенных внутренних волн (солитонов) в прибрежной зоне, позволяя определять геометрическую структуру пакетов внутренних волн, их скорость распространения и амплитуду, а в отдельных случаях способствовать дистанционному определению вертикальной стратификации океана. Все это делает актуальным исследование физики трансформации пленок ПАВ под действием волн различной физической природы с целью получения количественных характеристик вариации поля концентрации примесей и оценки возможности решения обратных задач восстановления параметров волновых движений по динамике примесей. На этой основе могут быть разработаны практические методики оценок и количественных показателей процессов взаимодействия, волновых полей и поверхностно-активных веществ.

Данная работа посвящена исследованию влияния горизонтально изменчивого вдольберегового течения на динамику пленок ПАВ в поле краевых волн.

Краевые волны после их открытия Стоксом в середине XIX века еще долго рассматривались как теоретический эффект, а не как важное и широко распространенное явление в морях и океанах. Однако в настоящее время имеется множество фактов, подтверждающих их существование в волновом поле прибрежной зоны океана (см., например, [1-3]). Согласно современному представлению, они играют важную роль во многих процессах береговой динамики, таких как перенос

осадочного материала, формирование структуры береговой линии и прибрежного рельефа, прибойные бичения, и часто рассматриваются как определяющий фактор эволюции береговой линии при формировании ритмических форм рельефа (серповидные бары и фестоны). Считается, что короткомасштабные краевые волны генерируются случайными ветровыми волнами из-за сильной нелинейности поля ветровых волн – механизм параметрической генерации и/или нелинейного детектирования. Крупномасштабные краевые волны являются важной компонентой морских волн и наводнений, производимых циклонами, движущимися вдоль береговой линии.

В качестве основы исследования динамики примесей используется уравнение баланса поверхностной концентрации ПАВ $\Gamma(x, y, t)$ для «двумерной» пленки [4,5]:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\partial (u\Gamma)}{\partial x} + \frac{\partial (v\Gamma)}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial y^2} \right) + \frac{\Gamma_0 - \Gamma}{\tau} \quad (1)$$

где $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ – компоненты двумерной (поверхностной) заданной скорости гидродинамического потока. Параметр D – коэффициент горизонтальной (поверхностной) диффузии, а τ – характерное время релаксации пленки, описывающее процессы обмена с более глубокими слоями воды, Γ_0 – равновесная концентрация пленки на поверхности раздела (в отсутствие течения).

Уравнение (1) было исследовано численно с помощью неявной разностной схемы и метода переменных направлений. В качестве граничных условий на берегу ставилось условие непротекания $\frac{\partial \Gamma}{\partial n} = 0$, а

мористую границу области будем считать достаточно далекой, так чтобы волновые возмущения не успевали доходить в эту область за время расчетов, т.е. концентрация там не изменялась и всегда

оставалась равной начальной, или равновесной, концентрации Γ_0 . На боковых границах было задано периодическое граничное условие.

Линейная теория длинных краевых волн основана на представлении смещения водной поверхности η в следующем виде [1,3]:

$$\eta(x, y, t) = \text{Re}\{F(y) \exp i(\omega t - kx)\},$$

где ω – частота, k – вдольбереговое волновое число, $F(y)$ – структура моды краевой волны, которая находится как решение линейной краевой задачи вида:

$$\frac{d^2 F}{dy^2} + \frac{1}{h} \frac{dh}{dy} \frac{dF}{dy} + \left(\frac{\omega^2}{gh} - k^2 \right) F = 0. \quad (2)$$

Здесь $h(y)$ задает форму профиля рельефа дна на цилиндрическом шельфе. На берегу ставится условие отсутствия потока массы через береговую границу. На бесконечности структура мод стремится к нулевому значению для захваченных волн.

С учетом горизонтально изменчивого вдольберегового течения u вдольбереговой компоненты скорости будет сдвиговая составляющая $V_0(y)$. Будем рассматривать решение линейного варианта системы уравнений мелкой воды над цилиндрическим дном в виде бегущей волны [6,7]. Уравнение, аналогичное (2), описывающее поперечную к берегу структуру краевых волн в бассейне с течением имеет вид:

$$\frac{gh}{\sigma^2} \frac{d^2 F}{dy^2} + \left(\frac{g}{\sigma^2} \frac{dh}{dy} - \frac{2ghd\sigma}{\sigma^3 dy} \right) \frac{dF}{dy} + \left(1 - \frac{ghk^2}{\sigma^2} \right) F = 0 \quad (3)$$

где $\sigma(y) = \omega - V_0(y)k$. Граничные условия формулируются аналогично с (2). Далее рассматриваются волны, фазовые скорости $c = \omega/k$ которых действительны, тем самым из рассмотрения исключаются нарастающие неустойчивые решения, и мы ограничиваемся краевыми волнами и нейтральными сдвиговыми волнами, без сдвиговой неустойчивости. Отметим, что попутные волны имеют фазовые скорости $c^+ = \omega/k > \max V_0(y) = V_{0M}$, противоположные – $c^- > \min V_0(y) = V_{0m}$.

Профиль глубины для модели бесконечного океана с шельфом постоянной глубины («шельф – ступенька») имеет вид (рис. 1)

$$h(y) = \begin{cases} h_1, & 0 \leq y < l, \\ h_2, & y \geq l, \end{cases} \quad h_2 > h_1.$$

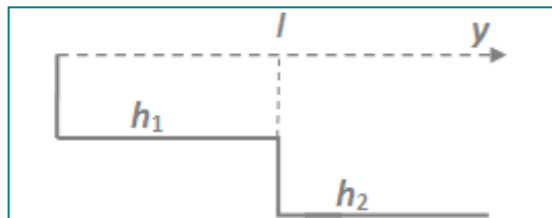


Рис. 1. Модель «шельфа – ступеньки»

С учетом постоянного течения $V_0 = \text{const}$ вдоль оси x в полосе $0 \leq y \leq r$ уравнение (3) имеет в общем случае три области постоянных коэффициентов, в каждой из которых оно записывается в виде

$$\frac{d^2 F_j}{dy^2} + \lambda_j^2 F_j = 0, \quad j = 1, 2, 3.$$

На границах этих областей при $y = r$ и $y = l$ должны выполняться условия непрерывности смещения и сохранения потока:

$$F_1 = F_2, F_2 = F_3, \\ h_1 \frac{dF_{1(2)}}{dy} = h_2 \frac{dF_{2(3)}}{dy} \Big|_{y=l} = \frac{dF_{2(1)}}{dy} = \frac{dF_{3(2)}}{dy} \Big|_{y=r}.$$

Коэффициенты уравнений λ_j^2 задаются так: при $r < l$:

$$\lambda_1^2 = \frac{(\omega - V_0 k)^2}{gh_1} - k^2, \quad 0 \leq y \leq r, \\ \lambda_2^2 = \frac{\omega^2}{gh_1} - k^2, \quad r < y < l, \\ \lambda_3^2 = \frac{\omega^2}{gh_2} - k^2, \quad l \leq y < \infty,$$

при $r > l$:

$$\lambda_1^2 = \frac{(\omega - V_0 k)^2}{gh_1} - k^2, 0 \leq y < l,$$

$$\lambda_2^2 = \frac{(\omega - V_0 k)^2}{gh_2} - k^2, l \leq y \leq r,$$

$$\lambda_3^2 = \frac{\omega^2}{gh_2} - k^2, r < y < \infty.$$

Полученная система дифференциальных уравнений с соответствующими граничными условиями была решена. Для анализа полученного решения удобно использовать число Фруда, которое вводится уравнением

$$Fr = \left(\frac{V_0(y)}{\sqrt{gh(y)}} \right)_{\max} = \frac{V_0}{\sqrt{gh_1}}.$$

Исследуем воздействие течения на параметры краевой волны для шельфа North Carolina [6] с характерными параметрами ступенчатого шельфа $h_1 = 3$ м, $h_2 = 6$ м, $l = 300$ м. Ширина течения составляла половину ширины ступеньки. На рис. 2 представлены дисперсионные кривые с учетом вдольберегового течения.

Дисперсионные кривые для случая без вдольберегового течения, являются

симметричными для положительных и отрицательных волновых чисел, а учет течения вносит асимметрию. Эффект Доплера приводит к тому, что частоты увеличиваются для попутных волн и уменьшаются для встречных. Эффект становится заметнее для более высокочастотных и высокомодовых волн. С увеличением числа Фруда увеличиваются также и отклонения структуры моды от случая без учета вдольберегового течения.

Рассмотрим динамику линейной бегущей краевой волны и её воздействие на пленку ПАВ. Расчетная область представляла собой прямоугольник 600 м \times 450 м. Шаг по пространству равен 3 м, по времени – 2 с. Время расчета 10 минут. Рассматривалась низшая мода краевых волн. Концентрация примеси изменялась согласно адвекционной модели, дополненной диффузионным и релаксационным слагаемыми с параметрами $D = 10$ м²/с, $\tau = 3$ мин. Скорость течения $V_0 = 0.07$ м/с. Уровень концентрации пленки в различные моменты времени представлен на рис. 3.

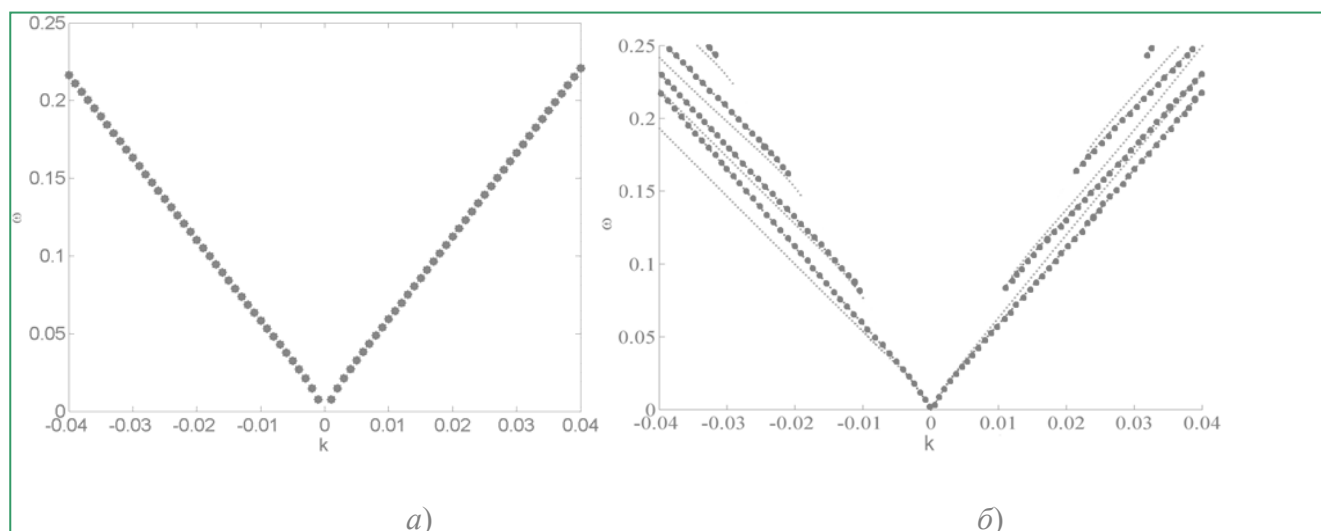


Рис. 2. Дисперсионные кривые краевых волн, распространяющихся над шельфом-ступенькой: а – скорость течения $V_0 = 0.07$ м/с (число Фруда $Fr = 0.009$); б – скорость течения $V_0 = 0.7$ м/с (число Фруда $Fr = 0.148$, черным цветом показаны дисперсионные кривые без течения)

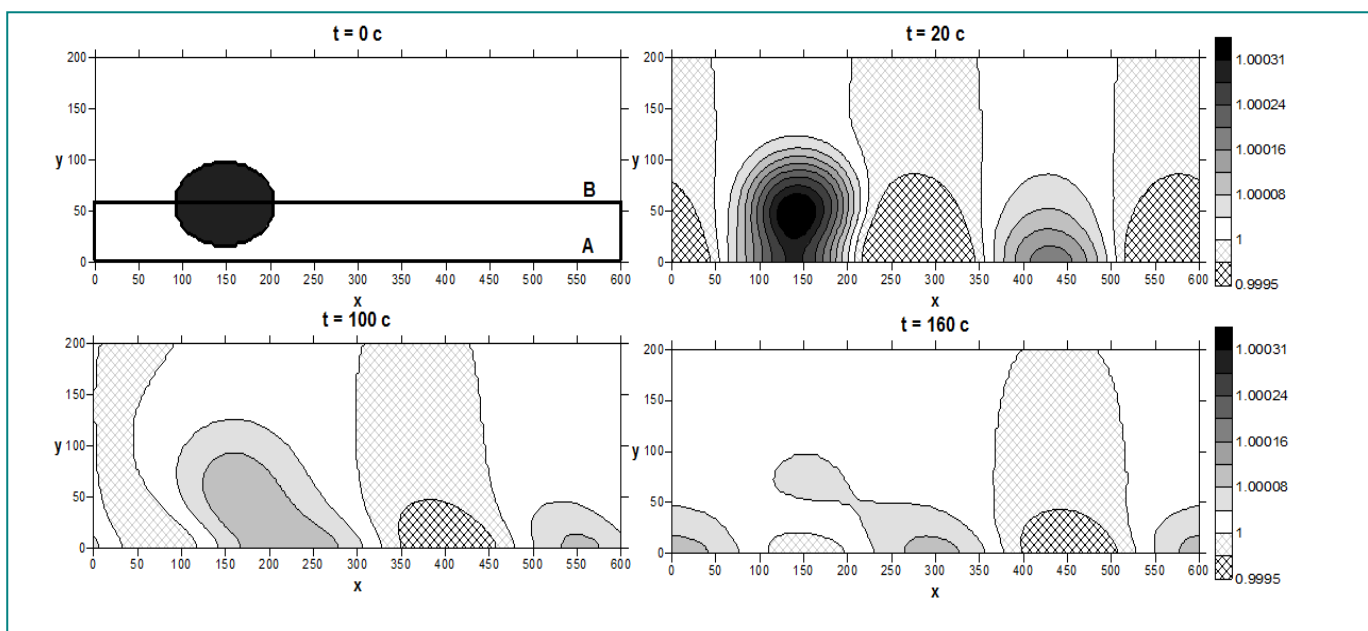


Рис. 3. Уровень концентрации пленки в различные моменты времени

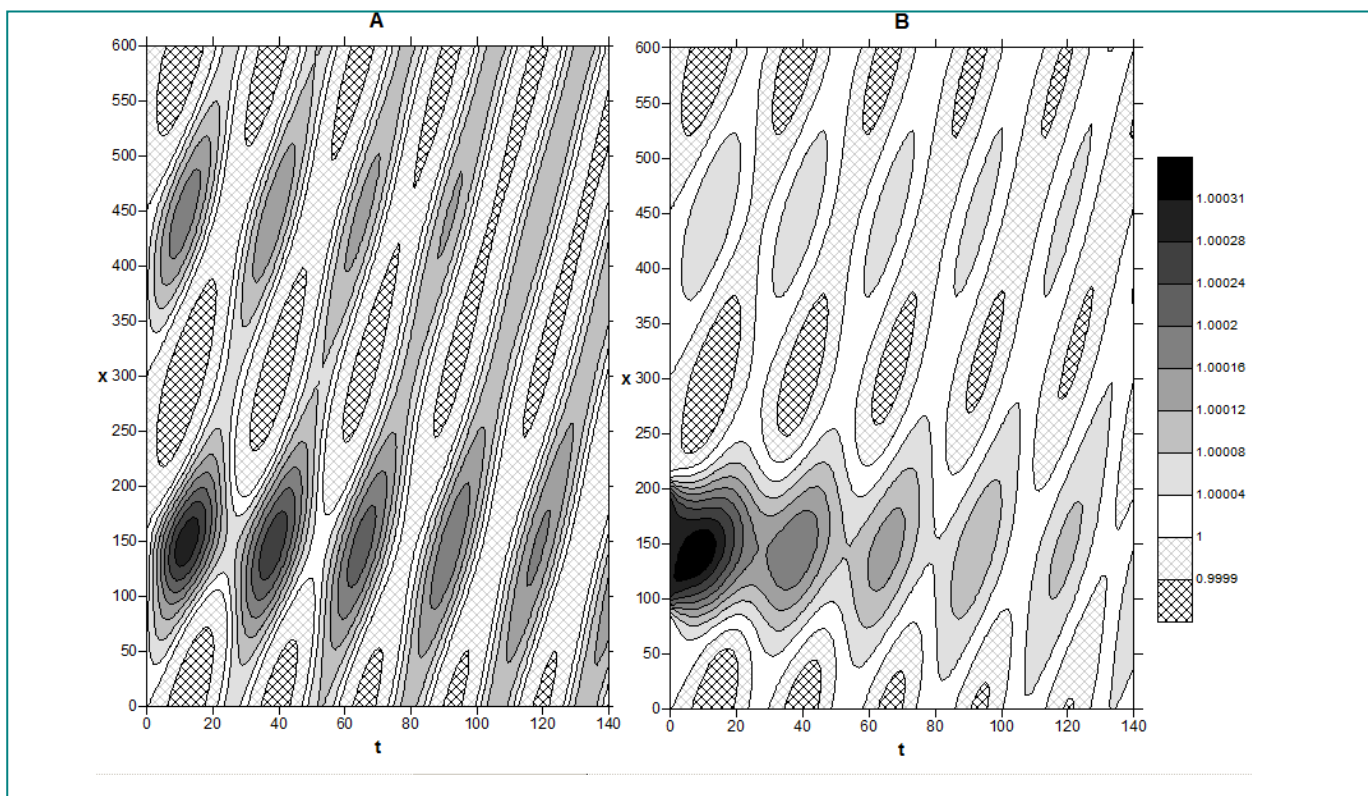


Рис. 4. Распределение концентрации на срезах с течением времени

Необходимо отметить, что поведение пленки выходит на стационарный режим с 300 секунды расчета. Размыв пятна происходит с первых секунд расчета за счет диффузионных эффектов, выходя на некоторое стационарное отклонение концентрации от равновесного значения, основное изменение происходит в геометрии пленки. Для более подробного анализа представим распределение концентрации на срезах (рис. 4) согласно обозначениям на рис. 3 при $t = 0$ с. Малый уровень отклонения концентрации от равновесного значения связан с уровнем энергии краевой волны. Для более высоких мод, геометрия пленки будет иметь более сложный вид, а концентрация будет увеличена.

Наиболее популярными моделями возбуждения фоновых захваченных волн являются атмосферные факторы: вариации атмосферного давления и ветрового напряжения. В качестве импульсных источников рассматриваются сейсмические очаги, подводные оползни и вулканы, кратковременные и быстрые возмущения атмосферы. Обычно рассматривается однократное воздействие на поверхность океана, приводящее к возникновению уходящих от очага свободных волн. Многократное воздействие импульсных источников на поверхность океана в течение относительно небольшого промежутка времени может приводить к суперпозиции и взаимодействию индивидуальных волн, вызывая anomalно большие волны. Такие процессы для захваченных волн были изучены в ряде работ [2]. Однако в контексте динамики примесей данный вопрос не обсуждался.

Как и в аналогичных задачах возникновения anomalно больших волн в поле ветровых волн вдали от зоны генерации, будем рассматривать захваченные волны также на больших расстояниях от очага, поэтому ближним

полем будем пренебрегать. Волновая часть общего решения может быть записана в виде ряда Фурье

$$\eta(x, y, t) = \sum_{n=0}^{n=\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} A_n(k) \exp(-|k|y) \times L_n(2|k|y) \exp(i(\omega_n t - kx)) dk \right),$$

где

$$A_n(k) = \frac{k}{\pi} \int_0^{+\infty} \exp(-|k|y) L_n(2|k|y) dy \times \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_0(x, y) \exp(ikx) dx.$$

Таким образом, основой для анализа поля концентрации является линейная суперпозиция свободных краевых волн. Согласно [2] задачу доказательства появления anomalно большой волны из заданного пакета можно свести к более простой задаче, а именно эволюции заданной anomalно высокой волны как начального условия. Тогда все получаемые решения после инвертации в пространстве будут представлять собой волновые пакеты, эволюция которых будет всегда приводить к формированию anomalно большого импульса. Представим результаты моделирования для спектра

$$A(k) = \frac{A_0 l}{2} \exp(-l|k|), \quad (4)$$

где A_0 и l определяют амплитуду и длину anomalно волны непосредственно вдоль берега. Было рассмотрено несколько вариантов расположения высокого загрязнения воды водоема при кратковременном аварийном сбросе загрязняющих веществ. Входными параметрами модели являлась расчетная область длиной 800 м вдоль линии берега, и 300 м в сторону открытого океана, пространственный шаг 4 м и 3 м соответственно. Рассматривается одномодовое поле краевых волн. Результаты численного моделирования уравнения баланса поверхностной концентрации для спектра (4) представлены на рис. 5 и рис. 6.

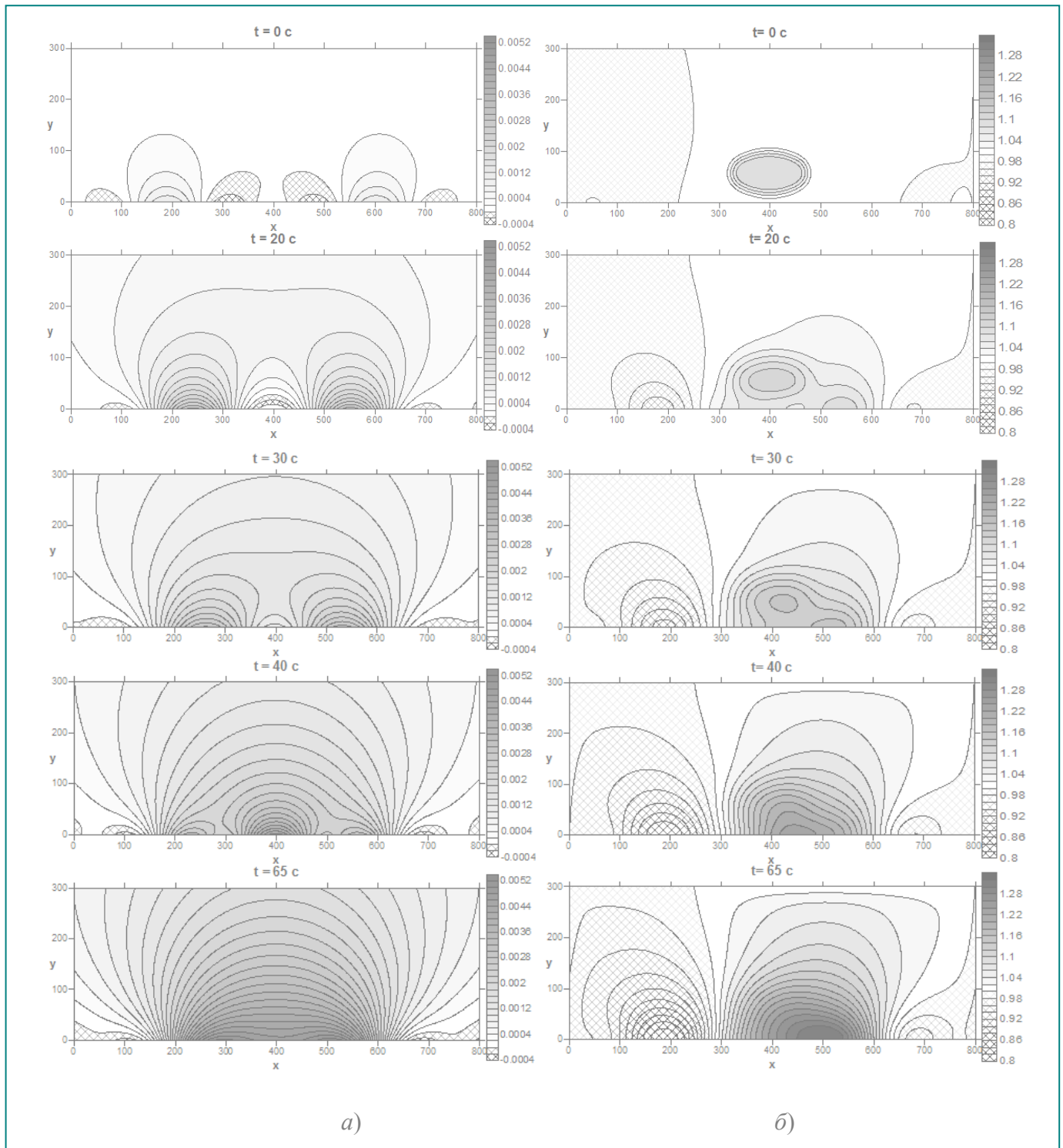


Рис. 5. Распределение смещения водной поверхности (а) и уровня концентрации (б) в различные моменты времени

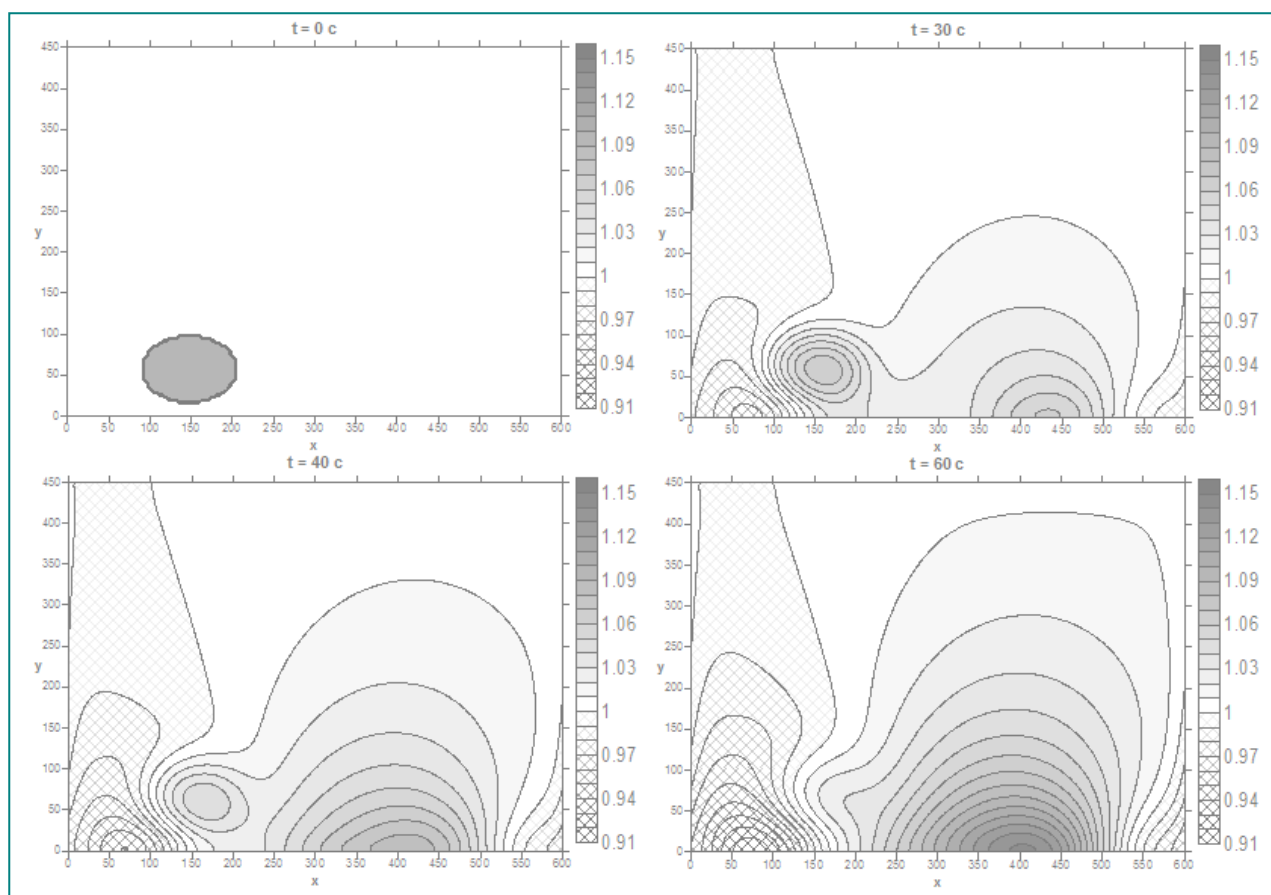


Рис. 6. Распределение концентрации пленки поверхностно-активных веществ в различные моменты времени

Согласно рис. 5, можно отметить, что при фокусировке краевых волн происходит образование ярко выделенных зон конвергенции и дивергенции. Пятно примеси расположенное в центре воздействия поля топографических захваченных волн с первых секунд расчета начинает перераспределяться за счет взаимодействия с конвергентной областью сгущения пленок поверхностно-активных веществ. А волновое поле (рис. 5,а) в начальные секунды расчета обладает симметрией относительно вдольбереговой координаты и характеризуется двумя зонами понижения уровня смещения водной поверхности относительно невозмущенного состояния. Максимум концентрации примеси и смещения водной поверхности приходится на последние секунды расчета после момента фокусировки. На рис. 6 геометрия

распределения пленок поверхностно-активных веществ более неоднородна, а пятно с течением времени перераспределяется в зону максимальных концентраций, уступая место зоне дивергенции. На рисунках в последние секунды расчета можно отметить воздействию диффузионных эффектов на геометрию пленки.

Таким образом, в данной работе исследовано влияние вдольберегового течения на динамику пленок ПАВ в поле краевых волн. Подробные расчеты проведены для модели «шельфа-ступеньки» с постоянным течением во вдольбереговой зоне. Продемонстрирован доплеровский сдвиг частот для различных волновых мод при различных значениях числа Фруда. Показано, что течение при параметрах, близких к реальным параметрам в океане, на

глубоководных шельфах слабо влияет на дисперсионные свойства и поперечную к берегу структуру краевых волн. Полученные распределения примеси, даже для самых простых случаев прохождения краевых волн, имеют неоднородную

структуру и могут приводить к появлению значительных отклонений концентрации ПАВ для более высоких мод в связи с образованием более высоких значений энергии. Полученные распределения концентрации могут быть использованы при интерпретации радиолокационных снимков.

Представленные результаты поисковой научно-исследовательской работы получены в рамках ФЦП «Научные и научно – педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы, а также при поддержке гранта РФФИ 10-05-00199а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинович А.Б. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение// СПб.: Гидрометеоздат, 1993. -325 с
2. Куркин А.А. Нелинейная и нестационарная динамика длинных волн в прибрежной зоне// Н.Новгород: НГТУ, 2005. 330 с
3. Полухина О.Е., Куркин А.А., Дубинина В.А. Динамика краевых волн в океане// Н. Новгород: НГТУ, 2006. 136 с
4. Талипова Т.Г. Динамика нелинейных длинных внутренних волн в стратифицированной жидкости: дис....док. физ. - мат. наук. Н.Новгород, 2004. 356 с
5. Авербух Е.Л., Куркина О.Е., Куркин А.А. Моделирование динамики пленок поверхностью – активных веществ в поле линейных бегущих краевых волн на шельфе моря // Вестник МГОУ. Серия «Естественные науки». 2011. № 2. С. 109 – 122
6. Falques A., Iranzo V. Edge waves on a longshore shear flow // Phys. Fluids - A 4 (10), -1992, -2169-2190
7. Kirby J.T., Putrevu U., Ozkan-Haller H.T. Evolution equations for edge waves and shear waves on longshore uniform beaches // Proc. 26th Int. Conf. Coastal Engineering. -1998. -P. 203 – 216

