



Г.Бродецкий,
профессор, ГУ ВШЭ, д.т.н.
С.Ермолов,
менеджер проектов
ООО «АлВик-Групп».

Возможности использования скрытого резерва оптимизации решений на сетевых графиках логистических проектов

Введение.

Совершенствование планирования, управления и контроля за движением потоков в цепях поставок и в логистических системах приводит к новым постановкам задач оптимизации, в том числе и в области сетевого планирования. В данной статье представлены оптимизационные модели специального типа. Их актуальность сегодня обуславливается следующим. Практикующий менеджер понимает, что в формате сетевых графиков проектов найдутся работы, которые допускают частичное совмещение процессов их выполнения, несмотря на то, что формат сетевого графика это запрещает. Например, одна из работ является предшествующей (т.е. должна быть выполнена ранее) по отношению к другой. Указанные ситуации являются достаточно частыми, в частности, в строительстве и их можно использовать для улучшения ряда характеристик и показателей проектов. Менеджер должен уметь реализовать такой скрытый резерв повышения эффективности логистических систем. Для этого могут быть формализованы специальные задачи оптимизации (в дополнение к традиционным задачам оптимизации проектов в формате сетевого графика). Параметры и атрибуты работ проекта (считаем, что они, например, уже найдены на основе традиционных методов оптимизации сетевых графиков) будут далее рассматриваться как нормативные показатели. При этом они должны быть уточнены и скоординированы на основе представленных ниже дополнительных шагов оптимизации, учитывая указанную возможность частичного совмещения процедур выполнения ряда работ (являющихся предшествующими и последующими по отношению друг к другу в формате анализируемого сетевого графика).

Интерпретацию таких ситуаций проведем на примере задач из области строительства. Движение анализируемых потоков в строительстве (привязанных к календарному плану) обычно представляют в графическом виде, используя линейный график, называемый также графиком

Ганта. Пример такого графика представлен на рис. 1. Используют также его разновидность в виде специальных циклограмм. Используют, как известно, и возможность представления такой оптимизационной модели в виде сетевого графика. Иллюстрацию соответствующей модели линейного графика, которая приведена на рис. 1, но уже с помощью сетевого графика дает рис. 2. Подчеркнем, что процедуры оптимизации в формате представленного сетевого графика на рис. 2 обусловили следующее. Работы представлены направленными дугами такого графа. Вершины (они представляют события, соотносимые с возможностью начала выполнения последующих работ и/или завершения предыдущих работ) разделены на четыре сектора. В нижнем секторе указан номер вершины. В верхнем секторе указан ранний срок наступления события (соотносимый с возможностью начала выполнения последующих работ проекта), представленного вершиной. В левом – номер вершины/вершин, которые обусловили показатель верхнего сектора (это требуется для процедур определения критического пути и критического времени выполнения проекта). Наконец, в правом – поздний срок наступления события, представленного вершиной.

Линейный график прост в исполнении. Он в удобной форме представляет структуру анализируемых потоков. Однако, при этом он имеет значительные недостатки: отсутствие наглядно представленных взаимосвязей между отдельными потоками; сложность его корректировки при изменении условий; сложность применения современных математических методов и компьютера [1]. Сетевой график, представляющий собой связанный ориентированный граф, позволяет устранить некоторые недостатки линейных графиков. Однако, и сетевой график имеет серьезный недостаток [1]: он значительно усложняется, если необходима корректировка модели для ситуации, когда допускается частичное совмещение процессов реализации некоторых работ, одна из которых должна предшествовать другой / другим.



Иллюстрацию такой ситуации дает рис. 3, когда в формате оптимизационной модели сетевого графика на рис. 2 потребуется учитывать возможность частичного совмещения выполнения работы (2;3) и работы (3;5). При изменении допустимой величины такого совмещения сетевой график надо каждый раз оптимизировать заново.

В указанных ситуациях более перспективными могут быть специальные подходы к оптимизации, которые представлены в этой статье. Они позволят менеджеру формализовать указанные задачи дополнительной оптимизации сетевого графика за счет использования отмеченного выше скрытого резерва повышения эффективности логистического проекта как задачи, которые можно решать методами линейного программирования с привлечением компьютера. При этом не потребуется изменять структуру исходного сетевого графика. Предварительно потребуется только формализация работ проекта и атрибутов оптимизационной модели на основе специального векторного представления.

Процедуры формализации потоков работ в векторном представлении.

С целью устранения перечисленных выше недостатков и сохранения наглядности линейных графиков можно использовать графо-аналитический метод представления движения потоков/работ проекта. Например, в строительстве движение таких потоков понимается, как процесс реализации соответствующих ресурсных затрат (рабочей силы, материалов, машин и т.п.) и затрат времени для выполнения работ проекта. Соответственно отдельная работа (в терминах сетевых графиков) далее соотносится с указанным движением в формате конкретного потока.

Понятие потока сначала представим на вербальном уровне. Будем различать потоки по видам работ. Например, на рис. 1 представлен линейный график из шести видов работ: отрывка котлована, устройство временных помещений, доработка грунта вручную, вязка арматурных каркасов фундаментной плиты, вывоз грунта, заливка фундаментной плиты. Каждый поток будет состоять из конкретных этапов соответствующей работы. Под этапами подразумеваются промежутки времени, на которых либо происходят затраты ресурсов (движение рабочей силы, машин, материалов и т.п.), либо такое движение не может происходить из-за технологических особенностей рассматриваемых процессов. Любой поток характеризуется следующими атрибутами.

1. *Длительность интервала времени, на котором анализируется движение рассматриваемых потоков.* С целью стандартизации изложения далее для каждого потока указанная длительность будет совпадать со временем реализации всего проекта. Такую длительность далее обозначим через T . При этом T – время выполнения всего проекта (в формате соответствующего линейного графика рис. 1). Требование учета движения всех потоков на общем интервале времени T обусловлено, тем, что рассматриваемый в этой главе метод позволяет учитывать возможность задержек или опережения начала выполнения этапов некоторых работ проекта относительно нормативно заданных моментов (например, задаваемых графиком Ганта) для повышения эффективности системы.

2. *Ресурсные затраты, которые необходимы для реализации этапов работ потока.* Ресурсные затраты могут измеряться, как по трудоемкости, так и по денежным расценкам. Далее в модели принимаем, что единица измерения ресурсов одинакова для всех потоков проекта.

Рис. 1 Линейный график (график Ганта) на промежутке $[0;T]$, где $T=15$ дней

N	Наименование работ	Продолжит. работ (дни)	Трудоемкость чел.-см.	Кол-во рабочих	Дни															
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Отрывка котлована	2	20	10																
2	Устройство временных помещений для рабочих	4	28	7																
3	Доработка грунта вручную	5	35	8																
4	Вязка арматурных каркасов фундаментной плиты	6	24	6																
5	Вывозка грунта	1	4	4																
6	Заливка фундаментной плиты бетоном	7	42	6																



Каждый поток будем представлять наборами векторов двух типов. Процедуры «движения» потоков (процессы использования ресурсов) изображаются векторами одного типа, а отсутствие таких процессов (на промежутках времени, когда ресурсы не используются) — векторами другого типа. При этом результат «движения» отдельного i -го потока в течение рассматриваемого периода времени T будем характеризовать суммой соответствующих векторов $\sum_{j=1}^n L_{ij}$, где

i – номер потока,

j – номера последовательных этапов работы в формате i -го потока. Используемые для представления потоков векторы L_{ij} задаются в двухмерном пространстве: $L_{ij} = (L_{ij}^x; L_{ij}^y)$. Здесь по оси абсцисс представлены временные затраты на определенный этап работы (j) в формате i -го потока, а по оси ординат – требуемые ресурсы, необходимые для выполнения этого этапа работ. Как уже отмечалось, существуют разные типы этапов работы в формате отдельного потока. Одни будут требовать затрат ресурсов на соответствующем временном периоде. Другие могут не требовать затрат ресурсов на соответствующем временном периоде (например, это могут быть затраты времени, необходимого для набора прочности бетона и т.п.). Указанные определенные виды этапов работы будут представлены приведенными ниже векторами двух типов.

Рис. 2 Сетевой график работ проекта

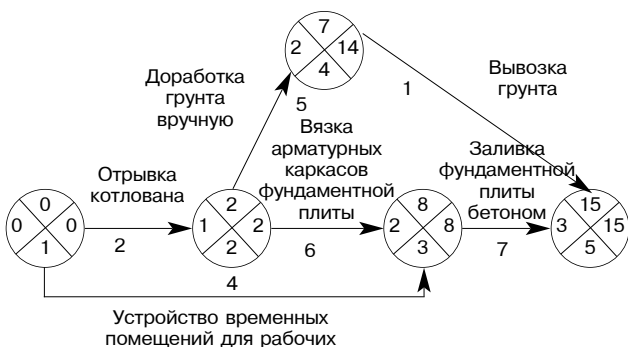
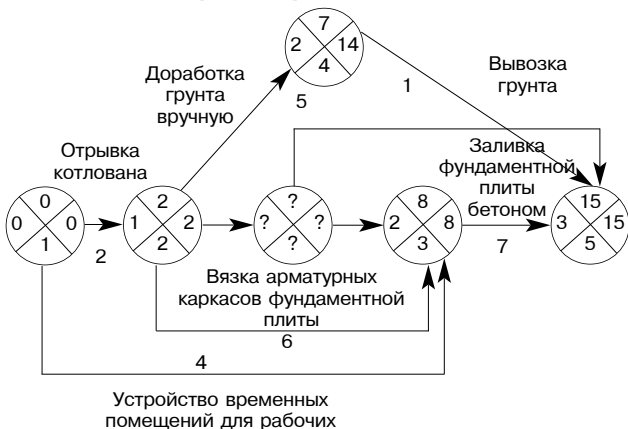


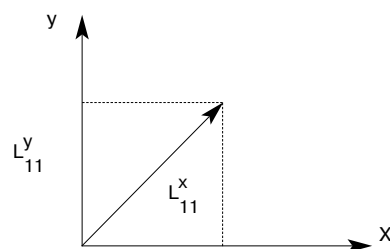
Рис. 3 Сетевой график с частичным совмещением «движения» работ проекта



На рис. 4 представлен вектор, характеризующий работу (этап работы), которая потребует затрат ресурсов. Вектора такого типа будем называть «векторами наклонными». Обратим внимание на следующее. Баланс между требуемыми затратами ресурсов L_{ij}^x и временем выполнения работы L_{ij}^y определит угол наклона такого вектора.

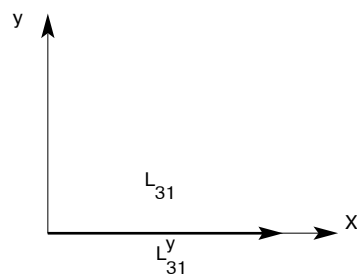
Рис. 4 Векторное представление этапа работы L_{11} в формате потока «отрывка котлована», требующего:

- ♦ временных затрат L_{11}^x на выполнение этого этапа работы;
- ♦ затраты ресурса L_{11}^y на выполнение этого этапа работы.



На рис. 5 представлен вектор, характеризующий этап работы, который не требует затрат ресурсов. Вектора такого типа будем называть «векторами без наклона» (они параллельны оси абсцисс).

Рис. 5 Векторное представление этапа работы L_{31} в формате потока «доработка грунта вручную», не требующего затрат ресурса: L_{31}^x — временные затраты для этапа 1 работы в формате этого потока.



Введем показатель $\alpha_{ij} = L_{ij}^x / T$, где

L_{ij}^x — продолжительность выполнения j -ой работы для i -го потока. Показатель α_{ij} — безразмерная величина, которая показывает отношение времени L_{ij}^x выполнения этапа работы L_{ij} ко времени реализации всего проекта (доля соответствующего временного ресурса в формате критического времени реализации проекта).

Аналогично введем показатель $\delta_{ij} = L_{ij}^y / L_{\max}^y$.

Здесь использованы следующие обозначения: L_{ij}^y — количественный показатель (требуемого ресурса) для j -го этапа работы в i -ом потоке (в формате рассматриваемой здесь модели далее принимается, что указанный показатель работы не изменяется при оптимизации);



$L_i = \sum_{j=1}^{m_i} L_{ij}^x$ — суммарный количественный показатель требуемого ресурса i -го потока по всем его этапам, причем

m_i — количество этапов в i -ом потоке.

$L_{\max} = \max\{L_i\}$ — максимальный показатель ресурсных затрат по всем потокам проекта. Показатель δ_{ij} — безразмерная величина, которая показывает, какая доля ресурсных затрат приходится на этап работы L_{ij} по отношению к показателю L_{\max} . Результат «движения» отдельного рассматриваемого потока представляет соответствующая сумма векторов $\sum_{j=1}^{m_i} L_{ij}^y$.

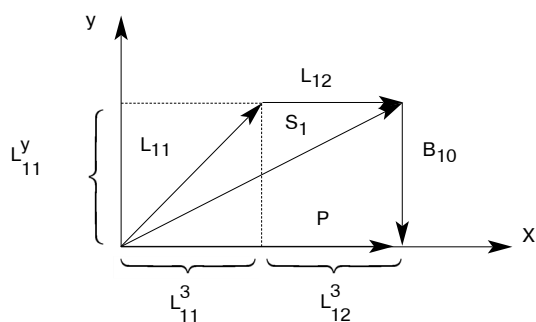
Графическое представление для первого потока дает рис. 6. На нем в формате потока «отрывка котлована» ($i=1$) приведены векторы:

$$P = \left(\sum_{j=1}^{m_1} L_{1j}^x; 0 \right); \quad B_{10} = \left(0; -\sum_{j=1}^{m_1} L_{1j}^y \right).$$

Обратим внимание на то, что вектор P не зависит от типа рассматриваемого потока, поскольку все потоки рассматриваются на промежутке времени $[0; T]$. Поэтому в записи этого вектора отсутствует нижний индекс.

Рис. 6 Векторное представление потока «отрывка котлована» (поток состоит из 2-х этапов работ):

- ◆ этап работы L_{11} , требующий затрат ресурсов;
- ◆ этап L_{12} , не требующий затрат ресурсов;
- ◆ вектор $S_1 = \sum_{j=1}^2 L_{1j}$ равен; его можно также представить в виде $S_1 = P - B_{10}$;
- ◆ T — время реализации проекта в формате исходного линейного графика.



Введем также вектор S_j как сумму $s_j = \sum_{i=1}^m L_{ij}$.

Тогда векторы P и B_{10} будут связаны равенством $S_1 + B_{10} = P$. Равенства такого типа позволят (для рассматриваемых типов оптимизационных моделей) в удобной форме записать систему уравнений относительно неизвестных параметров работ проекта, с учетом допускаемого частичного совмещения процессов реализации предшествующих и последующих работ.

Процедуры синхронизации потоков работ проекта в их векторном представлении. Для объяснения и формализации последующих этапов / шагов алгоритма дополнительной оптимизации сетевого графика на основе использования скры-

того резерва повышения эффективности проекта за счет допустимого частичного совмещения выполнения некоторых его работ отметим следующее. В формате представленного в этой статье метода нам понадобятся два типа специальных процедур синхронизации: 1) по ресурсным затратам; 2) по временным затратам. Начнем с представления процедур синхронизации потоков по ресурсным затратам.

Указанные процедуры синхронизации требуют следующего.

1). Выделение потока, с которым связаны наибольшие затраты ресурсов (среди всех потоков). Это позволит определить параметр L_{\max} , который послужит эталоном при синхронизации ресурсных затрат.

2). Указанные максимальные ресурсные затраты в формате всех потоков (параметр L_{\max}) принимаются за 100% эталон (при анализе затрат любых потоков).

3). Для всех остальных потоков (которые требуют ресурсных затрат, меньших чем L_{\max}) вводим коэффициент, представляющий долю использования ресурса относительно указанного эталонного объема. Например, если объем затрат ресурса для потока «заливка фундаментной плиты бетоном» оказался эталонным (т.е. максимальным среди всех потоков проекта и был принят за 100%), а затраты ресурсов для потока «подготовка к заливке фундаментной плиты» оказываются в 10 раз меньшими, то для потока «подготовка к заливке фундаментной плиты» указанный выше коэффициент составит 1/10 (или 10%).

Для алгоритма оптимизации понадобится процедура синхронизации потоков по времени. Поэтому подчеркнем следующее.

1). Каждый поток рассматривается на всем интервале времени от 0 до T .

2). Если поток начинается с этапа работы, для которого нет предшествующих этапов работ, то его графическое представление начинается в момент времени 0 , причем «вектором наклонного типа» (см. например, этап работы L_{11} для потока «отрывка котлована» на рис. 7).

3). Если поток фактически начинается с этапа работы, для которого имеются предшествующие работы, то его векторное и графическое представление начинается в момент времени 0 , причем с «вектора без наклона» (см. например, этап работы L_{31} для потока «доработка грунта вручную» на рис. 7).

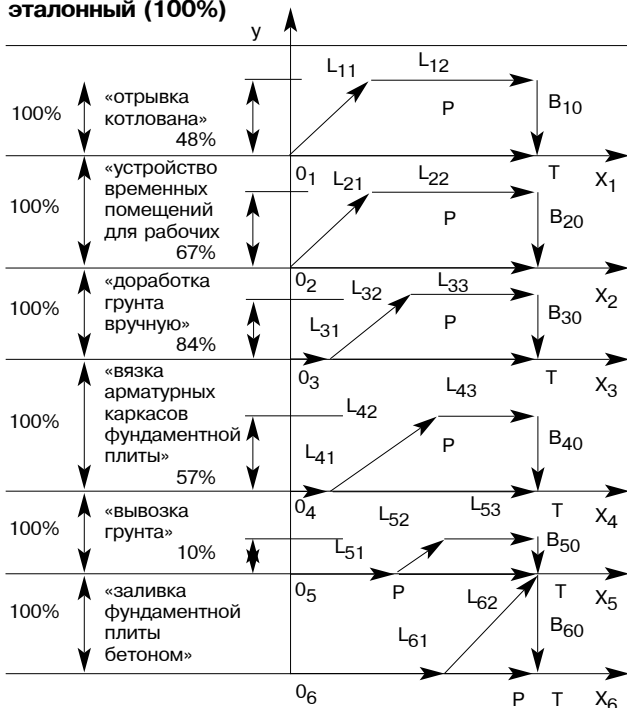
4). Подчеркнем, что для потоков, начало которых представлено «вектором без наклона», соответствующий начальный «вектор без наклона» отражает задержку по времени начала выполнения соответствующей работы из-за необходимости выполнения предшествующих работ.

5). Каждый поток заканчивается определенным этапом работы в момент времени T (окончание



Рис. 7 Векторное представление потоков:

- ◆ ресурсные затраты потока «отрывка котлована» составляют от эталонного 48%
- ◆ ресурсные затраты потока «устройство временных помещений для рабочих» составляют от эталонного 67%
- ◆ ресурсные затраты потока «доработка грунта вручную» составляют от эталонного 84%
- ◆ ресурсные затраты потока «вязка арматурных каркасов фундаментной плиты» составляют от эталонного 57%
- ◆ ресурсные затраты потока «вывозка грунта» составляют от эталонного 10%
- ◆ ресурсные затраты потока «заливка фундаментной плиты бетоном» приняты за эталонный (100%)



всего проекта). Если поток заканчивается «вектором без наклона», то это означает, что все еще существуют неоконченные этапы работы в других (другом) потоках, которые требуют затрат ресурсов до момента T (окончание всех работ). Если поток (потоки) заканчивается «вектором наклонным», то это означает, что этим этапом работы завершается и весь проект (см. например, этап работы L_{62} для потока «подготовка к заливке фундаментной плиты» на рис. 7).

Итоговая синхронизация предполагает синтез указанных двух типов процедур. Рис. 7, как раз, иллюстрирует это.

«Вектора связи» и процедуры их формализации. Для задания процедур оптимизации работ проекта, далее понадобятся специальные векторы A_{ik} (здесь i и k номера, причем $i, k \in \{1, 2, \dots\}$), которые будем называть «векторами связи» определенного типа (уточняется ниже). Эти вектора позволяют формализовать особенности рассматриваемой оптимизационной модели.

А именно, в реальных ситуациях на практике начало выполнения конкретной работы, некоторого потока, часто можно реализовать несколько раньше (позже), чем будет окончена предшествующая работа, некоторого, другого потока. Указанную особенность, как раз и необходимо учитывать при оптимизации движения рассматриваемых потоков. Это, как уже подчеркивалось выше, — еще неосвоенные возможности повышения эффективности проектов логистических систем. Такую особенность весьма сложно представить в формате сетевого графика, однако ее удобно представлять в формате рассматриваемого здесь подхода к оптимизации. Для этого и понадобятся указанные выше специальные векторы связи. Эти векторы позволят в удобной и наглядной форме накладывать ограничения на опережение или на запаздывание конкретной работы по отношению к работам другого потока (других потоков) при формализации оптимизационной модели.

Проекция векторов связи A_{ik} на ось O_x будут характеризовать величины соответствующих «опережений» для рассматриваемых потоков (по оси времени). Проекция векторов A_{ik} на ось O_y позволят (при необходимости) характеризовать ресурсные затраты, после реализации которых допустимо соответствующее «опережение» для начала выполнения конкретного этапа работы по отношению к предшествующему этапу (уточнения будут приведены после формализации векторов связи в формате совмещения графиков потоков).

Указанные специальные вектора связи могут быть нескольких видов по характеру их проекций на ось O_x и привязке к началу или концу этапов работ. Отметим основные из них: 1) «конец-начало», 2) «начало-конец», 3) «начало-начало», 4) «конец-конец» [2]. Приведем, кратко, необходимые комментарии.

- ◆ «Вектора связи», которые принадлежат первому типу («конец-начало»), будут непосредственно связывать момент завершения этапа работы одного потока (на которую уже был потрачен ресурс) и момент начала этапа работы другого потока (на которую затрат ресурсов еще не было).

- ◆ «Вектора связи», которые принадлежат второму типу «начало-конец», будут непосредственно связывать начало этапа работы одного потока (для которой не было затрат ресурсов) и конец этапа работы другого потока (на которую уже был затрачен некоторый ресурс).

- ◆ «Вектора связи», которые принадлежат третьему типу «начало-начало» будут непосредственно связывать начало этапа работы одного потока (для которой не было затрат ресурсов) и конец этапа работы другого потока (на который также не было затрат ресурса).

- ◆ «Вектора связи», которые принадлежат четвертому типу «конец-конец» будут непосредственно связывать начало этапа работы одного потока (на



которую уже был потрачен ресурс) и конец этапа работы другого потока (на которую также был потрачен некоторый ресурс).

Выбор конкретного типа для вектора связи определяется спецификой задачи. Далее в этой статье при изложении соответствующих материалов мы ограничимся только форматом модели, когда указанный «вектор связи» будет принадлежать именно первому из указанных выше типов: «конец-начало». Соответственно формат такой модели позволяет находить оптимальные решения, связанные с возможностью «опережения» для моментов начала реализации, некоторых этапов работ относительно моментов окончания предшествующих этапов работ другого потока в формате соответствующего сетевого графика. Различные другие типы моделей оптимизационных задач также могут быть обусловлены возможностью перераспределения ресурсов для этапов работ по времени. Такие особенности в этой статье не рассматриваются.

Возможности изменения структуры векторного представления работ/потоков сетевого графика. Отметим особенность представляемой в этой главе оптимизационной модели. Если недопустимо опережение для начала работы L_{ij} в формате i -го потока относительно момента окончания предшествующей ей работы/этапа L_{km} в формате k -го потока, то соответствующий вектор A_{ki} будет параллелен оси ординат. Такие ситуации нас не интересуют (именно они и предусмотрены форматом модели оптимизации сетевых графиков). Соответственно, векторы связи такого типа далее не рассматриваются. Если же будет допустимо опережение момента начала работы L_{ij} в формате i -го потока относительно момента окончания предшествующей ей работы/этапа L_{km} в формате k -го потока, то использование такой возможности может привести к следующему. После оптимизации может оказаться, что для повышения эффективности логистической системы (для улучшения оптимизируемых показателей) действительно потребуются начать работу L_{ij} раньше, чем будет закончена работа L_{km} (с учетом априори заданных ограничений на такое опережение). Это изменит структуру рассматриваемых векторов в формате i -го потока. А именно, вместо вектора L_{ij} для представления этой же работы i -го потока понадобится новый вектор (т.к. момент «начала» вектора L_{ij} сместится «влево» по оси абсцисс, изменив его наклон). Такой новый вектор далее обозначается через l_{ij} (вместо L_{ij}). Соответствующие изменения обозначений будут использованы далее для всех векторов, которые могут быть преобразованы за счет частичного смещения реализации предшествующих и последующих работ в формате анализируемого проекта. Для этих «новых» векторов l_{ij} их проекции на оси Ox и Oy будут рассматриваться в качестве неизвестных в формате задачи допол-

нительной оптимизации параметров сетевого графика.

Векторное представление движения материальных потоков с «векторами связи» рассматриваемого типа показано на рис. 8. Указанный рис. 8 иллюстрирует следующие особенности.

Для потока «доработка грунта вручную» возможность опережения начала этапа работы L_{32} приводит к возможности изменения вектора на L_{31} вектор l_{31} и вектора L_{32} на вектор l_{32} (на рис. 8 для наглядности изображения вектор несколько смещен вверх по оси Oy , чтобы не сливаться с вектором L_{31} , причем это обусловлено соответствующим изменением вектора l_{32}).

Для потока «заливка фундаментной плиты бетоном» возможность опережения начала этапа работы L_{62} приводит к изменению вектора L_{61} на вектор k_{61} и вектора L_{62} на вектор l_{62} .

Для любого «вектора связи» A_{ik} указанного типа его начало при таком подходе будет соотносено с моментом окончания некоторого этапа работы i -го потока, а его конец соотносится с моментом начала определенного этапа работы k -го потока. Рис. 8 иллюстрирует два «вектора связи» такого типа: A_{13} и A_{46} .

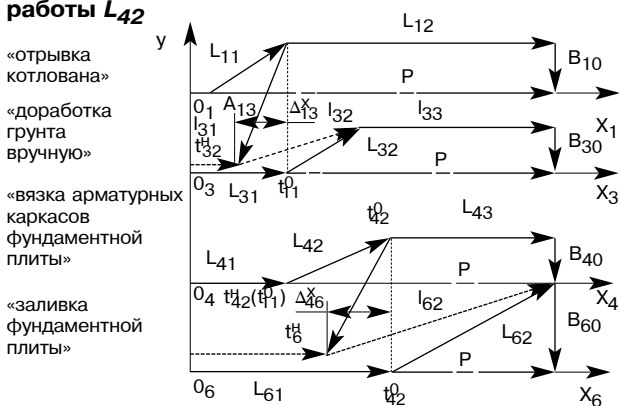
«Вектор связи» A_{13} соединяет конец вектора L_{11} для этапа работы 1 потока «отрывка котлована» с началом вектора l_{32} для этапа работы 2 потока «доработка грунта вручную». «Вектор связи» A_{46} соединяет конец вектора L_{42} для этапа работы 2 потока «вязка арматурных каркасов» с началом вектора l_{62} для этапа работы 2 потока «заливка фундаментной плиты». Проекция «вектора связи» A_{ik} на ось Ox характеризует величину «опережения» для моментов времени, соотношенных с этим вектором по i -му и k -му потокам. Отрицательная проекция вектора связи A_{ik} на ось Ox будет показывать, что момент времени k -го потока (соотношенный с этим вектором) опережает момент времени i -го потока (также соотношенного с этим вектором). Величина опережения совпадает с абсолютной величиной проекции $np_{Ox}A_{ik}$.

Например, «вектор связи» A_{13} на рис. 8 соединяет момент окончания этапа работы L_{11} (потока «отрывка котлована») с моментом начала этапа работы L_{32} (в виде вектора l_{32} потока «доработка грунта вручную»). Его проекция на ось Ox является отрицательной. Поэтому момент t_{32} начала этапа работы L_{32} (в виде вектора l_{32}) опережает момент t_{11} окончания этапа работы L_{11} . Указанное опережение составляет Δt_{13} (рис. 8). Обратим внимание на то, что опережение может отсутствовать, т.е. быть нулевым. Это будет означать, что процедуры оптимизации показали, что такое опережение не даст требуемого эффекта. Для величины допустимых опережений, характеризующих рассматриваемыми «векторами связи», также может существовать ограничение сверху (далее будут даны уточнения при формализации модели).



Рис. 8 Векторное представление движения материальных потоков с «векторами связи»:

- ◆ t_{11}^0 — момент окончания этапа работы L_{11}
- ◆ t_{32}^h — момент начала этапа работы l_{32}
- ◆ t_{32}^0 — момент окончания этапа работы l_{32}
- ◆ Δx_{13} — величина опережения начало работы этапа L_{32} по отношению к окончанию этапа работы L_{11}
- ◆ t_{42}^0 — момент окончания этапа работы L_{42}
- ◆ t_{62}^h — момент начала этапа работы l_{62}
- ◆ t_{62}^0 — момент окончания этапа работы l_{62}
- ◆ Δx_{46} — величина опережения начало работы этапа L_{62} по отношению к окончанию этапа работы L_{42}



Замечание. Представление для «векторов связи» указанного типа имеет следующий недостаток. «Вектор связи» (см., например, вектор A_{13} , или вектор A_{46} на рис. 8) будет зависеть от очередности расположения / представления графических моделей соответствующих потоков в формате рисунка. В частности, на рис. 8 изображен «вектор связи» A_{13} . Если бы поток «доработка грунта вручную», был изображен на месте потока «вязка арматурных каркасов фундаментной плиты», то и «вектор связи» между указанными потоками имел бы другую структуру. Другими словами, для указанного типа связи между материальными потоками «вектор связи» будет зависеть от того, в каком порядке будут формализованы и заданы потоки модели.

Указанный недостаток можно устранить на основе процедуры, которую назовем процедурой совмещения *моделей графиков потоков*. Проиллюстрируем эту процедуру в формате потоков «отрывка котлована» и «доработка грунта вручную». Для определения соответствующего «вектора связи» A_{13} графические модели потоков «отрывка котлована» и «доработка грунта вручную» условно совместим по осям OX и OY . При этом «вектор связи» A_{13} по определению задается именно с использованием такой совмещенной системы координат (см. рис. 9). Соответственно имеем равенство $A_{13} = l_{31} - l_{11}$. Именно такие «вектора связи» и будут задействованы далее в моделях использования скрытых резервов оптимизации на сетевых графиках проектов. Их легко будет выра-

зить через оптимизируемые неизвестные величины в формате оптимизационной модели. Подчеркнем, что векторы связи далее всегда будут представлены в описанном выше специальном формате. Указанный формат не будет зависеть от взаимного расположения графиков потоков в рамках процедур синхронизации. Все «векторы связи» будут, далее определяться только в формате соответствующего условного совмещения координатных осей.

В общем случае, если допустимо опережение начала выполнения этапа L_{kj} (при $j > 1$) работы k -го потока по отношению к моменту завершения предшествующего ему этапа L_{im} работы i -го потока, то аналогичный анализ позволяет выписать следующие соотношения для вектора связи:

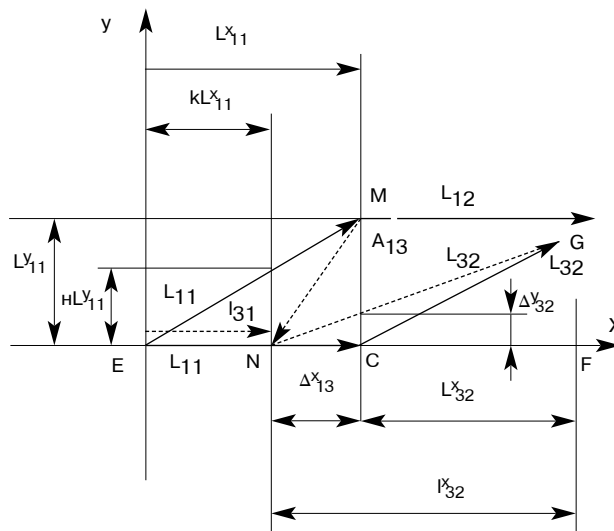
$$A_{ik} = \sum_{p < j} l_{kp} - \sum_{r \leq m} l_{ir}.$$

Указанные представления для векторов связи могут быть использованы в формате процедур дополнительной оптимизации сетевого графика следующим образом. Они позволяют:

- 1) выразить проекции векторов связи A_{ik} на оси OX и OY в виде линейных выражений относительно неизвестных l_{mn} (точнее через их проекции на указанные оси);
- 2) формализовать соответствующие ограничения для допустимых опережений при оптимизации

Рис. 9 График совмещения потоков «отрывка котлована» и «доработка грунта вручную»:

- ◆ Δx_{13} — допустимое время совмещения по началу этапа работ
- ◆ KL_{11} — допустимое время совмещения по концу этапа работы
- ◆ HL_{11} величина ресурса этапа работы L_{11} , после которого начинается этап работы l_{32}
- ◆ Δy_{32} — величина ресурса этапа работы l_{12} , при котором заканчивается этап работы l_{11}





ции параметров потоков проекта, поскольку их проекции на ось абсцисс не должны будут превышать априори задаваемых допустимых максимальных значений для соответствующих опережений.

Подчеркнем, что соответствующие ограничения менеджер также сможет формализовать в виде линейных выражений относительно указанных выше неизвестных проекций векторов I_{mn} на оси OX и OY , которые и будут оптимизироваться.

Возможности дополнительной оптимизации параметров сетевого графика на основе векторного представления работ проекта. Реальные постановки задач повышения эффективности логистических потоков/процессов за счет использования скрытых резервов оптимизации на сетевых графиках проектов могут быть формализованы различным образом. Отметим здесь только некоторые очевидные задачи указанного типа.

1. Может потребоваться минимизация каких-либо сопутствующих «накладных» издержек, обусловливаемых выполнением некоторого множества работ с учетом допустимых опережений в формате сетевого графика, сохраняя критическое время выполнения работ всего проекта. Если соответствующую целевую функцию для минимизации указанных издержек менеджер представит как линейную функцию указанных выше переменных (проекций векторов I_{mn} на оси OX и OY), то такая задача дополнительной оптимизации параметров сетевого графика может быть сформулирована как задача линейного программирования. Действительно, соответствующие ограничения на возможные «опережения» можно формализовать на основе последнего представленного равенства: они также будут линейными. Решение задач такого типа можно реализовать стандартными программами с использованием компьютера.

2. Может потребоваться дополнительная минимизация суммарного времени реализации проекта с учетом допустимых опережений. Если на критическом пути анализируемого сетевого графика проекта имеются последовательно выполняемые работы, для которых допустимо частичное совмещение процессов их выполнения, то в таком случае суммарное время реализации проекта можно сократить. Такая задача также может быть решена менеджером как задача линейного программирования (либо как последовательные итерации задач указанного типа с

учетом возможного изменения маршрута критического пути после каждой итерации).

3. Может потребоваться одновременная оптимизация сразу нескольких критериальных функций. Они могут быть формализованы в виде частных критериев соответствующей задачи многокритериальной оптимизации. Если такие частные критерии будут линейными функциями относительно проекций неизвестных I_{mn} на оси OX и OY , то для решения такой задачи можно использовать, например, так называемые прямые методы многокритериальной оптимизации, которые позволяют сводить ее решение к оптимизации линейной скалярной функции / функций. Соответственно, такая задача дополнительной оптимизации параметров сетевого графика также может быть сформулирована и решена как задача линейного программирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Как видим, представленный в этой статье подход позволит решать и отмеченные выше, и многие другие задачи дополнительной оптимизации сетевых графиков проектов (после их оптимизации традиционными методами) за счет использования скрытого резерва: возможности допустимого частичного совмещения процедур выполнения его последовательных работ. Приведенные в этой статье процедуры векторного представления потоков работ позволят менеджеру формализовать задачи указанного выше типа (т.е. задачи дополнительной оптимизации сетевого графика за счет использования указанного скрытого резерва повышения эффективности логистического проекта) как задачи линейного программирования. Соответственно их последующее решение можно будет реализовать стандартными методами с привлечением компьютера. Необходимые материалы, относящиеся к алгоритмам и числовым примерам реализации такого подхода к оптимизации сетевого графика проекта, будут представлены в отдельных статьях.

РИСК

Библиографический список:

1. Дикман Л.Г. *Организация строительного производства*. – М, Изд. АСВ, 2002.
2. *Основы научных исследований по организации и управлению строительным производством: Учеб. Пособие. В 2-х ч.* / С.А. Баркалов и др.; Ворон. гос. арх.-строит. ун-т. – Воронеж, 2002.