



**НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ**

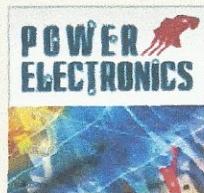
Поиск по сайту:

Искать

Издательство научно-технической литературы

- [На главную»](#)
- [Контакты»](#)
- [Журналы»](#)
- [Новости»](#)
- [Оформление статей»](#)
- [Реклама в журналах»](#)
- [Обратная связь»](#)
- [Книги»](#)
- [О фирме»](#)

реклама



## Промышленные АСУ и контроллеры



# Промышленные АСУ Контроллеры

Указатель статей, опубликованных в журнале "Промышленные АСУ и контроллеры" в №7 2016 года.

&lt;&lt; Назад

### ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Н.В. Козак, Р.Л.  
Пушков, С.В.  
Евстафиева

Реализация задач управления электроавтоматикой на основе внешних вычислительных модулей Soft PLC в системе ЧПУ «АксиОМА Контроль»

[Подробнее »](#)

Д.В. Анисимов, С.В.  
Дмитриев, А.А.  
Двилянский

Оценка производительности канального уровня стандарта IEEE 802.11 с учетом состояния загруженности элементов сети и влияния помех в распределенных автоматизированных системах управления

[Подробнее »](#)

В.М. Михалкин, Г.В.  
Двирный

Методы имитации невесомости и особенности отработки надежности развертывания крупногабаритных конструкций автоматических космических аппаратов

[Подробнее »](#)

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

Л.Ю. Руднева, В.В.  
Мешков

К вопросу об эффективности организации вычислительного процесса при моделировании динамики манипуляционных роботов

[Подробнее »](#)

Н.Ю. Энатская

Анализ случайных подстановок фиксированного размера с ограниченным рассеянием

[Подробнее »](#)

### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Т.В. Лях, В.Е. Зюбин,  
М.М. Сизов

Опыт применения языка Reflex при автоматизации Большого солнечного вакуумного телескопа

[Подробнее »](#)

### СЕТЕВЫЕ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ КОНТРОЛЛЕРЫ

В.Н. Русанов, С.В.  
Куликов

Возможности создания отечественных самодиагностируемых ПЛК ответственного применения с использованием сетевой технологии Space Wire

[Подробнее »](#)

### ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ И АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА

У.А. Немова

Эффективное теплоснабжение для города Реутова

разделы

- [«О журнале»](#)
- [«Архив журнала»](#)
- [«Тематическая направленность журнала»](#)
- [«Правила оформления статей»](#)
- [«Этапы рассмотрения и публикации статей»](#)
- [«Правила рецензирования статей»](#)
- [«Редакционная и профессиональная этика»](#)
- [«Обнаружение плагиата»](#)
- [«Редакция и редакционная коллегия»](#)
- [«Новости журнала»](#)

журналы

- [Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика](#)
- [Приборостроение и средства автоматизации. Энциклопедический справочник](#)
- [Промышленные АСУ и контроллеры](#)
- [Экологические системы и приборы](#)
- [Авиакосмическое приборостроение](#)
- [Инженерная физика](#)
- [История науки и техники](#)
- [Музыка и время](#)

[Подробнее »](#)

## ЭКОНОМИКА АВТОМАТИЗАЦИИ

ООО «ГРУНДФОС»

Аудит насосных систем как инструмент повышения энергетической эффективности

[Подробнее »](#)

## ОБЗОР НАУЧНЫХ ЗАДАЧ

Самхарадзе Т.Г.

Обзор результатов решения научных задач, изложенных в диссертационной работе Чаудхари Р.Р. «Автоматизация линии перемещения продукции кирпично-черепичного производства в зоне сушки и обжига» по специальности 05.13.06 – «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами» (промышленность)

[Подробнее »](#)

## НОВОСТИ СИСТЕМОСТРОЕНИЯ

[Подробнее »](#)

[Музыковедение](#)

[Бюллетень Главного ботанического сада](#)

[Всеобщая история](#)

[Справочник инженера](#)

[Прикладная физика и математика](#)

[Известия академии инженерных наук им. А.М. Прохорова](#)

## Последние новости:

IX Международная выставка LABComplEx. Аналитика. Лаборатория. Биотехнологии. HI-TECH – традиционное место встречи лидеров лабораторной индустрии

«ЭЛЕКОМ» представит блочный модуль регулирования теплопотребления на выставке «ПТА-Урал 2016»

Администрация Екатеринбурга приветствует выставки «ПТА-Урал 2016» и «Электроника-Урал 2016»

Свердловский областной Союз промышленников и предпринимателей поддерживает выставки «ПТА-Урал 2016» и «Электроника-Урал 2016»

Проведено обновление программного обеспечения испытательного стенда завода «Пензяжпромарматура»



Система управления разработана в: [ananskikh.ru](http://ananskikh.ru)

© Издательство "НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ",  
2005-2016



Издательство научно-технической литературы

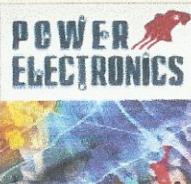
Поиск по сайту:

Искать



[На главную»](#)  
[Контакты»](#)  
[Журналы»](#)  
[Новости»](#)  
[Оформление статей»](#)  
[Реклама в журналах»](#)  
**Обратная связь»**  
[Книги»](#)  
[О фирме»](#)

реклама



## Промышленные АСУ и контроллеры



**Промышленные  
Контроллеры ACU**

### Аннотация к статье

&lt;&lt; Назад

**Анализ случайных подстановок фиксированного размера с ограниченным рассеянием**

**Н.Ю. Энатская**

Все исследования определенной в названии схемы проводятся на основе прямого перечисления ее исходов, а именно: определяется число ее исходов и их вероятностное распределение, решается задача нумерации для исходов схемы, что дает возможность «быстрого» моделирования их возможных значений и приближенного вычисления числа исходов схемы методом пропорций.

Ключевые слова: случайная подстановка; рассеяние; перечисление; нумерация; моделирование.

Контактная информация: E-mail: nat1943@mail.ru

Стр. 32-36.

разделы

- [«О журнале»](#)
- [«Архив журнала»](#)
- [«Тематическая направленность журнала»](#)
- [«Правила оформления статей»](#)
- [«Этапы рассмотрения и публикации статей»](#)
- [«Правила рецензирования статей»](#)
- [«Редакционная и профессиональная этика»](#)
- [«Обнаружение plagiarism»](#)
- [«Редакция и редакционная коллегия»](#)
- [«Новости журнала»](#)

журналы

- Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика
- Приборостроение и средства автоматизации. Энциклопедический справочник
- Промышленные АСУ и контроллеры
- Экологические системы и приборы
- Авиакосмическое приборостроение
- Инженерная физика
- История науки и техники
- Музыка и время

Музыковедение

Бюллетень Главного  
ботанического сада

Всеобщая история

Справочник инженера

Прикладная физика и  
математика

Известия академии  
инженерных наук им.  
А.М. Прохорова

**Последние новости:**

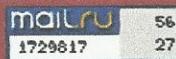
IX Международная  
выставка LABComPLEX.  
Аналитика. Лаборатория.  
Биотехнологии. HI-TECH -  
традиционное место  
встречи лидеров  
лабораторной индустрии

«ЭЛЕКОМ» представит  
блочный модуль  
регулирования  
теплопотребления на  
выставке «ПТА-Урал  
2016»

Администрация  
Екатеринбурга  
приветствует выставки  
«ПТА-Урал 2016» и  
«Электроника-Урал 2016»

Свердловский областной  
Союз промышленников и  
предпринимателей  
поддерживает выставки  
«ПТА-Урал 2016» и  
«Электроника-Урал 2016»

Проведено обновление  
программного  
обеспечения  
испытательного стенда  
завода  
«Пензтяжпромарматура»



Система управления разработана в: [ananskikh.ru](http://ananskikh.ru)

© Издательство "НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ",  
2005-2016

**Н.Ю. Энатская**  
 канд. физ.-мат. наук, доцент  
 E-mail: nat1943@mail.ru  
 (Национальный исследовательский университет  
 «Высшая школа экономики»)  
 Москва, Российская Федерация

Анализ случайных подстановок  
 фиксированного размера  
 с ограниченным рассеянием

Все исследования определенной в названии схемы проводятся на основе прямого перечисления ее исходов, а именно: определяется число ее исходов и их вероятностное распределение, решается задача нумерации для исходов схемы, что дает возможность «быстрого» моделирования их возможных значений и приближенного вычисления числа исходов схемы методом пропорций.

**Ключевые слова:** случайная подстановка; рассеяние; перечисление; нумерация; моделирование.

N.Yu. Enatskaya  
 Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor  
 E-mail: nat1943@mail.ru  
 (Higher School of Economics – National Research University)  
 Moscow, Russian Federation

The Analysis of Random  
 Permutations of a Fixed Size  
 with a Limited Dispersion

All investigations of the scheme defined in its name are fulfilled by the direct enumeration of its outcomes, namely: the number of its outcomes of the scheme and its probability distribution are defined, the numbering problem for outcomes of the scheme is solved, this gives the possibility of a quick modelling of its possible values and approximate calculation of the number of outcomes of the scheme by the method of proportion.

**Keywords:** random permutation, deviation, enumeration, numbering, modelling.

## Введение

Вводится понятие рассеяния для подстановки размера  $n$ , как максимальной разности по модулю вертикальных значений ее столбцов, то есть, так как ее верхняя строка есть числа  $(1, 2, \dots, n)$ , а ее нижняя строка  $-i = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ , где  $(i_1, i_2, \dots, i_n) \in (1, 2, \dots, n)$ , то рассеянием подстановки является число  $S = \max_k |k - i_k|$ ,  $k \in (1, 2, \dots, n)$ .

Интерес представляют подстановки со значением  $S \leq s$ .

При проведенном в работе [1] анализе схемы перестановок размера  $n$  по всем приведенным в аннотации направлениям численное исследование нашей схемы можно было бы проводить путем отбраковки исходов схемы перестановок по указанным ограничениям. Это привело бы к работе с большими «лишними» объемами

вычислений. Поэтому предпочтительнее анализировать нашу схему через прямое перечисление ее исходов, что и будет предметом дальнейшего обсуждения.

### 1. Прямое перечисление исходов схемы подстановок фиксированного размера с ограниченным рассеянием

В основе такого перечисления исходов схемы будет лежать процедура перебора всех исходов перестановок того же размера, приведенная в работе [1], идею которой для ясности повторим здесь. Для этого строим граф случайного процесса упорядочивания  $i$  различных элементов между собой на  $i$ -м шаге ( $i = 1, n$ ) с добавлением по одной частице на каждом шаге.

Для получения перечня всех состояний на  $(i+1)$ -м шаге из данного состояния на  $i$ -м шаге будем

варьировать место добавленного элемента относительно имеющихся в порядке данного состояния на  $i$ -м шаге от положения левее первого до положения правее  $i$ -го с промежуточными положениями между каждыми в данном состоянии на  $i$ -м шаге – получаем  $(i+1)$  состояние на  $(i+1)$ -м шаге. Причем из разных состояний  $i$ -го шага могут получаться только разные на  $(i+1)$ -м шаге, т. к. на  $i$ -м шаге исходы отличаются разными относительными порядками первых  $i$  элементов, а переход к следующему  $(i+1)$ -му шагу не меняет их относительный порядок.

Нумерацию состояний на  $(i+1)$ -м шаге производим в порядке их формирования подряд общей нумерацией для всех элементов  $(i+1)$ -го шага. При этом, если рассматривать исходы на каждом шаге как составленные из упорядоченных номеров элементов числа, то в установленном выше порядке нумерации состояний таким образом получаются из данного состояния убывающие числа.

Для использования этой процедуры перечисления исходов здесь для нашей схемы нужно ввести в нее ограничения, следующие из требования к величине рассеяния подстановок, которое означает, что интересующие нас подстановки при  $S \leq s$  образуют циклы, размера  $\leq (s+1)$ , причем циклы максимального размера  $(s+1)$  образуются только из элементов с подряд идущими номерами, а число пропущенных из них в цикле уменьшает размер цикла на это число. Все это, в свою очередь, значит, что каждый элемент с номером  $a_i$ , ( $i = 1, n$ ) в перестановке нижней строки подстановки должен стоять на одном из определенных подряд идущих мест в ней в пределах промежутка  $[i-s, i+s]$ , где  $i$  – номер элемента верхней строки подстановки (при  $i < s$  или  $i > n-s$ , концы указанного промежутка будем считать соответственно равными 0 или  $n$ ).

С учетом приведенных ограничений предложим процедуру прямого перебора всех перестановок нижних строк требуемых подстановок, в алгоритме которого в отличие от перебора исходов схемы перестановок без ограничений должны быть учтены следующие замечания, представляющие собой искомый АЛГОРИТМ 1.

Очевидно, что при  $n \leq s+1$  все  $n!$  перестановок нижних строк подстановок соответствуют требуемым подстановкам.

При значениях  $n > s+1$  в соответствующем случайном процессе поединичного добавления элементов до достижения данного числа  $n$  при перечислении исходов перестановок нижних строк подстановок в перебор мест вставок добавленных номеров элементов относительно имеющихся на предшествующем шаге (под шагом понимается добавление следующего номера элемента) вносятся ограничения.

Номер  $(s+2)$  на следующем  $(s+2)$ -м шаге может занимать место в перестановке, начиная с 2-го с ограничением: при номере 1 в предшествующей перестановке на последнем месте – только последнее  $(s+2)$ -е место (одним вариантом), в противном случае, при номере 1 на предпоследнем месте – место правее номера 1 (двумя вариантами).

Номер  $(s+3)$  на следующем  $(s+3)$ -м шаге может занимать место в перестановке, начиная с 3-го с ограничением: при номере 2 в предшествующей перестановке на последнем месте – только последнее  $(s+3)$ -е место (одним вариантом), в противном случае, при номере 1 на предпоследнем месте – место правее номера 1 (двумя вариантами).

Номер  $(s+4)$  на следующем  $(s+4)$ -м шаге может занимать место в перестановке, начиная с 4-го с ограничением: при номере 3 в предшествующей перестановке на последнем месте – только последнее  $(s+4)$ -е место (одним вариантом), в противном случае, при номере 2 на предпоследнем месте – место правее номера 2 (двумя вариантами), в противном случае, при номере 3 на месте левее на 2 от последнего в предшествующей перестановке – место правее номера 1 (трремя вариантами) и т. д. до определения места  $n$ -го номера.

По данному АЛГОРИТМУ 1 приведем примеры прямого перечисления исходов нашей схемы, предварив их для иллюстрации и проверки результатов общими перечнями нижних строк подстановок без ограничений с прямым расчетом рассеяний в них (табл. 1, 2).

Таблица 1

№	$i$	$S$	№	$i$	$S$	№	$i$	$S$
1	4321	3	9	4213	3	17	4132	3
2	3421	3	10	2413	2	18	1432	2
3	3241	3	11	2143	1	19	1342	2
4	3214	2	12	2134	1	20	1324	1
5	4231	3	13	4312	3	21	4123	3
6	2431	3	14	3412	2	22	1423	2
7	2341	3	15	3142	2	23	1243	1
8	2314	2	16	3124	2	24	1234	0

Таблица 2

№	$i$	$S$	№	$i$	$S$	№	$i$	$S$
1	54321	4	41	54213	4	81	54132	4
2	45321	4	42	45213	3	82	45132	3
3	43521	4	43	42513	3	83	41532	3
4	43251	4	44	42153	3	84	41352	3
5	43215	4	45	42135	3	85	41325	3
6	53421	4	46	52413	4	86	51432	4
7	35421	4	47	25413	3	87	15432	3
8	34521	4	48	24513	3	88	14532	3
9	34251	4	49	24153	2	89	14352	3
10	34215	3	50	24135	2	90	14325	2
11	53241	4	51	52134	4	91	51342	4
12	35241	4	52	25134	3	92	15342	3
13	32541	4	53	21543	2	93	13542	3
14	32451	4	54	21453	2	94	13452	3
15	32415	4	55	21435	1	95	13425	2
16	53214	4	56	52134	4	96	51324	4

Продолжение таблицы 2

№	<i>i</i>	<i>S</i>	№	<i>i</i>	<i>S</i>	№	<i>i</i>	<i>S</i>
17	35214	3	57	25134	3	97	15324	3
18	32514	3	58	21534	2	98	13524	2
19	32154	2	59	21354	1	99	13254	1
20	32145	2	60	21345	1	100	13245	1
21	54231	4	61	54312	4	101	54123	4
22	45231	4	62	45312	3	102	45123	3
23	42531	4	63	43512	3	103	41523	3
24	42351	4	64	43152	3	104	41253	3
25	42315	3	65	43125	3	105	41235	3
26	52431	4	66	53412	4	106	51423	4
27	25431	4	67	35412	3	107	15423	3
28	24531	4	68	34512	3	108	14523	2
29	24351	4	69	34152	3	109	14253	3
30	24315	3	70	34125	2	110	14235	2
31	52341	4	71	53142	4	111	51243	4
32	25341	4	72	35142	3	112	15243	3
33	23541	4	73	31542	3	113	12543	2
34	23451	4	74	31452	3	114	12453	2
35	23415	3	75	31425	2	115	12435	1
36	52314	4	76	53124	4	116	51243	4
37	25314	3	77	35124	3	117	15243	3
28	23514	3	78	31524	2	118	12534	2
39	23154	2	79	31254	2	119	12354	1
40	23145	2	80	31245	2	120	12345	0

**Примеры 1, 2.**

- 1)  $n = 4, s = 2$ ;  
2)  $n = 5, s = 2$ .

По АЛГОРИТМУ 1 получаем следующий результат прямого перечисления перестановок нижних строк требуемых подстановок, представленный графом (рис.).

По графу рисунка (т. е. по АЛГОРИТМУ 1) получаем совпадения множества всех значений перестановок нижних строк требуемых подстановок, с выбранными по данному ограничению из всех перестановок, заданных в примерах размеров по таблицам 1 и 2.

## 2. Вычисление числа подстановок фиксированной длины с ограниченным рассеянием и его вероятностного распределения

Пусть  $n$  – длины случайных подстановок с рассеяниями  $S \leq s$  и требуется найти число  $M_n$  таких подстановок. Предлагаемое решение этой задачи напрямую связано с описанной в п.1 процедурой прямого перебора требуемых подстановок, представленных перестановками своих нижних строк.

По приведенным в п.1 таблицам 1 и 2 непосредственным подсчетом получаем при  $s = 2$  в примерах 1 и 2

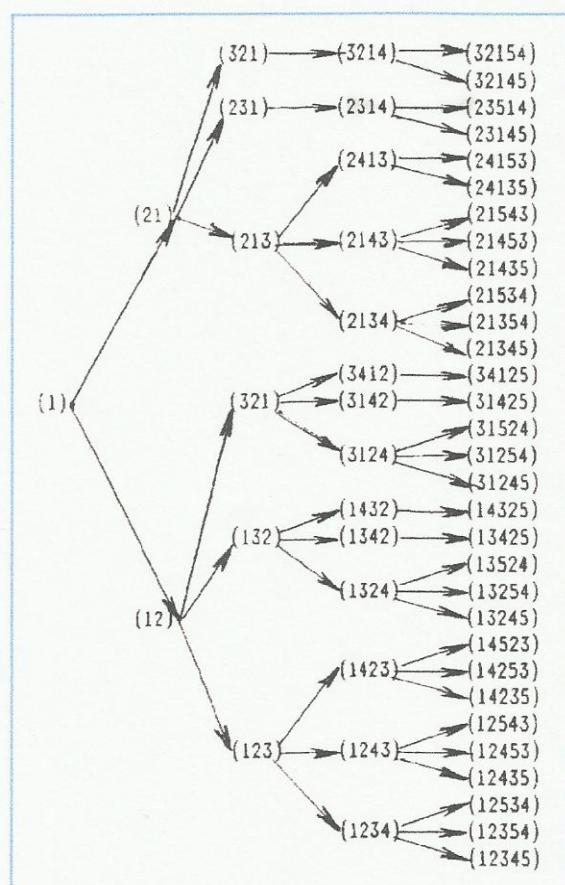


Рис.

соответственно  $M_4 = 14, M_5 = 31$ , что совпадает числами исходов по АЛГОРИТМУ 1 при их прямом перечислении на рисунке.

Аналитическое (формульное) получение числа  $M_n$  снова по процедуре перечисления исходов схемы принципиально возможно, но при растущем значении  $n$  для практического использования технически неоправданно сложно, в связи со сравнительной простотой численного метода его подсчета или по процедуре прямого перебора требуемых подстановок по п.1, или путем несложного вычисления изучаемой характеристики рассеяния даже непосредственно по всем  $n!$  подстановкам.

Покажем процесс вывода рекуррентной формулы для числа  $M_n$ , опирающуюся на процедуру прямого перебора исходов нашей схемы (АЛГОРИТМ 1), на примере нескольких первых растущих значений  $n$  с акцентом на возрастающие технические сложности этого вывода:

- для  $n \leq s + 1$ , очевидно,  $M_n = M_{s+1} = n!$ ;
- для  $n = s + 2$   $M_{s+2} = (M_{s+1} - X_1^{(s+1)}) (s+1) + X_1^{(s+1)}$ ,

где  $X_1^{(s+1)}$  – число перестановок нижних строк подстановок длины  $(s+2)$ , заканчивающихся на 1:

$$X_1^{(s+1)} = (s+1)! / (s+1) = s!$$

(В дальнейшем везде рассматриваются перестановки, задающие нижние строки подстановок.)

- для  $n = s + 3$

$$M_{s+3} = (M_{s+2} - X_1^{(s+2)} - X_2^{(s+3)} + X_{12}^{(s+3)}) (s+1) + \\ + (X_1^{(s+2)} - X_{12}^{(s+3)}) 2 + X_2^{(s+3)},$$

где  $X_1^{(s+2)}$  – число перестановок длины  $s+3$ , на предпоследнем месте которых стоит 1;  $X_1^{(s+3)}$  – число перестановок длины  $s+3$ , оканчивающихся на 2;  $X_{12}^{(s+3)}$  – число перестановок длины  $s+3$ , оканчивающихся на 12, где  $X_1^{(s+3)} = s \cdot s!$ ,  $X_{12}^{(s+3)} = (s+1-2)!$  и т. д., то есть с ростом размера подстановки для вычисления  $M_n$  требуется теоретическое вычисление чисел перестановок все возрастающего множества их фиксированных от конца значений элементов.

Тем не менее, можно проверить вычисление значений  $M_n$  по данным формулам в условиях примеров 1 и 2:

- при  $s = 2$  получаем  $M_1 = 1! = 1$ ,  $M_2 = 2! = 2$ ,  $M_3 = 3! = 6$ , при  $n = s + 2$   $X_1^{(3)} = 2$ , откуда  $M_4 = (6-2)3 + 2 = 14$ ;
- при  $n = s + 3$   $X_1^{(3)} = 4$ ,  $X_2^{(4)} = 4$ ,  $X_{12}^{(4)} = 1! = 1$ , откуда  $M_5 = (14-4-4+1)3 + (4-1)2 + 4 = 31$ , что совпадает с результатами, полученными раньше.

Предложим численный метод нахождения числа  $M_n$ , который фактически будет реализовать ту же идею аналитического вывода формулы для него с той разницей, что теперь вместо трудностей теоретического осмысливания структуры исходов схемы будут использоваться пошаговые результаты перечисления ее исходов по АЛГОРИТМУ 1 до  $(n-1)$ -го шага. Действительно, для  $i \leq (s+1)$  числа  $M_i = i!$ , а при значениях  $i > s+1$  для их нахождения потребуется провести пошаговые рекуррентные расчеты чисел исходов схемы, начиная с размера перестановки  $s+2$  до размера  $n-1$  с учетом ограничений на допустимые места добавления элементов на следующем шаге по перечислению исходов предыдущего шага по следующему АЛГОРИТМУ 2, представляющему группе действий для вычисления количеств подстановок с данным ограничением по шагам (шаг соответствует добавлению следующего элемента перестановки при переборе ее исходов).

#### 1-я группа действий – вычисление $M_{s+2}$ :

- 1) согласно работе [1], выпишем все  $(s+1)!$  перестановок размера  $s+1$ ;
- 2) среди них посчитаем число  $X_1$  перестановок, оканчивающихся на 1, и положим  $R_1 - R_1^* = X_1$ ;
- 3) вычислим  $M_{s+2} = (M_{s+1} + 1 - R_1)(s+1) + R_1^*$ .

#### 2-я группа действий – вычисление $M_{s+3}$ :

- 1) по АЛГОРИТМУ 1 выпишем все  $M_{s+2}$  перестановок размера  $s+2$ ;
- 2) среди них посчитаем число  $X_2$  перестановок, оканчивающихся на 2;
- 3) среди остальных – число  $X_1$  перестановок, имеющих на предпоследнем месте 1;
- 4) вычислим  $R_2 = X_1 + X_2$ ,  $R_2^* = 2X_1 + X_2$ ;
- 5) вычислим  $M_{s+3} = (M_s + 2 - R_2)(s+1) + R_2^*$ .

#### 3-я группа действий – вычисление $M_{s+4}$ :

- 1) по АЛГОРИТМУ 1 выпишем все  $M_{s+3}$  перестановок размера  $s+3$ ;
  - 2) среди них посчитаем число  $X_3$  перестановок, оканчивающихся на 3;
  - 3) среди остальных – число  $X_2$  перестановок, имеющих 2 на месте, левее последнего на 1;
  - 4) среди остальных – число  $X_1$  перестановок, имеющих 1 на месте, левее последнего на 2;
  - 5) вычислим  $R_3 = X_1 + X_2 + X_3$ ,  $R_3^* = 3X_1 + 2X_2 + X_3$ ;
  - 6) вычислим  $M_{s+4} = (M_{s+2} - R_3)(s+1) + R_3^*$
- и т. д. до  $k = (n-s-1)$ -й группы действий, когда будет  $s+k+1 = n$ , откуда получим число  $M_n$ , не выписывая перечень исходов всех допустимых перестановок  $n$ -го шага.

Приведем числовой пример.

**Пример 3.** Пусть  $n = 5$ ,  $s = 2$ . Тогда согласно рисунку последовательно проведем вычисления по АЛГОРИТМУ 2 до 4-го шага, по перечислению исходов которого найдем значение  $M_5$ , которое по ранее полученному должно равняться 31.

До шага  $s+1 = 3$  все  $3! = 6$  исходов нашей схемы есть: (321), (231), (213), (312), (132), (123). Среди них 2 кончаются на 1, т. е.  $X_1 = R_1 - R_1^* = 2$ , откуда  $M_4 = (6-2)3 + 2 = 14$ , что совпадает с ранее полученным числом в примере 1. Выпишем по рисунку все  $M_4$  исходов нашей схемы: (3214), (2314), (2413), (2143), (2134), (3412), (3142), (3124), (1432), (1342), (1324), (1423), (1243), (1234). Среди них 4 исхода кончаются на 2, т. е.  $X_2 = 4$ , и в 3-х исходах на предпоследнем месте стоит 1, т. е.  $X_1 = 3$ , откуда  $R_2 = 7$ ,  $R_2^* = 10$ . Поэтому  $M_5 = (14-7)3 + 10 = 31$ , что и должно было получиться согласно рисунку.

Вычисление вероятностного распределения характеристик рассеяния подстановки данного размера  $n$  будем считать путем делений чисел их рассеяний (табл. 1 и 2, п.1) на общее число перестановок размера  $n$ , равное  $n!$ .

#### 3. Задача нумерации и моделирование значений подстановки с ограниченным рассеиванием

Будем решать задачу нумерации численно, табличным путем, т. е. путем явного перечисления ее исходов по п.1 с табличной нумерацией всех ее

исходов в порядке их получения при перечислении для заданных параметров схемы (размера подстановки и ограничения числа ее рассеяния) и, таким образом, задача нумерации просто сводится к проведению процедуры перебора всех исходов схемы по п.1 (рис.). Тогда для дальнейшего использования результатов задачи нумерации потребуется хранить в памяти таблицу взаимно-однозначного соответствия всех требуемых подстановок с их номерами.

#### 4. Моделирование подстановок размера $n$ с рассеянием $S \leq s$

**Первый способ.** Моделируем случайные подстановки путем разыгрывания возможных значений перестановок [1] их нижних строк с подсчетом рассеяния  $S$  в них и выбором из них подстановок с  $S \leq s$ . Распределение числа смоделированных перестановок до получения одной требуемой, как известно, имеет геометрическое распределение с параметром  $p = M_n / n!$ .

**Второй способ** состоит в «быстрым» моделировании требуемой подстановки по таблице перечисления и соответствия всех  $M_n$  перестановок – нижних строк подстановок с  $S \leq s$  и их номеров путем разыгрывания ее случайного номера по одному случайному числу.

#### 5. Приближенное вычисление числа подстановок длины $n$ с рассеянием $S \leq s$

В силу технических трудностей вычисления числа  $M_n$  требуемых подстановок по п.2 для

больших  $n$ , возможно, представляет интерес менее трудоемкий способ приближенного вычисления числа  $M_n$  методом пропорций при стохастическом моделировании значений случайных подстановок с подсчетом их числа  $M$  с рассеянием  $S \leq s$  среди смоделированных. Тогда при большом числе  $N$  смоделированных случайных подстановок число  $M_n$  может быть приближенно определено по формуле

$$M_n = M \cdot n! / N.$$

#### Литература

- Колчин А.В., Энатская Н.Ю. *Комбинаторный анализ схемы перестановок* / Труды Карельского научного центра Российской академии наук. Серия «Математическое моделирование и информационные технологии». Петрозаводск, 2014, вып. 4. С. 80–86.

#### References

- Kolchin A.V., Enatskaya N.Yu. *Kombinatornyy analiz skhemy perestanovok* / Trudy Karelskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk. Seriya «Matematicheskoe modelirovanie i informatsionnye tekhnologii» [Combinatorial analysis permutation circuit / Transactions of Karel's Research Centre of the Russian Academy of Sciences. The series «Mathematical Modeling and Information Technologies»]. Petrozavodsk, 2014, iss. 4, pp. 80–86.

#### Информация об авторе

Энатская Наталия Юрьевна, кандидат физико-математических наук, доцент  
E-mail: nat1943@mail.ru  
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
101000, Российская Федерация, Москва, ул. Мясницкая, д. 20

#### Information about the author

Enatskaya Nataliya Yurevna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor  
E-mail: nat1943@mail.ru  
Higher School of Economics – National Research University  
101000, Russian Federation, Moscow, Str. Myasnitskaya, 20

#### ОФИЦИАЛЬНОЕ СООБЩЕНИЕ РЕДАКЦИИ ЖУРНАЛА «Промышленные АСУ и контроллеры»

С целью своевременной доставки журнала подписчикам, читателям, авторам и рекламодателям редакция рекомендует подпиську на наш журнал оформлять через каталог Агентства «РОСПЕЧАТЬ».

Подписной индекс в каталоге Агентства «РОСПЕЧАТЬ» – 79216.

Если в почтовых отделениях возникнут сложности по оформлению подписки, то обращайтесь в редакцию. Для вас редакция оформит подписку через издательство по льготной цене и с любого месяца.

Адрес и телефоны редакции журнала:

107258, Москва, Альмов переулок, д. 17, стр. 2, комн. 6.

Тел.: +7 (916) 008-23-28. Факс: (499) 168-13-69.

E-mail: promasu\_k@mail.ru

С уважением, редакция журнала «Промышленные АСУ и контроллеры»