

ISSN 0042-4633



ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ



8/2014



ВЕСТНИК Машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

8
2014

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)



ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, Братухин А.Г., д-р техн. наук, Воронцов А.Л., д-р техн. наук, Гусейнов А.Г., д-р техн. наук, Дмитриев А.М., д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), Драгунов Ю.Г., д-р техн. наук, член-корр. РАН, Древаль А.Е., д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), Дроздов Ю.Н., д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), Кутин А.А., д-р техн. наук, Омельченко И.Н., д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), Кузин В.В., д-р техн. наук, Попов Д.Н., д-р техн. наук, Попов А.В., д-р техн. наук, Рыбин В.В., д-р техн. наук, член-корр. РАН, Салтыков М.А., д-р техн. наук, Трегубов Г.П., д-р техн. наук, Скугаревская Н.В. (ответственный секретарь)

Адрес редакции:

107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати

Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: 70120 ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Канцлер",
150008, г. Ярославль, ул.Клубная, д.4, кв.49.

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

- Афонин С. М.** — Структурно-параметрические модели и схемы многослойного пьезодвигателя нано- и микроперемещений при поперечном пьезоэффекте 3
- Горчев В. С.** — Методика решения задач для автоматических линий с участками разной производительности 12
- Кириллов А. В., Федотов О. В., Филимонов В. Н.** — Двухкоординатный сканирующий стол с электромеханическими приводами на базе планетарных роликовинтовых передач для нанотехнологического оборудования 22
- Скребнёв Г. Г., Ананьев А. С.** — Исследование распределения нагрузки между зубьями червячных зуборезных фрез 28
- Болнокин В. Е., Ивашов Е. Н., Князева М. П., Федотов К. Д.** — Имитационное моделирование технических систем на основе статистических оценок 35
- Каракулов М. Н.** — Распределение сил в многопарном плунжерном зацеплении 40
- Кичкарь Ю. Е., Кичкарь И. Ю.** — Определение параметров колебаний вибростативов 42
- Сорокин Г. М.** — Перспективы повышения долговечности машин 45

Цикл статей

"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"

- Отмахов Д. В., Захарычев С. П.** — Исследование свойств армированных антифрикционных эпоксиэфторопластовых материалов 49
- Винокуров Г. Г., Стручков Н. Ф., Попов О. Н.** — Исследование структуры поверхности трения износостойкого порошкового покрытия с тугоплавкими добавками 52
- Каратушин С. И., Плешанова Ю. А., Бокучава П. Н.** — Влияние цементации на контактные напряжения при трении качения 57

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

- Коротков В. А., Злоказов М. В.** — Исследование износостойкости штамповых сталей, прошедших упрочнение плазменной закалкой 59
- Божкова Л. В., Вартанов М. В., Мартынович Н. А.** — Технология вибрационной сборки плоских деталей 61
- Димов Ю. В., Подашев Д. Б.** — Оптимизация процесса обработки деталей эластичными абразивными кругами 65
- Железнов Г. С., Андреева С. Г.** — Влияние неравномерного углового шага зубьев развертки на точность обработанного отверстия 70
- Агеева Е. В., Хорьякова Н. М., Агеев Е. В.** — Исследование формы и морфологии электро-эрозионных медных порошков, полученных из отходов 73
- Хорев А. И.** — Применение композиционных материалов на основе титановых сплавов 75

Серия статей

"Проблемы теории и практики резания материалов"

- Кабалдин Ю. Г., Лаптев И. Л., Шатагин Д. А., Серый С. В.** — Диагностика выходных параметров процесса резания в режиме реального времени на основе фрактального анализа и вейвлет-анализа с использованием программно-аппаратных средств National Instruments и Nvidia CUDA 80
- Корнеева В. М., Корнеев С. С.** — Влияние технологической среды на тепловое состояние режущего инструмента в условиях сверхкоростного фрезерования 83

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

- Лобанов Д. В., Ефремов И. М., Кузьмичев В. А., Лиханов А. А., Лобанова А. Н., Дивин Д. В.** — Роторно-вибрационный смеситель со сдвоенным двухчастотным вибратором эллиптического-сферического типа 87

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

- Afonin S. M.** — Structural and parametric models and schemes of multilayer piezoelectric motor of nano- and microdisplacements at lateral piezoeffect 3
- Gorchev V. S.** — Methodics of solution of problems for automated lines with zones of different capability 12
- Kirillov A. V., Fedotov O. V., Filimonov V. N.** — Two-dimensional scanning table with electromechanical drives based on planetary roller drives for nanotechnological equipment 22
- Skrebnev G. G., Anan'ev A. S.** — Research of loading of teeth of wormwheel hobs 28
- Bolnokin V. E., Ivashov E. N., Knyazeva M. P., Fedotov K. D.** — Simulation modelling of technical systems based on statistical assessment 35
- Karakulov M. N.** — Distribution of forces in multipair plunger gear 40
- Kichkar' Yu. E., Kichkar' I. Yu.** — Determination of parameters of vibration machines 42
- Sorokin G. M.** — Perspectives of improvement of durability of machines 45

A series of articles

"Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication"

- Otmakhov D. V., Zakharychev S. P.** — Research of properties of reinforcing antifriction epoxide fluoroplastic materials 49
- Vinokurov G. G., Struchkov N. Ph., Popov O. N.** — Research of structure of friction surface of wear resistant powder coating with hard-melting additives 52
- Karatushin S. I., Pleshanova Yu. A., Bokuchava P. N.** — Influence of case hardening on contact stresses at rolling 57

MANUFACTURING ENGINEERING

- Korotkov V. A., Zlokazov M. V.** — Research of wear resistance of die steels after plasma quenching 59
- Bozhkova L. V., Vartanov M. V., Martynovich N. A.** — Technology of vibration assembly of flat parts 61
- Dimov Yu. V., Podashev D. B.** — Optimization of process of treatment of parts by elastic abrasive disks 65
- Zheleznov G. S., Andreeva S. G.** — Influence of irregular angle pitch of reamer bit teeth on accuracy of the treated hole 70
- Ageeva E. V., Khor'yakova N. M., Ageev E. V.** — Study of shape and morphology of electroerosion copper powders obtained from wastes 73
- Khorev A. I.** — The use of composite materials based on titanium alloys 75

A series of articles

"Problems of theory and practice of materials cutting"

- Kabalidin Yu. G., Laptev I. L., Shatagin D. A., Seryi S. V.** — Diagnostics of output parameters of cutting process in real time mode based on fractal and wavelet analyses using National Instruments and Nvidia CUDA software and hardware 80
- Korneeva V. M., Korneev S. S.** — Influence of technological medium on thermal state of cutting tool in conditions of ultrafast milling 83

TECHNICAL INFORMATION

- Lobanov D. V., Efremov I. M., Kuz'michev V. A., Likhonov A. A., Lobanova A. N., Divin D. V.** — Rotor and vibration mixer with binary two-frequency vibrator of elliptical-spherical type 87

Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Е. В. Комиссарова*

Сдано в набор 03.06.2014. Подписано в печать 14.07.2014.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.

За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

В. Е. БОЛНОКИН (ИМАШ РАН им. А. А. Благодирова), Е. Н. ИВАШОВ, доктора технических наук,
 М. П. КНЯЗЕВА, К. Д. ФЕДОТОВ (Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"),
 e-mail: eivashov@hse.ru

Имитационное моделирование технических систем на основе статистических оценок

Рассмотрен способ формирования описания элементов модели, позволяющий решать задачу автоматизации построения иерархии моделей в данной предметной области. Системный подход основан на последовательном переходе от общего к частному, при использовании на каждом этапе модели разной степени детализации.

Ключевые слова: техническая система, задачи проектирования, имитационное моделирование, статистические оценки, иерархия моделей.

Examined method formation of model's elements description makes possible to solve the problem of construction hierarchy of models' automatic performance in this application domain. System concept based on serial transition from the general to the particular, various grain size models is used the each phase, is considered.

Keywords: technical system, engineering aspects of the design problem, imitation modeling, statistical estimation, hierarchy of models.

В настоящее время при проектировании широко используются системный подход, основанный на последовательном переходе от общего к частному, при этом на каждом этапе используются модели разной степени детализации. Поскольку на начальных этапах сложно определить границы системы и внешней среды, строят приближенную модель, которую последовательно уточняют на основе информации, получаемой в ходе модельных экспериментов. Таким образом, встает вопрос о преобразовании модели предыдущего этапа к последующей модели применительно к целям исследования [1].

При рассмотрении вопросов преобразования моделей особое внимание следует уделять выбору инструментальных средств, которые обеспечивают возможность анализа структурных компонентов предыдущего уровня и переход к следующему уровню детализации. Различные виды представления систем на определенном уровне ставят задачу методологического характера для реализации комплексного подхода к данному преобразованию. Основной задачей при этом является выбор методики синтеза концептуального представления для интеграции разнородных информационных представлений реального мира. В качестве критерия эффективности построения такой модели можно использовать ее функцию как посредника между группой лиц, осуществляющих неформализованные пред-

ставления реального мира в формализованное, и средствами, отображающими эти представления в модели [2].

Глобальное инфологическое описание модели на концептуальном уровне можно представить как совокупность фрагментарных описаний и связывающих их отношений композиции, которые являются структурно-семантическими, так как должны учитывать не только структурные связи между элементами, но и их семантические особенности. Данные отношения позволяют решать вопросы естественности описания реального мира без сложной трансформации представлений и понятий.

Такой подход и набор программных средств обеспечивают иерархию моделей, на верхнем уровне которой — макромоделю, на основе которых оцениваются необходимые ресурсы и ограничения. Продвигаясь в глубь иерархии, получаем более детальные модели, отражающие отдельные аспекты функционирования системы.

Для построения иерархии можно использовать имитационные модели (ИМ), которые позволяют воспроизвести функционирование проектируемой системы S в виде алгоритма с сохранением логической структуры и последовательности протекающих процессов.

Технологическое описание построения моделей состоит из двух частей: инвариантной — типовая схема организации описания элементов модели, которая принята в используемой системе моделирования, и предметной — конкретное описание применительно к особенностям данного элемента модели и предметной области.

Общие правила описания моделей требуют обязательного соблюдения принципа подобия: моделируемая система S отображается некоторым идеализированным образом системы $\text{Mod}(S)$ с помощью отношения φ_1 , отображающего выделение и отображение отдельных структурных элементов, и отношения φ_2 , изоморфно отображающего идеализированный образ в модель $\text{Mod}(\text{Mod}(S))$, которая представляет собой алгоритмическое описание процессов, происходящих в исследуемой системе.

Рассмотрим функционирование системы с позиций ее отображения в модели. Каждый алгоритм $A_i \in A$, описывающий функционирование отдельной компоненты (процесса) исследуемой системы,

можно представить в виде конечной последовательности функциональных операторов:

$$\varphi_{ij}(X_{ij}, Y_{ij}), \quad j = 1, \dots, m_i, \quad (1)$$

где m_i — число функциональных операторов; X_{ij} , Y_{ij} обозначают соответственно множества входных данных и множество результатов применения функциональных операторов (1).

При этом принимаем следующее:

функциональный оператор $\varphi_i(X_i, Y_i)$ считается функционально эквивалентным оператору $\varphi_j(X_j, Y_j)$, если $(X_i = X_j) \rightarrow (Y_i = Y_j)$;

функциональный оператор $\varphi(X, X)$ считается пустым функциональным оператором;

функциональные операторы $\varphi_i(X_i, Y_i)$ и $\varphi_j(X_j, Y_j)$ являются функционально независимыми, если выполняется условие

$$(X_i \cap X_j = \emptyset) \cap (Y_i, Y_j = \emptyset);$$

под объединением операторов $\varphi_i(X_i, Y_i) \cup \varphi_j(X_j, Y_j)$ понимается оператор $\varphi_k(X_k, Y_k)$, в котором $X_k = X_i \cup X_j$, $Y_k = Y_i \cup Y_j$.

Функциональная полнота модулей для решения задач в данной предметной области определяется возможностью построения алгоритма (модели) решения произвольной задачи.

Автоматизация построения модели включает в себя две взаимосвязанные задачи:

определение предметной области и описание элементов модели в терминах заданной предметной области;

синтез модели на основании базовых операторов с использованием средств искусственного интеллекта.

Наиболее эффективный способ представления знаний о предметной области — семантическая сеть, которая позволяет учитывать особенности предметной области и обеспечивает объектное представление информации. Для получения необходимых данных об особенностях данной предметной области и объекте исследования привлекается группа экспертов. Полученные и систематизированные данные должны содержать достаточное количество информации, обеспечивающее создание статической структуры ИМ на основе выбора и обоснования множества модулей, соответствующих функциональным операторам (1), а при наличии дополнительных фактов — организацию управления моделью, что позволяет решить первую из описанных выше задач, т. е. определить предметную область. Синтез модели требует выделения знаний, необходимых и существенных для данного уровня детализации, и их отображения на заданную структуру модели. Для этого необходимо, во-первых, выделить фрагмент сети, содержащий множество понятий и отношений, значимых для построения

модели на данном структурном уровне; во-вторых, отобразить набор семантически связанных понятий в описание модели [3]. Поэтому для отражения особенностей предметной области описание формулируется на основе сети элементов, которая структурно близка к семантическим сетям.

На логическом уровне сеть элементов задается пятью элементами:

$$N = \langle I, X, K, Q, R \rangle, \quad (2)$$

где I — имя сети; $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ — множество элементов сети; K — множество ключей сети N ; $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_s\}$ — множество типов бинарных отношений между элементами сети; R — множество связей элементов сети.

Данное представление задает структуру сети и соответствующую модель данных. Кроме описания структуры необходимо определить набор операторов преобразования сети и поиска в сети. Реализация взаимодействия этих операторов осуществляется с помощью назначения каждому элементу сети (2) уникального ключа $k_i \in K$.

Множество Q типов отношений сети (2) не является строго фиксированным и в процессе формирования и преобразования сети может дополняться новыми. Теоретически в сети элементов роль типов бинарных отношений одинакова, однако целесообразно выделение множества стандартных типов $QT \in Q$, которые могут создаваться автоматически при инициализации сети.

Определим множество элементов, непосредственно связанных с некоторым элементом с ключом k_i :

$$Y(k_i) = \{k_j \mid \langle q_1, k_j \rangle \in R(k_i), q_1 \in Q, k_j \in K\}. \quad (3)$$

Соответственно, множество элементов ссылающихся на элемент с ключом k_i :

$$G(k_i) = \{k_j \mid k_i \in Y(k_j), k_i, k_j \in K\}.$$

Приведенная модель определяет множество допустимых структур сетей элементов, соответствующих уровню детализации модели. Кроме описания структуры полная модель должна содержать множество операторов преобразования сети и поиска в сети.

Выделим следующие группы:

- управления доступом;
- поиска по определенным условиям;
- преобразования;
- чтения и модификации элементов.

Для построения описания конкретной предметной области рассмотрим множество P имен, определяющих элементы x_i сети (2) и соответственно предметную область W .

Пусть данное множество разбито на непересекающиеся классы C_i ($i = 1, N$), соответствующие

овым понятиям B_i ($i = 1, N$), которые характеризуют общие свойства каждого класса. При этом можно выделить понятия:

P_0 — обозначает отдельные элементы и их тип;

P_T — обозначает группу объектов, объединенных некоторому признаку или группе признаков.

Связанные между собой множеством Q отношений термины каждого класса образуют иерархическую структуру понятий. В зависимости от способа разбиения для класса понятий можно выделить не только иерархий. Любая из них обладает следующими свойствами:

вершинами являются понятия из $\{P\}$, ребрами — отношения из $\{Q\}$;

ветви, исходящие из любого узла, упорядочены по отношению к $Y(k_j)$ формулы (3);

отношения Q транзитивны, антирефлексивны и антисимметричны;

набор отношений постоянен для заданного уровня детализации;

существуют единственный корень, в который не входит ни одно ребро, и множество вершин, из которых не выходит ни одно ребро;

иерархия род—вид имеет листья типа P_0 , остальные вершины — типа P_T ;

иерархия целое—часть содержит все вершины типа P_0 ;

в иерархиях с $Q_1 = Q_2$, представляющих собой отношения вида целое—часть с одним корнем, множество листьев совпадает.

Все остальные отношения приводятся к классическим транзитивным отношениям Минского [4].

Зафиксируем множество иерархий предметной области W и рассмотрим некоторый информационный язык отображения и обработки информации, существенной при построении модели заданного уровня детализации. Рассматриваемый язык должен включать в себя множество W понятий предметной области, множество F предикатов, логические связки и кванторы.

Сложные выражения строятся в виде совокупности простых высказываний, связанных логическими связками и кванторами. Простые высказывания, имеющие смысл в данной предметной области, определяются как данные, машинным представлением которых является база данных, охватывающая множество данных высказываний.

Таким образом, на концептуальном уровне моделируемая система представляется в виде трех иерархий: первая позволяет описывать моделируемые объекты в терминах класс—подкласс—событие—приблуг—значение; вторая определяет структуру отдельных элементов модели в ходе имитационного эксперимента; третья определяет последовательность действий (событий) в ходе выполнения программы имитации.

Рассмотрим первую из иерархий, определяющих структуру (каркас) модели [5]. По теории систем [6] многоцелевая система содержит множество подсистем с собственными целями или целями, подчиненными глобальной цели системы. В зависимости от взаимодействия этих целей определяются терминальные собственные и несобственные подсистемы. При построении иерархии моделей и методов их формирования необходимо определить набор правил, определяющих структурную связь системы со своими подсистемами. Например, отношение "Y есть подсистема X" задает частичный порядок на X, не обладающий связностью; если система X и система X' не имеют различающихся подсистем, то они считаются структурно эквивалентными, при наличии общей подсистемы — структурно толерантными. Исходя из этого, каждую подсистему целесообразно рассматривать в виде отдельной самостоятельной системы. Отношение "есть подкласс или элемент класса" позволяет определить правила R выделения основных структурных особенностей моделируемой системы в описании сети (2) и сформировать соответствующее представление структуры модели.

Базовые отношения, относящиеся к множеству типовых отношений сети элементов (2), и правила R позволяют выделить множество элементов модели, необходимых для построения описания системы в виде модели на требуемом уровне детализации.

Пусть имеется (x_1, \dots, x_n) — повторная независимая выборка размером n из генеральной совокупности с распределением P_θ , зависящим от параметра $\theta \in \Theta$. Предположим, что для каждого $\theta \in \Theta$ P_θ есть вероятностная мера, заданная на измеримом пространстве (x, u) , а параметрическое множество $\Theta \subseteq R_m$ (R_m — m -мерное евклидово пространство). Допустим, что все P_θ абсолютно непрерывны относительно некоторой σ — конечной меры μ , заданной на (x, u) . Введем соответствующие переменные Радона—Никодима:

$$\frac{dP_\theta}{d\mu} = f(x, \theta), \quad \theta \in \Theta.$$

Оценка максимального правдоподобия (ОМП) параметра θ по выборке x_1, \dots, x_n определяется как одно из решений $\hat{\theta}_n$ уравнения

$$\sup_{\theta \in \Theta} \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta).$$

Предположим, что на Θ задана некоторая σ -алгебра \mathfrak{Z} , а на измеримом пространстве (Θ, F) — некоторое распределение вероятностей с плотностью $\pi(\theta)$ относительно лебеговой меры ν , определенной на Θ . Пусть плотность $f(x, \theta)u \otimes F$ — измерима.

Байесовской оценкой относительно функции убытка $S(\cdot)$ называется такая оценка $\hat{\theta}_n$, которая минимизирует выражение

$$L(d) = \int \pi(\theta) \nu(d\theta) \int S[d(x_1, \dots, x_n) - \theta] \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) \mu(dx_i).$$

Особое значение имеют состоятельность статистических оценок в Θ и скорость сходимости, т. е. выяснение условий, при которых для каждого $\theta_0 \in \Theta$ и $\varepsilon > 0$ имеет место $P_{\theta_0} \{ \|\bar{\theta}_n - \theta_0\|_m \geq \varepsilon \} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ и количественной оценке качества соответствующего приближения. Здесь $\bar{\theta}_n$ — оценка параметра; $\|\cdot\|_m$ — норма в евклидовом пространстве R_m .

Если для каждого $\theta_0 \in \Theta$ имеет место $P_{\theta_0} \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\theta}_n = \theta_0 = 1 \right\}$, то оценка $\bar{\theta}_n$ называется достаточно состоятельной в Θ .

На практике имеют место более общие семейства экспериментов, чем последовательность повторных выборок. В этом случае рассматривают семейство экспериментов $E_\varepsilon = \{x^{(\varepsilon)}, u^n, P_\theta^{(\varepsilon)}, \theta \in \Theta\}$, порожденных наблюдениями x_ε , где ε — некоторый вещественный параметр.

Без ограничения общности достижения требуемого результата линейными преобразованиями можно ограничиться случаем, когда параметрическое множество $E = \{\varepsilon\}$ есть интервал $(0, 1)$, при этом асимптотические свойства выборок исследуются при $\varepsilon \rightarrow 0$. Предыдущая схема последовательности экспериментов $\{x^n, u^n, P_\theta^{(n)}, \theta \in \Theta\}$ является частным случаем общей схемы с E_ε , где $\varepsilon = n^{-1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

В общем случае имеем семейство экспериментов $E_\varepsilon = \{x^{(\varepsilon)}, u^n, P_\theta^{(\varepsilon)}, \theta \in \Theta\}$, $\Theta \subseteq R_m$. Семейство статистик $T_\varepsilon = T_\varepsilon(X_\varepsilon)$, где X_ε — обобщенная выборка, параметризованная параметром $\varepsilon \in (0, 1)$, является состоятельным семейством для значений $\theta_0 \in \Theta$, если $T_\varepsilon \rightarrow \theta$ по $P_{\theta_0}^{(\varepsilon)}$ -вероятности, если $\varepsilon \rightarrow 0$ для всех $\theta_0 \in \Theta$. Семейство статистик $\{T_\varepsilon\}$ является достаточно состоятельным в Θ , если $P_{\theta_0}^{(\varepsilon)} \left\{ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} T_\varepsilon = \theta_0 \right\} = 1$.

Семейство оценок $\{T_\varepsilon\}$ — равномерно состоятельное семейство оценок для θ_0 в множестве Θ , если $\sup_{\theta_0 \in \Theta} P_{\theta_0}^{(\varepsilon)} \{ |T_\varepsilon(x^{(\varepsilon)}) - \theta_0| > \delta \}$ для любого $\delta > 0$.

Большинство полученных данных о состоятельности статистических оценок относятся в основном к эргодическим марковским цепям. Неэргодический случай, особенно не относящийся к неоднородным цепям Маркова, исследован недостаточно. Кроме того, сам факт наличия свойств эргодичности проверить часто весьма затруднительно. Следующие теоремы посвящены доказательству состоятельности ОМП в общем случае однородной и неоднородной зависимости наблюдений [7].

Пусть x_1, \dots, x_n — однородная Марковская цепь с плотностью $f(x, y, \theta)$ переходной вероятности и плотностью $P(x, \theta)$ начального распределения по некоторой σ — конечной мере μ , заданной на (X, U) . В данном случае Θ — открытый интервал (возможно, бесконечный) пространства R_m , а F — некоторая σ -алгебра на Θ . Предположим, что $P(x, \theta)$ и $f(x, y, \theta)$ измеримы соответственно относительно $U \otimes F$ и $U \otimes U \otimes F$.

Можно усилить результаты по состоятельности ОМП путем следующих построений. Как уже показано выше, в случае независимых наблюдений, если множество значений параметра θ конечно, т. е. $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_N\}$, то для оценки максимального правдоподобия $\hat{\theta}_n$ справедливо выражение

$$P_{\theta_0} \{ \hat{\theta}_n \neq \theta_0 \} \leq P_{\theta_0} \left\{ \max_{1 \leq j \leq N} Z_n(\theta_j) \geq 1 \right\}. \quad (4)$$

Используя неравенство Чебышева, последнее выражение (4) оценим сверху величиной

$$E_{\theta_0} \left\{ \left[\max_{1 \leq j \leq N} Z_n^{1/2}(\theta_j) \right] \right\} \leq \left\{ \int_x \max_{1 \leq j \leq N} \left[\sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)} \right] \mu(dx) \right\}^n = I^n.$$

Величину I можно оценить как

$$I = \int_x \sum_{j=1}^N \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)} \mu(dx), \quad (5)$$

где x_j — индикатор множества A_j ($j = 1, \dots, N$), объединение которых дает все пространства x , которые определяются как

$$A_j = \left\{ x \in X: \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)} \leq \sqrt{f(x, \theta_i) f(x, \theta_0)}, \right. \\ \left. i = 1, \dots, N; i \neq j \right\}.$$

Если некоторые множества A_j пересекаются, то можно добиться разбиения X на множества

$$x = \bigcup_{j=1}^N B_j, \text{ где } B_1 = A_1; B_2 = \bar{A}_1 A_2, \dots, B_N = \bar{A}_1, \dots,$$

$\bar{A}_{N-1} A_N (\bar{A}_j$ — теоретико-множественное дополнение множества A_j).

Очевидно, что множества B_j ($j = 1, \dots, N$) не пересекаются и в объединении дают x . Таким образом, при использовании B_j вместо A_j можно ограничиться законом строгого неравенства, что и предполагается в дальнейшем.

Таким образом, выражение (5) преобразуем к виду:

$$P_{\theta_0} \left\{ \bigcup_{r=n}^{\infty} \left\{ \|\hat{\theta}_r - \theta_0\| \geq \varepsilon \right\} \right\} \leq \sum_{r=n}^{\infty} \left[\int \sum_{j=1}^N x_j \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)} \mu(dx) \right]^r,$$

следовательно, имеет место неравенство

$$\sum_{j=1}^N \int_x \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)} \mu(dx) \leq \sum_{j=1}^N q(\theta_j),$$

т. е. более точная оценка скорости сходимости оценки $\hat{\theta}_n$.

По полученным выше оценкам скорости сходимости отношения правдоподобия $Z_n(\theta)$ можно получить и соответствующую оценку скорости сходимости обобщенной байесовской оценки дискретного параметра $\hat{\theta}_n$, задаваемой соотношением (5).

Действительно, верны следующие оценки для нормы разности $\hat{\theta}_n - \theta_0$:

$$\begin{aligned} \|\hat{\theta}_n - \theta_0\| &= \\ &= \left\| \frac{\theta_0 \pi(\theta_0) + \sum_{j=1}^N [\theta_j \pi(\theta_j) Z_n(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_j) Z_n(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_0)]}{\pi(\theta_0) + \sum_{j=1}^N \pi(\theta_j) Z_n(\theta_j)} \right\| \leq \\ &\leq \frac{1}{\pi(\theta_0)} \left\| \sum_{j=1}^N Z_n(\theta_j) [\theta_j \pi(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_j)] \right\| \leq \\ &\leq \max_{j=1, \dots, N} Z_n(\theta_j) \left\| \sum_{j=1}^N [\theta_j \pi(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_j)] \right\|. \end{aligned}$$

Было показано, что для $\varepsilon > 0$ справедливо выражение

$$P_{\theta_0} \left\{ \max_{j=1, \dots, N} Z_n(\theta_j) \geq \varepsilon \right\} \leq \varepsilon^{-1/2} E \theta_0 \left\{ \max_{j=1, \dots, N} Z^{1/2}(\theta_j) \right\} = \varepsilon^{-1/2} \sum_{j=1}^N q^n(q_j),$$

где $0 < q(\theta_j) < 1$ ($j = 1, \dots, N$).

С учетом оценки:

$$\begin{aligned} P_{\theta_0} \left\{ \max_{j=1, \dots, N} Z_n(\theta_j) \geq \varepsilon \right\} &\leq \\ &\leq \varepsilon^{-1/2} E \theta_0 \left\{ \max_{j=1, \dots, N} Z^{1/2}(\theta_j) \right\} = \\ &= \left\{ \int \sum_{j=1}^N x_j \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)} \mu(dx) \right\}^n, \end{aligned}$$

где индикаторные функции задаются выражением x_j ($j = 1, \dots, N$).

Следовательно, имеем оценку вероятности:

$$P_{\theta_0} \{ \|\theta_n - \theta_0\| > \delta \} \leq P_{\theta_0} \left\{ \left[\max_{j=1, \dots, N} Z_n(\theta_j) R \right] > \delta \right\},$$

$$\text{где } R = \left\| \sum_{j=1}^N \frac{\pi(\theta_j)}{\pi(\theta_0)} [\theta_j - \theta_0] \right\| (\pi(\theta_0) > 0).$$

Таким образом, получим:

$$P_{\theta_0} \{ \|\theta_n - \theta_0\| > \delta \} \leq P_{\theta_0} \left\{ \max_{j=1, \dots, N} Z_n(\theta_j) > \delta/R \right\},$$

что дает оценку скорости сходимости обобщенной байесовской оценки.

Рассмотренный выше способ формирования описания элементов модели позволяет решить задачу автоматизации построения иерархии моделей в данной предметной области; разработать средства автоматизации создания модели на требуемом уровне детализации; выделять и формировать набор действий (событий) каждого структурного элемента для организации управления ходом моделирования и интерпретации результатов моделирования, а также представлять эти результаты в требуемой форме [3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Зародов А. Ф. Представление иерархии моделей при проектировании систем / Сб. тр. "Аэрокосмические технологии". М.: МГТУ, 2003. 125 с.
2. Солодовников И. В., Зародов А. Ф. Использование методов имитационного моделирования в исследовании экологических систем / Сб. тр. "Новые информационные технологии". М.: МИЭМ, 2001. С. 21—27.
3. Болнокин В. Е., Хо Д. Лок. Адаптивное управление на базе нечетких регуляторов и нейросетевой технологии. Воронеж: Научная книга, 2012. 280 с.
4. Минский М. Фреймы для представления знаний. М.: Энергия, 1979. 151 с.
5. Киндлер Е. Языки моделирования. М.: Энергоатомиздат, 1985. 288 с.
6. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. 344 с.
7. Микро- и наноинженерия в электронном машиностроении: Сер. монографий. Н. Н. Балан, В. А. Васин, Е. Н. Ивашов и др. Наноинженерия фуллеренов и трубок. Ивантеевка М.о.: Изд-во НИИ предельных технологий, 2012. 197 с.