ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е.Г. Драгалина-Черная

ОНТОЛОГИИ ДЛЯ ∀БЕЛЯРА И ∃ЛОИЗЫ

Издательский дом Высшей школы экономики
Москва 2012

УДК 16
ББК 87.4
Д72

Рекомендовано к печати Ученым советом факультета философии
Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики»

Индивидуальный исследовательский проект № 10-01-0005
«Формальные онтологии: от феноменологии к логике»
выполнен при поддержке Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ»

Рецензент —
доктор философских наук, профессор кафедры онтологии
и теории познания философского факультета МГУ им. М.В. Ломоносова
З.А. Сокулер

Д72 **Драгалина-Черная, Е. Г.** Онтологии для ∀беляра и ∃лоизы [Текст] / Е. Г. Драгалина-Черная ; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». — М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2012. — 231, [1] с. — 600 экз. — ISBN 978-5-7598-0957-9 (в обл.).

Монография посвящена онтологии стандартной и девиантной квантификации. В работе сопоставляются эвристические возможности и онтологические обязательства двух парадигм интерпретации кванторов: как второпорядковых предикатов и как функций выбора от их истоков (Г. Фреге и Ч.С. Пирс) до современного состояния (абстрактные логики и IF-логика). Новизна исследования связана с философской оценкой технических результатов последних лет о выразительных и дедуктивных возможностях логик с нестандартной квантификацией. Монография включает апробацию разработанных методов в логическом анализе языка, а также в логико-онтологической экспликации классических философских затруднений, обусловленных предикативной трактовкой существования.

Книга предназначена для специалистов в области логики, философии, когнитивной лингвистики и психологии, онтологической инженерии, а также для всех тех, кто интересуется историей и современным состоянием логики, аналитической философии и феноменологии, философскими основаниями математики и компьютерных наук.

УДК 16
ББК 87.4

ISBN 978-5-7598-0957-9

Содержание

How happy is the blameless vestal's lot!
The world forgetting, by the world forgot.
Eternal sunshine of the spotless mind!
Each pray'r accepted, and each wish resign'd.

Alexander Pope. Eloisa to Abelard[1]

Введение

Герои этой книги — Абеляр и Элоиза. Но не те, без которых была бы иной история поэзии, а те, без которых иной была бы история логики. Абеляр — это квантор общности, универсальный квантор, а Элоиза — квантор существования, экзистенциальный квантор. Традиция использовать имена Абеляра и Элоизы как названия кванторов восходит к обозначениям ($\forall$), ($\exists$), введенным Дж. Пеано, и сложилась в теоретико-игровой семантике, где именами великого схоласта (Abelard, $\forall$belard) и его возлюбленной (Eloisa, $\exists$loisa) называются также игроки в семантических играх с кванторами.

Понятие квантора — одно из центральных в логике. По своей фундаментальности и, вместе с тем, неоднозначности оно сопоставимо разве что с понятием самой логики. Именно введение кванторов стало решающим событием, предопределившим принципиальное отличие современной логики от традиционной. Этим нововведением она обязана двум философам — Готлобу Фреге и Чарльзу Сандерсу Пирсу, с именами которых связаны две главные парадигмы интерпретации кванторов: трактовка их как *второпорядковых предикатов* и как

[1] О, как светла судьба невест Христовых.
Земных забот ниспали с них оковы!
Невинностью лучатся их сердца,
Молитвы их приятны для Творца.

Александр Поуп. Элоиза Абеляру / пер. Д. Веденяпина (цит по: *Поуп А*. Поэмы. М.: Художественная литература, 1988.

функций выбора. Сопоставление эвристических возможностей и онтологических обязательств этих парадигм — основная задача книги.

Развитие онтологической инженерии, успешно использующей логические методы в построении онтологий предметных областей, возродило интерес к старой проблеме взаимосвязи логики и онтологии. Онтология, дискредитированная догматическими притязаниями «грезящей метафизики» и обреченная в результате кантовской критики на полулегальное существование под псевдонимом «аналитика чистого рассудка», была, казалось бы, бесповоротно редуцирована до «формального модуса» философами-аналитиками XX века. Благодаря новому, весьма неожиданному союзнику — инженерии знаний — она вновь обретает интеллектуальную респектабельность, в то время как логика все настойчивее задается вопросом о собственных основаниях и границах.

Характеристика логики как науки вполне законченной и завершенной, полностью определившей свои границы еще во времена Аристотеля, была дана Иммануилом Кантом в предисловии ко второму изданию «Критики чистого разума». «Границы же логики, — писал Кант, — точно определяются тем, что она есть наука, обстоятельно излагающая и строго доказывающая одни только формальные правила всякого мышления (безразлично, априорное оно или эмпирическое, безразлично, каковы его происхождение и предмет и встречает ли оно случайные или естественные препятствия в нашем духовном мире)» [Кант, 1994b, с. 19]. Революцией в современной логике стало преодоление идеи ее уникальности и универсальности. Многообразие логических систем требует новых подходов к давно и удачно решенной, по мнению Канта, проблеме границ логики. Современные критерии демаркации границ логики, дистанцировавшейся от изучения каких-либо «правил мышления», носят преимущественно онтологический характер. Так, в соответствии с критерием онтологической нейтральности, восходящим к работам У. Куайна 1950-х гг., логика не должна допускать существование каких-либо абстрактных сущностей. Согласно критерию инвариантности, сформулированному в совместных работах А. Линденбаума и А. Тарского 1930-х гг. и подтвержденному Тарским через 30 лет в его знаменитой лекции «Что такое логические понятия?» (1966), логическими признаются лишь свойства и отношения, инвариантные относительно перестановок универсума. Последнее означает, что логика характеризует только те свойства модели, которые не зависят от ее неструктурных модификаций. И критерий онтологической нейтральности, и критерий инвариантности — классические принципы демаркации логического и нелогического, по-разному уточняющие фундаментальную интуицию относительно онтологической природы логики: *логика есть теория, имеющая дело с формальными аспектами реальности*. Девиантная квантификация, остающаяся до сих пор преимущественно прикладной и, следовательно, маргинальной областью логики, открывает принципиально новые возможности точной экспликации этой фундаментальной онтологической интуиции.

«Быть значит быть значением квантифицируемой переменной» — канонический критерий Куайна, ставший максимой не только современной логики, но и всей аналитической философии. В связи с различными обобщениями стандартных кванторов возникает методологически важный вопрос: сохраняет ли силу критерий Куайна для обобщенных и нестандартных кванторов? Теории девиантной квантификации придают, таким образом, новую форму двум классическим проблемам — вопросу об онтологической природе квантификации («Каковы онтологические границы обобщения стандартных кванторов?») и вопросу о спецификации онтологических критериев логического («Каковы онтологические критерии демаркации границ логики?»). Девиантная квантификация позволяет по-новому взглянуть на фундаментальные проблемы онтологии, решение которых связано с различными трактовками существования, и перейти к построению прагматически ориентированных формальных онтологий абстрактных объектов.

Автор признательна Российскому гуманитарному научному фонду (РГНФ), Научному фонду и Центру фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» за многолетнюю поддержку исследований, результаты которых нашли отражение в этой книге.

Глава 1

Кванторы как второпорядковые предикаты: от Фреге к абстрактным логикам

1.1. Г. Фреге о кванторах как свойствах понятий

Традиция предикатной трактовки экзистенциального и универсального кванторов восходит к Готлобу Фреге (1848–1925), понимавшему их как свойства понятий или, в силу предикативности самих понятий, как одноместные второпорядковые предикаты.

Свою теорию квантификации Фреге разрабатывал как часть глобального проекта создания универсального языка — *lingua characteristica*. «Конечной целью моих устремлений, — писал он, — была некая *lingua characteristica*, предназначенная прежде всего для математики, а не ограниченное чистой логикой исчисление — *calculus*... По сути дела, я стремился создать не просто какое-то исчисление — “calculus ratiocinator”, а некоторый язык — “lingua characteristica” в лейбницевском смысле, признавая при этом, что необходимой составной частью подобной знаковой системы, тем не менее, должно быть это самое исчисление умозаключений» [Фреге, 2000a, с. 161]. Именно реализация проекта создания универсального языка, призванного самой своей структурой отразить структуру универсума, обусловила приверженность Фреге идее универсальности логики и его отказ от варьирования универсума. Фреге принадлежит знаменитое определение логики как науки о «наиболее общих законах бытия истины» [Там же, с. 307]. «К бытию истины некоторой мысли, — замечает он, — не относится то, что оно мыслимо» [Там же, с. 326]. Следовательно, «задача логики состоит в том, чтобы находить законы бытия истины, бытия истинности, а не законы, определяющие наше заключение об истинности, не законы процесса мышления» [Там же, с. 326]. Законы логики универсальны, неизменны и не связаны с какой-либо конкретной предметной областью.

Универсальность предметной области обусловлена, по Фреге, и предикативной природой понятия. Определение любого понятия, полагает он, должно быть полным, то есть обязано указывать для произвольного предмета, подпадает ли он под это понятие. Нечетко определенное понятие вообще не является, согласно Фреге, понятием. Любое понятие должно быть определено, таким образом, на универсальной предметной области. Как известно, свое логическое исчисление Фреге строит как «запись в понятиях». Критикуя «исчисление областей» Э. Шрёдера, Фреге показывает неустранимость понятия из логики и математики. Столкнувшись, по его собственному признанию, с большими трудностями в теории понятия, Шрёдер предпочел оперировать не понятиями, а их объемами, то есть классами, причем в отвлечении от вопроса о способе выделения этих классов. «Только благодаря тому, что классы определяются свойствами, которыми должны обладать их индивиды, — возражает ему Фреге, — только благодаря применению таких оборотов, как “класс предметов, которые суть *b*”, вообще оказывается возможным, указывая отношения между классами, выражать мысли; только благодаря этому мы приходим к некоторой логике» [Там же, с. 275]. Вместе с тем, отвечая на критику Б. Керри, Фреге говорит о невозможности дефиниции понятия как того, что «логически просто». Он подчеркивает лишь свой непсихологический подход к понятию: мышление схватывает объективную мысль, не создавая ее, как путешественник не создает горы, которые он покоряет. «Мысль не совсем нереальна, но ее реальность совершенно иного рода, чем реальность вещей. А ее действие оказывается активностью того, кто мыслит, — без него она бы не действовала, по крайней мере, насколько мы это можем заметить. И все же тот, кто мыслит, не создает ее, — он должен брать ее такой, какова она есть» [Там же, с. 339]. Непсихологический подход Фреге к понятию основан на принципиальном для всей его системы различении понятия и предмета. «Понятие, как я понимаю это слово, — пишет он, — предикативно. Напротив, имя предмета, собственное имя никак не может быть употреблено как грамматический предикат» [Там же, с. 254]. С другой стороны, в силу своей предикативной природы понятие никогда не может быть грамматическим субъектом.

«Против предикативной природы понятия, — предполагает Фреге, — можно было бы выдвинуть то возражение, что обычно ведь говорят о понятии субъекта. Однако и в этих случаях, как, например, в предложении

“Все млекопитающие имеют красную кровь”

понятие проявляет свою предикативную природу, ибо вместо этого предложения можно сказать

“То, что есть млекопитающее, имеет красную кровь”

или

“Если нечто есть млекопитающее, то оно имеет красную кровь”»

[Фреге, 2000a, с. 257].

Предикативность понятия связана с его *ненасыщенностью*: понятийные выражения «млекопитающее» и «имеют красную кровь» нуждаются в *восполнении*. В приведенном Фреге примере это восполнение достигается не с помощью собственного имени, а благодаря использованию *неопределенно указывающего* кванторного слова. Понятие, по Фреге, является одноместным предикатом, то есть (и в этом принципиальная новизна подхода Фреге, стандартного сегодня) одноместной функцией $F(\xi)$. n-местный предикат есть функция из n-ки объектов в истинностное значение Истина или Ложь. Функция $F(\xi)$ выражает некоторое свойство и требует восполнения для того, чтобы указывать на истину или ложь. Связывание переменной ξ в функции $F(\xi)$ квантором общности как раз и является одним из вариантов такого восполнения, преобразующим понятие в насыщенное выражение — суждение $\forall x F(x)$. $F(\xi)$ — имя унарного первопорядкового предиката, где объектная переменная ξ является не именем, а показателем ненасыщенности (Фреге не случайно использует различные буквы для связанных и свободных переменных). Предложение $\forall x F(x)$ получается, по Фреге, в результате подстановки имени $F(\xi)$ во второпорядковое предикатное имя $\forall x \Psi(x)$, где второпорядковая переменная (переменная для свойства) ψ также не является именем, но лишь показателем ненасыщенности, то есть *свободным местом* для подстановки. Это второпорядковое предикатное имя $\forall x \Psi(x)$ и является именем универсального квантора, то есть одноместного второпорядкового предиката, принимающего значение Истина для тех и только тех первопорядковых одноместных предикатов, которые истинны для любого объекта. Соответственно $\forall x\ F(x)$ — значение универсального квантора, то есть второпорядкового предиката, примененного к первопорядковому предикату $F(\xi)$. Таким образом, $\forall x\ F(x)$ истинно, если и только если $F(\xi)$ истинно для любого объекта ξ.

Характерно, что Фреге использует в качестве примитивного только квантор общности, определяя квантор существования стандартным сегодня способом: $\exists x = \neg\forall x\ \neg F(x)$. Поскольку существование полагается Фреге свойством понятий, второпорядковая природа экзистенциального квантора не вызывает никакого сомнения. Скажем, предложение «Существует по крайней мере один корень квадратный из 4» выражает, по Фреге, «подпадение одного понятия под более высокое понятие» [Фреге, 2000a, с. 258]. При этом то, что высказывается о понятии, никак не может быть высказано о предмете. «Предложение “Существует Юлий Цезарь”, — полагает Фреге, — не истинно и не ложно, оно не имеет смысла, хотя предложение “Существует некий человек по имени Юлий Цезарь” имеет смысл; но в последнем случае мы опять-таки имеем дело с понятием, о чем свидетельствует неопределенный артикль» [Там же, с. 259].

Утверждение существования означает, таким образом, что экстенсионал соответствующего первопорядкового предиката не пуст; утверждение с квантором общности — что этот экстенсионал совпадает с универсумом. «Конечно, — замечает Фреге, — на первый взгляд кажется, что в предложении “Все киты — млекопитающие” речь идет о животных, а не о понятиях; однако, если спросить, о каком животном тогда идет речь, то какого-то отдельного представить нельзя... Даже если наше предложение и можно оправдать наблюдением за отдельным животным, это ничего не доказывает относительно его содержания. Для вопроса, о чем оно, безразлично, истинно оно или нет, или на каком основании мы принимаем его за истинное. Итак, если понятие есть нечто объективное, то и высказывание о нем может содержать нечто фактическое» [Фреге, 2000b, с. 77]. Действительно, интерпретируя, скажем, высказывание «Петр добр» как характеризующее Петра через приписывание ему свойства «быть добрым», мы сталкиваемся с серьезной трудностью, пытаясь ответить на вопрос, кого же тогда характеризует высказывание «Все добры». Поэтому на высказывание «Петр добр» полезно взглянуть иначе, а именно как на характеризующее само свойство «быть добрым», ведь наличие у Петра свойства «быть добрым» характеризует как Петра, так и само это свойство. С этой точки зрения, «все» в высказывании «Все добры» — предикат второго порядка, свойство свойства «быть добрым», состоящее в его универсальности (добр не только Петр, но и Иван, и Яков и т.д.).

Аналогичным образом Фреге определяет понятие кардинального числа. Он полагает, например, что суждение «Юпитер имеет четыре Луны» содержит утверждение о понятии, а именно о том, что существует в точности четыре вещи, подпадающие под понятие «Луна Юпитера». «Если я говорю, — пишет Фреге, — “Карету кайзера везут четыре лошади”, то понятию “лошадь, везущая карету кайзера” я прилагаю число четыре» [Фреге, 2000b, с. 75]. Таким образом, высказывания о числах он рассматривает как утверждения не о предметах, а о понятиях. В лекции, записанной Р. Карнапом, Фреге поясняет свою позицию следующим образом: «В выражении “две высокие башни” слова “две” и “высокие” выглядят как языково равноправные. *Однако* каждая башня высокая, *но не* каждая башня — две [башни]» — и отмечает, что уже Платон понимал: атрибут «один» обозначает не предмет, а понятие (цит. по: [Бирюков, 2000, с. 466]). В § 68 ранней работы «Основоположения арифметики» («Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl») (1884) Фреге дает знаменитое определение кардинального числа: «Число, соответствующее понятию *F*, есть объем понятия “равночисленно понятию *F*”» [Фреге, 2000b, с. 92]. Одно понятие равночисленно другому, если между предметами, подпадающими под одно и под другое понятие, можно установить взаимно-однозначное соответствие. Говоря иначе, число — общее свойство произвольных классов, между элементами которых можно установить взаимно-однозначное соответствие.

Полемизируя с «арифметикой пряников и булыжников» Дж.С. Милля, Фреге уточняет три главных принципа своего непсихологического подхода к определению числа [Там же, с. 23]:

- строго отделять психологическое от логического, субъективное от объективного;
- о значении слова нужно спрашивать не в его обособленности, а в контексте предложения;
- не терять из виду различие между понятием и предметом.

Второй по порядку дается формулировка принципа контекстуальности, обусловленного антипсихологизмом Фреге и тесно связанного с другими основополагающими принципами его непсихологического истолкования логики и математики. Если, как отмечает Фреге, «останется незамеченным второе основное правило, за значения слов почти вынужденно принимаются внутренние образы или действия отдельной души, а это грешит также и против первого правила» [Там же, с. 23]. Он полагает необходимым дать определение числа как объективного качества, подчеркивая, что под объективным понимается «то, что независимо от нашего ощущения, созерцания и представления, от проектирования внутренних образов из воспоминания предшествующих ощущений, но не независимость от разума; ибо ответить на вопрос, что представляют собой вещи независимо от разума, значит вынести суждение, не вынося суждение, войти в воду, не замочив ног» [Там же, с. 55–56]. Рассматривая слова изолированно, мы склонны, как считает Фреге, принимать за их значение представления и отказывать в значении словам, содержание которых невозможно представить. «Необходимо, однако, всегда учитывать полное предложение, — дает он еще одну формулировку принципа контекстуальности. — Только в нем слова обладают подлинным значением. Внутренний образ, который при этом как бы витает, не обязательно соответствует логически составной части суждения. Достаточно, если предложение имеет свой смысл как целое; благодаря этому свое содержание получают также и его части» [Там же, с. 85–86].

Применяя принцип контекстуальности к самому принципу контекстуальности, важно не забывать о том, что в «Основоположениях арифметики» он всегда формулируется в контексте определения числа. «Каким образом нам может быть дано число, если мы не в состоянии обладать его представлением или созерцанием?» — задает вопрос Фреге и отвечает новой формулировкой принципа контекстуальности: «Слова обозначают нечто только в контексте предложения. Стало быть, все идет к тому, чтобы объяснить смысл предложения, в которое входит числительное... В нашем случае мы должны объяснить смысл предложения:

“Число, соответствующее понятию *F*, является тем же самым,
как и то, что соответствует понятию *G*”,

то есть мы должны воспроизвести содержание этого предложения другим способом, не используя выражение

"Число, соответствующее понятию *F*"» [Фреге, 2000b, с. 87].

Фреге подтверждает и проясняет свое классическое определение кардинального числа через сопоставление условий истинности предложений, в контексте которых употребляются соответствующие понятия.

«Итак, — пишет он, — предложение:

"Объем понятия 'равночисленно понятию *F*'
равен объему понятия 'равночисленно понятию *G*'

всегда истинно тогда и только тогда, когда и предложение

'Понятию *F* соответствует то же самое число,
что и понятию *G*' "

является истинным» [Там же, с. 93].

Таким образом, Фреге полагает достигнутой свою цель непсихологического определения числа, установив взаимно-однозначное соответствие условий истинности предложений, содержащих выражение «число, соответствующее понятию *F*» и выражение «равночисленно понятию *F*».

Критикуя психологизм и говоря о контексте, Фреге в «Основоположениях арифметики» имеет в виду именно контекст предложения (суждения). В полемике со Шрёдером он строит собственное логическое исчисление как «запись в понятиях». Однако приоритет понятий по отношению к классам не отменяет производности самих понятий от суждений. «В противоположность Булю я исхожу из суждений и их содержаний, а не из понятий, — пишет Фреге в работе "Булева вычислительная логика и мое исчисление понятий" (статья написана в 1880 г., но отклонена издателями нескольких журналов и опубликована посмертно, лишь в 1969 г., в первом томе архивного «Наследия» Фреге). — Строго определенное гипотетическое отношение допускающих истинностную оценку содержаний для основоположений моей знаковой системы имеет значение, аналогичное совпадению понятий в логике Буля. Для меня образование понятий происходит лишь на основе суждений» [Фреге, 2000a, с. 164]. Подступая в этой работе к формулировке принципа контекстуальности, Фреге отмечает, что «по крайней мере для тех свойств и отношений, которые не подлежат дальнейшему разложению, должны использоваться простые обозначения. Но из этого не вытекает, что представление об этих свойствах и отношениях образуются отдельно от вещей; напротив, представления эти возникают с первым суждением, которое приписывает их вещам. Поэтому обозначение упомянутых свойств и отношений в моем исчислении никогда не встречается изолированно, по отдельности, но всегда в той взаимосвязи, которую выражает истинностно оцениваемое содержание. Это можно сравнить с поведением атомов, относительно которых считается, что ни один из них не встречается отдельно от других, а всегда лишь в связи с другими атомами; теряя одну связь, атом тотчас же вступает в другую» [Там же, с. 165].

Проведенная Фреге аналогия позволяет прояснить ситуацию с дискуссией вокруг его «семантического атомизма». Отмечая приверженность Фреге принципу композициональности, Дж. Хогланд, например, говорит о «фрегевском идеале семантического атомизма: значение предложения определяется значениями его значащих компонентов плюс способ их композиции» [Haugeland, 1979, p. 622]. Противоположную позицию занимают Г. Бейкер и П. Хакер характеризующие Фреге как мыслителя, «которому современная философия в наибольшей степени обязана разрушением власти семантического атомизма» [Baker, Hacker, 1980, p. 258] и связывающие это разрушение с фрегевским принципом контекстуальности. Учитывая собственную «атомистическую» аналогию Фреге, предполагающую, что «один из атомов не встречается отдельно от других», его семантическая концепция может, по-видимому, быть названа семантическим атомизмом, если, конечно, это не вызовет неправомерных ассоциаций с логическим атомизмом Б. Рассела.

Очевидно, что контекст суждения («истинностно оцениваемого содержания») обладает для Фреге безусловным приоритетом по отношению к понятию. И этот факт оказывается существеннее приоритета понятия по отношению к классу. Не случайно в заметках 1919 г. для Л. Дармштедтера Фреге даже выражает сожаление по поводу выбранного им названия — «Запись в понятиях» («Begriffsschrift»), подчеркивая еще раз принципиальное значение для его системы принципа контекстуальности. «Поэтому я не начинаю, — пишет Фреге, — с понятий, собирая их вместе, чтобы образовать мысль или суждение, но получаю части мысли, допуская, что мысль распадается на части. В этом отличие между моей “Записью в понятиях” и подобными творениями Лейбница и его последователей, несмотря на имя, которое я дал, что вероятно не было удачным выбором» [Frege, 1979, p. 253] .

Широко распространено мнение, что принцип контекстуальности, встроенный в логицистский проект Фреге, теряет свое значение за пределами этого проекта и в собственно семантических работах Фреге замещается принципом композициональности. Такова позиция, в частности, М. Резника и Л. Хаапаранты (см.: [Resnik, 1981, p. 92; Haaparanta, 1985, p. 80]). В соответствии с принципом композициональности значение сложного выражения является функцией значений составляющих его частей и способа их соединения. Этот принцип не встречается у Фреге именно в такой формулировке, но представляет собой истолкование некоторых положений его поздней семантической теории, инициированное Р. Карнапом. Однако в оценке композициональности как «принципа Фреге» сходятся Я. Хинтикка, Д. Дэвидсон, А. Чёрч, Б. Парти и многие другие.

На мой взгляд, переход к зрелой семантической концепции в классической работе Фреге «О смысле и значении» («Über Sinn und Bedeutung») (1892) не только не означает отказ от принципа контекстуальности, но, наоборот, предполагает его последовательное отстаивание даже ценой определенного усложнения концептуального аппарата семантики. В этой работе Фреге формулирует принцип подстановочности (в терминологии Карнапа — принцип взаимозаменимости): «Если наше предположение, что значение предложения есть его истинностное значение, верно, то последнее должно остаться без изменений, если заменить часть предложения выражением, имеющим то же значение, но иной смысл» [Фреге, 2000а, с. 236]. Часто этот принцип отождествляют с принципом композициональности. Однако метод смысла и значения Фреге показывает, что такое отождествление не ведет к парадоксам (в частности, к «антиномии отношения именования», то есть к нарушению принципа подстановочности в косвенных контекстах) лишь при условии сохранения в полном объеме принципа контекстуальности.

Отмечая различную познавательную ценность предложений тождества $a = a$ и $a = b$ («Утренняя звезда есть Утренняя звезда» и «Утренняя звезда есть Вечерняя звезда»), Фреге писал: «Значение, которое имеет “*b*”, совпадает со значением, которое имеет “*a*”, и, стало быть, значение истинности предложения “$a = b$” совпадает со значением истинности предложения “$a = a$”. Несмотря на это смысл “*b*” может быть отличен от смысла “*a*”, а отсюда получается, что мысль, выраженная в “$a = b$”, тоже может быть отличной от мысли, выраженной в “$a = a$”; поэтому-то эти предложения имеют разную познавательную ценность. Если под “суждением”, как мы выше условились, понимать движение от мысли к ее истинностному значению, то можно сказать иначе: эти суждения различны» [Фреге, 2000а, с. 247]. Исходя в соответствии с принципом контекстуальности из контекста суждения в определении значения составляющих его частей, совершенно естественно прийти к тому выводу, к которому пришел, как известно, Фреге: в различных контекстах одно и то же выражение может иметь различные значения. Так, в косвенных контекстах выражения приобретают, по Фреге, косвенное значение, то есть их значением становится обычный смысл. Приверженность Фреге принципу контекстуальности в его методе смысла и значения отмечал, по сути, уже Карнап, усматривая в этом недостаток предложенного Фреге разрешения «антиномии отношения именования». «Решающее различие, — писал Карнап, — между нашим методом и методом Фреге состоит в том, что наши понятия в отличие от понятий Фреге не зависят от контекста. Выражение в правильно построенной языковой системе всегда имеет один и тот же экстенсионал и один и тот же интенсионал; но в некоторых контекстах оно имеет свой обычный номинат (Карнап употребляет термин «номинат» как синоним фрегевского термина «значение». — *Е. Д.-Ч.*) и свой обычный смысл, а в других контекстах — свой косвенный номинат и свой косвенный смысл» [Карнап, 2007, с. 194].

Таким образом, контекстная зависимость значения и смысла языковых выражений в семантической концепции Фреге не только не исключает принцип композициональности, но предполагает его в следующей слабой версии: значение сложного выражения является функцией того способа соединения и тех значений составляющих его частей, которые они имеют в контексте данного сложного выражения. От *слабой композициональности* очевидным образом отличается принцип *сильной композициональности*, согласно которому значение сложного выражения актуально составляется из значений его частей в том смысле, что понимание сложного выражения невозможно без понимания его частей.

Известно, что поражавшая Фреге *креативность языка*, то есть наша способность понимать потенциально бесконечное множество новых предложений, стала для него одним из мотивов обращения к принципу композициональности. Так, в письме Ф. Джордану 1914 г. он, говоря о креативности языка, казалось бы, формулирует принцип сильной композициональности: «Возможность для нас понимать предложения, которые мы никогда раньше не слышали, очевидно, базируется на том, что мы конструируем смысл предложения из частей, соответствующих словам» [Frege, 1980, p. 79]. Однако и в этом письме Фреге прослеживается его приверженность дихотомии смысла и значения, тесно связанной с принципом контекстуальности. Фреге описывает воображаемую ситуацию с двумя путешественниками, которые с разных сторон приближаются к одной и той же горе. При этом первый путешественник полагает, что перед ним Афла, а второй, что это Атеб. Через некоторое время обнаруживается, что Афла — это Атеб. При этом мысль, как подчеркивает Фреге, выраженная в утверждении «Афла есть Атеб» не тождественна мысли «Атеб есть Атеб». «То, что соответствует имени “Атеб” как части мысли, — пишет Фреге, — должно, таким образом, отличаться от того, что соответствует имени “Афла” как части мысли» [Ibid.]. Следовательно, те сущности, которые признаются значением и смыслом некоего языкового выражения как составной части другого выражения, по-прежнему детерминируются для Фреге контекстом.

Таким образом, если для автора «Основоположений арифметики» решающим мотивом его приверженности принципу контекстуальности была задача непсихологического определения понятия числа, то у позднего Фреге, обратившегося к феномену косвенных контекстов, этот принцип предполагается его фундаментальной дихотомией смысла и значения. С другой стороны, сама эта дихотомия влечет слабую композициональность, допускающую плюрализм не только значений составляющих частей, но и способов их сочленения, что обеспечивает распространение фрегевской трактовки кванторов как второпорядковых предикатов на интенсиональную логику. Е.Д. Смирнова отмечает, например, что при наличии операторов абстракции кванторы естественно рассматривать как одноместные второпорядковые предикаты. Она предлагает различать два способа приложения функтора к аргументу — интенсиональный и экстенсиональный — и две операции абстракции λxA и σxA, которые позволяют получать выражения категорий s/n и $s//n$, соответственно, где $s//n$ — категория интенсионального функтора Q в выражении $Q[a]$. «$\lambda xA(x)$ — результат абстракции по экстенсиональному вхождению, $\lambda xA(x)$ детерминирует *класс индивидов*, удовлетворяющих условию A; $\sigma xA(x)$ — класс *индивидных концептов*, удовлетворяющих условию A» [Смирнова, 2005, с. 100]. Введенные операторы абстракции позволяют каждому экстенсиональному предикату сопоставить интенсиональный предикат. «При такой трактовке кванторов, — замечает Е.Д. Смирнова, — вряд ли следует считать, что квантификация в интенсиональных контекстах ведет к принятию особой “интенсиональной онтологии” — во всяком случае в смысле критерия Куайна» [Там же, с. 100–101]. Таким образом, восходящая к Фреге трактовка кванторов как второпорядковых предикатов позволяет развить концептуальный аппарат, достаточный для постановки и решения важных онтологических проблем интенсиональной логики.

Вместе с тем отказ Фреге от варьирования универсума и всех метаматематических рассмотрений, обусловленный пониманием природы и задач логики, предопределил необходимость последующей модификации его теории квантификации. Трактовка Фреге кванторов как второпорядковых предикатов получила развитие у А. Тарского, обогатившего ее теоретико-модельным подходом, который несовместим с фрегевским универсализмом, несмотря на то что принципиальное для Фреге различение синтаксиса и семантики, безусловно, предвосхищало теоретико-модельные рассмотрения. В свою очередь, идеи Тарского послужили основой для формирования абстрактной теории моделей, исходящей из понимания кванторов как второпорядковых свойств или — в обобщенном виде — как второпорядковых отношений.

1.2. Онтологические основания теоретико-модельной семантики А. Тарского: кванторы как логические объекты

Альфред Тарский (1901–1983), мэтр Львовско-Варшавской школы, был, по собственному его признанию, «математиком (как и логиком и даже, может быть, философом)» [Тарский, 1998, с. 127]. Получившие всемирную известность работы Тарского предопределили двойственный облик современной логики, дополнив теоретико-доказательственный подход теоретико-модельным. Чем, в свою очередь, стимулировались семантические исследования Тарского и что обусловило их собственный теоретико-модельный стиль? Ответы на эти вопросы предполагают как обращение к математическому базису семантического метода Тарского, так и выявление его философской направленности, задаваемой специфическим пониманием творцом теоретико-модельной семантики природы *логических объектов* и границ логики.

Теоретико-модельная семантика исходит из понимания языка как исчисления. Исчислением полагается нечто, не имеющее раз навсегда фиксированной интерпретации и допускающее переинтерпретацию. Рассматривая язык как исчисление в указанном смысле, мы можем варьировать его интерпретацию в данном универсуме, менять сам универсум рассмотрения, ставить и решать в систематической форме метаязыковые и метатеоретические вопросы. То, что утверждается предложением S языка L, устанавливается путем спецификации класса моделей $M(S)$. Знать, что предложение истинно в модели M_1, значит знать, что $M_1 \in M(S)$. Знать, что S логически истинно, значит знать, что оно истинно во всех моделях.

Задолго до Тарского, в 1899 г., такой подход к языку геометрии, пусть и не всегда в столь эксплицитном виде, развивает в своих «Основаниях геометрии» («Grundlagen der Geometrie») Д. Гильберт. Подчеркивая известную произвольность таких названий, как «точка», «прямая» и «плоскость», он делает акцент на аксиоматическом построении и доказательстве непротиворечивости геометрии. Любая система объектов, удовлетворяющая принятым аксиомам, квалифицируется им как геометрия. «Согласно известному анекдоту, — пишут Бурбаки, — Гильберт охотно выражал эту идею, говоря, что можно было бы, ничего не меняя в геометрии, слова “точка”, “прямая” и “плоскость” заменить словами “стол”, “стул” и “пивная кружка”» [Бурбаки, 1965, с. 321]. Полемизируя с Фреге, который полагал необходимым давать определение базисным понятиям геометрии путем указания их смысла в актуальном (и единственном!) мире, Гильберт писал: «Попытаться подобным образом дать определение точки, на мой взгляд, невозможно, поскольку только вся структура аксиом дает полное определение... “Точка” в евклидовой, неевклидовой, архимедовой, неархимедовой геометрии представляет собой нечто отличное в каждом отдельном случае» (цит. по: [Frege, 1980, p. 40]).

Будучи исчислением, геометрия не имеет, с точки зрения Гильберта, фиксированной интерпретации. Бурбаки отмечают: «Как раз по причине многочисленных возможных “интерпретаций” или “моделей” было признано, что “природа” математических объектов есть, в сущности, дело второстепенное... Другими словами, сущность математики — это ускользающее понятие, которое до сих пор могли выразить только неопределенными называниями вроде “общего правила” или “метафизики”, — проявляется как изучение соотношений между объектами, которые теперь (сознательно) познаются и описываются, исходя только из некоторых своих свойств, а именно из тех, которые в качестве аксиом принимаются за основу их теории” [Бурбаки, 1965, с. 318]. Гильберт не считал возможным апеллировать к истинности аксиом геометрической системы для доказательства ее непротиворечивости. С теоретико-модельной точки зрения дело обстоит как раз наоборот: скорее непротиворечивость системы аксиом свидетельствует об их истинности (выполнимости в модели), поскольку любая непротиворечивая теория специфицирует определенный класс моделей. Таким образом, интерес Гильберта к доказательству непротиворечивости элементарной геометрии можно рассматривать как симптом зарождения теоретико-модельного подхода к обоснованию геометрии. «Нет никакого сомнения, — полагает даже Хинтикка, — что “Основания геометрии” Гильберта — одни из главных врат (*gateways*), ведущих в теоретико-модельный образ мышления логики и философии XX века» [Hintikka, 1988, p. 8]. Известно, однако, настороженное отношение Гильберта к доказательству непротиворечивости арифметики с помощью модели. «Модели, даваемые определениями Дедекинда и Фреге, — пишет он, — только перемещали вопрос, сводя его к непротиворечивости теории множеств, проблеме, которая, без всякого сомнения, более трудна, чем непротиворечивость арифметики, и которая должна была казаться еще более трудной в то время, когда еще не было предложено ни одной серьезной попытки избежать “парадоксов”» (цит. по: [Бурбаки, 1965, с. 342–343]). Усугубляя скептицизм Гильберта в отношении теоретико-модельного доказательства непротиворечивости, Резник предполагает, что теория моделей, сформулированная в виде аксиоматической теории подобно, скажем, теории групп и теории чисел, «может быть рассмотрена как раздел аксиоматической теории множеств» [Resnik, 1980, p. 111]. Между тем сама аксиоматическая теория множеств, будучи конкретной математической теорией, должна строиться на основе теоретико-модельных рассмотрений. Трактуя теорию моделей как частную математическую теорию, мы должны были бы, по замечанию Хинтикки, поставить перед собой абсурдную задачу построения теории моделей для теории моделей [Hintikka, 1988, p. 13]. Принципиальным для теории моделей является введение метапонятий, которые выражают идею соотнесения языка и модели и выводят за пределы теории множеств даже тогда, когда рассмотрение конкретных моделей ограничено теоретико-множественными рамками. М. Вартофский отмечает, что «наша репрезентация чего-либо посредством физического устройства, диаграммы или логической или математической теории всегда несет в себе наше отношение к ней как к модели — свойство, которым объект репрезентации не обладает, если только он не тождественен своей модели» [Вартофский, 1988, с. 35]. Таким образом, не столько теоретико-модельное доказательство непротиворечивости элементарной геометрии, сколько идея создания метатеории дедуктивных систем, для которой именно Гильберт вводит название «метаматематика», обоснование им самой возможности метаматематического исследования и разработка методов такого исследования, пусть и ограниченная финитной установкой, обеспечили ему почетное место в истории теории моделей.

Подступая к созданию теоретико-модельной семантики, Тарский осознанно ставит перед собой гильбертовскую задачу разработки математически строгой теории дедуктивных систем. По наблюдению Я. Воленьского, мотивы постановки этой задачи у Тарского и Гильберта были, однако, различными: «Гильберт развивал метаматематику в связи с доказательством непротиворечивости, тогда как в Варшавской школе метаматематические исследования не определялись никакими конкретными целями; просто стремились рассматривать различные аспекты дедуктивных систем» [Воленьский, 2004, с. 193]. На мой взгляд, необходимость метаматематических исследований все же определялась для Тарского-логика конкретной задачей разработки логики как теории дедуктивных систем.

Уже в ранних работах Тарского 1930-х гг. («Понятие истины в формализованных языках» — «On the Concept of Truth in Formalized Languages», «О понятии логического следования» — «On the Concept of Logical Consequence», «Основание научной семантики» — «The Establishment of Scientific Semantics») (см.: [Tarski, 1983]) целью логики признается описание дедуктивных систем. Под дедуктивной системой S в языке L понимается множество всех логических следствий некоего множества X предложений L. Таким образом, центральным для логики оказывается понятие логического следования, которое до Тарского обычно определялось теоретико-доказательственным образом: если A — множество логических аксиом, а R — множество правил вывода, то множество логических следствий X в L есть наименьшее множество предложений L, включающее X и A и замкнутое относительно правил в R. Тарский заметил, однако, что не все свойства дедуктивных систем могут быть описаны исключительно в теоретико-доказательственных терминах. Как показали результаты К. Гёделя, в любой достаточно богатой дедуктивной теории можно построить предложение, которое следует из теорем этой теории, но не может быть доказано в самой теории. По мнению Тарского, этот факт свидетельствует о принципиальной недостаточности теории доказательств для логики. Он полагает, что отношение логического следования коренится в неких специфических связях языка и мира, то есть в семантике. Под семантикой Тарский понимает «совокупность исследований, касающихся таких понятий, которые, говоря огрубленно, выражают некоторые связи между выражениями языка и теми объектами и положениями дел, к которым они относятся» [Tarski, 1983, p. 401]. Таким образом, метаматематическая задача построения логики как математически строгой теории дедуктивных систем перерастает у Тарского в задачу создания математически строгой семантической теории. Как писал, например, Карнап, именно Тарский «первым обратил мое внимание на то, что формальный метод синтаксиса должен быть дополнен семантическими понятиями, и в то же время показал, что эти понятия могут быть определены средствами не менее строгими, чем синтаксические» (цит. по: [Воленьский, 2004, с. 211]).

Тарский отмечает два важнейших свойства логического следования: оно является необходимым и формальным. Характеризуя свойство формальности, он пишет: «Поскольку мы имеем здесь дело с понятием логического, то есть *формального* следования, и, таким образом, с отношением, которое детерминируется исключительно формой предложений, между которыми оно существует, на это отношение не может никоим образом влиять эмпирическое знание и, в частности, знание об объектах, к которым относится предложение *X* или предложения класса *K*. На отношение логического следования не может повлиять замена в предложении десигнаторов одних объектов на десигнаторы каких-либо других объектов» [Tarski, 1983, p. 414–415]. В этой характеристике Тарский, по-видимому, предполагает подстановочную интерпретацию неэмпирической природы логического следования: оно сохраняется при любых правильных подстановках нелогических терминов. Однако дальше он отмечает ограниченность такой интерпретации, ставящей отношение логического следования в зависимость от выразительных возможностей языка (см.: [Ibid., p. 415–416]), и предпочитает теоретико-модельное истолкование неэмпиричности логического следования и логических терминов. Знаменитая теоретико-модельная дефиниция логического следования, предложенная Тарским, опирается на интуитивную трактовку этого понятия, восходящую к работам К. Айдукевича (см.: [Воленьский, 2004, с. 213]). Точным образом отношение логического следования в терминах теории моделей определяется Тарским так: *предложение X логически следует из предложений класса K, если и только если каждая модель класса K является также моделью предложения X* [Tarski, 1983, p. 417].

В совместной с Линденбаумом работе 1936 г. «Об ограниченности средств выражения дедуктивных теорий» («On the Limitation of the Means of Expression of Deductive Theories») Тарский формулирует свое понимание неэмпирической природы логических отношений следующим образом: «Каждое отношение между объектами (индивидами, классами, отношениями и т.д.), которое может быть выражено чисто логическими средствами, инвариантно относительно любого взаимно-однозначного отображения “*мира*” (то есть класса всех индивидов) *на себя*, и эта инвариантность логически доказуема» [Ibid., p. 385]. Через 30 лет, в знаменитой лекции 1966 г. «Что такое логические понятия?» («What are Logical Notions?»), впервые опубликованной лишь в 1986 г., после смерти ученого, Тарский подтверждает этот тезис. «Рассмотрим, — предлагает он, — класс *всех* взаимно-однозначных преобразований пространства, или универсума рассмотрения, или “*мира*” *на себя*. Что за наука будет заниматься понятиями, инвариантными относительно самого широкого класса преобразований? Здесь мы имеем... понятия весьма общего характера. Я полагаю, что эти понятия являются логическими, и что мы называем некое понятие “логическим”, если оно инвариантно относительно любых возможных взаимно-однозначных преобразований *мира на себя*» [Tarski, 1986, p. 149]. Этот тезис Тарского получил название «критерий инвариантности для логических понятий».

Как и программа построения теории дедуктивных систем, критерий инвариантности Тарского уходит своими идейными корнями в исследования по основаниям геометрии. Однако эти корни следует искать уже не в программе Гильберта, а в другом великом метагеометрическом проекте — Эрлангерской программе Ф. Клейна, о возможности распространения которого на логику писал также Ф. Маутнер (см.: [Mautner, 1946]). В 1872 г. Клейн выдвинул в качестве основания классификации различных геометрий инвариантность соответствующих геометрических понятий относительно определенных групп преобразований. Тарский предположил, что логическими являются понятия, инвариантные относительно самой обширной группы неструктурных преобразований — любых перестановок индивидов в области.

В современной теории моделей обычно используется обобщенный критерий Тарского, называемый также критерием Тарского—Шер и восходящий к новаторским работам А. Мостовского по обобщенной квантификации. Дело в том, что кванторы, понимаемые как второпорядковые свойства (свойства свойств), естественно представлять в виде классов структур, замкнутых относительно изоморфизма. Впервые обобщенные кванторы были введены Мостовским (см.: [Mostowski, 1957]), который предложил рассматривать их как классы подмножеств универсума (точнее, как функции, задаваемые на множествах объектов универсума модели и принимающие в качестве значений истину или ложь, или, говоря иначе, функции, ассоциирующие с каждой моделью класс подмножеств ее универсума). Например, квантор Мостовского «*существует бесконечно много*» — это класс бесконечных подмножеств универсума, важным свойством которого является инвариантность относительно любых перестановок индивидов в области интерпретации. Кроме того, Мостовский ввел в рассмотрение так называемые неограниченные (глобальные) обобщенные кванторы, определяющие для каждого конкретного множества ограниченный (локальный) обобщенный квантор. Иначе говоря, глобальные обобщенные кванторы — это функции из множеств в локальные обобщенные кванторы на этих множествах. Характеристическим свойством глобальных кванторов является, в свою очередь, инвариантность относительно биективных преобразований соответствующих множеств.

Итак, в противоположность классическому критерию Тарского, устанавливающему инвариантность логических понятий относительно локального условия — перестановок индивидов в области одной-единственной модели («мира», «класса всех индивидов»), обобщенный критерий Тарского (критерий Тарского—Шер) предполагает инвариантность относительно глобального условия — изоморфизма или биекции моделей. Как известно, взаимно-однозначным отображением множества E на множество F, или *биективным отображением*, или *биекцией*, называется такое отображение f множества E в F, что для всякого $y \in F$ существует и единственно $x \in E$, для которого $f(x) = y$. Перестановка множества A является частным случаем биекции — биекцией множества A на A.

Понятие «биекция» («изоморфное преобразование») точным образом выражает идею неструктурной модификации модели. Изоморфизм моделей — это отношение эквивалентности. Классы эквивалентности множества моделей называются типами относительно изоморфизма, или просто типами изоморфизма. Изоморфные модели U и U_1 могут считаться неразличимыми в любом смысле, если только мы не желаем рассматривать внутреннее строение элементов их объектных областей. Таким образом, любые две изоморфные модели служат представлением одной и той же абстрактной (в смысле С. Клини) системы. Абстрактной система (непустое множество объектов с заданными на них отношениями) называется в том случае, если о ее объектах мы не знаем ничего, кроме соотношений, имеющихся между ними в системе. «В этом случае, — отмечает Клини, — устанавливается только структура системы, а природа ее объектов остается неопределенной во всех отношениях, кроме одного — что они согласуются с этой структурой» [Клини, 1957, с. 30]. Классы изоморфизма представляют собой формальные объекты (в смысле Дж. Шер). «Говоря в терминах объектов, мы можем сказать, — отмечает Шер, — что формальные объекты не только элементы формальных структур, они сами — формальные структуры» [Sher, 1996, p. 678].

Таким образом, критерий инвариантности относительно изоморфных преобразований вводит в метаматематическое рассмотрение не только абстрактные системы, но и формальные абстрактные объекты — классы изоморфных структур (типы изоморфизма), гипостазирующие структурно инвариантные свойства моделей. Ориентированная на исследование такого рода объектов логико-аналитическая сфера ограничивается теми истинами, которые могут быть получены исключительно на основании знания формальных свойств моделей, то есть свойств, общих для всех моделей, относящихся к данному типу изоморфизма. Исходя из такого понимания аналитичности возможно следующее ее определение: если высказывание A истинно в некоторой модели M, то эта истинность будет считаться аналитической, если и только если A истинно во всех моделях, изоморфных M (что, конечно, не исключает ни истинности, ни ложности A в моделях, неизоморфных M).

Безусловно, любая попытка уточнения смысла аналитичности логики обязана считаться с сокрушительной критикой Куайном самого понятия аналитического. Как известно, в классической работе «Две догмы эмпиризма» («Two Dogmas of Empiricism») (1951) Куайн предложил заменить традиционную дихотомию *аналитического и синтетического* динамической дихотомией *центра и периферии*. С его точки зрения, утверждения логики отличаются от других утверждений теории не субстанциально, скажем, в силу своего априорного или аналитического характера, а по положению в общей системе знания. Логико-математический *центр* теории окружен в модели Куайна *периферией*, соприкосновение которой с реальностью влечет перестройку всей теории.

Методологический холизм Куайна не может, однако, служить, на мой взгляд, достаточным основанием для оценки дихотомии синтетического и аналитического как «неэмпирической догмы эмпириков». Согласно Куайну, «вся совокупность науки подобна силовому полю, пограничными условиями которого является опыт. Конфликт с опытом на периферии ведет к изменениям внутри самого поля... Переоценка одних высказываний влечет переоценку других из-за их логических взаимосвязей — логические законы, в свою очередь, просто являются дальнейшими высказываниями системы, некоторыми дальнейшими элементами поля... Но поле в целом так не определено своими пограничными условиями, опытом, что есть достаточно широкий выбор относительно того, какие высказывания следует переоценить в свете любого единичного противоречащего опыта. Никакой отдельный опыт не связан с какими-либо отдельными высказываниями внутри поля, кроме как косвенно, из соображений равновесия, влияющего на поле как целое» [Куайн, 2010, с. 75]. Сводя опыт к «пограничным условиям» «силового поля» знания, Куайн применяет различные стандарты и критерии для оценки центра и периферии этого поля. Поскольку теория «сталкивается с опытом только своими краями», для ее периферийных утверждений эти стандарты и критерии группируются вокруг понятия адекватности, в то время как для утверждений из центра теории они связываются с нормативно-прагматическими категориями равновесия — полезностью, простотой, экономностью. Мне представляется, однако, что метод, применяемый Куайном для критики традиционной дихотомии аналитических и синтетических суждений, может быть распространен на его собственную дихотомию центра и периферии. По Куайну, отдельное суждение нельзя оценивать, как обладающее особым когнитивным статусом (как аналитическое или синтетическое, например) *само по себе,* безотносительно к его месту в организованной системе знания. В свою очередь, система логического знания не может быть отнесена к центру или периферии *сама по себе,* безотносительно к общему контексту исследовательской ситуации. В большинстве таких контекстов логика составляет центр теории, но в некоторых может перемещаться к периферии.

Любая логическая система в процессе своего построения подвергается экспликации и обоснованию и, следовательно, исходно должна рассматриваться как имплицитная. Х. Карри отмечает: «Один из неотъемлемых атрибутов логической системы состоит в том, что эту систему необходимо формулировать настолько явно, чтобы не предполагать логику заранее заданной» [Карри, 1969, с. 42]. Вместе с тем в стандартной математической практике логика предстает, как правило, в качестве данной, уже сконструированной. «Обычная математика, — продолжает Карри, — может быть основана на некоторой логике, которая предполагается заранее заданной, и вполне вероятно, что для различных целей могут использоваться различные логики такого рода» [Там же, с. 42]. Какие же стандарты и критерии регулируют использование той или иной логики в реальной научной практике?

Хорошо известна позиция Карнапа, для которого выбор логики есть выбор «языкового каркаса», подобный инженерной задаче выбора инструмента. «Инженерный» подход к логике характерен и для позднего Витгенштейна. Он предлагает представить тюрьму, построенную таким образом, чтобы избежать контактов между заключенными, которые на самом деле никогда не встречаются друг с другом, хотя это произошло бы, если бы во время прогулок по тюремному лабиринту они всегда поворачивали направо. То, что ни один заключенный никогда так не поступает, оказывается важнее физического устройства лабиринта. «А что если, — спрашивает Витгенштейн, — мы, хотя и нашли противоречие, но больше по его поводу не волнуемся и, например, установили, что из него не следует делать никаких выводов? (Так же как никто не делает выводов из логического парадокса “лжец”)» [Витгенштейн, 1994с, с. 179]. Действительно, противоречия в определенных коммуникативных ситуациях систематически не воспринимаются как противоречия и не влекут каких-либо коммуникативных затруднений. Однако «инженерная» позиция Витгенштейна и Карнапа подозрительно напоминает анекдот об известном математике, который после предупреждения о том, что следующий шаг рассуждения приведет его к парадоксу, заявил: «Тогда я не буду делать этого шага» (см.: [Минский, 1988, с. 282]).

При всем эмпиризме Тарского его отношение к выбору «логического каркаса» теории представляется иным. «Я думаю, — писал Тарский, — что могу отрицать некоторые логические посылки (аксиомы) в точности при тех же обстоятельствах, когда я отрицаю эмпирические посылки (например, физические гипотезы)... От природы опыта зависит, что именно мы отрицаем — довольно частные законы, являющиеся “индуктивным обобщением” индивидуальных утверждений, или более общие и глубокие гипотезы, или даже фундаментальные предпосылки нашей науки (например, механику Ньютона или геометрию Евклида). Аксиомы логики имеют столь общую природу, что на них редко оказывает воздействие опыт. Однако я не вижу здесь принципиального отличия и могу представить себе, что некий новый опыт чрезвычайно общего характера вынудит нас изменить некоторые аксиомы логики» [Tarski, 1944, p. 31–32]. Следовательно, критерии, регулирующие использование той или иной логики, могут быть заимствованы из арсенала средств, предназначенных как для куайновского центра, так и для периферии. Не опытные данные вписываются в «онтологически нейтральный» и потому безупречный логический каркас, а напротив, сама логика подлежит суду опыта, хотя и «чрезвычайно общего характера».

Такой опыт «чрезвычайно общего характера» может рассматриваться, на мой взгляд, как опыт взаимодействия с формальными аспектами реальности, инкорпорированный в любое эмпирическое взаимодействие с миром. Согласно Ю. Бохеньскому, например, современная логика является «теорией общих объектов», «физикой предмета вообще». На его взгляд, «онтология в ее обычном употреблении представляет собой наиболее абстрактную теорию реальных объектов, в то время как логика в своем современном состоянии является общей онтологией как реальных, так и идеальных объектов» [Bochenski, 1974, p. 290]. К идеальным объектам такого рода могут быть отнесены классы изоморфных структур (типы изоморфизма) — гипостазы структурно инвариантных свойств моделей. Аналитическими с этой точки зрения оказываются такие истины, которые могут быть получены исключительно на основании знания формальных свойств моделей, то есть свойств, общих для всех моделей, относящихся к одному типу изоморфизма. Получая информацию о некоторой модели, мы можем, опираясь на это знание, приобретать информацию и о других моделях, изоморфных данной, а также о свойствах такого формального метаобъекта, как тип изоморфизма.

Понимание аналитичности, основанное на изоморфизме моделей, не предполагает ни понятия категоричности (категоричной, как известно, называется логика, любые две модели которой изоморфны), ни понятия элементарной эквивалентности (две модели называются элементарно эквивалентными, если они интерпретируют одни и те же предложения и всякое предложение истинно в одной из них в точности тогда, когда оно истинно в другой). А потому это определение избегает известных трудностей (таких как «парадокс Скулема» или феномен «онтологической редукции»), порождаемых существованием нестандартных интерпретаций (элементарно эквивалентных неизоморфных моделей)[1]. Оно исходит, по существу, из понимания аналитической истинности высказывания как истинности, основанной на логической форме этого высказывания (ср. предложенную Е.Д. Смирновой интерпретацию аналитичности через понятие изоморфизма возможных реализаций — реляционных систем, соотнесенных с языком [Смирнова, 2002]). Таким образом, определение аналитичности через изоморфизм моделей не опирается ни на понятие значения (ср.: высказывание аналитически истинно, если его истинность может быть установлена на основании анализа значений составляющих его частей), ни на понятие синонимии (ср.: аналитическим является утверждение тождества синонимических терминов), невозможность независимого определения которых составляет основной пафос куайновской критики дихотомии аналитического и синтетического.

Какие же конкретно объекты проходят тест Тарского на принадлежность к логико-аналитической сфере? В лекции 1966 г. он не дает исчерпывающей характеристики всей совокупности своих *логических*

---

[1] Подробнее о «парадоксе Скулема» и «онтологической редукции» см. раздел 1.3.

объектов, а приводит лишь их примеры. Согласно Тарскому, никакой индивид не является логическим понятием (в том случае, если существуют по крайней мере два индивида). Среди классов индивидов логическими признаются только пустой и универсальный классы, а среди бинарных отношений — только пустое отношение, универсальное отношение и равенство. Среди свойств классов (индивидов) и отношений между классами (индивидов) логическими являются, по Тарскому, только те, которые характеризуют кардинальность этих классов (как, например, свойства класса состоять из трех или четырех элементов, быть конечным или бесконечным, отношения включения класса в класс или пересечения классов).

Как свидетельствует относительно недавний результат В. Макги, класс логических операторов, удовлетворяющих критерию инвариантности Тарского, в точности совпадает с классом операторов, определимых в языке $L\infty,\infty$ [McGee, 1996, p. 572]. $L\infty,\infty$ — чрезвычайно богатый язык, допускающий конъюнкции и дизъюнкции произвольной длины, а также универсальную и экзистенциальную квантификацию последовательностей переменных любой мощности. По сути, результат Макги свидетельствует о том, что первопорядковый язык, обогащенный логическими операторами, инвариантными относительно перестановок индивидов в области, выразительно эквивалентен языку логики второго порядка (см.: [Feferman, 1999, p. 38]). Таким образом, принимая критерий инвариантности Тарского, мы должны признать полноправной логикой второпорядковую логику, эту, по выражению Куайна, «теорию множеств в овечьей шкуре» [Куайн, 2008, с. 119]. Не удивительно, что критерий инвариантности, имеющий, по сути, теоретико-множественную природу и сформулированный Тарским под впечатлением грандиозных успехов современной ему теории множеств в точном определении неточных понятий, приводит, в конечном счете, к слишком тесному сближению логики с теорией множеств.

Вместе с тем Тарский скептически оценивал глобальные перспективы спецификации каких-либо абсолютных критериев разграничения логических и нелогических терминов, логического и нелогического в целом. «Лично я не был бы удивлен, — признавался он, — если бы результат этих исследований оказался бы решительно отрицательным и, вследствие этого, выяснилась неизбежность трактовки таких понятий, как логическое следование, аналитическое высказывание или тавтология как понятий относительных, связанных с каким-то определенным, но более или менее произвольным делением выражений языка на логические и нелогические; произвольность этого деления была бы в полной мере естественным отражением этой гибкости, которую можно наблюдать, делая выводы на основе обычной речи» (цит. по: [Воленьский, 2004, с. 308]). По мнению Воленьского, это замечание предвосхищает критику Куайном понятия аналитичности и основано на том, что Тарский не считал особенно резкой границу между эмпирическими и формальными науками (см.: [Там же]). На мой взгляд, Тарский идет даже дальше Куайна, отмечая условность различения логического и нелогического, лежащую в основе куайновской дихотомии центра и периферии. Эта условность размыкает границы куайновского центра, отгороженного в своей нормативности от проблемы адекватности, и допускают апелляцию к опыту «чрезвычайно общего характера», релевантность которого для логики подчеркивал Тарский.

1.3. Абстрактные логики как формальные онтологии

В 1960–1970-х гг. под влиянием теоретико-модельных идей Тарского сформировалась новая исследовательская программа — обобщенная (абстрактная) теория моделей (см. классическую работу П. Линдстрёма [Lindström, 1969], а также сводку основных результатов в книге [Barwise, Feferman, 1985]). Центральным понятием этой теории является понятие «абстрактная логика».

Абстрактной логикой называется любая совокупность, состоящая из (1) класса изоморфных структур, (2) класса формальных выражений некоторого языка и (3) отношения выполнимости между ними [Barwise, 1985, p. 4]. Абстрактные логики называются также логиками с обобщенными кванторами, поскольку именно классы структур, замкнутые относительно изоморфизма, представляют собой экстенсионалы обобщенных кванторов (в другой терминологии — просто обобщенные кванторы).

Тот факт, что определение абстрактной логики не включает каких-либо теоретико-доказательственных понятий, делает спорным использование в ее отношении самого термина «логика». Даже в фундаментальных работах по обобщенной теории моделей высказывается мнение, что термин «логика» просто привычнее термина «теоретико-модельный язык», и его использование мотивировано в данном случае не столько теоретическими, сколько прагматическими соображениями простоты и краткости. Действительно, логики с обобщенными кванторами тяготеют к теоретико-модельному подходу, полностью или почти полностью абстрагирующемуся от теории доказательств. Дело в том, что первым и до сих пор самым впечатляющим результатом абстрактной теории моделей стала доказанная уже в 1969 г. *теорема Линдстрёма*, согласно которой логика первого порядка является единственной логикой, замкнутой относительно &, $\rceil$, $\exists$ и удовлетворяющей теоремам компактности и Лёвенгейма—Скулема (см., например: [Барвайс, 1982, с. 54]). Иначе говоря, если некая логика L является расширением элементарной логики (логики предикатов первого порядка) и обладает свойствами компактности и Лёвенгейма—Скулема, то L эквивалентна элементарной логике. Таким образом, единственной дедуктивно полной логикой, обладающей свойствами компактности и Лёвенгейма—Скулема, оказывается элементарная логика, а следовательно, любые ее обобщения неизбежно ведут к утрате по крайней мере одного из указанных металогических свойств. На первый взгляд, данный факт разрешает все металогические вопросы в пользу первопорядковой логики. Ясно, однако, что эпистемологический статус самих свойств полноты, компактности и Лёвенгейма—Скулема нуждается в осмыслении и оценке.

Логика L является *компактной*, если любое множество Ф предложений языка L имеет модель при условии, что каждое конечное подмножество Ф имеет модель. Если логика L *полна* (то есть множество общезначимых предложений L рекурсивно перечислимо) и компактна, то L *строго полна* (то есть множество всех следствий любого множества предложений языка L рекурсивно перечислимо в L). Полнота L означает, что любое общезначимое в L предложение в принципе может быть известно как общезначимое; строгая полнота — что в принципе могут быть известны все следствия предложений L. Подобная «принципиальная известность» не носит, однако, практического характера в том смысле, что у нас не обязательно должна иметься практическая возможность осуществления процедуры установления общезначимости или следования, даже в том случае, когда мы знаем (например, в результате непрямого доказательства), что такая процедура существует. В логике, не обладающей свойством компактности, должно существовать предложение φ, которое, будучи следствием множества предложений Φ языка логики L, не является следствием никакого конечного подмножества Φ. Иначе говоря, это означает, что отношение логического следования между φ и Φ не может быть установлено в конечное число шагов. Поэтому логика, не обладающая свойствами полноты и компактности, вряд ли может рассматриваться как приемлемая теория дедукции.

Вместе с тем полная и компактная логика предикатов первого порядка не может, как известно, охарактеризовать категоричным образом (с точностью до изоморфизма) обычные математические структуры (*категоричной* называется логика, любые две модели которой изоморфны). Так, теорема Скулема о нестандартных моделях арифметики исключает возможность формальной аксиоматической характеризации натурального ряда чисел в элементарной логике. Таким образом, элементарная логика не может претендовать на роль инструмента категоричной формальной характеризации важных и интересных математических структур. Между тем в неполной логике предикатов второго порядка, не обладающей свойством компактности, может быть категоричным образом охарактеризована теория чисел и значительная часть теории множеств. Более того, из теоремы Скулема о нестандартных интерпретациях следует неполнота любой системы аксиом, описывающей натуральный ряд. Натуральный ряд категоричен в том смысле, что в рамках некоторой теоретико-множественной системы можно доказать его единственность (с точностью до изоморфизма). Так, в аксиоматической системе Цермело—Френкеля (ZF) можно доказать, что все структуры Пеано, удовлетворяющие аксиомам Пеано, изоморфны. Однако, как отмечают А.Н. Колмогоров и А.Г. Драгалин, «если теория Цермело—Френкеля непротиворечива, то у нее *тоже* существуют неизоморфные модели. В каждой такой модели ввиду категоричности существует только один натуральный ряд, хотя натуральные ряды из разных моделей могут быть и неизоморфны!» [Колмогоров, Драгалин, 2005, с. 106].

Точным образом связь между возможностью непротиворечивого категоричного описания и мощностью модели устанавливает теорема Лёвенгейма—Скулема. Обычно так называют целую группу теорем следующей формы: если существует интерпретация с некоторым семантическим свойством, то существует и интерпретация с этим же семантическим свойством, область которой имеет определенную мощность. Согласно теореме Лёвенгейма—Скулема о «понижении мощности» («спуске»), логика, имеющая бесконечную модель, имеет также модель со счетно бесконечной областью (в этом случае говорят, что логика обладает свойством Лёвенгейма). Согласно теореме о «повышении мощности» («подъеме») логика, имеющая модель со счетно бесконечной областью, имеет также модель с несчетно бесконечной областью (в этом случае считается, что логика обладает свойством Тарского). Иными словами, логика, удовлетворяющая теореме Лёвенгейма—Скулема (то есть обладающая как свойством Лёвенгейма, так и свойством Тарского), не различает бесконечные мощности. Поскольку не существует взаимнооднозначной функции со счетно бесконечным множеством определений и несчетно бесконечным множеством значений, бесконечная область не может быть охарактеризована непротиворечивым и категоричным образом средствами подобной логики. Таким образом, непротиворечивая категоричная логика (обладающая свойством Лёвенгейма—Скулема) должна иметь только модели с конечным числом элементов [Булос, Джеффри, 1994, с. 254].

Поскольку многие следствия теоремы Лёвенгейма—Скулема производят впечатления аномалий или даже парадоксов, эта теорема приобрела, по характеристике Дж. Булоса и Р. Джеффри, дурную славу некоего «философского казуса». Одним из таких следствий является так называемый «парадокс Скулема». Дело в том, что, по теореме Лёвенгейма—Скулема, всякая модель имеет элементарно эквивалентную ей подмодель со счетной областью. Две модели называются элементарно эквивалентными, если они интерпретируют одни и те же предложения и всякое предложение истинно в одной из них в точности тогда, когда оно истинно в другой. Хотя все изоморфные модели элементарно эквивалентны, существуют элементарно эквивалентные неизоморфные модели. «Парадокс Скулема» является следствием существования таких нестандартных моделей. Он состоит в наличии интерпретаций, при которых предложение, утверждающее (судя по его виду) существование несчетно многих множеств натуральных чисел, оказывается истинным, несмотря на то что области этих интерпретаций содержат лишь счетное количество множеств натуральных чисел [Там же, с. 207]. Таким образом, теорема Лёвенгейма—Скулема подтверждает, как отмечает М. Клайн, высказывание А. Пуанкаре о том, что математика — это искусство давать различным вещам одинаковое название, но придает ему обратный смысл: «Аксиоматические системы, к которым применима теорема Лёвенгейма—Скулема, предназначаются для задания *одной вполне конкретной* интерпретации, и, будучи примененными к совершенно различным моделям, они тем самым не соответствуют своему назначению» [Клайн, 1984, с. 318]. Вместе с тем «парадокс Скулема» не является парадоксом в точном математическом смысле и «показывает лишь, что любая аксиоматизация теории множеств в ограниченном исчислении предикатов с помощью счетного числа аксиом не отражает полностью понятий “множество”, “множество подмножеств данного множества”, “взаимно-однозначное соответствие”, “счетность” и т.п. Эти понятия, если мы предполагаем их определенными *a priori*, ускользают от описания с помощью подобной системы аксиом» [Клини, 1973, с. 386]. В соответствии же с тезисом самого Скулема об «относительности теории множеств» не существует абсолютного понятия счетности (множество, несчетное в одной аксиоматизации, может быть счетным в другой).

С «парадоксом Скулема» связан «аномальный» феномен «онтологической редукции», который благодаря работам Х. Патнэма приобрел известность в качестве подлинной антиномии методологии науки, подрывающей основы научного реализма. Дело в том, что, по теореме Лёвенгейма—Скулема, любая интерпретируемая теория имеет модель в теории целых чисел. Парадоксальным представляется то, что онтология любой (скажем, физической) теории может быть «редуцирована» к онтологии целых чисел таким образом, что термины этой теории получают некую «нефизическую» интерпретацию, а ее утверждения оказываются утверждениями о числах. Ясно, однако, что формальные теории, к которым относятся все результаты теории моделей, и не должны различать «физические» и «нефизические» индивиды. Теория моделей опирается на совершенно определенные предпосылки, которые необходимо принимать во внимание при квалификации ее результатов как «аномальных» или «парадоксальных».

Д. Пирс и В. Рантала отмечают: «Оценка некоторых теоретико-модельных результатов может помочь нам уберечься от чрезмерных амбиций при семантической реконструкции метафизических доктрин; их значение может быть отрезвляющим, но никогда не является тотально деструктивным» [Pearce, Rantala, 1982, p. 52]. Одно из центральных затруднений, с которым сталкивается любая «обобщенная» трактовка теоремы Лёвенгейма—Скулема, распространяющая ее «парадоксальные» выводы на онтологию нематематических теорий, — это проблематичность тезиса о достаточности первопорядковой логики для целей этих теорий. «Никому еще не удалось показать, — замечает Я. Хакинг, —что обычный язык физиков может быть выражен в языке первого порядка. Так что неизвестно, может ли относиться сам результат (Теорема Лёвенгейма—Скулема. — *Е. Д.-Ч.*), скажем, к квантовой электродинамике и, следовательно, к научному реализму» [Хакинг, 1998, с. 117].

Вместе с тем обобщения стандартной первопорядковой логики неизбежно предполагают либерализацию металогических требований к логическим системам (отказ от полноты, компактности и (или) свойства Лёвенгейма—Скулема) и связаны, таким образом, с отходом от традиционного понимания логики как теории дедукции. Логики с обобщенными кванторами, не являющиеся рекурсивно перечислимыми дедуктивными системами, скорее представляют собой семантические теории специфических классов структур или *формальные онтологии*.

Традиция интерпретации логики как формальной онтологии восходит к Э. Гуссерлю[1]. Будучи апофантической дисциплиной — учением о суждениях и их преобразованиях в умозаключениях, — логика

[1] Программа построения формальной онтологии была намечена уже в «Логических исследованиях» Гуссерля, однако в развернутом виде она представлена лишь в более поздних его работах; см.: [Husserl, 1969; Гуссерль, 1998; Гуссерль, 1999]. Проект Гуссерля явился попыткой воплощения мечты рационалистов XVII века о *Всеобщей математике (Mathesis Universalis)*. Стремясь к унификации всего рационального знания на основании некоего общего метода или общей науки, Р. Декарт мечтал о создании *Mathesis Universalis*, науки, «которая, не будучи зависимой ни от какого частного предмета, объединяла бы все то, что может быть обнаружено в связи с порядком и мерой» [Декарт, 1989b, с. 90]. Своим непосредственным предшественником Гуссерль называет Б. Больцано.

в неменьшей степени является, по его мнению, формальной онтологией, априорным учением о формальных структурах предметности. В отличие от региональных онтологий, направленных на исследование условий мыслимости предметов, принадлежащих конкретным регионам бытия, формальная онтология призвана, по замыслу Гуссерля, выявить априорные предпосылки мыслимости предмета вообще. Формальная онтология характеризуется тем, что она «*скрывает в себе формы всех возможных онтологий вообще* (всех “настоящих” “материальных” онтологий), что она *предписывает* всем онтологиям *общую для всех них формальную устроенность*» [Гуссерль, 1999, с. 40]. Хотя истины логики относятся ко всем сферам бытия, Гуссерль считал возможным дать трансцендентальное обоснование логики лишь при условии допущения особой области абстрактных объектов. Если мы хотим спасти логику от специфического релятивизма, связанного с кантовским истолкованием трансцендентальных структур в терминах общечеловеческих познавательных способностей, мы должны, по Гуссерлю, рассматривать их как структуры некоторой объективной области абстрактных *категорных* объектов. Вопрос о природе этих объектов оказывается принципиальным для оценки всего феноменологического проекта.

На мой взгляд, точным теоретико-модельным аналогом категориальных объектов гуссерлевского формального региона являются *классы (типы) изоморфизма*, рассматриваемые как абстрактные индивиды высшего порядка (или, иначе говоря, как обобщенные кванторы). Используя терминологию Гуссерля, можно сказать, что обобщенные кванторы выражают *психические* свойства и отношения, которые в отличие от *физических* не оказывают влияния на другие свойства и отношения предметов, а сами существуют в силу других свойств и отношений. А. Мейнонг предпочитал говорить об *идеальных* и *реальных* свойствах и отношениях соответственно, что, вероятно, более удачно, поскольку не вызывает ассоциаций с нерелевантной антитезой психологизма и антипсихологизма. Оценка некоего свойства или отношения как *психического* не предполагает его отнесения к области психологии, но выражает тот факт, что оно характеризует содержание идеи, то есть значение или понятие. К числу таких второпорядковых идеальных свойств относятся свойства множества быть непустым, содержать все элементы универсума или большинство из них, быть счетным, конечным или бесконечным. Из двух множеств одно может содержать все элементы другого; больше элементов, чем другое. Бинарное отношение может быть, например, полностью или частично упорядоченным.

Что же означает эта *идеальность* свойств и отношений в теоретико-модельных терминах? Как известно, особенностью интерпретации реальных (или, проще говоря, нелогических) свойств и отношений является возможность ее варьирования от модели к модели. Было бы неверно сказать, что обобщенные кванторы не допускают такого варьирования. Так, в модели с бесконечным универсумом интерпретация универсального квантора — это бесконечное множество; в модели с пятью элементами — множество из пяти элементов. Аналогичным образом обстоит дело с *логическими объектами* Тарского, которые могут оказаться различными объектами для различных областей, как, скажем, универсальный класс индивидов. Однако, не будучи абсолютно инвариантными, кванторы *инвариантны относительно изоморфных преобразований модели*, в частности, относительно перестановок индивидов в области интерпретации.

Таким образом, формальные онтологии, рассматриваемые как абстрактные логики (логики с обобщенными кванторами), не различают конкретных индивидов в области, но при этом не являются «пустыми» в кантовском смысле, поскольку имеют дело с формальными объектами высшего порядка — классами изоморфных структур. Быть формальным означает, следовательно, быть инвариантным относительно изоморфных преобразований модели. Является ли, однако, эта инвариантность необходимым и достаточным условием для демаркации границ логики?

Выше уже упоминался результат Макги [McGee, 1996, p. 572], свидетельствующий о том, что критерий инвариантности ведет к сближению логики с теоретико-множественной математикой. Это сближение не кажется столь уж неожиданным в контексте реконструкции онтологического проекта Гуссерля. Дело в том, что логические и теоретико-множественные сущности совершенно на равных правах населяют его регион категорных объектов, будучи «производными образованиями чего-то вообще» [Husserl, 1969, p. 77]. Наряду с логикой формальная онтология включает, по Гуссерлю, «математику множеств, комбинаций и перестановок, кардинальных чисел (в модусе “как много”), ординальных чисел, принадлежащих различным уровням многообразий» [Ibid.]. Он настаивает на «нераздельном единстве» логики и математики, которое не осознавалось вследствие некорректной нормативной интерпретации логики как технического приложения к психологии и философии. «Люди взяли в привычку (возраст которой исчисляется тысячелетиями), — сетует Гуссерль, — хранить эти два вида знания в далеких друг от друга ящиках. В течение тысячелетий математика полагалась уникальной, специальной наукой, автономной и независимой, подобно естественным наукам и психологии, а логика, с другой стороны, рассматривалась как искусство мышления, в равной мере соотносимое с любой специальной наукой, или даже как наука о формах мышления, не относящаяся каким-либо специфическим образом к математике и имеющая с ней не более общего, чем с другими специальными науками» [Husserl, 2008, p. 54].

Полагая инвариантность относительно изоморфных преобразований признаком логичности как таковой, Тарский также сближает логику с математикой и даже формулирует общий философский тезис о математической, по существу, природе логики. «Не раз было отмечено, — пишет он, — в особенности представителями математической логики, что наша логика на деле есть логика объема. Это означает, что два понятия, содержания которых различны, неразличимы, если они имеют один и тот же объем. Обычно полагают, что мы не можем логически различать свойства и классы. Теперь же в свете наших предположений оказывается, что наша логика — даже не логика объема, она — логика чисел, числовых отношений» [Tarski, 1986, p. 11]. Таким образом, по Тарскому, невозможно не только логическое различение свойств и классов, но и логическое различение равномощных классов, и следовательно, «наша логика» есть логика кардинальности. Действительно, теория обобщенной квантификации Мостовского подтверждает философский тезис Тарского, поскольку, как показал Мостовский, любой второпорядковый предикат, удовлетворяющий тесту на инвариантность, выражает свойство, зависящее только от мощности соответствующего первопорядкового предиката. Однако сохраняет ли силу философский тезис Тарского для дальнейших обобщений кванторов?

1.4. Онтология полиадической квантификации: классы или структуры?

Естественное обобщение обобщенных кванторов с второпорядковых свойств на второпорядковые отношения было проведено П. Линдстрёмом [Lindström, 1966]. Стандартные обобщенные кванторы имеют вид $Q(x)\varphi(x)$ и интерпретируются как классы подмножеств универсума (второпорядковые свойства первопорядковых свойств). Скажем, квантор Мостовского «существует бесконечно много» есть просто класс бесконечных подмножеств универсума: $\{x \subseteq U : x$ бесконечно$\}$. Полиадические (многоместные) кванторы Линдстрёма имеют вид $Q(_{x1,\,\ldots,\,xn})\varphi(_{x1,\,\ldots\,,\,xn})$ и интерпретируются как второпорядковые *отношения* между первопорядковыми *отношениями*.

Бинарными примерами полиадических кванторов являются: квантор «вполне-упорядоченности» Решера: $Q^R = \{<X, Y> : X, Y \subseteq U$ и $X < Y\}$ («*Существует меньше кошек, чем мышей*»); квантор «равномощности» Хартига: $Q^H = \{<X, Y> : X, Y \subseteq U$ и $X = Y\}$ («*Существует столько же кошек, сколько и мышей*»); «связывающий» квантор Кинана: («*Каждая кошка гоняется за своей мышью*»). Реляционная трактовка канторов, по сути, восходит к силлогистике, поскольку силлогистические кванторы «Всякий... есть (не есть)...» и «Некоторый... есть (не есть)...» также могут служить бинарными примерами полиадических кванторов. Скажем, «Все... есть...» может пониматься как $\{<X, Y> : X, Y \subseteq U$ и $X \subseteq Y\}$, а «Некоторый... есть ...» как $\{<X, Y> : X, Y \subseteq U$ и $X \cap Y \neq \varnothing\}$. Г. Лейбниц полагал, например, что «“Некоторое *A* есть *B*” дает “*AB* есть вещь”. “Некоторое *A* не есть *B*” дает “*A* не-*B* есть вещь”. “Всякое *A* есть *B*” дает “*A* не-*B* не есть вещь”. “Ни одно *A* не есть *B*” дает “*AB* не есть вещь”» [Лейбниц, 1984c, с. 610]. Иначе говоря, он трактовал *SaP* как утверждение о пустоте пересечения объемов *S* и не-*P* (то есть о включении *S* в *P*); *SiP* — как утверждение о непустоте пересечения объемов *S* и *P*; *SeP* — как утверждение о пустоте пересечения объемов *S* и *P*; *SoP* — как утверждение о непустоте пересечения объемов *S* и не-*P* [Бочаров, Маркин, 2010, с. 31]. Логическими константами силлогистики являются, по существу, бинарные отношения *A*, *E*, *I*, *O* [Войшвилло, 2003, с. 29].

Реляционный подход к квантификации получил развитие в схоластической концепции «множественных кванторов», следы влияния которой можно усмотреть, на мой взгляд, в учении Пирса об «универсальных множественных субъектах». Подобные субъекты содержатся, по Пирсу, в предложениях типа «*Любые два кота, запертые вместе, подерутся*». Он не рассматривал кванторы как свойства множеств, а скорее сами множества (коллекции) индивидов считал индивидами, полученными в результате «гипостазирующей абстракции» (перехода от множества индивидов к множеству как индивиду). «Объектом любого знака, — писал Пирс, — является индивид, как правило, индивидуальная коллекция индивидов» [Peirce, 1998, 8.181][1].

Реляционную природу силлогистических кванторов, выражающих отношения между понятиями, прекрасно осознавал и Фреге. Он отмечал, что «слова “все”, “каждый”, “ни один”, “некоторые” стоят перед словами, обозначающими понятия, — понятийными словами. В общих и частных утвердительных и отрицательных предложениях мы выражаем отношения между понятиями и указываем на особый род данного отношения с помощью этих слов, в силу чего логически они связаны с понятием, перед которым они стоят, не теснее, чем с другими понятиями; их следует соотносить с предложением в целом» [Фреге, 2000a, с. 257]. Однако в отличие от Пирса Фреге считал возможной и даже необходимой элиминацию реляционных кванторов из своего «идеального языка». Действительно, известны различные переводы категорических высказываний на язык логики предикатов за счет комбинации одноместных кванторов и пропозициональных связок. Скажем, интерпретация категорических высказываний в фундаментальной силлогистике Лейбница может быть выражена на языке первопорядковой логики предикатов следующим известным способом: SaP как $\forall x(Sx \supset Px)$; SeP как $\forall x(Sx \supset \neg Px)$; SiP как $\exists x(Sx \,\&\, Px)$; SoP как $\exists x(Sx \,\& \neg Px)$ (см. подробнее: [Бочаров, Маркин, 2010, с. 31–32]).

Рассмотрим, однако, следующее высказывание:

(1) *Большинство* рыб плавают.

Введя нестандартный квантор *Большинство* x, мы столкнемся с неприятной альтернативой выбора конъюнкции или импликации

---

[1] При ссылках на некоторые источники Ч.С. Пирса принято указывать номер афоризма, а не страницы. — *Примеч. ред.*

для символизации высказывания (1). Выбрав конъюнкцию, мы получим интерпретацию:

(2) *Большинство* x (Рыба (x) & Плавает (x)),

означающую, что большинство объектов в нашем универсуме рассмотрения — плавающие рыбы. Выбрав импликацию, мы также придем к неадекватной интерпретации:

(3) *Большинство* x (Рыба (x) $\supset$ Плавает (x)),

означающей, что большинство объектов в нашем универсуме рассмотрения таковы, что если они рыбы, то плавают. Однако, как замечает Э. Бах, предложение (1) «содержит утверждение не о большинстве *объектов*, а о большинстве *рыб*» [Бах, 2009, с. 88]. Он обращает внимание на то, что именные группы в естественном языке скорее ведут себя подобно *most fish (большинство рыб)*, чем *every (каждый)*, то есть предполагают выделение определенного подмножества того универсума, который мы хотим охватить квантором. Выход Бах усматривает в том, чтобы считать кванторами не выражения типа *каждый*, *некоторый* или *большинство*, а именные группы *некий тигр* или *большинство рыб*, включая собственные имена, скажем, *Мэри*. Обобщенный квантор — это множество множеств. *Mary (Мэри)* означает, согласно Баху, множество множеств, к которому принадлежит Мэри; *a tiger (некий тигр)* — множество множеств, пересечение которого со множеством тигров не пусто; *every child (каждый ребенок)* — множество множеств, в которое включено множество детей [Там же, с. 89]. В обобщенном виде *every M* обозначает множество множеств, в которое включено множество *M*, в то время как *every (каждый)* относится к классу детерминаторов, то есть выражений, обозначающих функции из множеств в кванторы (множества множеств), а именно, *every (каждый)* обозначает функцию f из множества во множество множеств, такую, что для всех множеств M, $f(M)$ равно множеству множеств, в которое включено множество всех M [Там же, с. 91].

Подход Баха восходит к идеям Р. Монтегю и широко известному в связи с лингвистическими приложениями обобщению квантификации, предложенному Д. Барвайсом и Р. Купером. В своем обобщении они исходят из того, что стандартные логические кванторы используются с целью приписывания свойств (таких, как, например, непустота, универсальность, конечность) множествам. Обобщая идею обобщенного квантора, они характеризуют как кванторные *лю-*

бые свойства множеств. В естественном языке свойства множеств выражаются, по наблюдениям Барвайса и Купера, именными фразами (типа «каждый человек», «большинство женщин», «пятеро детей» и даже собственными именами). Поэтому, полагают они, «все именные фразы языка и только они являются кванторами по универсуму рассмотрения» [Barwise, Cooper, 1981, p. 177].

Именные фразы (включая имена собственные) не обладают, однако, свойством инвариантности относительно перестановок универсума. Рассмотрим две пары предложений (примеры Шер; см.: [Sher, 1991, p. 24]):

(4) *Эйнштейн x (x является одним из 10 крупнейших физиков всех времен);*

(5) *Эйнштейн x (x является одним из 10 крупнейших новеллистов всех времен);*

(6) *Большинство (натуральных чисел между 1 и 10) x [x < 7];*

(7) *Большинство (натуральных чисел между 1 и 10) x [9 < x < 17].*

Несмотря на то что экстенсионал «*x является одним из 10 крупнейших физиков всех времен*» может быть получен из экстенсионала «*x является одним из 10 крупнейших новеллистов всех времен*» простой перестановкой универсума, «естественно-языковой квантор» «*Эйнштейн*» припишет двум множествам различные истинностные значения. Аналогичным образом, «квантор» «*большинство натуральных чисел между 1 и 10*» припишет различные истинностные значения экстенсионалам «*x < 7*» и «*9 < x < 17*», хотя каждый из них является результатом перестановки другого. Таким образом, кванторы Барвайса и Купера различают индивиды в области рассмотрения, не проходят тест на инвариантность и не могут считаться логическими кванторами.

В отличие от «естественно-языковых» обобщенных кванторов полиадические кванторы относятся к классу логических, предоставляя, вместе с тем, серьезные основания для критики тезиса Тарского о природе «нашей логики» как «логики кардинальности». Дело в том, что в стандартной логической нотации полиадические кванторы не рассматриваются как имеющие самостоятельное значение, а интерпретируются как итерированные одноместные кванторы. Допустимо, однако, противоположное направление интерпретации. Любую итерированную кванторную приставку, рассматриваемую как единое целое, можно трактовать как полиадический квантор.

Особый интерес представляет полиадическая трактовка неоднородных кванторных приставок («*Каждая кошка охотится за некоторой мышью*», «*Существует мышь, за которой охотится каждая кошка*»). Дело в том, что неоднородные кванторные приставки, выражающие в отличие от кванторов Мостовского не свойства классов индивидов, а свойства классов пар индивидов (бинарных отношений), различают равномощные отношения. Не оперируя понятием полиадического квантора, З.Н. Микеладзе показал этот факт на следующей простой модели: пусть дан универсум из трех индивидов $U = \{a, b, c\}$; зададим два бинарных отношения на U : $F_1 = \{(a, a), (a, b), (a, c)\}$ и $F_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$. Эти отношения имеют одинаковое число элементов, одинаковое число элементов имеют и их дополнения. Однако утверждение $\exists x \forall y F_1(x, y)$ не эквивалентно утверждению $\exists x \forall y F_2(x, y)$, а $\forall x \exists y F_1(x, y)$ не эквивалентно $\forall x \exists y F_2(x, y)$ [Микеладзе, 1979, с. 296]. Иначе говоря, бинарные кванторы $\exists x \forall y$ и $\forall x \exists y$ различают равномощные отношения.

Таким образом, даже в том случае, если философский тезис Тарского о «логике кардинальности» справедлив для теории монадической квантификации (логики свойств классов индивидов), он не распространяется на теорию бинарной квантификации (логику свойств классов пар индивидов). Логика с бинарными кванторами, выражающими второпорядковые свойства первопорядковых отношений, уже не является логикой кардинальности в смысле Тарского.

Лингвисты обычно отмечают, что квантификация, расчленяющая универсум на относительно однородные дискретные индивиды, основана на отношении «элемент — множество». А. Вержбицкая, например, причисляет такого рода квантификацию к семантическим универсалиям, несмотря на то что во многих «примитивных» языках «все» зачастую означает не «все возможные члены множества A», а «все, знакомые нам», «много» или просто полноту [Вержбицкая, 2011, с. 67]. Ограничения на лексическую сочетаемость позволяют, правда, говорить о некоторых различиях языкового узуса даже тех кванторных местоимений, которые трактуются в словарях как точные синонимы. Согласно наблюдению М.А. Кронгауза, в русском языке *каждый* лексически сочетается с именем, соотносящимся с некоторым множеством, а *всякий* — с именем, соотносящимся с некоторым свойством [Кронгауз, 2001, с. 174]. «Предложения, совпадающие с точностью до кванторных местоимений, — полагает Кронгауз, — несинонимичны, если экстенсионал соответствующей именной группы — обозримое множество: *Каждая из жен султана Мохаммеда вне подозрений* и *Всякая жена султана Мохаммеда вне подозрений*. Первое предложение подразумевает гарем и конкретное преступление. Утверждается, что все жены султана имеют алиби. Второе предложение означает, что из свойства "быть женой султана Мохаммеда" следует свойство "быть вне подозрений", независимо от того, кто обладает первым свойством» [Там же, с. 173–174]. Иначе говоря, *каждый* тяготеет в таком случае к первопорядковой, а *всякий* — к второпорядковой предикации. Если экстенсионал соответствующей именной группы — необозримое множество (*Каждый пионер должен быть примером для ребят* и *Всякий пионер должен быть примером для ребят*), то подобные предложения признаются синонимичными. «Со словом *всякий* не сочетаются имена собственные, — полагает также Кронгауз, — а местоимение *каждый* все же допустимо: *Каждая Лена из седьмой комнаты несчастна по-своему*» [Там же, с. 173]. Однако ограничения на лексическую сочетаемость не являются надежным основанием для логического анализа. Так, можно привести контрпример заявленному ограничению на сочетаемость *всякий* с именами собственными: «У всякого Федорки свои отговорки» (цит. по: [Даль, 1957, с. 183]). Кроме того, кванторы в русском языке могут вообще пробегать не по индивидам из множеств и не по свойствам, задающим эти множества, а функционировать как бинарные, расщепляя универсум не на индивиды, а на упорядоченные пары: *Все счастливые семьи похожи друг на друга, каждая несчастливая семья несчастлива по-своему*[1].

[1] Онтология «русской» квантификации может носить еще более экзотический характер. Как отмечает Б.А. Успенский, не является аномальной, например, фраза, нарушающая согласование по числу: «Пошел все наверх!». Он усматривает в обращении в единственном числе к группе лиц умаление собеседника, недопустимое в вежливой речи [Успенский, 2007, с. 24–25]. С онтологической точки зрения любопытно то, что языковой узус способен превратить в индивид квантифицируемую группу адресатов и собрать множество в недискретное целое Как недискретный объект может трактоваться также совокупность, обозначаемая существительным русского языка во множественном числе. Как отмечает А.Д. Шмелёв, «в высказывании *У тебя все руки измазаны* выражение *все руки* указывает не на дискретное множество, состоящее из двух элементов — двух рук адресата, а на недискретную поверхность рук» [Шмелёв, 2005, с. 515].

Бинарные кванторы принимают во внимание не только кардинальность множеств однородных индивидов, но и другие формальные аспекты универсума. Различая равномощные отношения, они обладают инвариантностью относительно перестановок, однако перестановок уже не индивидов, а бинарных отношений, то есть пар индивидов. Соответствующая этой инвариантности онтология не сводится к онтологии кардинальности. Она оказывается онтологией структур, типов упорядочивания универсума. Вместе с тем динамика упорядочивания ускользает от «статичного» теоретико-модельного подхода, основанного на соотнесении языка и «готовых» модельных структур. Новые перспективы экспликации сложных кванторных зависимостей и соответствующих им онтологий открывает теоретико-игровое моделирование динамики семантической оценки кванторов как *функций выбора*.

Научное издание

Драгалина-Черная Елена Григорьевна

Онтологии для ∀беляра и ∃лоизы

Зав. редакцией *Е.А. Бережнова*
Редактор *Т.В. Соколова*
Художественный редактор *А.М. Павлов*
Компьютерная верстка: *С.В. Родионова*
Корректор *С.М. Хорошкина*

В дизайне обложки использована миниатюра «Пьер Абеляр и Элоиза», приведенная в списке «Романа о Розе» XIV в. (Музей Конде, Шантийи, Франция)

Подписано в печать 07.08.2012. Формат 60×88/16. Гарнитура Newton
Печать офсетная. Усл.-печ. л. 14,0. Уч.-изд. л. 12,6
Тираж 600 экз. Изд. № 1486

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
101000, Москва, ул. Мясницкая, 20
Тел./факс: (499) 611-15-52

Отпечатано
ООО «Информационные Банковские
Системы. Консалтинг»
105264, Москва, ул. 4-я Парковая, 23
Тел./факс: (499) 272-00-03

ISBN 978-5-7598-0957-9

9 785759 809579