

# ИЗУЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ПОМОЩЬЮ ИТ-ТЕХНОЛОГИИ

## ВЕБМАТЕМАТИКА

*Воробьев Евгений Михайлович,*

*д.ф.-м.н., профессор,*

*гл.н.с. каф. ВМ, [emv@miem.edu.ru](mailto:emv@miem.edu.ru)*

### Введение

Система ВебМатематика [1] является вебинтерфейсом для интегрированной системы символьных, графических и численных расчетов, называемой Математика [2]. В учебном процессе Математика обычно используется в компьютерных классах, будучи установленной на каждом компьютере класса или на сервере вузовской сети. Методика применения системы Математика для обучения дисциплинам Математический анализ и Линейная алгебра излагается, в частности, в учебном пособии [3].

ВебМатематика обеспечивает проведение математических вычислений на удаленном сервере по данным, введенным пользователем в поля HTML-форм на своем браузере и переданным на сервер через Интернет. Обучение математическим дисциплинам с помощью ВебМатематики предполагает разработку специальных электронных учебных пособий. Они содержат учебный материал и программы проведения символьных, графических или численных расчетов, написанные на языке программирования Математика. Пособия в виде jsp- и графических файлов размещаются на Ява-сервере. Последний генерирует учебные пособия в форме HTML-документов и отправляет их пользователям по их запросу.

Следует отметить, что с помощью ВебМатематики нельзя получить непосредственный доступ к вычислительной машине Математики. Это означает, что можно выполнять только те команды, которые содержатся в теле HTML-форм и данные для которых пользователь вводит в поля ввода этих форм. Таким образом, на каждой вебстранице пользователю доступен лишь относительно небольшой набор команд. Это существенно ограничивает гибкость использования Математики и требует создания новой методики преподавания.

В МЭСИ на кафедре Высшей математики научные и методические работы по применению систем Математика и ВебМатематика для преподавания дисциплин высшая математика, дифференциальные уравнения и других были начаты в 2001 году. Результаты исследований и методика применения этих систем нашли свое отражение в публикациях [4] – [7]. Технология создания интерактивных электронных учебных пособий для ВебМатематики содержится в публикации [8]. В настоящее время ВебМатематика, размещенная по адресу <http://webmath.mesi.ru>, активно используется студентами МЭСИ при изучении дисциплины Высшая математика.

В работе обсуждается методика применения разработанных автором интерактивных учебных пособий по дисциплине Линейная алгебра.

### Описание и методика применения учебных пособий

На сервере [webmath.mesi.ru](http://webmath.mesi.ru) размещены разработанные автором следующие электронные учебные пособия по линейной алгебре. Приведем их названия: Ступенчатые формы матриц, Обратная матрица, Системы линейных уравнений, Линейные пространства, Линейные операторы, Жорданов базис линейного оператора, Евклидовы пространства, Квадратичные формы.

Содержание учебных пособий Ступенчатые формы матриц, Обратная матрица, Системы линейных уравнений, Жорданов базис линейного оператора ясно из их названия. В частности, пособие Системы линейных уравнений посвящено методу Гаусса-Жордана решения систем линейных алгебраических уравнений.

Пособие Линейные пространства посвящено решению задач на исследование линейной независимости векторов и вычислению матрицы перехода от одного базиса к другому. В пособии Линейные операторы рассматриваются два типа задач. Первый – на вычисление матриц линейных операторов и их

преобразованиям при переходе к новому базису. Второй – на вычисление собственных значений и собственных векторов линейного оператора в общем линейном пространстве.

В пособии Евклидовы пространства также две темы. Первая - задачи на применение алгоритма Грама-Шмидта построения ортогонального базиса. Рассмотрена методика построения систем ортогональных многочленов Лагерра, Чебышева, Лагранжа, Эрмита. Вторая – построения ортогонального базиса, состоящего из собственных векторов самосопряженного оператора.

На рисунке (Рис.1) показана главная страница первого в нашем списке учебного пособия.

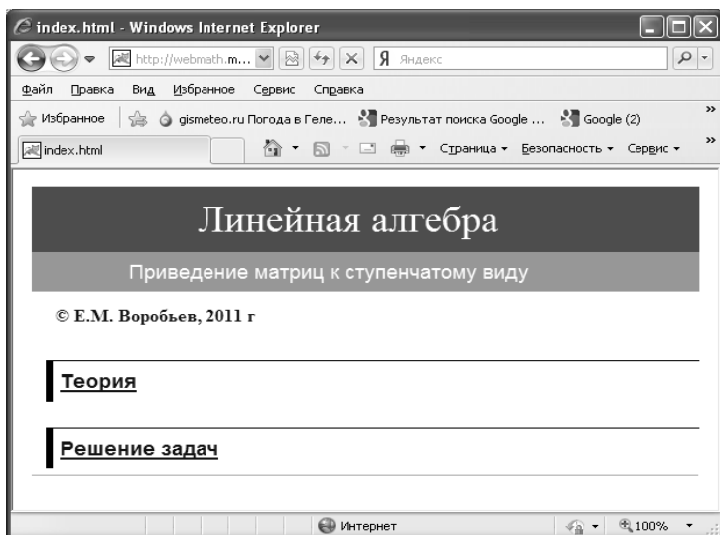


Рис.1. Главная страница учебного пособия Ступенчатые формы матриц

Вид главной страницы типичен для всех учебных пособий. Каждое из них содержит теоретический материал в краткой форме, а также задачи, образцы их решений и средства автоматизации расчетов.

### Методика применения учебных пособий

Методика решения задач заключается в том, что пользователь выбирает в разделе Задачи одну из задач или задачу из другого задачника по линейной алгебре. Затем он знакомится с образцом решения задач с помощью ВебМатематики. В образце в полях ввода заранее выполненных и более не исполняемых (неактивных) HTML-форм содержатся данные разбираемой в образце задачи. В нем невозможно изменять данные в полях ввода.

В разделе Средства автоматизации расчетов имеются исполняемые (активные) HTML-формы с незаполненными полями ввода. При первом обращении к форме в эти пустые поля пользователь вводит данные решаемой им задачи. Затем нажимает кнопку Calculate формы и отправляет данные для вычислений по разработанной автором учебного пособия программе на сервер. Результаты вычислений вклеиваются в отправляемую пользователю новую вебстраницу.

Рассмотрим пример. Пусть требуется применением элементарных преобразований привести матрицу

к верхней ступенчатой форме. С помощью HTML-формы Ввод матрицы (Рис.2) матрица, введенная построчно, отправляется на сервер. После вычисления она будет храниться либо на сервере, либо с помощью механизма Cookies на компьютере пользователя.

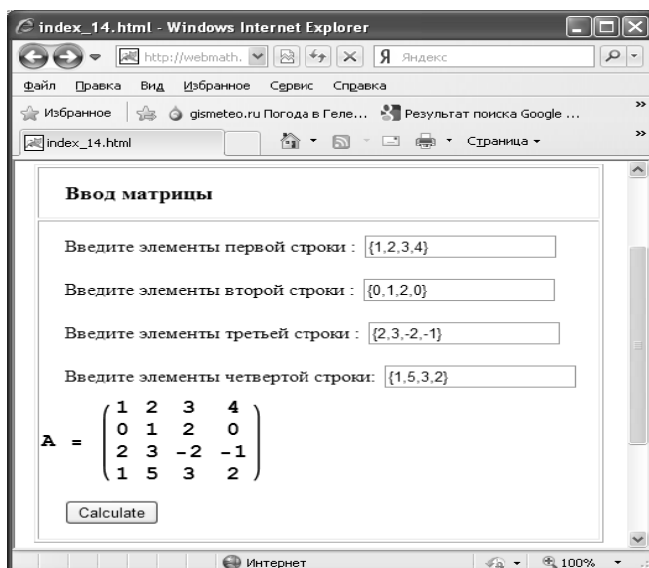


Рис.2. HTML-форма Ввод матрицы

В соответствии с алгоритмом приведения матриц к верхней ступенчатой форме, следует с помощью линейных комбинаций строк обнулить матричные элементы первого столбца, расположенные в третьей и четвертой строках. Первый шаг – вычислить соответствующую линейную комбинацию первой и третьей строк такую, что первый элемент комбинации равен нулю, и поместить ее на место третьей строки. Это вычисление выполняется с помощью HTML-формы Линейная комбинация строк (Рис.3.)

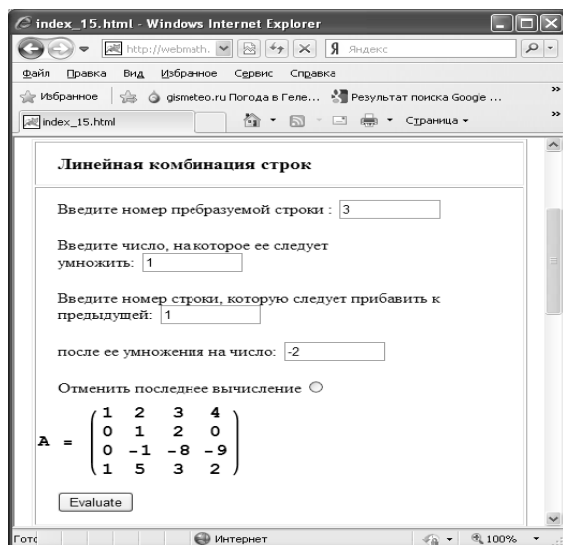


Рис.3. HTML-форма Линейная комбинация строк с результатом вычисления

Первый шаг алгоритма выполнен. Дальнейшие шаги осуществляются аналогично.

Уже на этом простом примере ясен методический замысел пособий: **автоматизировать рутинные арифметические вычисления с целью дать возможным студентам сконцентрировать свое внимание на сути метода.**

Эта автоматизация имеет место в каждом учебном пособии. Скажем, при вычислении собственных значений линейных операторов автоматизируется вычисление характеристического полинома и нахождение его корней, а также получение, но не решение систем линейных уравнений для собственных и присоединенных векторов.

В задачах на ортогональные полиномы автоматизируется вычисление интегралов, которые представляют скалярные произведения многочленов. В задачах на приведение квадратичных форм к канонической форме методом Лагранжа автоматизируется выделение полного квадрата и вычисление формы после замены переменных.

Кроме автоматизации вычислений, методика обеспечивает визуализацию результатов как окончательных, так и промежуточных. Последние часто играют важную роль в уяснении обучающимся сути того или иного математического метода. Например, при вычислении матрицы обратной к квадратной матрице  $A$  важную роль играет произведение  $T$  матриц последовательно выполняемых элементарных преобразований. После того, как матрица приведена к единичной, это произведение – матрица  $T$  равна обратной к  $A$  матрице. ВебМатематика делает наглядным результаты каждого шага применения элементарных преобразований. На Рис.4 показана HTML-форма, называемая Линейная комбинация строк, с результатами промежуточного вычисления. На рисунке представлены преобразованная матрица  $A$ , матрица  $T$  и произведение матрицы  $T$  на исходную матрицу  $A_0$ .

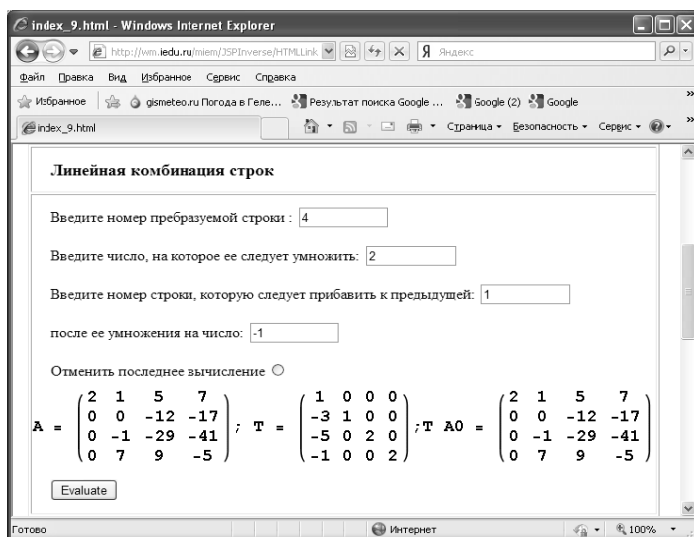


Рис.4. HTML-форма с результатами промежуточных вычислений

### Заключение

Представленные в работе интерактивные учебные пособия по Линейной алгебре завершают второй этап создания полноценного специализированного сайта по обучению студентов МЭСИ математическим дисциплинам. Первый этап, поддержанный грантом МЭСИ, заключался в создании учебного пособия по дисциплине Высшая математика. На очереди разработка пособий по дифференциальным уравнениям как обыкновенным, так и в частных производных.

Кроме чисто математических дисциплин, ВебМатематика представляется перспективным учебным инструментом для преподавания любых дисциплин с существенным математическим компонентом, в том числе дисциплин экономического профиля.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Webmathematica 3. A User Guide. Electronic Edition. -Wolfram Media, 2009.
2. Воробьев Е.М. Введение в систему символьных, графических и численных расчетов «Математика». – М.: Диалог-МИФИ, 2005. - 365 с.
3. Воробьев Е.М. Компьютерный практикум по математике. Математический анализ. Линейная алгебра.- М.: Книжный дом-Университет, 2009. – 603 с.
4. Воробьев Е.М., Никишкин В.А. Программная система WebMathematica: интерактивные вычисления по Интернету. -Тезисы докладов Российской научно-методической конф. «Совершенствование подготовки IT-специалистов», МЭСИ – М., 2005.
5. Воробьев Е.М., Никишкин В.А. Интернет-технология обучения математическим дисциплинам на основе системы «ВебМатематика». -Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Информационные технологии в образовании и науке - 2007», МФЮА – М., 2007.

6. *Воробьев Е.М., Никишкин В.А.* Информационная технология преподавания математических дисциплин, основанная на системах Математика и ВебМатематика. Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО. N 1-2, 2009, С.43-48.
7. *Воробьев Е.М., Никишкин В.А.* Методика и опыт обучения высшей математике с помощью системы ВебМатематика 3. Открытое образование, 2011, №5.
8. *Воробьев Е.М., Никишкин В.А.* Методика разработки интерактивных учебных пособий по математическим дисциплинам для системы ВебМатематика. Открытое образование, 2010, №3, стр. 23-31.