

**VI Московская международная
конференция
по исследованию операций**

Труды

**Москва
2010**

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР ИМ. А.А. ДОРОДНИЦЫНА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РОССИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЩЕСТВО
ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

**VI Московская международная конференция
по исследованию операций (ORM2010)**

Москва, 19-23 октября 2010

ТРУДЫ

**VI Moscow International Conference
on Operations Research (ORM2010)**

Moscow, October 19-23, 2010

PROCEEDINGS

**Москва
2010**

УДК 519.8
ББК 22.18

Ответственные редакторы:
академик РАН *П.С. Краснощеков*
профессор *А.А. Васин*

VI Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2010), Москва, 19-23 сентября 2010: Труды/ Отв. ред. П.С. Краснощеков, А.А. Васин. – М.:МАКС Пресс, 2010. – 523с.

ISBN

В сборнике представлены труды VI Московской международной конференции по исследованию операций. Конференция проводится факультетом ВМК Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Вычислительным центром им. А.А. Дородницына Российской академии наук и Российским научным обществом исследования операций. На конференции обсуждаются математические вопросы исследования операций, последние достижения в области исследования операций, модели исследования операций в экономике, экологии, социологии, медицине, политологии, численные методы исследования операций.

УДК 519.8
ББК 22.18

ISBN

©Авторы, 2010
©Издательский отдел факультета ВМК

VI Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2010)

19-23 октября 2010

Конференция организована факультетом Вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова, Вычислительным центром им. А.А. Дородницына РАН и Российским научным обществом исследования операций. На конференции обсуждаются теоретические аспекты и различные приложения исследования операций.

Председатель конференции:

академик РАН П.С. Краснощёков

Глава совета Российского научного общества исследования операций (РНОИО):

академик РАН Ю.И. Журавлёв

Председатель программного комитета конференции:

академик РАН А.А. Петров

Программный комитет

проф. Ф.Т. Алескеров, академик РАН Ю.Г. Евтушенко,
проф. М. Ячимович, проф. Ю.Нестеров, член-корр. РАН
Ю.Н. Павловский, член-корр. РАН И.Г. Поспелов,
академик РАН Г.И. Савин, проф. А. Шапиро

Оргкомитет:

член-корр. РАН Ю.А. Флеров (сопредседатель, ВЦ РАН), проф.
А.А. Васин (сопредседатель, МГУ), проф. А.А. Белолипецкий,
проф. Н.М. Новикова, проф. А.В. Лотов, проф. Ю.Е. Малашенко,
доц. Д.В. Денисов, проф. А.Ф. Измаилов, проф. Е.З. Мохонько,
проф. А.А. Шананин, доц. В.В. Морозов, проф. Ф.И. Ерешко, Г.-
В. Вебер.

Секретари конференции: Ирина Поспелова,
Марина Долматова

VI Moscow International Conference on Operations Research (ORM2010)

Moscow, October 19-23, 2010

The conference is conducted by Russian Scientific Operations Research Society, Russian Academy of Sciences (Dorodnicyn Computing Center) and Lomonosov Moscow State University (Computational Mathematics and Cybernetics Faculty, Operations Research Department). The conference brings together scientists from all over the world to discuss theoretical aspects and various applications of operations research.

Conference Chair

Full member of RAS, Prof. P. S. Krasnoschekov

Head of the Council of Russian scientific operations research society (RSORS)

Full member of RAS, Prof. Yu. I. Zhuravlev

Chair of Program Committee

Full member of RAS, Prof. A. A. Petrov

Program Committee

Prof. F.T. Aleskerov, Full member of RAS Yu.G. Evtushenko, Prof. M. Jacimovic, Prof. Yu. Nesterov, Corr. member of RAS Yu.N. Pavlovsky, Corr. member of RAS I.G. Pospelov, Full member of RAS G.I. Savin, Prof. A. Shapiro

Organizing Committee

Corr. member of RAS Yu. A. Flerov (co-chair, CC of RAS), Prof. A. A. Vasin (co-chair, MSU), Prof. A.A. Belolipetckiy, Prof. N.M. Novikova, Prof. A.V. Lotov, Prof. Yu.E. Malashenko, Prof. D.V. Denisov, Prof. A.F. Izmailov, Prof. E.Z. Mokhonko, Prof. A.A. Shananin, Prof. V.V. Morozov, Prof. F.I. Ereshko, Prof. G.-W. Weber

The secretaries of the Conference Dr. Irina Pospelova
Marina Dolmatova

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

Рынки и аукционы: анализ и проектирование <i>Markets and auctions: analysis and design</i>	6
Случайные процессы и их приложения <i>Stochastic processes and applications</i>	39
Исследование операций в экономике <i>Operations research in economics</i>	71
Исследование операций в приложениях <i>Operations research in applications</i>	125
Многокритериальные задачи принятия решений <i>Multiobjective decision making</i>	169
Методы оптимизации <i>Optimization</i>	199
Задачи на графах и сетях <i>Network problems</i>	262
Теоретико-игровые модели <i>Game-theoretic models</i>	322
Автоматизация проектирования <i>Computer-aided design</i>	362
Анализ политических процессов и коррупции <i>Analysis of political processes and corruption</i>	396
Финансовые рынки и страхование <i>Financial markets and insurance</i>	437

Рынки и аукционы: анализ и проектирование

Markets and auctions: analysis and design

1. *V.A. Bulavsky, V.V. Kalashnikov, N.I. Kalashnykova*
Consistent conjectures in mixed oligopolies **7**
2. *I.A. Bykadorov* Product diversity under monopolistic competition **9**
3. *Shin Kawai* Price Dispersion in Online and Offline Markets **11**
4. *Dmitry Krass, Timur Nedorezov, Anton Ovchinnikov*
Environmental Taxes and the Choice of Green Technology **13**
5. *Alexander Vasin, Marina Dolmatova* SFE at the uniform price auction **15**
6. *Alexander Vasin, Agatha Sharikova* SPE of the forward market **17**
7. *Nikolay A. Zenkevich, Margarita A. Gladkova* Game-theoretical model of quality choice **19**
8. *Н.И. Айзенберг, В.И. Зоркальцев, М.А. Киселёва* Анализ механизмов поведения участников **20**
9. *А.П. Буслаев, А.В. Гасников, Е.В. Гасникова, Я.А. Холодов, М.В. Яшина* Возможная динамика в модели Дж. Вардропа **22**
10. *И.А. Быкадоров* Динамические модели маркетинга **24**
11. *М.Ю. Васильев, А.Ю. Филатов* Потенциальная конкуренция сетевых и генерирующих компаний на рынке передачи электроэнергии **25**
12. *В.М. Горбачук, И.А. Русанов* О преимуществе меньшей неопределенности **27**
13. *В.И. Зоркальцев, И.В. Мокрый* Сетевая модель рыночного согласования **29**
14. *А.Г. Коваленко, А.Г. Сатпаев, В.Р. Хачатуров* О задачах, входящих в ТЭО по формированию рынка воды Центральной Азии и методах их решения **31**
15. *С.А. Скиндерев, И.С. Меньшиков* Использование технологии Генератор Проектов для создания лабораторных сетевых аукционов **33**

16. С.А. Скиндерев, И.С.Меньшиков Аукцион с наведенными заявками для лабораторных кооперативных игр 35
17. А.Ю. Филатов Стратегическое взаимодействие фирм в ценовой олигополии с несовершенной эластичностью спроса 37
-

Consistent conjectures in mixed oligopolies*

V.A. Bulavsky¹, V.V. Kalashnikov^{1,2}, N.I. Kalashnykova³
¹*CEMI RAS, Moscow*; ²*ITESM Campus Monterrey, Mexico*;
³*UANL, San Nicolas, Mexico*

Consider $(n+1)$ producers of a homogeneous good with quadratic cost functions $f_i(q_i) = 1/2a_iq_i^2 + b_iq_i, i = 0, 1, \mathbf{K}, n, n \geq 2$, where q_i is the output by producer i . Consumers' demand is described by a continuously differentiable demand function $G(p)$, whose argument p is the market price proposed by the producers. An active demand D is non-negative and does not depend upon the price. At an equilibrium, the following balance equality is assumed to be valid

$$\sum_{i=0}^n q_i = G(p) + D. \quad (1)$$

Private producer $i, i = 1, \mathbf{K}, n$, chooses her output volume $q_i \geq 0$ so as

*R&D Department (Cátedra de Investigación) CAT-174 of the Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), Campus Monterrey, SEP-CONACYT grants CB-2008-01-106664, I0010-2009-01-118057 and I0010-2009-01-122315, Mexico; Russian Humanitarian Research Foundation (RGNF) project RGNF 08-02-00271; PAICYT project No. CE250-09, Mexico.

to maximize her profit function $\pi_i(p, q_i) = p \cdot q_i - f_i(q_i)$. On the other hand, the public company with index $i = 0$ selects its production value $q_0 \geq 0$ so as to maximize domestic social surplus:

$$S = \int_0^{\sum_{i=0}^n q_i} p(x) dx - p \cdot \left(\sum_{i=1}^n q_i \right) - c_0 - b_0 q_0 - \frac{1}{2} a_0 q_0^2.$$

As in (Bulavsky, V.A., 1997), here we postulate that the agents assume that their choice of production volumes may affect the price value p . The latter could be reflected with a conjectured dependence of the price p upon the output values q_i defined as $\partial p / \partial q_i = -v_i$. Then the first order maximum (equilibrium) condition would have the form: for the public company (with $i = 0$)

$$\begin{cases} p = -v_0 \sum_{i=1}^n q_i + b_0 + a_0 q_0, & \text{if } q_0 > 0; \\ p \leq -v_0 \sum_{i=1}^n q_i + b_0, & \text{if } q_0 = 0, \end{cases} \quad (2)$$

whereas for the private companies, one has

$$\begin{cases} p = v_i q_i + b_i + a_i q_i, & \text{if } q_i > 0; \\ p \leq b_i, & \text{if } q_i = 0, \end{cases} \quad \text{for } i = 1, 2, \mathbf{K}, n. \quad (3)$$

After having defined an exterior equilibrium as a solution of system (1)–(3) with fixed conjectures $v = (v_0, v_1, \mathbf{K}, v_n) \geq 0$ and an active demand value D as parameters, we establish its unique existence and continuous dependence upon the parameters. This allows us to analyze the expected behavior of the equilibrium price in absence of each agent and thus introduce the following concept of the conjectures' consistency:

Consistency Criterion. At an exterior equilibrium $(p, q_0, q_1, \mathbf{K}, q_n)$ the influence coefficients $v_k, k = 0, 1, \mathbf{K}, n$, are referred to as *consistent* if the following equalities hold:

$$v_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n 1/(v_i + a_i) - G'(p)}, \quad (4)$$

and

$$v_i = \frac{1}{(v_0 + a_0)/a_0 \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n 1/(v_j + a_j) - G'(p)}, \quad i = 1, \mathbf{K}, n. \quad (5)$$

Definition. The collection $(p, q_0, \mathbf{K}, q_n, v_0, \mathbf{K}, v_n) \in R_+^{2n+3}$ is referred to as an *interior equilibrium* if the influence coefficients solve system (4)–(5), and the vector $(p, q_0, q_1, \mathbf{K}, q_n)$ is the exterior equilibrium with these conjectures.

Under standard assumptions, we establish the existence of an interior equilibrium. To extend our results to the case of non-differentiable demand functions, we also investigate the behavior of the consistent conjectures in dependence upon a parameter representing the demand function's derivative with respect to the market price.

Product diversity under monopolistic competition*

I.A. Bykadorov

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russia
Novosibirsk State University

We analyze the shift from competitive retailing to a dominant retailer in a standard industrial organization model of monopolistically competitive manufacturing. The model approximates the changing conditions in retailing markets in contemporary Russia and other developing markets of the FSU.

In 2000-s, Russia and other developing markets of FSU have shown dramatic growth of chain-stores and similar retailing firms. Inspired by Wal-Mart and other successful giants abroad, Russian food traders have gained considerable shares of the market and noticeable market power. This shift in the market organization was suspected by newspapers for negative welfare effects, for upward pressure on prices and inflation. Public interest to this question is highlighted by anti-chain-stores bill currently debated in Russian Parliament (Duma).

Leaving aside the empirical side of this question, this paper focuses on constructing and analyzing the adequate model of vertical

* The work on this paper was supported by an individual grant № R08-1071 from the Economics Education and Research Consortium, Inc. (EERC), with funds provided by the Eurasia Foundation (with funding from the US Agency for International Development), The World Bank Institution, the Global Development Network and the Government of Sweden.

market interaction, suitable for Russian retailing markets of food, clothes and durables. We step aside from the traditional models of monopolistic or oligopolistic vertical interaction or franchising, and stick instead to more modern monopolistic-competition model of an industry in the Dixit-Stiglitz spirit, but combined with vertical interaction (this combination is rather new, being pioneered by Chen and Hamilton-Richards). Our departure from the Chen- Hamilton-Richards approach is that it is the retailer who is exercising the monopsony power, while the production is organized as monopolistic-competition industry with free entry. This hypothesis seems rather realistic, at least for developing markets. Indeed, there are numerous evidences in economic newspapers that each of several big retailers has much stronger bargaining power than quite numerous manufacturers and importers of consumer goods like sausages, shirts, etc. (even such big international companies as Coca-Cola are not strong enough to enforce their terms of trade to Russian retailers).

Therefore our stylized model of market concentration considers a monopsonistic /monopolistic retailer (as a proxy of an oligopsonistic/oligopolistic retailer) dealing with a continuum $[0, N]$ of Dixit-Stiglitz manufacturers and a representative consumer. The consumer's labor is supplied to the market inelastically, being the only production factor. There are two types of goods. The first "commodity" consists of many varieties, and the number of firms/varieties is determined endogeneously by the free entry or similarly, taking into account the fixed and variable costs of manufacturers. The second commodity is the numéraire representing other (perfectly competitive) goods. The income effect is neglected. "Very many" similar manufacturers are playing a sequential game with one retailer. Each manufacturer has a fixed cost and a variable cost, he produces a single variety of the "commodity" and sets the price for this variety. The most natural timing of the model is when the retailer starts with announcing her markup policy correctly anticipating the subsequent manufacturers' responses, and simultaneously chooses the scope of varieties/firms to buy from. Then the manufacturers come up with their prices and the market clears the quantities. Both sides take into account the demand profile generated by a consumer's quasi-linear utility function. This organization of the industry is compared to the pre-concentration situation, modeled as leading manufacturers. Another model version concerns the myopic (Nash) behavior of both sides being unable to predict and influence the market.

The questions addressed are: Does the emergence of the monopsonistic retailer enhance or deteriorate welfare, and how much? Which retailer is worse: the myopic or the wise one? What should be the guidelines for public regulation (if any) in this area?

In the special case of quadratic valuations it turns out that generally the concentration enhances social welfare. In the case of the governmental regulation of the monopsonistic retailer through Pigouvian taxes, it turns out that subsidies instead of taxes are needed, that also reminds similar effect known for a simple monopoly/monopsony.

Price Dispersion in Online and Offline Markets*

Shin Kawai

Nagoya University

Consumer electronics such as Liquid Crystal Televisions can be purchased at conventional stores or through the Internet online stores since late 90's. On the Internet, consumers can compare the prices simultaneously at online price-comparing sites (e.g., kakaku.com in Japan). Thus, the prices are expected to become lower and less dispersed on the Internet. According to the quantitative analysis, the former result is supportive but the latter is not.

The empirical studies of the existence and the persistence of price dispersion among online stores have been studied since late 90's (see Pan et al. 2004). The early study in the research stream compared online and offline prices (Bailey, 1998), Bailey found that price dispersion among online stores was at least as great as that among the traditional conventional stores. Baye et al. (2004) studied the online monthly prices of popular consumer electronics products listed at shopper.com. Baye et al. concluded that the price dispersion is persistent across products and across time. Moreover, we found that the online minimum prices of several types of LCD-TVs are more likely to be listed by online shops in Tokyo, not in Osaka at kakaku.com. This fact implies that the equilibrium online price is lower in the larger city.

* This research was supported by Grant-in-Aid for Asian CORE Program of Japan Society for the Promotion of Science (JSPS).

Since the seminal paper of Stigler (1961), there are lots of theoretical studies regarding the price dispersion. Stigler (1961) investigates the consumer search behavior given the price dispersion. Salop and Stiglitz (1977) consider the equilibrium price dispersion with the high and low price pure strategies for uninformed and informed consumers respectively. Varian (1980) introduces the mixed strategy to explain the persistency of price dispersion. These papers study mainly on offline retail market and suppose the incomplete information on the prices. On the Internet, to the contrary, there is no search cost to seek the lowest prices. Thus, Smith and Brynjolfsson (2001) claim that the difference in service quality among online stores is the main source of price dispersion. However, Pan et al. (2002) conclude that such difference is not the main source.

This paper considers the price dispersion in online and offline market from a geographical aspect. We investigate the linear online rural market with two big cities on the edges. It is supposed that the access costs are heterogeneous among consumers, which include access fees, computer skill, and set-up costs to use the Internet infrastructure like a home computer, credit card and so on. We show that the price dispersion among online stores is larger than that among the offline stores, and that the larger the population in the city, the lower the equilibrium prices are. The key source is the set of transportation cost, the access fee of Internet, and the differences in population.

References

1. Bailey, Joseph.P (1998), "Intermediation and Electronic Markets: Aggregation and Pricing in Internet Commerce,"Ph.D. Thesis, Technology, Management and Policy, MIT.
2. Baye, M.R., Morgan, J., and Scholten, P.(2004), "Persistent Price Dispersion in Online Markets," In D. Jansen (Eds.), *The New Economy*. Chicago: University of Chicago press.
3. Pan, X., Ratchford, B. T., and Shankar, V.(2002), "Can Price Dispersion in Online Markets Be Explained by Differences in e-Tailer Service Quality?" *Journal of the Academy of Marketing Science*, Vol.30, Issue 4, pp.433-445.
4. Pan, X., Ratchford, B. T., and Shankar, V.(2004), "Price Dispersion on the Internet: A review and direction for future research," *Journal of Interactive Marketing*, Vol.18, Issue 4, pp.116-135.
5. Salop, S. and Stiglitz, J. E., (1977), "Bargains and Ripoffs: A Model of Monopolistically Competitive Price Dispersion," *Review of Economic Studies* Vol.44, pp.493-510.
6. Smith, Michael D., and Brynjolfsson, Erik (2001), "Consumer Decision-

Making at an Internet Shopbot: Brand Still Matters,” *The Journal of Industrial Economics*, Vol.49, No.4, pp.541-558.

7. Stigler, George J., (1961), “The Economics of Information,” *Journal of Political Economy*, Vol.69, No.3, pp.213-225.

8. Varian, Hal R.(1980), “A Model of Sales,” *American Economic Review*, Vol.70, 1980, pp.651-659.

Environmental Taxes and the Choice of Green Technology

Dmitry Krass¹, Timur Nedorezov¹, Anton Ovchinnikov²

¹*Joseph L. Rotman School of Management, University of Toronto*

²*Darden School of Business, University of Virginia*

We study several important aspects of using environmental taxes or pollution fines to motivate the choice of new, innovative and “green” emissions-reducing technologies. In this talk we will discuss two related papers: one that considers the case of a monopoly, and another that discusses the case of a Cournot oligopolistic industry.

In our monopoly model the environmental regulator (Stackelberg leader) sets the tax level, and in response to it a profit-maximizing firm (Stackelberg follower), facing price-dependent demand, selects emissions control technology, production quantity and price. The available technologies vary in environmental efficiency, as well as in the fixed and variable costs. In the oligopoly model the setup is identical except that there are several heterogeneous firms that differ with respect to their costs and operational efficiency.

In the monopoly paper we find that a firm's reaction to an increase in taxes is in general non-monotone: while an initial increase in taxes may motivate a switch to a greener technology, further tax increases may motivate a reverse switch. This reverse effect can be avoided by subsidizing the fixed costs of the green technology; otherwise it could lead to cases under which a given technology cannot be induced with taxes.

We then analyze the socially optimal tax level and the technology choice it motivates. We find that when the regulator is moderately concerned with environmental impacts, the tax level that maximizes social welfare simultaneously motivates the choice of clean technology, resulting in a so-called double dividend. Both low and high levels of

environmental concerns lead to the choice of dirty technology. The latter effect can be avoided by subsidizing the capital cost of green technology. Overall, providing a subsidy in conjunction with taxing emissions is generally beneficial: it improves technology choice and increases social welfare; however it may increase the optimal tax level.

In the oligopoly paper we focus on understanding firm's equilibrium market and technology response to taxation. First, we focus on the market response for a given set of technology choices. We show that every partition of the firms into active and non-active admits at most one equilibrium, and then show that there exists a unique partition that corresponds to the equilibrium in the overall game. This implies that the equilibrium is unique for each tax rate. For some tax rates, though, certain firms may be forced out of the market.

There exists, however, an interval of tax rates that admits what we call a positive equilibrium where all firms are in the market. Such equilibrium is unique and could correspond, for example, to the starting point of the regulatory activities. We find that (1) there exists a sub-interval on which profits of the firms with "good" (here, in some sense, cleaner than average) technologies increase with the *increase* in tax rate; this finding has an important "political" value as it contradicts a common belief that taxes decrease profits. We also find that (2) the same is not necessarily true for the market shares: a firm with cleaner technology may lose market share when tax increases. In addition to having an inexpensive and clean technology, to be rewarded by environmental taxation the firm must also be otherwise operationally efficient. This finding is also valuable, because it links environmental regulation with operational efficiency – the pillar of operations research as a field. In addition, this finding implies that the total emissions may increase as tax increases (because "dirty" firms gain market share) – very counterintuitive.

Finally, we consider the case with both market and technological response. Although simultaneous move equilibrium in this case is not unique, interestingly, allowing firms to choose technologies sequentially leads to a unique equilibrium that is independent of the order in which firms decide. We characterize this equilibrium and provide managerial insight regarding the industry response and ultimately the policies of the regulator.

SFE at the uniform price auction*

Alexander Vasin, Marina Dolmatova
Lomonosov Moscow State University

An important problem for electricity markets is limitation of large producers' market power. The demand at these markets is random. For this case, Klemperer and Meyer (1989) propose a promising auction model where a bid is a monotone smooth function of the price, and the demand function depends also on a random parameter. Supply function equilibrium (SFE) is a bid profile where a bid of each firm maximizes its profit under fixed bids of other producers and any parameter value. The question we aim to answer to is whether SFE is appropriate for auction outcome predictions. For this we consider best reply dynamics for two variants of a symmetric oligopoly with a linear demand function: A) with a linear marginal cost, B) with a fixed marginal cost and a limited production capacity. Our purpose is to find out for each case if the dynamics converges to any SFE.

A) **The market with a linear marginal cost function.** Cost function is $C(q) = (c_0 + 0.5c_1q)q$, $c_0 > 0$, $c_1 > 0$, and demand function $D(p, t) = D(t) - dp$, $d > 0$, $D(t)$ is a maximal demand depending on random parameter t with a given distribution function. According to Klemperer and Meyer (1989), an equilibrium supply function for this case should meet differential equation $S'(p) = \frac{S(p)}{p - c_0 - c_1 S(p)} - d$.

If $\sup D(t) = \infty$ then there exists a unique SFE and the bid function is linear:

$$S(p) = 0,5(p - c_0)d \left(-1 + \sqrt{\frac{4}{dc_1} + 1} \right) \quad (1)$$

Consider best reply dynamics for the repeated auction in this case. At every stage $\tau = 1, 2, \dots$ each firm sets bid $S(p, \tau)$ that is the best reply to its competitor's bid $S(p, \tau - 1)$ at the previous stage. ($S(p, 0) = 0$). At every stage there exists a bid maximizing the profit under any value of t .

* The research was supported by Spanish Ministry of Culture and Science and by Grant of Russian Foundation of Basic Research for project #08-01-00249.

Proposition 1. Bid $S^1(p) = \frac{(p-c_0)(d+k)}{1+c_1(d+k)}$ is the best reply to bid $S^2(p) = k(p-c_0)$,

$\forall D(t) > dc_0$. Thus, the best reply bid at stage τ is $S(p, \tau) = k_\tau(p - c_0)$

where $k_\tau = \frac{d+k_{\tau-1}}{1+c_1(d+k_{\tau-1})}$. And the unique fixed point $k^* = \frac{d}{2} \left(\sqrt{\frac{4}{dc_1} + 1} - 1 \right)$

corresponds to the SFE(1).

Proposition 2. Best reply dynamics for model A converges to the SFE

(1). Moreover, $\left| \frac{k_\tau}{k^*} - 1 \right| \leq \left| \frac{k_1}{k^*} - 1 \right| (1 + c_1(d + k_\tau))^{\tau-1}$.

B) The market with a fixed marginal cost and a limited production capacity: $C(q) = cq$, $c > 0$, and $q \leq Q$. SFE bid for this case is a continuous monotone function that meets equation $S'(p) = S(p)/(p-c) - d$ until $S(p) = Q$ for some p . A general solution here is $S(p, A) = (-d \ln(p-c) + A)(p-c)$. We determine the corresponding bid as $\bar{S}(p, A) = \min(S(p, A), Q)$ if $p < p(A)$, $S(p, A) = \min(S_{\max}(A), Q)$, $p > p(A)$, where $p(A) \rightarrow \max S(p, A)$.

B1). If $D^* = \max(D(t) - dc) < Q$ then the capacity constraint is not essential. In this case, $\forall A: p(A) > D^*/(3d) + c$ the bid $S(p, A)$ determines SFE. In particular, for $A = \infty$ the SFE coincides with Walrasian equilibrium. Now consider best reply dynamics.

Proposition 3. Best reply dynamics for model B1 converges to the SFE corresponding to Walrasian equilibrium.

B2). Let $Q < D^* < 3Q$. Then bid $\bar{S}(p, A)$ determines SFE if the capacity constraint is not binding ($S_{\max}(A) < Q$) and the maximal cut-off price is less than $p(A)$. However, best reply dynamics do not converge to any of these equilibria. For $\tau = 3$ a monotonous best reply function that maximize the profit for any t doesn't exist. If we define best reply dynamics in terms of the expected profit maximization then the dynamics is cyclic under general conditions.

Jumps of the marginal cost are typical for real markets because the production capacities are limited and heterogeneous. Proceeding from the latter model, we presume that actual behavior at the supply function auction would not converge to any SFE for such markets.

SPE of the forward market*

Alexander Vasin, Agatha Sharikova
Lomonosov Moscow State University

Forward market is a known instrument for reduction of large producers' market power. This opportunity is of special interest in context of electricity markets development. Bushnell (2005) considers a symmetric oligopoly and a two-stage market with Cournot competition at the spot market and no arbitrage condition. For a constant marginal cost, he shows that introduction of the forward market with known forward positions reduces the market power as well as increasing of the number of producers from n to n^2 . His model assumes a special order of consumption (individuals with higher reservation prices buy at the forward market) and equal forward and spot prices. However, the real markets do not meet these assumptions. The spot prices are typically less than the forward prices, but sometimes essentially exceed them.

The present paper aims to study a dynamic oligopoly model with a random outcome at the spot market. In this case no arbitrage condition means that forward price p^f is equal to the mathematical expectation of spot price p^s . At the first stage, producers $a \in A$ set volumes

q_a^f supplied at the forward market, $\sum_{a \in A} q_a^f \stackrel{def}{=} q^f$. At the second stage

those consumers who decide to bid at the forward market determine demand function $D^f(p)$. Each consumer b is characterized by reserve price r_b and risk-aversion parameter

$\lambda_b \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, $\lambda_{\min} < 0 < \lambda_{\max}$, and aims to maximize his utility function $U_b = U(\Delta, \lambda_b)$, where $\Delta = r_b - p$, $(\ln U(\Delta, \lambda))''_{\Delta} \leq 0$. The

forward price p^f proceeds from the balance $q^f = D^f(p^f)$. At the third stage the producers meet the residual demand at the Cournot auction using correlated mixed strategies dependent on an observable random factor. Price p_1 occurs with probability w , and price p_2 - with

* Research supported by Grant of Russian Foundation for Basic Research for project #08-01-00249.

probability $1 - w$. We determine rational strategies of the agents in this game according to the subgame perfect equilibrium concept.

Proposition 1. a) All consumers with reserve prices $p_1 < r_b < p^f$, as well as risk neutral ($\lambda_b = 0$) or preferring ($\lambda_b < 0$) consumers with $p^f < r_b < p_2$, buy the good only at the spot market under low price p_1 . b) For $p^f < r_b < p_2$ there is a threshold $\lambda(r)$ such that consumers with $\lambda_b > \lambda(r)$ buy the good at the forward market, and those with $\lambda_b < \lambda(r)$ act as in case a); $\lambda(r)$ decreases from λ_{\max} till 0 in this interval. c) For $r_b > p_2$, risk preferring consumers buy the good at the spot market and the rest – at the forward market.

Proposition 2. Consider a symmetric oligopoly with n firms and fixed marginal cost c . Let the share α of risk preferring consumers be fixed for $r_b > p_2$. Then the SPE prices and production volumes meet the following relations:

$$p_1 = p^* - q^f / (d(n+1)),$$

$$q^{s1} = nd(p_1 - c) = nd(\Delta^* - q^f / (d(n+1))), p_2 = p^* > p_1,$$

$$q^{s2} = n\alpha d\Delta^* < q^{s1}, q^f = \frac{nd\Delta^*(n+1)(n+1-2w)}{w(n^2+1)}, \text{ where } p^* \text{ is a}$$

Cournot price for one-stage auction, $\Delta^* = p^* - c$, $D^f(p) = \bar{D} - dp$.

The ratio $(p^f - c)/(p^* - c)$ is very close to Bushnell's value $(n+1)/(n^2+1)$. The SPE exists iff $w \in [w_1(n, \alpha), w_2(n, \alpha)]$, the bounds of the interval for different n and α are as follows:

$\alpha \backslash n$	0		0.1		0.2		0.3		0.4	
	w_1	w_2	w_1	w_2	w_1	w_2	w_1	w_2	w_1	w_2
2	0.667	0.667	0.74	0.772	0.81	0.837	0.874	0.9	0.944	0.963
3	0.75	0.75	0.828	0.864	0.909	0.941	0.987	1	-	-
4	0.8	0.8	0.88	0.917	0.968	1	-	-	-	-
5	0.833	0.833	0.92	0.94	-	-	-	-	-	-
6	0.857	0.857	0.948	0.976	-	-	-	-	-	-

Game-theoretical model of quality choice

Nikolay A. Zenkevich, Margarita A. Gladkova,
Graduate School of Management, St. Petersburg State University
zenkevich@gsom.pu.ru , gladkova@gsom.pu.ru.

In the paper a game-theoretical model of quality choice under competition is suggested. The game-theoretical model is presented as a two-stage game where production companies compete on an industrial market. From a practical perspective, the aim of the paper is to check the validity of the suggested game-theoretical model.

Thus, three firms are assumed to produce homogeneous product differentiated by quality on some industrial market. The game consists of the following two stages:

1. At the first stage companies simultaneously define quality level;
2. At the second stage they choose product prices. At this stage both simultaneous and sequential choices are analyzed.

Each consumer buys at most one unit of the good. Consumers differ in their willingness to pay for quality level s , which is described by the parameter θ . This parameter is called "taste for quality". The utility of a consumer with a willingness to pay for quality s when buying a product of quality s at a price p is equal to:

$$U_{\theta}(p) = \begin{cases} \theta s - p, & p \leq \theta s \\ 0, & p > \theta s \end{cases}.$$

The investigated industrial market is considered to be partially covered.

The payoff function of the firm i which produces the product of quality s_i , where $s_i \in [\underline{s}, \bar{s}]$, is the following:

$$R_i(p_1, p_2, s_1, s_2) = p_i(s_1, s_2) D_i(p_1, p_2, s_1, s_2), \quad i = 1, 2,$$

where $D_i(p_1, p_2, s_1, s_2)$ - the demand function for the product of quality s_i , which is specified.

The Nash equilibrium in the investigated game was obtained in the explicit form which allowed us to evaluate prices, companies' market shares and revenues in the equilibrium.

The paper includes a case study for the market of mobile operators in Saint-Petersburg which was used to approve the suggested

game-theoretical approach to quality choice. Processing an empirical data obtained from consumer survey, we evaluate mobile service quality and, using the model, we can show the ways of performance improvement to production companies.

References

1. Aoki R., Pursa T. J. (1996). Sequential versus simultaneous choice with endogenous quality. *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 15, pp. 103–121.
2. Benassi C., Chirco A., Colombo C. (2006). Vertical differentiation and distribution of income. *Bulletin of Economic Research*: 58(4), pp. 345-367.
3. Donnenfeld S., Weber S. (1992) Vertical product differentiation with entry. *International Journal of Industrial Organization* 10, pp. 449-472.
4. Hovanov N., Yudaeva M., Hovanov K. (2009). Multicriteria estimation of probabilities on basis of expert non-numeric, non-exact and non-complete knowledge. *European Journal of Operational Research*, Vol. 195, pp. 857-863.
5. Motta M. (1993). Endogenous quality choice: price vs. Quantity competition. *The journal of industrial economics*, Vol. XLI, No. 2, pp. 113–131.

Анализ механизмов поведения участников рынка электроэнергии*

Н.И.Айзенберг, В.И.Зоркальцев, М.А.Киселёва

Институт систем энергетики им. Л.А.МеленТЬева СО РАН

В докладе рассматриваются различные механизмы торговли электроэнергией в форме организованных аукционов среди производителей электроэнергии. Правила поведения участников аукциона таковы, что они формируют свои заявки-предложения по заранее оговорённой схеме. В докладе, исходя из особенностей электроэнергетической отрасли (ограниченное количество стратегических производителей, наличие рыночной власти, значительные барьеры входа и т.д.), выбраны для анализа несколько моделей конкурентного поведения экономических агентов. А именно: Курно, Бертрана-Эджворта, модели с ценовым лидерством и конкурентным окружением. Механизмы реализации этих схем – двусторонние аукционы, где заявки предоставляют и потребители и продавцы. В качестве экзогенной информации предполагается, что

* Работа поддержана интеграционным грантом СО РАН «Полиструктурные математические модели экономики: теория, методы, прогнозы»

потребители являются пассивными и агрегируются линейной функцией спроса на продукцию отрасли. Генерирующие компании имеют ограничения по мощности, а их издержки аппроксимируются квадратичными строго выпуклыми функциями. Компании в зависимости от своего статуса (стратегической фирмы или фирмы конкурентного окружения) могут предоставлять заявки в виде функций предложения (линейной, ступенчатой) или быть ценополучателями. В результате решается задача согласования решений с единой ценой в соответствии с концепцией равновесия Нэша. Определяются точка устойчивого состояния рынка, рациональные стратегии продавцов, оцениваются их прибыли.

В результате сравнения перечисленных выше механизмов организации рынков сделано несколько выводов: а) наличие конкурентного окружения увеличивает объём отраслевого выпуска и снижает равновесную цену по сравнению с одноуровневым взаимодействием стратегических фирм; б) с точки зрения потребителей механизм рыночного взаимодействия, где заявки представляются в виде линейных функций предложения, предпочтительней механизма, реализующего модель Курно. В этом случае рынок приходит к равновесию при меньших ценах и соответственно, больших объёмах выпуска. Хотя каждая из фирм получает меньшую прибыль, общественное благосостояние в целом увеличивается за счёт потребительского излишка, а равновесная цена приближается к цене Вальраса.

Выбранные схемы реализованы на примере Объединённой энергетической системы Сибири. Сделана попытка учесть специфические особенности организации электроэнергетической отрасли этого региона, а именно – большой вес гидроэнергии в общем производстве, наличие ограничений на передачу и выработку электроэнергии, ориентация на крупных потребителей, изолированность рынков.

Литература

1. Mas-Colell A., Whinston M., Green J. *Microeconomic Theory*. New York, Oxford University Press, 1995. 977 p.
2. Baldick R., Grant R., Kahn E. Theory and application of linear supply function equilibrium in electricity markets. // *Journal of Regulatory Economics*; 25:2, 2004. PP. 143-167.
3. Vasin A.A., Vasina P.A. Homogeneous Good Markets and Auctions // Working Paper 2005/047. Moscow, New Economic School, 2005. 51 p.

Возможная динамика в модели Дж. Вардропа*

А.П. Буслаев, А.В. Гасников,

Е.В. Гасникова, Я.А. Холодов, М.В. Яшина

МАДИ, МФТИ, МФТИ, МФТИ, МГУСИ

В 40-ые годы XX века Дж. Нэш пришел к тому, что в игре нескольких лиц (при весьма естественных предположениях относительно самой игры) в результате “динамики разумных действий (ходов)” устанавливается состояние (равновесие Нэша), из которого никому не выгодно “отклоняться”. В ряде книг по теории игр приводятся различные примеры такой динамики. Так, в популярном учебнике Э. Мулена по теории игр описывается процедура “нащупывания по Курно”, приводящая к равновесию Нэша. Интересные исследования того насколько общей может быть динамика, приводящая к равновесию Нэша, были проведены в ИПУ РАН в 70-ые годы XX века (см., например, работы А.В. Малишевского и В.И. Опойцева в журнале *АиТ*). Несмотря на большой интерес к затронутым вопросам (см. *Hofbauer J., Sigmund K. Evolutionary game dynamics // Bulletin of the AMS, V. 40. № 4. 2003*), многое по-прежнему остаётся не ясным. Наметим некоторую, довольно общую, схему “разумной динамики” (приводящую к равновесию Нэша). **1** (*повторение игры*). Игра повторяется во времени, при этом структура (правила) игры сохраняется, но состояние игры (история ходов всех игроков на текущей момент), вообще говоря, меняется со временем (от состояния игры могут зависеть стратегии игроков). **2** (*совершенная конкуренция*). Игроков достаточно много. Они сопоставимы по своим характеристикам (находятся “в одной весовой категории”). Действия каждого отдельного игрока оказывают ничтожно малое воздействие на выигрыши других игроков. **3** (*динамика наилучших ответов*). Цель каждого игрока (ввиду п. 2), исходя из текущего состояния игры, сделать свой очередной ход так, чтобы получить именно на этом шаге в некото-

*Работа поддержана грантами РФФИ № 08-01-00959-а, 08-07-00501-а, 08-07-00158-а, 10-07-00620-а, РГНФ № 08-02-00347, ПФИ ОМН РАН № 3, ПФИ Президиум РАН П-2. Работа проведена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы (мероприятие 1.2.1, НК-15П, П949; мероприятие 1.3.1, НК-215П, П1490).

ром смысле (см. п. 5) наибольший возможный выигрыш. При этом текущий выигрыш игроков определяется ходами игроков только на этом шаге. Подчеркнем, что именно в такой локальности и заключается основное отличие рассматриваемой динамики от обычных динамических и повторяющихся игр. **4** (*марковское свойство (необязательное)*). Часто вполне оправданно можно считать, что игроки ходят одновременно, и состояние игры определяется только ходами игроков на предыдущем шаге. **5** (*minority games, смешанные стратегии, ограниченная рациональность*). Пусть игрок имеет набор чистых стратегий $\{s_k\}$ и пусть $U(\dots, s_k, \dots)$ - выигрыш игрока при выборе им стратегии s_k , при этом стратегии остальных игроков определяются текущим состоянием игры (например, выбираются такими же, как на предыдущем шаге (см. п. 4)). Тогда свой ход игрок выбирает согласно смешанной стратегии (в независимости от всех остальных): с вероятностью

$$p_k = \gamma \cdot (n_k + 1) \exp(U(\dots, s_k, \dots)/T) / Z$$

выбрать стратегию s_k ($T > 0$, $0 < \gamma \leq 1$), с вероятностью $1 - \gamma$ действовать согласно использованной на предыдущем шаге стратегии. Здесь где n_k - количество игроков, выбравших на предыдущем шаге стратегию s_k , а $Z = \sum_i (n_i + 1) \exp(U(\dots, s_i, \dots)/T)$. Параметр γ -

характеризует любопытство, консерватизм (“амбиции”) игрока: чем больше γ , тем более амбициозный игрок; “температура” T характеризует отношение игрока к риску (“горячность”): чем больше температура, тем более “горячий игрок”, склонный к более рискованным действиям. Как правило, нужно считать, что T зависит от k , причем $T_k \rightarrow 0+$ при $k \rightarrow \infty$. В описанную схему ложится ряд уже известных результатов. Например, можно “динамически” проинтерпретировать равновесие Нэша – Вардропа в модели распределения потоков Дж. Вардропа (см. книгу П. Стенбринка). Авторы благодарят И.Е. Виноградова, А.А. Голубцова, И.С. Меньшикова, Е.А. Нурминского, С.П. Тарасова, Н.Б. Шамрай и А.А. Шананина за полезные обсуждения ряда вопросов, близких к теме работы.

Динамические модели маркетинга*

И.А. Быкадоров

*Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН,
Новосибирский государственный университет*

В [2]-[4] исследуется нелинейная динамическая модель ценообразования в структуре «производитель – посредник - потребитель»: производитель привлекает посредника, предоставляя ему товар с *торговым дисконтом*; часть торгового дисконта, *pass-through*, используется посредником для снижения розничной цены товара. При этом в [2] рассматривается оптимизационный вариант модели, в котором производитель максимизирует прибыль при постоянном *pass-through*; в [3] изучается равновесный вариант: целевыми функционалами являются прибыли производителя и посредника; в [4] моделируется динамика рекламной деятельности фирмы с целью максимизации ее эффективности. Предполагается, что предпринимаемые фирмой рекламные усилия способствуют увеличению ее *удвила*, который положительно влияет на процесс продажи. Целью является максимизация *индекса эффективности* фирмы, который вычисляется как отношение между доходами и затратами фирмы. Модель формулируется как задача дробного оптимального управления, для ее решения используется параметрический подход [6].

В докладе развиваются результаты [2] – [4].

Для различных вариантов изменения дисконтных политик:

- изучены свойства монотонности и (обобщенной) вогнутости целевых функционалов (рассматриваемых как функции от уровней торгового дисконта и *pass-through*);
- найдены условия существования равновесий;
- выявлены комбинации параметров (индикаторы), знак которых однозначно указывает, когда производителю и посреднику выгодно бороться за право быть лидером или ведомым (при «штапельберговском» взаимодействии); для случая кусочно-постоянных дисконтов показано, что если переключение одно и происходит в середине интервала продаж, то борьба за право не быть лидером (т.е. быть ведомым) может только усилиться;

* Работа выполнена при поддержке РФНФ (№ 09-02-00337).

- описаны ситуации, когда возможен пересмотр соглашения.

Приводятся обобщения и модификации модели из [4]. В частности: уровень продаж рассматривается явно, в качестве фазовой переменной; изучается случай нескольких видов рекламы; проведен анализ чувствительности результатов к изменению входных параметров модели.

Кроме того, предлагается другой параметрический подход к решению задачи, не использующий идеи [6]. При этом оказывается возможным более эффективно проверять выполнение условия общности положения, а также использовать результаты [1] и [5] о типе оптимальных управлений и о точном числе переключений в релейных оптимальных управлениях.

Литература

1. Bykadorov I.A., Ellero A., Moretti E. Minimization of communication expenditure for seasonal products // *RAIRO Operations Research*, 2002, vol. 36, no. 2, p. 109–127.

2. Bykadorov I.A., Ellero A., Moretti E. Optimal control of trade discount in a vertical distribution channel // *Rendiconti per gli Studi Economici Quantitativi*, 2005, vol. 15, no. 1, p.121-129.

3. Bykadorov I., Ellero A., Moretti E., Vianello S. The role of retailer's performance in optimal wholesale price discount policies // *European Journal of Operational Research*, 2009, vol. 194, no. 2, p. 538–550.

4. Bykadorov I., Ellero A., Funari S., Moretti E. Dinkelbach Approach to Solving a Class of Fractional Optimal Control Problems // *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2009, vol. 142, no. 1, p. 55–66.

5. Быкадоров И.А., Моретти Е., Эллеро А. Об одной модели сегментированного маркетинга // *Вестник НГУ, серия «Социально-экономические науки»*, 2009, том 9, вып.4, с.67–83.

6. Dinkelbach W. On nonlinear fractional programming // *Management Science*, 1967, vol. 13, p. 492-498.

Потенциальная конкуренция сетевых и генерирующих компаний на рынке передачи электроэнергии

М.Ю. Васильев, А.Ю. Филатов

Институт систем энергетики им. Л.А.Меленцьева СО РАН

В результате реформирования электроэнергетики во многих странах происходит переход от вертикально интегрированной

структуры отрасли, сочетавшей генерацию, передачу и распределение электроэнергии в рамках одной компании, к дезинтегрированной структуре, ключевым элементом которой является принцип отделения передающих и распределяющих сетей от генерации, сбыта и потребления электроэнергии.

В соответствии с этим принципом компания не может владеть и управлять генерирующими и передающими мощностями одновременно. Если компания владеет генерирующими и передающими активами, она должна передать сети в управление специализированному субъекту (сетевая компания, системный оператор и т.д.), либо должна быть разделена на генерирующую и регулируемую сетевую компании.

В работе изучается стратегическое взаимодействие компаний на рынке передачи электроэнергии в рамках простейшей двухузловой ЭЭС. Исследуются четыре возможных варианта функционирования рассматриваемого рынка: гарантированная регулируемая (Р) и нерегулируемая (М) сетевая монополия, сетевая монополия в условиях потенциальной конкуренции с независимой сетевой компанией (М+НСК) и генерирующей компанией (М+ГК). Сопоставление вариантов осуществляется с точки зрения минимизации разницы цен в генерирующем узле и у потребителя, а также максимизации пропускных способностей сетей и объемов передачи электроэнергии.

Среди основных выводов выделим следующие:

1. С точки зрения общественной эффективности (максимальные объемы передачи электроэнергии при самой низкой цене) наиболее типична ситуация « $M < M+НСК < M+ГК < P$ ». Если исключить труднореализуемый на практике вариант гарантированной регулируемой монополии, то максимальные объемы передачи электроэнергии при самой низкой цене передачи демонстрирует монополия, находящаяся в условиях потенциальной (или реальной) конкуренции с генерирующей компанией. В то же время потенциальная конкуренция с независимой сетевой компанией (особенно при высоких издержках строительства новой ЛЭП) часто из-за слабости последней не приводит ни к какому улучшению относительно ситуации гарантированной нерегулируемой монополии.

2. Увеличение имеющейся пропускной способности далеко не всегда благоприятно сказывается на итоговых объемах передачи электроэнергии и ценах на передачу. Довольно часты (особенно

при нерегулируемой монополии или ее потенциальной конкуренции с НСК) ситуации, когда изначальное увеличение пропускной способности сети приводит к нежеланию сетевой монополии расширять объемы передачи и снижать цены.

3. Несмотря на общую тенденцию к преимуществу структуры «М+ГК» перед «М+НСК», при небольших издержках расширения сети не исключена ситуация, когда НСК оказывается более эффективной, чем генерирующая, в условиях потенциальной конкуренции с сетевой монополией. Однако, вероятность этого весьма невелика, а с ростом издержек падает еще сильнее.

4. При высоких издержках возможна уникальная ситуация, когда структура «М+ГК» приводит к результату более эффективным с точки зрения общественного благосостояния, чем государственное регулирование сетевой монополии.

5. Основной причиной преимущества структуры «М+ГК» является интернализация прибыли: генерирующая компания может осуществлять передачу энергии себе в убыток (в частности, инвестируя крупные суммы в строительство новых ЛЭП), если эти потери компенсируются ростом прибыли от продажи увеличившегося количества электроэнергии. Ни сетевая монополия (вне зависимости от жесткости регулирования), ни независимая сетевая компания подобных преимуществ не имеют.

Все сделанные выводы справедливы при наличии потенциальной конкуренции. Если имеющаяся сетевая монополия не будет ограничена возможностью выхода на рынок конкурента, интеграция в рамках одной компании генерирующих и передающих мощностей приводит к крайне негативным с точки зрения общества эффектам в случае невмешательства государства и усложнению регулирования при активной государственной позиции.

О преимуществе меньшей неопределенности

В.М. Горбачук¹, И.А. Русанов²

¹*Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины*

²*Фонд поддержки инфраструктурных мероприятий*

Данная работа доказывает преимущества прогнозирования и планирования в условиях рыночной конкуренции [1–4].

Пусть однородный продукт выпускают и продают только фирмы 1 и 2 в количестве q_1 и q_2 соответственно по цене $P = a - bQ$, где $Q = q_1 + q_2$, a , b – некоторые положительные параметры. Фирма $i = 1, 2$ максимизирует прибыль $\pi_i = (P - c_i)q_i$, где c_i – ее себестоимость продукта ($c_i < a$). Предположим, q_1 и q_2 – независимые случайные величины, а q_i имеет равномерное распределение на (невыврожденном) отрезке $[d_i, D_i]$ с плотностью $f(q_i) = \{(D_i - d_i)^{-1}, q_i \in [d_i, D_i]; 0, q_i \notin [d_i, D_i]\}$, $i = 1, 2$.

Фирма $i = 1, 2$ выбирает свой ожидаемый выпуск \bar{q}_i , пытаясь максимизировать ожидаемое значение своей прибыли

$$E(\pi_i) = E(Pq_i - c_i q_i) = (a - c_i)\bar{q}_i - b\bar{q}_i \bar{q}_j - b[4(\bar{q}_i)^2 - D_i d_i]/3,$$

$i \neq j = 1, 2$. Равновесием Курно–Нэша (Cournot–Nash) при случайных выпусках обеих фирм называем такие ожидаемые выпуски $\bar{q}_i^C = (d_i^C + D_i^C)/2$, $i = 1, 2$, что

$$\begin{aligned} E(\pi_1)^C &\equiv E[\pi_1(\bar{q}_1^C, d_1^C, D_1^C, d_2^C, D_2^C, \bar{q}_2^C)] \geq \\ &\geq E[\pi_1(\bar{q}_1, d_1, D_1, d_2^C, D_2^C, \bar{q}_2^C)] \quad \forall \bar{q}_1 \geq 0, \\ E(\pi_2)^C &\equiv E[\pi_2(\bar{q}_1^C, d_1^C, D_1^C, d_2^C, D_2^C, \bar{q}_2^C)] \geq \\ &\geq E[\pi_2(\bar{q}_1^C, d_1^C, D_1^C, d_2, D_2, \bar{q}_2)] \quad \forall \bar{q}_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Если детерминированный равновесный по Курно–Нэшу выпуск q_i^C фирмы i [2] принадлежит отрезку $[d_i, D_i]$, то $\bar{q}_i^C = [3(5a + 3c_j - 8c_i) + 2b(8d_i - 3d_j)]/(55b)$, $i = 1, 2$ [3].

Если $c_2 - c_1 + b(d_2 - d_1) \geq 0$, то $\bar{q}_2^C \leq q_1^C$; если $a \geq c_2 + bd_1$, $a \geq c_1 + b(2d_1 + d_2)$, то верхняя граница D_1^C случайного выпуска фирмы 1 в условиях взаимной неопределенности [3] не меньше верхней границы D_1^{C1} выпуска этой фирмы в условиях асимметричной неопределенности (при $D_2 = d_2$) [4]:

$$\begin{aligned} D_1^C &= [6(5a + 3c_2 - 8c_1) - b(23d_1 + 12d_2)]/(55b) \geq \\ &\geq [6(a - 2c_1 + c_2) - 5bd_1]/(13b) = D_1^{C1}. \end{aligned}$$

Степень детерминированности выпусков фирм упорядочивает равновесные значения рыночных выпусков:

$$q_1^C + q_2^C = Q^C \geq \bar{Q}^{C1} = \bar{q}_1^{C1} + q_2^{C1} \geq \bar{Q}^C = \bar{q}_1^C + \bar{q}_2^C. \text{ Если}$$

$$d_1 - d_2 \geq 5(a - c)(\sqrt{183} - 12)/(39b) > 0.195(a - c)/b,$$

то ожидаемая прибыль фирмы 1 превышает ее прибыль в детерминированном случае ($D_i = d_i, i = 1, 2$): $E(\pi_1)^C \geq \pi_1^C$. Равновесие Курно–Нэша при взаимной неопределенности является обобщенным равновесием Курно–Штакельберга–Нэша: фирма с более определенным выпуском получает большую прибыль [4].

Итак, асимметрия взаимодействия дуополии ставит фирму с менее неопределенной стратегией в положение лидера, а другую фирму – в положение последователя. В общем случае асимметричная информация создает предпосылки к развитию иерархической организации.

Литература

1. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. – М.: Энергоатомиздат, 1996. – 544 с.
2. Горбачук В.М. Обобщенное равновесие Курно–Штакельберга–Нэша // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – № 1. – С. 3–9.
3. Горбачук В.М. Равновесие Курно–Нэша в условиях взаимной неопределенности // Проблемы управления и информатики. – 2008. – № 4. – С. 58–69.
4. Горбачук В.М. Равновесие Курно–Нэша в условиях асимметричной неопределенности как обобщенное равновесие Курно–Штакельберга–Нэша // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 4. – С. 3–10.

Сетевая модель рыночного согласования*

В.И. Зоркальцев, И.В. Мокрый
ИЭСМ СО РАН

Рассматриваются варианты модели, имитирующей процессы согласования спроса, производства и транспорта электроэнергии, заданной в виде графа. Узлы $j=1, \dots, n$ представляют производителей и потребителей энергии. Дуги – связи по транспорту электроэнергии. Пусть G – множество направленных дуг графа. Каждая дуга задается парой номеров узлов (i, j) , где i – номер узла начала дуги, j – номер узла конца данной дуги. Обозначим:

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 00306а

$$V_i = \{j : (i, j) \in G\}, W_j = \{i : (i, j) \in G\}.$$

Приведем два варианта модели. Переменными в них являются объемы производства q_i и потребления Q_i энергии в отдельных узлах, перетоки энергии x_{ij} из узла i в узел j . Заданными являются в каждом узле: 1) обратная функция спроса $P_i(Q_i)$, 2) предельные издержки на производство энергии $MC_i(q_i)$. Во все моменты времени $t \geq t_0$ выполняются балансовые соотношения $\sum_{j \in V_i} x_{ij} = q_i$, $\sum_{i \in V_j} x_{ij} = Q_j$. Все переменные во всех моментах времени, имеют неотрицательные значения.. Модели отличаются правилами изменений во времени перетоков между узлами.

1. Модель “Вальрас”. Изменение перетоков во времени зависит от разницы между ценой в узле потребления и предельными издержками в узле поставщика $\frac{dx_{ij}}{dt} = x_{ij}(P_j(Q_j) - MC_i(q_i))$

(1)

2. Модель “Курно”. Изменение потоков во времени зависит от разницы между предельной выручкой в узле потребления

$$MR_{ij}(x_{ij}) = d(x_{ij} P_j(\sum_{i \in V_j} x_{ij})) / dx_{ij}$$

и предельными издержками, что выражает следующее правило

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = x_{ij}(MR_{ij}(x_{ij}) - MC_i(q_i)) \quad (2).$$

В докладе формулируются свойства $P_i(Q_i)$ и $MC_i(q_i)$, гарантирующие сходимость процесса (1) к точкам равновесия Вальраса, процесса (2) – к точке рыночного равновесия Курно. Обсуждаются различия и особенности этих видов рыночных равновесий.

Отметим, если при регулировании перетоков в модели “Вальрас” кроме предельных издержек требуется знать только складывающиеся в смежных узлах цены, то в модели “Курно” требуется еще располагать информацией о значении производной обратной функции спроса, так как $MR_{ij}(x_{ij}) = P_j(Q_j) - x_{ij} d P_j(Q_j) / d Q_j$. В этом случае при распределении поставок между узлами кроме цен узлов учитывает также на-

сколько изменится доход от всего объема x_{ij} поставок в данный узел из за изменения цен $dP_i(Q_i)/dQ_i$ вследствие прироста поставок.

Рассмотрены также смешанные варианты модели, в которых часть производителей ведет себя в соответствии с уравнением (1), а другая часть в соответствии с уравнением (2). В частности показан такой, на первый взгляд парадоксальный факт. В некоторых случаях некоторые поставщики энергии могут получить большую прибыль действуя по правилу (1), чем по правилу (2), когда остальные поставщики действуют по правилу (2). Прибыль определяется как разница между выручкой $R_i = \sum_{j \in V_i} x_{ij} P_j(Q_j)$ и величиной

переменных издержек

$$VC_i(q_i) = \int_0^{q_i} MC_i(z) dz$$

Исследуются более реалистичные варианты модели с регулярными и случайными колебаниями в функциях спроса, имеющих ограничения на производство и пропускные способности ЛЭП между отдельными узлами.

О задачах, входящих в ТЭО по формированию рынка воды Центральной Азии и методах их решения

А.Г Коваленко, А.Г. Сатпаев, В.Р. Хачатуров
*Казахстанско-Британский технический университет,
Алматы, Казахстан*

*Институт гидрогеологии и экологии им У.М. Ахмедсафина,
Алматы, Казахстан*

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Задачи. Рассматриваемая тема по разработке ТЭО формирования рынка воды Центральной Азии продиктована существующими реалиями этого региона и отмечена во многих докладах III международной научно-практической конференции «Экологическая безопасность урбанизированных территорий в условиях ус-

тойчивого развития». Общеизвестна проблема Аральского моря. В настоящее время к этому добавилась проблема озера Балхаш, рек Или, Сырдарья, Амударья и др. Из-за использования водных ресурсов одновременно для нужд энергетики, сельского хозяйства, населения, промышленности возникают территориальные конфликты. В условиях СССР эти проблемы решались централизованно, взвешено, чего нельзя сказать о настоящем времени. Стало понятным, что вода, это такой же товар, как и нефть, газ, уголь и т.д., поэтому возникает вопрос о создании рынка этого товара, и в силу территориальной удаленности субъектов, рассредоточенного рынка [2].

При организации этого рынка необходимо решить задачи:

1. Прогноз объема водопотребления от мощности этих субъектов экономики.
 2. Поиск собственных источников воды и мест покупки воды в сопредельных территориях.
 4. Поиск способов и путей доставки воды до потребителей.
 5. Расчет способов и затрат на водоподготовку.
 6. Поиск мест переработки и утилизации образовавшихся отходов.
 7. Комплексная оценка влияния получившейся системы на окружающую среду.
- В условиях рынка возникают дополнительные задачи:
8. Разбиение Системы на отдельные подсистемы, управляемые одним субъектом.
 9. Разработка производственно-технологических и экономических требований взаимодействия субъектов.
 10. Расчет динамики ввода капитальных вложений и экономической эффективности от отдельных объектов Системы.

Методика исследования. В программной системе используются различные приемы исследования, включающие имитационную модель разрабатываемого объекта, основанную на моделях и методах регионального программирования, анализа сетей, теории гидравлических сетей, теории рассредоточенных рынков, динамического проектирования, гидрогеологии и геоэкологии.

Разработанное математическое и программное обеспечение позволяет, разработать и проанализировать различные сценарии развития Системы.

Опыт работы в близких направлениях. Для оптимизации наземного обустройства может быть использован опыт проектирования Генеральных схем наземного обустройства нефтяных месторождений и газовых месторождений, полученных при освоении нефтегазоносных территорий Западной Сибири, Коми АССР, Сахалина, Калининградской области и др. [3]. Опыт, накопленный при анализе водопроводных сетей городов Средней Волги Самара, Тольятти, Альметьевск. Опыт, накопленный при эксплуатации, внедрении программы Gidra и анализе сетей теплоснабжения городов Средней Волги: Самара, Тольятти, Ульяновск, Саратов, Балаково.

Литература

1. Экологическая безопасность урбанизированных территорий в условиях устойчивого развития. - Труды III международной научно-практической конференции, 4-5 июня 2008, Астана.
2. *Коваленко, А.Г.* Математические модели однопродуктового расщепленного рынка и их исследование // Известия РАН. – Теория и системы управления. – 2005. № 3. С. 41–54.
3. *Хачатуров, В.Р., Веселовский В.Е., Зотов А.В., Калдыбаев С.У., Калиев Е.Ж., Коваленко А.Г., Монтлевич В.М., Сигал И.Х., Хачатуров Р.В.* Комбинаторные методы и алгоритмы решения задач дискретной оптимизации большой размерности. – М.: Наука, 2000. – 360 с.

Использование технологии Генератор Проектов для создания лабораторных сетевых аукционов*

С.А. Скиндерев, И.С.Меньшиков

ВЦ РАН

Для проведения сетевых аукционов используются различные механизмы взаимодействия его участников. Первый – непрерывный двойной аукцион. Основное требование этого аукциона – обеспечить работу системы в реальном времени, чтобы без задержек отображать состояние торговой сессии, и удобный пользовательский интерфейс, чтобы минимизировать невынужденные ошибки участников аукциона.

Второй – аукцион с диспетчером. Основной особенностью сетевого аукциона с диспетчером является использование меха-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-01-00321-а).

низма централизованного сбора закрытых заявок программой-диспетчером, которая решает задачу максимизации некоторую заданного функционала выигрыша.

Третий – аукцион с наведенными заявкам. Сетевой аукционный механизм с наведенными заявками по отношению к предыдущим можно назвать компромиссным вариантом, сочетающим в себе прозрачность ценообразования и организованность взаимодействия участников аукциона [1].

Аукцион с наведенными заявками, сочетая в себе плюсы остальных механизмов, предъявляет более жесткие требования к программной реализации. С одной стороны он требует в режиме реального времени обрабатывать сетевые запросы и производить сложные рыночные расчеты, а с другой обеспечивать удобный пользовательский интерфейс.

Программный комплекс для проведения сетевых аукционов обычно состоит и прикладного сервера (диспетчера) и множества клиентских модулей участников аукциона. Также в некоторых случаях может быть некоторый управляющий модуль (который может быть совмещен с управляющим сервером). Такая архитектура укладывается в базовую модель «генератора проектов» (ГП), причем сильными сторонами ГП являются обеспечение быстрого и надежного сетевого взаимодействия, а также достаточно низкоуровневая работа с ресурсами ЭВМ, позволяющая производить сложные расчеты в режиме реального времени.

Технически работа диспетчера заключается в принятии потока заявок от участников аукциона, перерасчета состояния рынка и выдачи ответа всем участникам. Такая модель аукциона легко реализуется с помощью штатных средств ГП – запросов и оповещений. Еще одна особенность механизма с наведенными заявками – все заявки участников должны поступать на обработку строго последовательно. Технология ГП позволяет удовлетворить и этому требованию, т.к. сервер устроен таким образом, что вся прикладная логика его работы производится в одном потоке.

Единственным слабым местом ГП в реализации сетевого аукциона является ограниченный функционал по созданию пользовательского интерфейса. Но технология ГП предоставляет программный интерфейс для разработки внешних модулей, интегрируемых в систему. Таким образом, пользовательский интерфейс был реализован силами студентов (участников экспериментов),

который удобен и более привычен для них по другим сетевым аукционам.

Наличие встроенного в ГП лексического анализатора позволило создать язык описания сетевых аукционов, тем самым, позволяя с помощью разработанной системы проводить широкий спектр экспериментов, модель которых укладывается в аукцион с наведенными заявками.

Литература

1. С.А. Скиндерев, И.С. Меньшиков. Аукцион с наведенными заявками для лабораторных кооперативных игр. Тезисы докладов Международной конференции по исследованию операций ORM-2010.

2. Широков Н.И. Генератор проектов. Сб. «Автоматизация проектирования финансовых информационных систем». М.: ВЦ РАН 2004.

Аукцион с наведенными заявками для лабораторных кооперативных игр*

С.А. Скиндерев, И.С. Меньшиков

ВЦ РАН

Вводится понятие проектной игры. Доказывается, что достаточно ограничиться супераддитивными проектными играми.

Предложен новый механизм распределения выигрышей в кооперативной игре (см. [1]). В качестве механизма выбран непрерывный двойной аукцион с наведенными заявками. Непрерывный двойной аукцион предполагает игроку возможность в каждый момент торговой сессии подавать заявку на рынок, а также видеть встречную заявку системы. При этом все участники аукциона выставляют заявки на получение соответствующего выигрыша от присоединения к некоторой коалиции. Наведенная заявка в данном случае означает остаток от выигрыша коалиции и всех остальных участников.

Доказана теорема, о том, что аукционный механизм совершает сделки тогда и только тогда, когда они возможны (т.е. все заявки удовлетворяются по своим ценам, или по ценам, более выгодным для агентов-заявителей). Если возможно совершение нескольких сделок, то совершается та, в которой максимальную прибыль получает тот агент, который подал свою заявку последним. В

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-01-00321-а).

случае, когда и таких возможностей сделок несколько выбирается та совокупность контрагентов, которые раньше всех обеспечили возможность такой сделки (в смысле лексиминного порядка).

Вводится понятие обобщенной проектной игры, к которой можно свести сетевой рынок энергетического типа, и наведенные заявки будут соответствовать наведенным заявкам, описанным в [2]. Сравнение различных механизмов взаимодействия участников сетевых аукционов описано в [3].

Сетевой аукционный механизм с наведенными заявками сочетает в себе прозрачность ценообразования и организованность взаимодействия участников аукциона. Основная идея аукциона с наведенными заявками состоит в том, что для каждого агента совокупность заявок всех остальных агентов порождает для него встречную заявку. В основе работы данного торгового механизма лежит составление для каждого агента наведенных заявок по совокупности заявок остальных со своей заявкой. Это позволяет каждому агенту работать только на одном рынке. Прозрачность ценообразования сохраняется, поскольку всегда можно либо согласиться с наведенной заявкой, либо изменить свою, продолжая торг с виртуальным партнером. Роль диспетчера в данном механизме сводится к корректному распространению наведенных заявок.

Для проведения лабораторных экспериментов с использованием механизма наведенных заявок был создан программный комплекс (при этом использовалась технология «генератор проектов» [4]). Комплекс состоит из прикладного сервера и двух клиентских приложений: управляющий модуль и модуль участника эксперимента. Управляющий модуль служит для инициализации торгов и наблюдения за их ходом. Модуль участника запускается на каждом из компьютеров участников, все игроки должны зарегистрироваться в системе, а затем в ходе торгов в режиме реального времени могут подавать простые заявки и в ответ получать встречные наведенные.

С использованием данного комплекса была проведена серия экспериментов в лаборатории экспериментальной экономики ВЦ РАН и МФТИ. Анализ результатов этих экспериментов показал эффективность данного аукционного механизма для определенных типов кооперативных игр.

Литература

1. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. – М.: Мир, 1991.
2. Журавель Ю.Ю., Меньшиков И.С. Двойной аукцион для сетевых рынков. – М.: ВЦ РАН, 2003.
3. Меньшиков И.С., Платонов В.В., Скиндерев С.А., Чабан А.Н. Сравнительный анализ эффективности лабораторных сетевых аукционов. – М.: ВЦ РАН, 2007. С. 23-42.
4. Широков Н.И. Генератор проектов. Сб. «Автоматизация проектирования финансовых информационных систем». М.: ВЦ РАН 2004.

Стратегическое взаимодействие фирм в ценовой олигополии с несовершенной эластичностью спроса

А.Ю. Филатов

Институт систем энергетики им. Л.А.Мелентьева СО РАН

Недостатком простейшей модели дуополии с дифференцированным продуктом является то, что суммарный спрос на рынке одинаково реагирует на снижение цены как в дешевой, так и в дорогой фирме. При этом интуитивно понятно, что расширение рынка происходит в первую очередь при удешевлении продукции в фирме с меньшей ценой, ориентированной на менее обеспеченных людей. Понижение же цены в дорогой фирме приводит в основном к перераспределению покупателей между фирмами. В связи с этим в [1] была предложена альтернативная модификация модели ценовой олигополии, в которой предполагалось, что спрос на продукт зависит именно от «нижней» цены (наименьшей из цен всех фирм). В [2] осуществлено обоснование сделанного предположения на основе моделей пространственной дифференциации товара. Также предположение подтверждено проведенным моделированием влияния на спрос изменения цен в каждой из фирм с помощью метода Монте-Карло.

В условиях предложенной модели изучены [3] различные стратегии поведения олигополистов и получаемые при этом равновесные ситуации. Наиболее интересный качественный результат связан с существованием равновесия Нэша при несопадающих ценах и объемах продаж одинаковых олигополистов. Например,

при дуополии одной фирме экономически выгодно установить более низкую цену, увеличив тем самым продажи своей продукции, а второй выгодно поднять цену с целью получения более высокой удельной прибыли. При этом обе фирмы получают положительную экономическую прибыль. В то же время, при сильной реакции потребителя на разницу цен максимизация прибыли ограничена так называемой «инверсией фирм» – ситуацией, когда одной из дорогих фирм может оказаться выгодно в одностороннем порядке занять место на дешевом ценовом сегменте. Построены равновесия Нэша в двухуровневой игре, являющиеся аналогами равновесия Штакельберга для ценовой олигополии. Изучена ситуация объединения фирм в картель и ситуация максимизации прибыли на основе ценовой дискриминации. Приведены результаты расчетов на численном примере.

Литература

1. Филатов А.Ю. «Модель олигополии Бертрана с несовершенной ценовой эластичностью спроса для произвольного числа фирм» // «Инструменты анализа и управления переходными состояниями в экономике»: сборник статей. – Екатеринбург, 2008, с.111–123.
2. Филатов А.Ю. «Ценовая олигополия с несовершенной эластичностью спроса. Микроэкономическое обоснование» // «Современные технологии. Системный анализ. Моделирование», 2009, №4(24), с.215–219.
3. Филатов А.Ю. «Модель ценовой олигополии с несовершенной эластичностью спроса» // «Теория и методы согласования решений», Новосибирск: «Наука», 2009, с.130–145.

Случайные процессы и их приложения Stochastic processes and applications

1. *Jean-Marc Bottazzi, Jaime Luque, Mário Páscoa* Re-hypothecation of securities **40**
2. *Jacques Desrosiers* Advances in Linear Programming and Column Generation **40**
3. *Ф.Т. Алескеров, В.Ю. Белоусова, А.А. Кнурова, В.М. Солодков* Динамический анализ стереотипов поведения российских коммерческих банков в период финансового кризиса **42**
4. *В.И. Аркин, А.Д. Слестников* Оптимизация смешанных механизмов привлечения инвестиций и задачи оптимальной остановки **44**
5. *М.С. Близорукова* Об одной задаче динамической реконструкции в нелинейной системе второго порядка **46**
6. *Е.М. Бронштейн, Г.Р. Муслимова* Формирование инвестиционных портфелей с учетом групповых выплат **47**
7. *Е.В. Гасникова, И.С. Меньшиков* Сегментация стабильнографических рядов с линейным трендом **49**
8. *А.А. Голубцов* Стохастическая адаптивная динамика игры SB **51**
9. *В.А. Горелик, Т.В. Золотова* Вопросы информированности при оценке коллективного риска на фондовом рынке **52**
10. *В.К. Доманский, В.Л. Крепс* Решения игр торга двумя рисковыми активами. Общий случай **54**
11. *В.Л. Крепс* Решения игр торга двумя рисковыми активами. Случаи двух и трех состояний **56**
12. *В.И. Максимов* О применении конструкций позиционных дифференциальных игр для решения задач динамического восстановления входа **58**
13. *В.В. Морозов, Д.Л. Муравей* Нижняя оценка бесконечного американского альтернативного опциона на два актива **60**
14. *М. В. Мурашкин* Равновесие в игре FIGHT: теория и эксперимент **61**
15. *Ф.М. Ульянов* Компромиссная игра: двусторонний **63**

- неблагоприятный отбор в лаборатории
16. *Е.А. Хандарова* Анализ оптимальных стратегий изменения страховых премий в модели позиционной игры двух конкурирующих компаний **65**
17. *К.В. Хижняк* Оценка бесконечного американского опциона на максимум рискового и безрискового активов **67**
18. *М.В. Янулевич, А.С. Стрекаловский* Численный метод для решения невыпуклой задачи оптимального управления **69**
-

Re-hypothecation of securities

Jean-Marc Bottazzi¹, Jaime Luque², Mário Páscoa³

¹*J.P. Morgan and Paris School of Economics (FRANCE)*

²*University Carlos III of Madrid (SPAIN)*

³*University NOVA of Lisbon (PORTUGAL)*

By introducing repo markets we understand how agents need to borrow issued securities before shorting them: (re)-hypothecation is at the heart of shorting. Non-negative amounts of securities in the box of an agent (amounts borrowed or owned but not lent on) can be sold, and recursive use of securities as collateral allows agents to leverage their positions. A binding box constraint induces a liquidity premium: the repo rate becomes special, the security price higher than expected discounted cash-flows. Existence of equilibrium is granted under limited re hypothecation, a situation secured by (current or proposed) institutional arrangements.

Advances in Linear Programming and Column Generation

Jacques Desrosiers

HEC Montréal and GERAD, Canada

Column generation embedded into a branch-and-bound scheme is established as a leading solution methodology for large-scale integer programming problems. This talk proposes the use of a new simplex

algorithm within column generation.

Given a degenerate solution to a linear program, we first identify a reduced basis and a reduced problem. The IPS method (Improved Primal Simplex method) contains two main ideas. (1) A variable is compatible with the current reduced basis and selected to be part of the current reduced problem if the objective value strictly decreases when this variable enters the basis: this is a non-degenerate pivot. (2) When the reduced cost of all compatible variables is greater than or equal to zero, a complementary pricing problem is solved to select a convex combination of non-compatible variables such that the objective value also strictly decreases when they all enter into the current reduced problem. Geometrically speaking, at a given degenerate extreme point of the linear problem, all but one basis is kept and the next iteration moves to a different extreme point. When the degenerate variables are removed from the basis, several rows become linearly dependant such that we only keep a set of independent ones to construct the current reduced problem. Although the comparisons with CPLEX were done in a very simple manner, that is, an external loop choosing the entering variables, CPU reduction factors of 4 and 12 were obtained for the linear programming solution of bus driver scheduling and aircraft routing problems, respectively.

Since the solution by column generation is essentially an adaptation of the primal simplex method, we propose an adaptation of IPS to this decomposition scheme. The classical restricted master problem of the column generation method does not contain all the variables and these are generated as needed by the solution of a pricing sub-problem. In this presentation, we show how to use a dynamic row-reduced restricted master problem to solve the linear relaxation of the master problem. Two types of sub-problems are needed: one to generate columns compatible with the current reduced basis and one to generate columns that are not compatible with that reduced basis. The first type of sub-problem, i.e., the sub-problem generating columns compatible with the current reduced basis, is the original sub-problem augmented with a set of linear constraints imposing compatibility requirements. This pricing sub-problem selects compatible columns as long as they are useful for non-degenerate pivots in the row-reduced restricted master problem. When the reduced cost of all the compatible columns is greater than or equal to zero, a complementary pricing sub-problem must be solved to select a convex combination of non-compatible col-

umns such that the objective value of the master problem strictly decreases when they all enter into the current reduced problem. In this case, the sub-problem itself can be solved by column generation.

The classical column generation method works with a restricted master problem, that is, a subset of the columns. The improved column generation method works with a reduced restricted master problem, that is, it additionally reduces the size of the current basis. This additional row reduction of the master problem should have a large impact on the solution time of degenerate linear and integer programs solved by column generation.

Динамический анализ стереотипов поведения российских коммерческих банков в период финансового кризиса*

Ф.Т. Алескеров, В.Ю. Белоусова, А.А. Кнурова,
В.М. Солодков

Государственный университет – Высшая школа экономики

Российский банковский сектор понес значительные потери в связи с финансовым кризисом, начавшимся во второй половине 2008 года. Причиной этого стали, прежде всего, внутренние факторы, связанные с кредитной политикой банков, структурой их капитала, политикой управления рисками и т.д. Анализ кредитной активности банков, осуществляемый отдельно от анализа других показателей, таких как прибыльность, ликвидность, чувствительность к рыночным колебаниям, часто не дает полной картины сложившейся в банковском секторе ситуации. В следствии этого, необходим более комплексный подход к исследованию банков и их деятельности на различных рынках.

В работе проводится анализ стереотипов поведения российских коммерческих банков, как в период кризиса, так и после него; производится выделение групп потенциально неустойчивых банков. Для этого используется методика динамического анализа паттернов в период с апреля 2007 года по март 2009 года.

Исследование включает в себя несколько этапов. Во-первых,

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Лаборатории анализа и выбора решений ГУ-ВШЭ

используя данный Центрального банка Российской Федерации, мы отбираем наиболее адекватные количественные показатели, задаваемые в рамках модели CAMEL. Во-вторых, мы рассматриваем существующие в российском банковском секторе тенденции по каждому из отобранных показателей в отдельности и по системе показателей в целом и выявляем паттерны их поведения. Для этого используется методика динамической кластеризации банков. Затем, мы рассматриваем то, как часто банки меняют свой паттерн и, в соответствии с этим, разбиваем банки на группы по типам устойчивости.

Выборка составляет 432 российских коммерческих банка. Комплексный анализ проводится на основе системы показателей, учитывающей структуру операций банков, уровень финансового посредничества, достаточности капитала и ликвидности, а также качество кредитного портфеля (модель CAMEL).

Анализ моделей и динамических траекторий поведения российских коммерческих банков в период кризиса позволяет выделить несколько однородных групп, в том числе идентифицировать банки, поведение которых можно описать как нестабильное (около 16% выборки) или «аномальное» (7-8% выборки). Эти банки можно рассматривать как источник повышенной волатильности в российском банковском секторе, особенно в период кризиса.

Паттерны поведения российских коммерческих банков на протяжении рассматриваемого периода весьма неоднородны. Анализ и кластеризация позволили выделить 23 паттерна для 432 банков из выборки. Однако большая часть банков характеризуется достаточно небольшим количеством паттернов, что говорит о том, что доминирующие паттерны можно рассматривать в качестве долгосрочных тенденций в развитии всего банковского сектора.

Также в работе был проведен анализ по отдельным показателям системы CAMEL с использованием группировки банков по размеру активов. В результате было показано, что крупные, средние и малые банки могут иметь совершенно различные траектории, что во многом определяет их долгосрочные стратегии развития.

Оптимизация смешанных механизмов привлечения инвестиций и задачи оптимальной остановки*

В.И.Аркин, А.Д.Сластников
Москва, ЦЭМИ РАН

Известно, что использование различных механизмов стимулирования инвестиций может в ряде случаев приводить к "немонотонным" эффектам: *снижению* инвестиционной активности, Лафферовскому эффекту для налоговых поступлений от реализованного проекта в бюджет

Целью данной работы является построение и исследование модели привлечения капитальных вложений на инвестиционные проекты с помощью смешанных механизмов, основанных на налоговых и неналоговых стимулах, в качестве которых рассматриваются налоговые каникулы (освобождение на определенный срок от уплаты налогов) и финансирование государством части начальных инвестиций (вариант государственно-частного партнерства).

1. Основным объектом модели является некоторый инвестиционный проект (например, проект создания нового производственного предприятия).

Пусть I есть объем инвестиций, необходимых для реализации проекта. Ради простоты будем считать, что они не меняются со временем, носят единовременный характер и мгновенно приводят к созданию (и началу функционирования) предприятия, срок жизни которого считается в данной работе бесконечным. Поток прибыли предприятия моделируется случайным процессом $(\pi_t, t \geq 0)$, заданным на стохастическом базисе $(\Omega, F, \{F_t, t \geq 0\}, \mathbf{P})$ и согласованным с потоком σ -алгебр F_t ("историй" системы до момента t). Заданная доля прибыли идет на уплату налогов (налоговая нагрузка). Пусть v есть длительность налоговых каникул, а доля государства в начальных инвестициях составляет $\theta, 0 \leq \theta < 1$.

Изучаемая схема восходит к известной модели МакДональда-Зигеля, которая легла в основу теории реальных опционов.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №08-06-00154, 10-02-00767)

2. Задача инвестора состоит в том, чтобы на основе информации о сложившихся рыночных ценах и прогнозе будущего потока прибыли создаваемого предприятия выбрать момент инвестирования τ таким образом, чтобы ожидаемый чистый приведенный доход (NPV) инвестора от создаваемого предприятия был максимальным:

$$E[V_\tau - (1-\theta)I]e^{-\rho\tau} \rightarrow \max_{\tau}, \quad (1)$$

где V_τ есть средняя (ожидаемая) прибыль предприятия, приведенная к моменту инвестирования τ , ρ – коэффициент дисконтирования, а максимум берется по всем марковским моментам τ .

Оптимальный момент инвестирования (правило инвестирования) τ^* является решением задачи оптимальной остановки (1) и зависит от параметров механизмов стимулирования: $\tau^* = \tau^*(v, \theta)$. Если поток прибыли описывается процессом геометрического броуновского движения, то оптимальный момент инвестирования имеет вид $\tau^* = \min\{t \geq 0 : \pi_t \geq \pi^*\}$.

3. В качестве показателя, по которому оцениваются различные варианты механизмов привлечения инвестиций, берется бюджетный эффект, представляющий собой разность между ожидаемыми дисконтированными налоговыми поступлениями от создаваемого предприятия в бюджет и объемом господдержки (части начальных инвестиций) при оптимальном поведении инвестора.

В рамках построенной модели исследованы зависимости бюджетного эффекта $B(v, \theta)$ от длительности налоговых каникул v (при фиксированной доле софинансирования θ) и от доли софинансирования (при фиксированных налоговых каникулах).

Показано, в частности, что существуют числа v_1 и v_2 (возможно, отрицательные) такие, что в области $\{v \geq 0, v < v_1\}$ бюджетный эффект $B(v, \theta)$ возрастает по θ , в области $\{v \geq \max(0, v_2)\}$ $B(v, \theta)$ убывает по θ , а в промежуточной области $\{v \geq 0, v_1 \leq v < v_2\}$ бюджетный эффект $B(v, \theta)$ сначала возрастает по θ , а затем – убывает.

Подобные результаты описывают также и зависимость бюджетного эффекта от длительности налоговых каникул.

Об одной задаче динамической реконструкции в нелинейной системе второго порядка ^{*}

М.С. Близорукова

Институт математики и механики УрО РАН

Рассматривается система дифференциальных уравнений второго порядка

$$\dot{x}_1(t) = k(t)x_2(t) + x_1(t)(\lambda x_2(t) - \nu), \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = -k(t)x_2(t) - (\lambda x_1(t) + \mu)x_2(t) + \gamma(t)$$

с начальным условием $x_1(t_0) = x_{10}$, $x_2(t_0) = x_{20}$. (Заметим, что система (1) описывает процесс диффузии инноваций [1]). Предполагается, что постоянные λ , ν и μ известны, а функции $k(t)$, $\gamma(t)$ неизвестны. Рассмотрим ситуацию, когда функция $\gamma(t)$ (измеримая по Лебегу), удовлетворяет условию

$$\gamma(t) \in P = [-f, f],$$

$t \in T = [t_0, \vartheta]$, $\vartheta < +\infty$. Здесь $f = \text{const} \in (0, +\infty)$. Управление $\gamma(t)$, также как и соответствующее ему решение системы (1) $\{x_1(t), x_2(t)\}$, неизвестны. В дискретные, достаточно частые моменты времени $\tau_i \in T$, $i = 1, 2, \dots$, $\tau_i = \tau_{i-1} + \delta$, $\delta > 0$, $\tau_0 = t_0$, измеряются с ошибкой величины $x_1(\tau_i)$. Результаты измерений – числа ξ_i^h – удовлетворяют неравенствам

$$|x_1(\tau_i) - \xi_i^h| \leq h$$

где $h \in (0, 1)$ – уровень информационного шума, символ $|a|$ означает модуль числа a . Требуется указать алгоритм, позволяющий восстанавливать (синхронно с развитием процесса) неизвестную координату $x_2(t)$ и неизвестное управление $\gamma(t)$.

^{*} Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант №09-01-00378), Программы Президиума РАН «Математическая теория управления» (проект №09-П-1-1013) и Программы поддержки ведущих научных школ России.

Один из подходов к решению рассматриваемой задачи, основанный на теории позиционных дифференциальных игр, был развит в работе [2]. В соответствии с этим подходом для решения задачи системе (1) сопоставляется некоторая искусственно смоделированная с помощью компьютера управляемая система M (модель) с фазовой траекторией $w^h(t)$ и управлением $u^h(t)$. Затем указывается правило формирования управления в модели по принципу обратной связи [3]. Это правило выбирается таким образом, что выход $w^h(t)$ и управление $u^h(t)$ модели «приближают» неизвестные величины $x_2(t)$ и $\gamma(t)$.

В настоящей работе подход из [2] модифицирован для системы (1). При этом указан алгоритм, который является устойчивым к информационным помехам и погрешностям вычислений. В его основе лежит идея стабилизации подходящих функционалов типа Ляпунова. Метод комбинирует принцип стабилизации с принципом экстремального сдвига Н.Н.Красовского в схеме управления моделью [3].

Литература

1. Mahajan V., Peterson R.A. Models for innovation diffusion. London: Sage Publications, 1985.
2. Osipov Yu.S., Kryazhimskii A.V. Inverse problems for ordinary differential equations: dynamical solutions. London: Gordon and Breach, 1995.
3. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.

Формирование инвестиционных портфелей с учетом групповых выплат

Е.М. Бронштейн, Г.Р. Муслимова

*Уфимский Государственный Авиационный
Технический Университет*

В работе рассматривается задача формирования портфеля, состоящего из инвестиционных проектов [1,2].

Имеется набор проектов C_1, C_2, \dots, C_m ($C_i = (c_{i0}, c_{i1}, \dots, c_{in})$), из которых инвестору необходимо выбрать некоторые инвестиционные проекты для финансирования. Будем считать, что сроки выполнения всех проектов совпадают – при необходимости проекты

можно дополнить нулевыми платежами. Пусть выделены некоторые подмножества проектов $U_j \subset \{1, \dots, m\}$ ($j=1, \dots, s$), для каждого из которых определен вектор платежей $P_j = (P_{j0}, P_{j1}, \dots, P_{jn})$, реализуемый при финансировании хотя бы одного проекта из множества U_j . Множества U_j могут пересекаться. Также для проектов заданы годичный коэффициент накопления по банковским вкладам в течение n лет (за год вклад возрастает в q раз) и ставка $r > q$, под которую инвестор при необходимости занимает средства, т.е. долг за год возрастает в r раз. Начальный капитал инвестора обозначим через F_{-1} .

Необходимо выбрать для финансирования проекты, которые обеспечивают максимально возможный капитал на конечный момент времени.

Задача сводится к задаче частично булевского линейного программирования, которая также всегда допустима:

Для формализации введем следующие обозначения:

F_k – капитал инвестора (или долг, если эта величина отрицательная) в момент k после всех выплат;

x_i – булевская переменная, равная 1, если i -ый проект включается в портфель и 0 в противном случае;

y_j – булевская переменная, равная 1, если в портфель включается хотя бы один проект из множества U_j и 0 в противном случае;

V_i ($i=0, \dots, n$) – вспомогательные переменные.

Найти числа

$$x_1, \dots, x_m \in \{0, 1\}; \quad y_1, \dots, y_s \in \{0, 1\}; \quad F_1, \dots, F_n, V_1, \dots, V_n \in R$$

такие, что $y_j \geq x_i$ при $i \in U_j$; $y_j \leq \sum_{i \in U_j} x_i$ при $i \in U_j$;

$x_i \geq x_k$ для зависимых проектов;

$$V_{k+1} \leq qF_k \text{ при } k=0, 1, \dots, n-1; \quad V_{k+1} \leq rF_k \text{ при } k=0, 1, \dots, n-1;$$

$$F_k = V_k + \sum_{i=1}^m x_i c_{ik} + \sum_{j=1}^s y_j p_{jk} \text{ при } k=0, \dots, n; \quad F_n \rightarrow \max.$$

При этом $V_0 = F_{-1}$.

Для решения задачи применялись точные методы: метод ветвей и границ, метод отсечений (Гомори) [3]. Эти методы дают точное решение, но при этом являются трудоемкими. Также при-

менялись эвристические алгоритмы: эволюционная стратегия простейшего вида $((1+1) -EA)[4]$ и упрощенный метод ветвей и границ.

Для анализа эффективности описанных алгоритмов был проведен численный эксперимент.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

- трудоемкость вычислений слабо зависит от длительности проектов, но существенно зависит от числа проектов;
- упрощенный метод ветвей и границ и эволюционная стратегия показали хорошие результаты в соотношении время работы/точность, при этом первый метод показал в целом более высокую точность при практически тех же временных затратах.

Литература

1. Lorie J.H., Savage I.J., Three Problems in Rationing Capital // *Journal of Business*. v.XXVIII. №4, 1955.

2. Бронштейн Е.М., Спивак С.И., Как сформировать оптимальный портфель // *Рынок ценных бумаг*. №14,1997.

3. Деордица Ю.С., Нефедов Ю.М., Исследование операций в планировании и управлении. Учебное пособие. К.:Выща школа, 1991.

4. Борисовский П.А., Еремеев А.В. О сравнении некоторых эволюционных алгоритмов // *Автоматика и телемеханика*, №2, 2004.

Сегментация стабильнографических рядов с линейным трендом*

Е.В. Гасникова, И.С. Меньшиков

*Московский физико-технический институт,
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН*

Целью работы является анализ динамики психофизиологических характеристик участников лабораторных рынков в процессе принятия экономических решений и обобщение алгоритма сегментации (разработанного И.С. Меньшиковым и Е.В. Бурнаевым [1]) на случай линейного тренда.

С помощью разработанного в работе [1] алгоритма проводилась сегментация различных рядов данных, в процессе чего, была

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-01-00321-а).

выявлена одна особенность. Алгоритм ищет участки, на которых данные достаточно однородны, внутри каждого участка идут колебания около некоторого среднего значения (локального постоянного уровня), но часто бывает так, что данные внутри сегмента, колеблется не около константы, а скорее около некоторой линейной функции. Появилась идея несколько усовершенствовать алгоритм сегментации на случай линейных трендов. Необходимо было разработать алгоритм, который бы разбивал функциональный ряд на сегменты таким образом, что данные внутри одного сегмента колебались бы уже около некоторой линейной функции. За основу был взят исходный алгоритм сегментации временного ряда и с помощью некоторых обобщений был получен новый алгоритм сегментации уже с учетом линейных трендов.

Было проведено исследование полученного алгоритма на наборе тестовых рядов. Исследование показало, что из 16 рядов с различными вариантами расположения соседних трендов, исходный алгоритм находит сегмент лишь в 7 случаях, а модифицированный определяет сегмент в 12 случаях. Более того, если в качестве входных параметров для нового алгоритма задавать большее значение числа сегментов, то и в оставшихся случаях новый алгоритм находит сегменты с достаточно большой точностью. Правда здесь возникает некоторая сложность с тем, что помимо нужного сегмента, алгоритм находит и некоторые дополнительные, которые не являются существенными, т.е. необходим будет некоторый алгоритм фильтрации полученных сегментов.

Таким образом, на основе алгоритма сегментации временного ряда (с локально постоянным уровнем) удалось написать алгоритм для сегментации рядов с линейным трендом, который может эффективно использоваться для исследования взаимосвязи процесса принятия решения и функциональными состояниями участников экономической ситуации. Помимо того, данный алгоритм может быть применим и в других областях, например, связанных с исследованием психофизиологических характеристик людей.

Литература

1. *Бурнаев Е.В., Меньшиков И.С.* Сегментация стабилографических рядов участников лабораторных рынков // Труды 51 –научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – 2008 –Т. 1. – С. 42-45.

Стохастическая адаптивная динамика игры SB*

А.А. Голубцов

Вычислительный центр РАН

Рассматривается модификация стохастической адаптивной динамики, предложенной Пейтоном Янгом в статье «The Evolution of Conventions» [1] для игр без приватной информации. Предлагается по аналогии ввести динамику для игр с приватной информацией.

В работе стохастическая адаптивная динамика исследуется применительно к игре SB (seller-buyer), с дискретными заявками и дискретными значениями приватных параметров. Приватные параметры – это выкупная стоимость для покупателя и затраты для продавца. Распределение этих параметров общеизвестно, а конкретное значение на каждом шаге известно только тому игроку, которому соответствует этот параметр.

Адаптивную динамику можно описать следующим образом. На каждом шаге игрок выбирает оптимальную стратегию, рассчитывая ее на основе действий другого игрока из нескольких последних периодов. В данном случае "игрок" не является игроком в том смысле, как это понимается в теории игр, т.к. сам не принимает решения, а действует по заранее заданному алгоритму.

Для такого стохастического процесса существует понятие стохастически устойчивого равновесия, которое было введено для игр без приватной информации. В работе [2] предлагается расширить это понятие на игры с приватной информацией. Это можно сделать естественным образом, если задать байсовскую игру в матричной форме. Были найдены стохастические равновесия для игр с различными параметрами, проанализированы их свойства.

Доказана сходимости и получена оценка скорости сходимости итерационного процесса. Показано, как влияют на сходимость начальные данные и параметры (размер памяти, величина «шума»). Предложены алгоритмы численного нахождения стохастически устойчивых равновесий.

Для изучения характера динамики был предложен следующий подход: проанализировать, как меняются стратегии игроков, а не действия. В самом стохастическом процессе мы наблюдаем только действия, но мы можем рассчитать каким могло быть дей-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-01-00321-а).

ствии при всех значениях приватного параметра. И, таким образом, получим динамику стратегий.

В работе выделены подклассы игр SB. Для этих подклассов найдены равновесия Байеса-Нэша в смешанных стратегиях. Подход с наблюдением пар стратегий позволяет нам сопоставить РБН в смешанных стратегиях исходной игры SB с парами стратегий, которые возникают чаще всего в динамике. Оказывается, что РБН в смешанных стратегиях и определенные их комбинации позволяют описать, какими будут пары стратегий с наибольшей частотой.

Литература

1. H. Peyton Young. The Evolution of Conventions. — *Econometrica*, Vol. 61, No. 1. (Jan., 1993), pp. 57-84.

2. А. Голубцов. Стохастически устойчивые состояния игры SB. — Труды конференции МФТИ 2009.

Вопросы информированности при оценке коллективного риска на фондовом рынке

В.А. Горелик, Т.В. Золотова

*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
Комсомольский-на-Амуре государственный технический
университет, г. Комсомольск-на-Амуре*

В данной работе предлагается подход к оценке коллективного риска на фондовом рынке как корреляционного момента (ковариации) [1] портфелей инвестиций (математические модели индивидуального риска см., например, в [2]). Показано, что оптимальные по Марковицу портфели даже при разном отношении к риску определяют однотипное поведение инвесторов, в результате которого могут возникнуть значительные колебания фондового рынка во время перехода в положение равновесия.

Оптимальный по Марковицу состав портфеля, состоящего из n ценных бумаг, определяется на основе свертки двухкритериальной задачи «математическое ожидание – дисперсия»:

$$\max_{x \in X} \left[\alpha \sum_{i=1}^n \bar{r}_i x_i - (1 - \alpha) \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \right], \quad (1)$$

где $X = \{x \mid x_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$, \bar{r}_i - ожидаемая доходность i -й ценной бумаги, $i = 1, \dots, n$, $\bar{r} = (\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_i, \dots, \bar{r}_n)$, σ_{ij} - ковариация i -й и j -

й ценных бумаг, x_i - доля средств, инвестируемая в i -ю ценную бумагу, $\alpha \in (0;1)$ - весовой коэффициент, определяющий важности критериев. Ковариационная матрица $\sigma = [\sigma_{ij}]$ неотрицательно определена.

Рассмотрим задачу (1) для двух разных инвесторов и исследуем знак корреляционного момента между их оптимальными портфелями. Показано, что ковариация $\text{cov}(p_1, p_2)$ двух портфелей p_1 и p_2 , имеющих составы x^1 и x^2 вычисляется по формуле $\text{cov}(p_1, p_2) = x^1 \sigma x^2$.

Будем называть портфель полноразмерным, если у составляющего его вектора x все компоненты отличны от нуля.

Теорема 1. *Если определитель ковариационной матрицы $\det \sigma \neq 0$, то ковариация $\text{cov}(p_1^0, p_2^0)$ двух полноразмерных оптимальных по Марковицу портфелей p_1^0 и p_2^0 положительна. Если дополнительно ковариационная матрица σ строго положительно определена, то ковариация любых двух оптимальных по Марковицу портфелей положительна.*

Проведено исследование корреляционной зависимости оптимальных портфелей при разной информированности инвесторов о ситуации, складывающейся на фондовом рынке, а именно, разной оценке ожидаемых доходностей ценных бумаг. Пусть первый инвестор имеет вектор ожидаемых доходностей ценных бумаг \bar{r}^1 , а второй - \bar{r}^2 .

Теорема 2. *Если определитель ковариационной матрицы $\det \sigma \neq 0$, то ковариация $\text{cov}(p_1^0, p_2^0)$ двух полноразмерных оптимальных по Марковицу портфелей p_1^0 и p_2^0 отрицательна для \bar{r}^1 , \bar{r}^2 и σ , удовлетворяющих условию*

$$(\bar{r}^1 \sigma^{-1} \bar{r}^2)(e \sigma^{-1} e) - (e \sigma^{-1} \bar{r}^1)(e \sigma^{-1} \bar{r}^2) < -\frac{1}{\beta_1 \beta_2},$$

$$e = (1, \dots, 1), \quad \beta = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)}.$$

Таким образом, однотипное поведение инвесторов может вызывать большие колебания рынка, а разнотипное гасит колебания рынка, т.е. хеджирует коллективный риск. Поэтому для оценки и прогнозирования коллективного риска введена мера разнообразия портфелей. В качестве такой меры использовано понятие

энтропии рынка. Оценка устойчивости конкретного рынка определено как отношение его энтропии к максимальному ее значению $\log k$.

Литература

1. *Вентцель Е.С.* Исследование операций. – М.: Высш. шк., 2007 г., 206 С.

2. *Горелик В.А., Золотова Т.В.* Критерии оценки и оптимальности риска в сложных организационных системах. Научное издание. – М.: ВЦ РАН, 2009 г., 162 С.

Решения игр торга двумя рисковыми активами.

Общий случай*

В.К. Доманский, В.Л.Крепс
С.-Петербург, СПбЭМИ РАН

В общей постановке получены в явном виде решения повторяющихся игр $G_{\infty}^{a,b}(\mathbf{p})$ с неполной информацией у Игрока 2, к которым сводятся описанные в [1] торги неограниченной продолжительности между двумя биржевыми игроками. Случайные цены двух торгуемых рисковов активов равны $a(s)$ и $b(s)$, где s – состояние, выбираемое случайным ходом на весь период торгов согласно вероятностному распределению \mathbf{p} на двумерной целочисленной решетке Z^2 , известному обоим игрокам.

Игра имеет счетное число состояний – вектор случайных ликвидных цен акций может быть произвольной точкой двумерной целочисленной решетки. Игрок 1 (инсайдер) знает значения случайных ликвидных цен обеих акций. Игрок 2 знает, что Игрок 1 является инсайдером. Игроки делают целочисленные векторные ставки.

Решение игры строится на базе приведенных в [1] решений частных случаев таких игр с распределениями, имеющими не более чем трехточечные носители, в выпуклую комбинацию которых раскладывается исходное распределение \mathbf{p} , см.[2].

Мы описываем алгоритм построения оптимальных стратегий информированного Игрока 1 в играх $G_{\infty}^{a,b}(\mathbf{p})$ с начальным рас-

* Исследование проводится при поддержке РФФИ, проект 10-06-00368-а

пределием \mathbf{p} общего вида, основанный на разложении распределений \mathbf{p} , см.[2]. Такой алгоритм определяет последовательность действий Игрока 1 в зависимости от выбранного случаям состояния $s \in Z^2$.

Теорема 1. Если дисперсии случайных цен акций a и b конечны, $D_{p_1}[a] < \infty$, $D_{p_2}[b] < \infty$, то игры $G_{\infty}^{a,b}(\mathbf{p})$ имеют значения $V_{\infty}^{a,b}(\mathbf{p})$, определяемые соотношениями, $V_{\infty}^{a,b}(\mathbf{p}) = V_{\infty}^a(\mathbf{p}^1) + V_{\infty}^b(\mathbf{p}^2)$.

Если математические ожидания $E_{p_1}[a]$, $E_{p_2}[b]$ цен акций обоих типов – целые числа, то $V_{\infty}^{a,b}(\mathbf{p}) = 1/2 \cdot (D_{p_1}[a] + D_{p_2}[b])$.

Оба игрока имеют оптимальные стратегии.

На первом шаге своей оптимальной стратегии τ^* Игрок 2 делает ставку (k_1, k_2) , где k_1 – целая часть математического ожидания $E_{p_1}[a]$ и k_2 – целая часть математического ожидания $E_{p_1}[b]$. На последующих шагах $t = 2, \dots$ l -ая компонента ставки Игрока 2, $l = 1, 2$, зависит только от последней наблюдаемой пары l -ых компонент ставки Игрока 1 i_{t-1}^l и его собственной ставки j_{t-1}^l :

$$j^l(t) = \begin{cases} j_{t-1}^l - 1, & \text{при } i_{t-1}^l < j_{t-1}^l; \\ j_{t-1}^l, & \text{при } i_{t-1}^l = j_{t-1}^l; \\ j_{t-1}^l + 1 & \text{при } i_{t-1}^l > j_{t-1}^l. \end{cases}$$

Оптимальная стратегия Игрока 1 в игре $G_{\infty}^{a,b}(\mathbf{p})$ является выпуклой комбинацией его оптимальных стратегий в таких играх с распределениями, имеющими не более чем трехточечные носители, в выпуклую комбинацию которых раскладывается исходное распределение \mathbf{p} , см. [2].

Литература

1. Крепс В.Л. Решения игр торга двумя рисковыми активами. Случаи двух и трех состояний. Тезисы докладов VI Международной конференции по исследованию операций (ORM2010). Москва, 20-25 октября 2010 г. - Настоящий сборник.

2. Доманский В.К. Разложение распределений на двумерной целочис-

ленной решетке и модели биржевых торгов // Обозрение прикладной и промышленной математики. - 2009. - Т.16. - В.4. - С.644 – 646.

3. De Meyer B., Moussa Saley H. On the Strategic Origin of Brownian Motion in Finance // Int. Journal of Game Theory. - 2003. - V.31. - P. 285 – 319.

Решения игр торга двумя рисковыми активами. Случай двух и трех состояний*

В.Л. Крепс

С.-Петербург, СПбЭМИ РАН

В модели многошаговых торгов между двумя биржевыми игроками, на которых торгуется два типа акций, случайные ликвидные цены акций могут принимать произвольные целочисленные значения a и b . Пара (a, b) выбирается случайным ходом на весь период торгов перед их началом из множества $S = Z^2$ точек двумерной целочисленной решетки. Оба игрока знают распределение $\mathbf{p} \in \Delta(S)$ вероятностей состояний. Кроме того, Игрок 1 является инсайдером. Он знает ликвидные цены обоих типов акций. Игрок 2 не имеет этой информации. Игрок 2 знает, что Игрок 1 является инсайдером.

Затем игроки ведут между собой многошаговые торги: на каждом шаге торгов независимо и одновременно делают векторные ставки – называют целочисленные цены акций обоих типов. Назвавший более высокую цену акции данного типа покупает за эту цену одну акцию этого типа у противника. Если игроки назвали одинаковые цены акции того или иного типа, то передачи акции этого типа не происходит. После каждого шага пара названных векторных ставок объявляется обоим игрокам. Игроки стремятся максимизировать цену своего итогового портфеля. Такая n -шаговая модель описывается антагонистической повторяющейся игрой $G_n^{a,b}(\mathbf{p})$ с неполной информацией у второго игрока.

Теорема 1. *Если математические ожидания $E_{\mathbf{p}^1}[a] < \infty$ и $E_{\mathbf{p}^2}[b] < \infty$, то игры $G_n^{a,b}(\mathbf{p})$ имеют значения $V_n^{a,b}(\mathbf{p})$, причем $V_n^{a,b}(\mathbf{p}) \leq V_n^a(\mathbf{p}^1) + V_n^b(\mathbf{p}^2)$, где \mathbf{p}^1 и \mathbf{p}^2 - одномерные проекции рас-*

* Исследование при поддержке РФФИ, проект № 10-06-00369-а.

предела $\mathbf{p} \in \Delta(S)$, а $V_n^a(\mathbf{p}^1)$ и $V_n^b(\mathbf{p}^2)$ - значения игр, моделирующих торги, на которых торгуются акции только одного типа.

Тем самым одновременные конечношаговые торги двух рискованных активов менее выгодны для инсайдера, чем отдельные торги однотипными акциями.

Теорема 2. Если дисперсии $D_{p_1}[a] < \infty$ и $D_{p_1}[b] < \infty$, то для значений n -шаговых игр $G_n^{a,b}(\mathbf{p})$ справедливо неравенство

$$V_n^{a,b}(\mathbf{p}) \leq 1 / 2(D_{p_1}[a] + D_{p_1}[b]).$$

Ограниченность значений конечношаговых игр $G_n^{a,b}(\mathbf{p})$ позволяет рассматривать торги не ограниченной заранее продолжительности, которые моделируются бесконечными играми. Ниже приводятся решения для частных случаев таких игр, а именно, для игр с двумя состояниями и для игр с тремя состояниями (распределение \mathbf{p} имеет двух и, соответственно, трехточечный носитель).

Теорема 3. Значение игры с двумя активами неограниченной продолжительности равно сумме значений игр с одним рискованным активом. Оба игрока имеют оптимальные стратегии.

Оптимальная стратегия Игрока 2 представляет собой сочетание его оптимальных стратегий для игр с активами одного типа.

Если носитель распределения $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_{ij})$ содержит две точки, не ограничивая общности $(0,0)$ и (m_1, m_2) , $m_1 > 0$, то мартигал апостериорных вероятностей состояния (m_1, m_2) , порождаемый оптимальной стратегией Игрока 1, представляет собой асимметричное случайное блуждание по смежным точкам решетки

$D(m_1, m_2) = \{k \mid m_1, k = 0, \mathbf{K}, m_1\} \cup \{l \mid m_2, l = 0, \mathbf{K}, m_2\} \subset [0, 1]$ с поглощением в крайних точках.

Если носитель распределения $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_{ij})$ содержит три точки: $z_1 = (x_1, y_1)$, $z_2 = (x_2, y_2)$, $z_3 = (x_3, y_3)$, $z_1, z_2, z_3 \in Z^2$, то мартигал апостериорных математических ожиданий, порождаемый оптимальной стратегией Игрока 1, представляет собой симметричное случайное блуждание по точкам решетки Z^2 , находящимся внутри треугольника $\Delta(z_1, z_2, z_3)$. Симметрия этого блуждания нарушается при попадании на границу треугольника. Начиная с момента попадания на границу игра переходит в одну из игр с распределениями \mathbf{p} с двухточечными носителями z_1, z_2 ,

или $z_2, 0$, или $0, z_1$.

Таким образом, преимущество, которое получает Игрок 2 от проведения совместных n -шаговых торгов в сравнении с отдельными торгами по каждому типу акций, исчезает в игре с заранее неограниченной продолжительностью.

О применении конструкций позиционных дифференциальных игр для решения задач динамического восстановления входа*

В.И. Максимов

Институт математики и механики УрО РАН

Рассматривается управляемая система

$$\dot{y}(t) = Ay(t) + f(y(t)) + Cu(t), \quad t \in T = [0, +\infty), \quad y(0) = y_0, \quad (1)$$

где $y \in R^n$, $u \in R^q$, C – $n \times q$ -мерная матрица, f – $n \times n$ -мерная матричная функция, удовлетворяющая условию Липшица. Траектория системы $y(t) = \{y_1(t), y_2(t)\}$, $y_1(t) \in R^{n_1}$, $n_1 < n$, $y_2(t) \in R^{n-n_1}$, зависит от меняющегося во времени входного воздействия (управления) $u = u(t)$. Заранее как это управление, так и траектория не заданы. В дискретные, достаточно частые, моменты времени $\tau_i \in T$, $i = 1, 2, \dots$, измеряется с ошибкой часть координат системы (1) – координаты $y_2(\tau_i)$. Результаты измерений – векторы $\xi_i^h \in R^{n-n_1}$ – таковы, что $\xi_i^h = y_2(\tau_i) + z_i$, $|z_i| \leq v_i^h$. Здесь $v_i^h \in (0, 1)$ – величина ошибки измерения в момент τ_i , число $h \in (0, 1)$ характеризует точность измерения.

Обсуждаемая задача состоит в следующем. Наряду с системой (1) имеется еще одна система, назовем ее эталонной, которая подвержена влиянию неконтролируемого входного воздействия v . Траектория этой системы, а также входное воздействие, априори

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-01-00002), Программы Президиума РАН «Математическая теория управления» (проект №09-П-1-1013) и Урало-сибирского интеграционного проекта (проект №09-С-1-1010).

неизвестны. Однако, имеется возможность в моменты τ_i вычислять (с ошибкой) все координаты (или их часть) эталонной системы. Необходимо сконструировать закон формирования по принципу обратной связи управления u , обеспечивающий близость траекторий имеющихся систем. При этом формируемое по ходу развития процесса управление u должно приблизить в средне-квадратичном неизвестное входное воздействие v эталонной системы.

Сформулированная задача относится к классу задач динамического восстановления неизвестных характеристик по результатам измерений. Она, в частности, может быть решена на основе теории динамического обращения, развитой в [1–3]. Заметим, что предложенные в этих работах алгоритмы решения задач динамического восстановления ориентированы на конечный промежуток времени функционирования системы $T = [0, \vartheta], \vartheta < +\infty$. С возрастанием ϑ при реализации алгоритмов из [1–3] происходит «накопление» вычислительных и измерительных ошибок. Именно, с ростом ϑ скорости сходимости алгоритмов ухудшаются. Таким образом, качество алгоритмов, вообще говоря, зависит от величины промежутка времени, на котором функционирует система. В настоящем докладе обсуждается алгоритм решения сформулированной выше задачи, «не зависящий» от величины такого промежутка. При этом рассмотрен случай, когда матрица A экспоненциально устойчива, а нелинейная часть f системы (1) представляет собой малое возмущение, согласованное с A подходящим образом. В основе алгоритма лежат идеи теории позиционных дифференциальных игр.

Литература

1. Osipov Yu.S., Kryazhimskii A.V. Inverse problems for ordinary differential equations: dynamical solutions. London: Gordon and Breach, 1995.
2. Максимов В.И. Задачи динамического восстановления входов бесконечномерных систем. Екатеринбург: Изд-во Ин-та мат. и мех. УрО РАН, 2000.
3. Осипов Ю.С., Кряжимский А.В., Максимов В.И. Метод экстремального сдвига в задачах робастного граничного управления и динамического обращения // Автоматика и телемеханика, №4, 2008, с. 18–30.

Нижняя оценка бесконечного американского альтернативного опциона на два актива*

В.В. Морозов, Д.Л. Муравей
МГУ имени М.В. Ломоносова

1. Бесконечный альтернативный американский опцион представляет собой ценную бумагу, держатель которой имеет право ее предъявления в любой момент времени с целью получения одного из двух активов, имеющих наибольшую стоимость. Пусть стоимости активов $S_i(t)$ ($i=1,2$) удовлетворяют стохастическим уравнениям $dS_i(t) = S_i(t)((r - \delta_i)dt + \sigma_i dz_i(t))$, где r – банковская процентная ставка, $\delta_i > 0$ – интенсивности выплат дивидендов, $\sigma_i > 0$ – волатильности активов, а $z_i(t)$ – стандартные винеровские процессы с коэффициентом корреляции ρ . Платеж по опциону в момент времени t задается формулой $f(S_1(t), S_2(t)) = \max_i (S_i(t) - K)_+$, где $K \geq 0$ – цена исполнения опциона. При нулевом платеже актив покупается на рынке. Стоимость опциона $F(S_1, S_2)$ зависит только от текущих стоимостей активов (без потери общности $S_i = S_i(0)$) и определяется как верхняя грань средних приведенных платежей (с.п.п.), взятая по всем решающим правилам предъявления.

2. Нижняя оценка для стоимости $F(S_1, S_2)$ строится с использованием правил T_{c_1, c_2} , зависящих от параметров $c_1 > 1$ и $c_2 < 1$: опцион предъявляется только в случае, когда процесс $p(t) = S_1(t) / S_2(t) = e^{x(t)}$ впервые достигает либо верхней границы c_1 , либо нижней границы c_2 . Пусть $\rho \sigma_1 = \sigma_2$. Обозначим через $C(S_2, t)$ стоимость в начальный момент европейского опциона на второй актив с временем исполнения t , определяемую формулой Блэка-Шоулса. Обозначим через $g_{i, c_1, c_2}(t)$ плотность распределения времени T_{c_i} первого достижения процессом

* Работа поддержана грантом РФФИ, проект 08-01-00249.

$x(t)$ уровня $\ln c_i$ при условии, что он не достиг другого уровня $\ln c_{3-i}$. Плотность $g_{i,c_1,c_2}(t)$ задается рядом Фурта [1]. С.п.п. по опциону при использовании правила T_{c_1,c_2} в случае $\rho\sigma_1 = \sigma_2$ задается формулой

$$F_{c_1,c_2}(S_1, S_2) = E[e^{-rT_{c_1,c_2}} f(S_1(T_{c_1,c_2}), S_2(T_{c_1,c_2})) | S_i(0) = S_i] \\ = \int_0^{\infty} [C(S_2, t)g_{2,c_1,c_2}(t) + C(c_1S_2, t)g_{1,c_1,c_2}(t)] dt, \text{ которую можно пред-}$$

ставить в виде суммы быстро сходящегося ряда. Максимум $F_{c_1,c_2}(S_1, S_2)$ по переменным c_1, c_2 является нижней оценкой стоимости $F(S_1, S_2)$ и находится градиентным методом. Отметим, что при $K = 0$ построенная оценка является точной (см. [2]). Ее можно получить максимизацией по c_1, c_2 функции

$$F_{c_1,c_2}(S_1, S_2) = \frac{(c_1^{\theta_2} - c_1 c_2^{\theta_2})S_2^{1-\theta_1} S_1^{\theta_1}}{c_1^{\theta_2} c_2^{\theta_1} - c_1^{\theta_1} c_2^{\theta_2}} + \frac{(c_1 c_2^{\theta_1} - c_1^{\theta_1})S_2^{1-\theta_2} S_1^{\theta_2}}{c_1^{\theta_2} c_2^{\theta_1} - c_1^{\theta_1} c_2^{\theta_2}}, \quad \text{где}$$

$$\theta_{1,2} = \left(-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 2\delta_2 \sigma^2} \right) / \sigma^2, \quad \alpha = \alpha_1 - \alpha_2 - \frac{1}{2}\sigma^2,$$

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2.$$

Литература

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1. М.: Мир, 1963.
2. Gerber H.U., Shiu E.S.W. Martingale approach to pricing American options. ASTIN Bulletin. 1994. V. 24. P. 195–200.

Равновесие в игре FIGHT: теория и эксперимент

М. В. Мурашкин

МФТИ

Игра FIGHT - динамическая игра с неполной информацией. Каждый из двух игроков наделен приватным параметром (силой) – случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке $[0;1]$. Сначала первый игрок решает, будет ли он драться, или отступит. Если он выбрал драку, побеждает тот игрок, чья сила больше. Если первый игрок отступил, то уже второй игрок выби-

рает, будет ли он драться. Если будет – побеждает сильнейший, если отступит – драки не происходит. Выигрыш победителя равен 1, проигравшего – 0. В случае, когда оба отступили – по 0.5.

Если предположить, что игроки играют по пороговым стратегиям (всегда драться, если сила превышает некоторое значение – порог, и не драться в противном случае), то единственным равновесием Байеса-Нэша будет пара стратегий с нулевыми порогами. Но ряд исследований [1] показывает, что поведение реальных игроков существенно отличается от этого равновесия. Аналогичный результат был получен и в эксперименте, проведенном в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ. В каждом из 40 раундов 14 участников случайным образом разбивались на пары и получали роли первых и вторых игроков. В конце каждого раунда игрок получал информацию о силе соперника и его решении, если таковое имело место.

В данной работе был разработан метод оценки среднего порога группы игроков на основе одной случайной величины, зависящей от силы игрока и его решения. Для игроков каждого типа была построена зависимость среднего порога в раунде, рассчитанного по данному методу, от номера раунда. Как оказалось, гипотеза о том, что линейные аппроксимации данных зависимостей являются истинными значениями порогов игроков, не противоречит экспериментальным данным при достаточно больших уровнях значимости. Средний порог игроков первого типа менялся как $0.52729 - 0.00341k$, где k – номер раунда, а второго – как $0.41186 - 0.00494k$ (рис. 1). Эти значения лежат далеко от равновесия Байеса-Нэша.

Для объяснения данного явления было предложено считать, что игроки верят, что их противники играют по пороговым стратегиям, причем каждый игрок каким-то образом строит свое индивидуальное распределение этих порогов (далее – воображаемое распределение), и выбирает свой порог таким образом, чтобы максимизировать ожидаемый выигрыш при данном распределении. Была рассмотрена игра двух игроков, играющих по стратегиям с постоянными порогами. Если воображаемое распределение они строят как предел распределения порогов соперника (при количестве раундов, стремящемся к бесконечности), но сами пороги определяют по одному простому правилу, рассмотренному в рабо-

те, то в такой игре может существовать целое множество равновесий с ненулевыми порогами. В проведенном эксперименте средние значения порогов не входят в это множество, однако экспериментальные данные не противоречат предположению о том, что в игре идет сходимост к одному из таких равновесий.

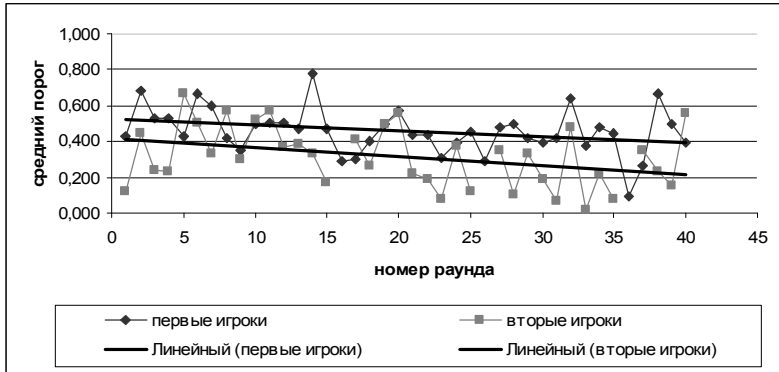


Рис. 1

Литература

2. Carrillo J. D., Palfrey T.R. The Compromise Game: Two-sided Adverse Selection in the Laboratory. 2nd Annual Conference on Empirical Legal Studies Paper. December 11, 2006.

Компромиссная игра: двусторонний неблагоприятный отбор в лаборатории

Ф.М. Ульянов

ВЦ РАН

В работе проводится анализ игры с приватной информацией с двумя участниками. Каждый игрок наделен «силой» известной только ему, и выбирает драться или отступить. Если кто-то из игроков выбрал драться, происходит драка, более сильный игрок получает больший выигрыш H , игрок слабее получает выигрыш меньше L . Если оба игрока выбрали отступить, то драка не происходит, объявляется ничья и оба игрока получают промежуточный выигрыш M . Рассматриваются 3 версии игры:

1) Игроки ходят последовательно $H = 1, M = 0.5, L = 0$;

- 2) Игроки ходя одновременно $H = 1, M = 0.5, L = 0$;
- 3) Игроки ходя одновременно $H = 1, M = 0.4, L = 0$.

Во всех случаях в игре есть только одно равновесие Байеса-Нэша в смешанных стратегиях: *драться обоим игрокам независимо от их силы.*

Для исследования данной игры была написана программа в системе z-Tree [1], и проведен эксперимент в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ. Всего участвовало 14 игроков, было проведено 40 туров. В каждом туре игроки произвольным образом разбивались на пары, между которыми и проходили «драки».

Оказалось, что

- 1) Игроки часто выбирают «отступить»
- 2) Присутствует незначительная обучаемость игроков.
- 3) Наблюдается различное поведение игроков при игре первым, вторым и в одновременной версии игры.

В ходе анализа индивидуального поведения игроков предполагалось что игроки пользуются пороговыми стратегиями, т. е. начиная с какого то значения силы выбирают «драться», а до этого выбирают «отступить». Оценив эти пороги для каждого игрока, получили что

- 1) Поведение игроков с большой точностью описывается пороговыми стратегиями при этом для вторых игроков такая точность выше.
- 2) В среднем значения порогов у вторых игроков меньше чем у первых.

Чтобы объяснить причины в работе анализируется две модели: квантильное равновесие с логистической функцией и когнитивная иерархия

- 1) Обе модели качественно соответствуют основной манере поведения игроков: возрастанию частоты выбора «драться» в зависимости от силы.
- 2) Квантильное равновесие объясняет различие в поведение первого и второго игрока
- 3) Обе модели в пороговых стратегиях достаточно хорошо соответствуют экспериментальным данным.

Литература

1. Fischbacher U. z-Tree: Zurich Toolbox for Ready-made Economic Ex-

periments, *Experimental Economics*, 2007, 10(2), 171-178.

2. Juan D. Carrillo and Thomas R. Palfrey "The compromise game: two-sided adverse selection in the laboratory" Social science working paper 1259 (2006)

3. Richard D. McKelvey and Thomas R. Palfrey "Quantal Response Equilibria for Normal Form Games" *games and economic behavior* 10, 6-38 (1995)

4. Camerer, C., T. Ho, and J. Chong (2004) "A Cognitive Hierarchy Model of Behavior in Games," *Quarterly Journal of Economics*, 119(3), 861-98.

5. Camerer, C., T. Palfrey, and B. Rogers (2006) "Heterogeneous Quantal Response Equilibrium and Cognitive Hierarchies," Working Paper, California Institute of Technology.

Анализ оптимальных стратегий изменения страховых премий в модели позиционной игры двух конкурирующих компаний

Е.А. Хандарова

МГУ им. М.В. Ломоносова

В работе построена динамическая модель, позволяющая оценить эффект от изменения тарифа страховой компанией. В случае повышения тарифа, компания может потерять клиентов, но, с другой стороны, может получить большую прибыль с отдельного клиента. Цель исследования - определение оптимальных стратегий изменения страховой премии в условиях конкурентного рынка.

Пусть на рынке две страховые компании А и В. Будем рассматривать модель на фиксированном количестве периодов T , t – номер периода. Предполагаем, что количество застрахованных объектов на рынке постоянно и равно E . В начальный момент времени премии компаний равны P_{A0} и P_{B0} , а их доли присутствия на рынке $p_{A0} = E_{A0}/E$ и $p_{B0} = E_{B0}/E$. Предположим, что в каждый период времени t компании могут повысить или понизить премию на фиксированную величину Δ . Сначала премию назначает компания А, затем В. Убыток L , приходящийся на один объекта страхования, - фиксированный, LE_{At} , LE_{Bt} - суммарные убытки компаний в момент времени t . В конце каждого из периодов компании рассчитывают прибыль периода по формуле: $\pi_{it} = P_{it}E_{it} - LE_{it}$, $i = A, B$, а также происходит перераспределение долей рынка по следующим правилам:

$$\begin{aligned} \text{при } P_{A,t} > P_{B,t}: & \begin{cases} E_{A,t+1}^* = E_{A,t} [1 - \exp(-k(P_{A,t} - P_{B,t}))] \\ E_{B,t+1}^* = E_{B,t} + E_{A,t} \exp(-k(P_{A,t} - P_{B,t})) \end{cases} \\ \text{при } P_{A,t} < P_{B,t}: & \begin{cases} E_{A,t+1}^* = E_{A,t} + E_{B,t} \exp(-k(P_{B,t} - P_{A,t})) \\ E_{B,t+1}^* = E_{B,t} [1 - \exp(-k(P_{B,t} - P_{A,t}))] \end{cases}, \end{aligned}$$

где k – коэффициент эластичности перераспределения застрахованных объектов относительно премии.

$$\begin{aligned} P_{A,t+1} &= E_{A,t+1}^* / (E_{A,t+1}^* + E_{B,t+1}^*) \\ P_{B,t+1} &= E_{B,t+1}^* / (E_{A,t+1}^* + E_{B,t+1}^*) \end{aligned}$$

Рассмотрен случай, при котором каждая из компаний стремится максимизировать свою функцию выигрыша - суммарную прибыль: компания А – функцию $u^A = \sum_{t=1}^T \pi_{A,t}$, компания В - $u^B = \sum_{t=1}^T \pi_{B,t}$. Сформулированная таким образом задача является конечношаговой позиционной игрой с полной информацией $G = (\{A, B\}; (X, \sigma); \{u^A(x), u^B(x)\}, x \in T; X \setminus T = X^A \cup X^B)$. Изменяя коэффициент эластичности перераспределения застрахованных объектов k , а также другие начальные параметры, были получены совершенные подыгровые равновесия игры G . В случае с одинаковыми начальными премиями и долями компании придерживаются одинаковых стратегий. Чем больше k , тем более склонны компании снижать премии, чтобы захватить долю рынка. Очевидно преимущество второй компании, полученное за счет информации о выборе первой. При сильном перетекании доли рынка экспериментально получено, что во многих случаях в $t=1$ компания А поднимает премию, а компания В опускает, что позволяет ей сразу захватить долю рынка. В момент времени T компании всегда поднимают премию, поскольку перераспределение доли в период T не влияет на функции прибыли T -го периода, следовательно, и на функции выигрышей тоже.

Чтобы исключить этот эффект был рассмотрен вариант максимизации справедливой стоимости компании, рассчитанной по методу дисконтированных денежных потоков (DCF – Discounted Cash Flow). Функции выигрыша для этого случая: $u^i = \sum_{t=1}^{\infty} \pi_{i,t} v^t$, где $v = 1/(1+r)$, а r – фиксированная банковская ставка, $i = A, B$. Предполагая, что: $P_{i,t} = P_{i,T}$, $\rho_{i,t} = \rho_{i,T+1}$, рассчитываем $\pi_{i,T+1}$. Предположим, что в каждый из последующих периодов

$T+2, T+3, \dots$ компания получает прибыль $\pi_{i,T+1}$. Получаем следующий вид функции выигрыша u^i :

$$u^i = \sum_{t=1}^T \pi_{it} \frac{1}{(1+r)^t} + \pi_{i,T+1} \frac{1+r}{r(1+r)^{T+1}}.$$

В случае невысокого уровня убытков, компания А, обладающая изначально большей премией, снижает ее при некоторых k в период T . По сравнению со случаем максимизации суммарной прибыли стратегии игроков значительно изменяются только при больших T .

Оценка бесконечного американского опциона на максимум рискового и безрискового активов*

К.В. Хижняк

МГУ им. Ломоносова

Работа посвящена оценке стоимости бесконечного американского колл-опциона на максимум рискового и безрискового активов. Предполагается, что цены активов $S_i(t)$, $i=1,2$, в момент времени t удовлетворяют стохастическим дифференциальным уравнениям

$$dS_i(t) = S_i(t)((r - \delta_i)dt + \sigma_i dz_i(t)), \quad i=1,2,$$

где $z_i(t)$ – стандартные винеровские процессы ($z_i(0) = 0$) с постоянной корреляцией ρ , $r > 0$ – банковская процентная ставка, σ_i – волатильность стоимости i -го актива, δ_i – ставка выплачиваемых дивидендов по активу i .

Стоимость опциона в начальный момент времени определяется по формуле

$$F(S_1, S_2) = \sup_{T' \geq 0} E(e^{-rT'} (\max(S_1(T'), S_2(T')) - K)^+),$$

здесь $x^+ = \max(x, 0)$, $S_i = S_i(0)$, $i=1,2$, T' – правило остановки.

Верхняя оценка стоимости опциона $\bar{F}(S_1, S_2)$ получена заменой в интегральной формуле стоимости опциона выражения для границы области немедленного исполнения $G_i(S_{3-i})$ ее приближением $\bar{G}_i(S_{3-i}) = \max(S_i^*, c_i S_{3-i} + \omega_i)$, $i=1,2$, где S_i^* – оптимальное по-

* Работа поддержана грантом РФФИ, проект 08-01-00249.

роговое значение для исполнения бесконечного американского опциона на i -й актив, $S_i = c_i S_{3-i} + \omega_i$, $i = 1, 2$ – уравнения асимптот графиков функций $G_i(S_{3-i})$, $i = 1, 2$.

В случае, когда S_2 – безрисковый актив ($\sigma_2 = 0$, $\delta_2 = 0$, $\rho = 0$), $c_1 = 1 + \sigma_1^2 / (2\delta_1)$, $\omega_1 = Kc_1 \left(1 - c_1 / \sqrt{c_1^2 + 2\sigma_1^2 r / \delta_1^2} \right) / 2$.

Для получения нижней оценки стоимости опциона в качестве правила остановки используется момент первого достижения ценой одного из активов границы вида $f(t) = ae^{bt}$, здесь $a \geq 0$ и b параметры. Таким образом, правило остановки имеет вид $T'(a, b) = \min \left\{ t \geq 0 \mid \max(S_1(t), S_2(t)) = ae^{bt} \right\}$.

$$\begin{aligned} \bar{F}(S_1, S_2) = & \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\delta_1 S_1 e^{-\delta_1 t} \Phi(\bar{d}_{11}) - rKe^{-rt} \Phi(\bar{d}_{12}) \right] \phi(x_2) dx_2 dt \\ & + \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\delta_2 S_2 e^{-\delta_2 t} \Phi(\bar{d}_{21}) - rKe^{-rt} \Phi(\bar{d}_{22}) \right] \phi(x_1) dx_1 dt, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{d}_{ij} = & \frac{-\ln \left(\bar{G}_i \left(\exp(\sigma_{3-i} \sqrt{t} x_{3-i} + (2-j)\rho\sigma_i\sigma_2 t + \ln S_{3-i} + \hat{\alpha}_{3-i} t) \right) \right)}{\sigma_i \sqrt{t(1-\rho)}} \\ & + \frac{\sigma_i \sqrt{t} \rho x_{3-i} + (2-j)\sigma_i^2 t + \ln S_i + \hat{\alpha}_i t}{\sigma_i \sqrt{t(1-\rho)}}, \hat{\alpha}_i = \alpha_i - \frac{\sigma_i^2}{2}, \alpha_i = r - \delta_i. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(S_1, S_2) \geq & \max_{a, b} \left\{ a \left[e^{\frac{l(\hat{\alpha} - \xi_1)}{\sigma^2}} \Phi \left(\frac{-l + \xi_1 T^*}{\sigma \sqrt{T^*}} \right) + e^{\frac{l(\hat{\alpha} + \xi_1)}{\sigma^2}} \Phi \left(\frac{-l - \xi_1 T^*}{\sigma \sqrt{T^*}} \right) \right] \right. \\ & + \left. \left(ae^{bT^*} - K \right) e^{-rT^*} \left(\Phi \left(\frac{l - \hat{\alpha} T^*}{\sigma \sqrt{T^*}} \right) - e^{\frac{2l\hat{\alpha}}{\sigma^2}} \Phi \left(\frac{-l - \hat{\alpha} T^*}{\sigma \sqrt{T^*}} \right) \right) \right. \\ & \left. - K \left[e^{\frac{l(\hat{\alpha} - \xi_2)}{\sigma^2}} \Phi \left(\frac{-l + \xi_2 T^*}{\sigma \sqrt{T^*}} \right) + e^{\frac{l(\hat{\alpha} + \xi_2)}{\sigma^2}} \Phi \left(\frac{-l - \xi_2 T^*}{\sigma \sqrt{T^*}} \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} l = \ln \left(\frac{a}{S_1} \right), \hat{\alpha} = \alpha_1 - \frac{\sigma^2}{2} - b, \xi_1 = \sqrt{\hat{\alpha}^2 + 2\hat{r}\sigma^2}, \\ \xi_2 = \sqrt{\hat{\alpha}^2 + 2r\sigma^2}, \hat{r} = r - b, T^* = \frac{\ln a - \ln S_2}{\alpha_2 - b}. \end{aligned}$$

Литература

1. Alexander A. Vasin, Vladimir V. Morozov, Investment Decisions Under Uncertainty and Evaluation of American Options. Int. J. Math Game Theory Algebra 15 (2006), 323-336.
2. M. Broadie, J. Detemple, The American Option Valuation: New Bounds, Approximations, and a Comparison of Existing Methods. Review of Financial Studies 9 (1996), 1211-1250.

Численный метод для решения невыпуклой задачи оптимального управления

М.В. Янулевич, А.С. Стрекаловский

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Рассматривается задача оптимального управления (ОУ):

$$J(x, u) = F_1(x(t_1)) + \int_T [F(x(t), t) + f(u(t), t)] dt \downarrow \min_u, \quad u \in \mathbf{A} \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + b(u(t), t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

$$\mathbf{A} \square \{u \in L_\infty(T) \mid u(t) \in U \text{ п.в. на } T\}, \quad (3)$$

где $T \square [t_0, t_1]$, множество $U \subset R^r$ является компактным, и выполняются обычные предположения в задаче ОУ (см. [1,3-5]). Кроме того, пусть функции, задающие целевой функционал (3), представимы в виде разности выпуклых и гладких по $x \in R^n$ функций: $F_1(x) = g_1(x) - h_1(x)$ и $F(x, t) = g(x, t) - h(x, t)$ (см. [1,2]).

Вообще говоря, задача (1)-(3) является невыпуклой, т.е. могут существовать экстремали Понтрягина, не являющиеся глобально оптимальными (см. [1]). Для решения задачи улучшения таких экстремалей по значению целевого функционала (1) предложен подход, основанный на новых условиях глобальной оптимальности (например, см. [2,4]). Построен алгоритм глобального поиска, использующий процедуру улучшения экстремали, а также ранее предложенную процедуру специального метода локального поиска, который учитывает специфику задачи.

Пусть известен процесс $(x^s(\cdot), u^s(\cdot))$, $u^s \in \mathbf{A}$, то в качестве следующего $(x^{s+1}(\cdot), u^{s+1}(\cdot))$ будем выбирать процесс, приближенно удовлетворяющий принципу максимума Понтрягина (с точностью $\delta_s > 0$, $\sum_{k \geq 0} \delta_k < +\infty$, по невязке) в линеаризованной задаче (PL_s) :

$$I_s(x, u) = g_1(x(t_1)) - \langle \nabla h_1(x^s(t_1)), x(t_1) \rangle + \\ + \int_T [g(x(t), t) - \langle \nabla_x h(x^s(t), t), x(t) \rangle + f(u(t), t)] dt \downarrow \min, u \in A$$

при условии дифференциальной связи (2). Пусть $H(t, x, \psi, u)$ – функция Понтрягина в задаче (1)-(3). Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть последовательность процессов $\{(x^s(\cdot), u^s(\cdot))\}$ строится по вышеописанному правилу. Тогда

$$\limsup_{s \rightarrow \infty} \sup_{v \in U} \{H(t, x^s(t), \psi^s(t), v) - H(t, x^s(t), \psi^s(t), u^s(t))\} = 0 \quad \text{п.в. на } T,$$

где абсолютно непрерывная функция $\psi^s(\cdot)$ является решением сопряженной системы задачи (PL_s) .

Проведено численное тестирование специального метода локального поиска, а также алгоритма глобального поиска на сгенерированных квадратичных задачах ОУ из так называемых задач ядер (P_i) , $i = \overline{1, m}$, в которых известны локально и глобально оптимальные процессы. Сложность сконструированных тестовых задач может быть охарактеризована следующим предложением.

Предложение. Пусть в задаче (P_i) существует K_i глобально и оптимальных процессов и M_i экстремалей, $i = \overline{1, m}$. Тогда в построенной задаче с помощью метода генерации, существует $\prod_{i=1}^m K_i$ глобально оптимальных процессов и $\prod_{i=1}^m M_i$ экстремалей.

Литература

1. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. – М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2002.

2. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. – Новосибирск: Наука, 2003.

3. Стрекаловский А.С., Янулевич М.В. Глобальный поиск в задаче оптимального управления с целевым терминальным функционалом, представленным разностью двух выпуклых функций // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. – 2008. – Т. 48, № 7. – С. 1187-1201.

4. Стрекаловский А.С. Задачи оптимального управления с терминальными функционалами, представимыми в виде разности двух выпуклых функций // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. – 2007. – Т. 47, № 11. – С. 1865-1879.

5. Стрекаловский А.С., Шаранхаева Е.В. Глобальный поиск в невыпуклой задаче оптимального управления // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. – 2005. – Т. 45, №10. – С. 1785-1800.

Исследование операций в экономике

Operations research in economics

1. *Xiuli Chao, Yifan Xu* Optimal control of a finite-capacity inventory system with setup cost 73
2. *Olga Raskina, Charles Rosa, Sean Devine, Brendt Reif* Sales Utility optimization 75
3. *А.П. Абрамов* Модель эндогенного техпрогресса в децентрализованной экономике 76
4. *В.В. Балашов, А.В. Смирнов, М.А. Семакина, Т.О. Цейтлина* Экономические аспекты развития авиационной транспортной системы России 78
5. *В.В. Балашов, А.В. Смирнов, Т.О. Цейтлина* Современные технологии решения задач исследования и прогнозирования развития транспортной авиации в России 80
6. *А.А. Вагин, П.М. Симонов* Исследование модификации модели Солоу 82
7. *М.П. Ващенко* Оценка доходности инвестиционных проектов в модифицированной модели Кантора-Липмана 83
8. *В.П. Вржесц, М.А. Хохлов* Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики 85
9. *В.А. Горбачев, Н.Н. Оленев* Идентификация модели добывающего сектора экономики Монголии 87
10. *В.М. Гордуновский, С.Ю. Самохвалов* Модель эффективного инвестирования в реальный сектор экономики 89
11. *Б.С. Добронев, О.А. Попова* Применение гистограммой арифметики в экономических задачах исследования операций 90
12. *В.Н. Домрачев, Т.А. Бардадым, Ю.П. Лаптин* Анализ зависимостей ряда показателей развития экономик Украины, России и Евразии 92
13. *А.А. Жукова, И.Г. Поспелов* Модель оптимального потребления и сбережений при наличии сделок с недвижимостью 94
14. *Г.К. Каменев, Н.Н. Оленев* Исследование устойчивости внешних параметров модели экономики методом множеств идентификации 96

15. *О.В. Карнаухова* Исследование межвременного равновесия в модели банковской системы России **98**
16. *И.А. Кондраков, Л.Я. Поспелова, А.А. Шананин* Непараметрический метод построения экономических индексов. Применение к анализу товарных, фондовых и валютных рынков. **100**
17. *Ю.В. Косачев* Оптимизация инновационного процесса в рамках финансово-промышленной структуры **102**
18. *О.В. Куликов, А.В. Рудева* О стратегии разработки нефтяного месторождения в модели с возрастающими предельными издержками **104**
19. *И.С. Меньшиков* Взаимосвязь процесса принятия решений и динамики функционального состояния **105**
20. *Е.Г. Молчанов* Об одной проблеме моментов, возникающей при оценке эластичности замещения производственных факторов на микроуровне **107**
21. *Н.К. Обросова, А.А. Шананин* Модель производства в обрабатывающем секторе с учетом дефицита оборотных средств и торговой инфраструктуры **109**
22. *Н.Н. Оленев, А.И. Фетина* Исследование моделей экономики страны и региона с учетом социальной стратификации **111**
23. *В.М. Полтерович, А.С. Тонис* Абсорбционная и инновационная способности стран: подходы к измерению **113**
24. *И.Г. Поспелов* Рациональность макроагентов: кому приписывать функцию полезности? **115**
25. *Н.В. Радионов, С.П. Радионова* Методика технико-экономического обоснования инвестиций в повышение безопасности функционирования промышленных предприятий **116**
26. *А.К. Скиба* Исследование задачи оптимального управления для динамической модели газового месторождения **118**
27. *А.Н. Соломатин* Оптимизация состава и стратегий развития бизнес-единиц компании **119**
28. *В.М. Умывакин* Принятие эколого-экономических решений на основе принципа двухкритериальности **121**
29. *В.М. Умывакин* Моделирование слабоформализованных задач ресурсной оптимизации на основе синтеза нормативного и адаптивного подходов **123**

Optimal control of a finite-capacity inventory system with setup cost*

Xiuli Chao, Yifan Xu

University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA

Fudan University, Shanghai, China

One of the most fundamental results in inventory theory is the optimality of (s, S) policy for inventory systems with setup cost. A key assumption in this result is infinite ordering capacity. That is, regardless of how much is ordered, the order will be ready after the fixed lead-time. This assumption is clearly not satisfied in many applications, especially in production systems; all production facility has a finite capacity. Several studies have been conducted attempting to extend the analysis to the case of finite capacity. In the special case that setup cost is 0, Federgrun and Zipkin have shown that the optimal strategy for the capacitated inventory control problem is a simple extension of the optimal base-stock policy to the uncapacitated problem, and is often called the modified base-stock policy. Similar results have been extended to other settings, such as random production/supply capacity. Does this "modification" continue to work in the general case with positive setup cost? While it is reasonable to expect that the modification of (s, S) would be optimal, it has been shown by several authors, through counterexamples, that the result is no longer true. Efforts have been made to analyze the structure of the optimal inventory control policy for the case of finite capacity with setup cost. The general result is that the optimal policy can only be partially characterized in the form of s - S bands: When the inventory level is below s , then produce/order the capacity, and when the inventory level is over S , order nothing. If the inventory level is between s and S , the ordering policy is complicated and depends on the instance. In a recent paper by Gallego and Scheller-Wolf, the structure of the policy between the bands is further analyzed. It is shown that the optimal solution space can be divided into four regions. In two of the regions, the optimal policy is known -- in one you order the capacity and in the other you order 0, as in the s - S bands. In one of the remaining two regions, it is optimal for the deci-

* Research supported by NSF under CMMI-0800004 and CMMI-0927631.

sion maker to either order nothing, or to bring the inventory level at least up to a specified level. In the fourth region the parameters of the solution dictate one of the two cases hold. In the first case it is optimal to order, again at least up to a specified level; in the second, the optimal policy is either to order the full capacity or nothing. Therefore, while the structure for two of the regions are known, the strategy for the other two regions are not completely specified since there are multiple possibilities and it depends on the scenario. Gallego and Toktay consider a variation of the periodic review inventory system with finite capacity, where in each period, the ordering quantity has to be either the maximum capacity. The optimal strategy for this case turns is a modified (s, S) policy.

In this work, we consider a continuous review inventory control system with setup cost and finite production capacity, and lost sales. The production facility can only manufacture products one by one, at a given rate. Each product sold generates a revenue. There is a production cost and a holding cost. There is also a setup cost every time the machine is set up to produce, but once the machine is set up, it can produce any number of products non-stop before turning off the machine or switching the machine for other tasks. This makes the model different from that of Gallego and Toktay, in which a setup incurs in every period the machine produces. Our objective is to dynamically control the production process to maximize the long run average profit. Though this paper focuses on lost sale model, we point out that similar results can be obtained for the case with backlogs. The main result in this paper is that the optimal policy is determined by two easily computable parameters r and S . Whenever the inventory drops to r , the machine is turned on to produce at the maximum rate, and the machine is turned off when the inventory level reaches S . The control parameters r and S are the solutions of a simple concave function $g(x)$. Various characterizations are presented on this stochastic inventory system. Our analysis is divided into two parts. In the first part, we focus on a subclass of admissions policies, that is the class of (r, S) policies, and identify, among this class of policies, the optimal one. Clearly, this problem is reduced to the search for the two optimal control parameters. Then, we prove that the policy obtained is actually optimal among all admissible policies. Finally, we also develop efficient algorithms to compute the optimal control parameters.

Sales Utility optimization

Olga Raskina, Charles Rosa, Sean Devine, Brendt Reif

Conway Freight

Conway Freight serves our customer's LTL shipping needs across the whole of the United States and into Canada and Mexico. To this end, we manage an extensive network comprised of hundreds of P&D and line haul service centers, thousands of tractors, trailers, and drivers, and hundreds of thousands of distinct origin-to-destination combinations. To support this network, we must have a robust pipeline of customers, each with a willingness to pay for freight services which, when aggregated, will support the fixed and variable costs of running the network, and return a profit to finance continuing improvements to our business. To this end, Conway has an extensive sales organization that seeks to maintain and grow current customers as well as build relationships with new customers. Customer retention and satisfaction is one of the company's top priorities. Every day each one of the sales representatives needs to decide the priorities of the customers' contacts – whether to contact each of the customers and prospects via phone, email or personal visit, or not to contact at all, based on the perceived utility of each contact as well as estimated time required for the contact. The time includes both time of the contact itself and the travel time in case of a face-to-face visit.

Assigning the utility to each customer and deciding the order and priorities of customer contact on a daily basis is a challenging task for the sales force given the multidimensionality and uncertainty of the driving factors. In the past all account executives have been scheduling all of their time manually, which lead not only to excessive planning overhead, but also to a great amount of subjectivity and sub-optimality in the decision making.

To address this problem we first use statistical and data mining techniques to determine probabilistic estimates of the monetary values of each type of the sales contact and the time it will require. With that data we then solve a series of optimization problems under uncertainty over the entire customer base and the sales force. The optimization problem seeks to maximize the daily utility while remaining within available time by planning the set of customers to contact and the contact mode for each account executive and each day of the planning ho-

rizon.

The problem is a combination of the multi-period prize-collecting TSP problems and multi-period knapsack problems that need to satisfy certain robustness to the uncertainty criteria. In our formulation the uncertainty exists both in the time estimates of each sales activity (knapsack weights and TSP distances) as well as in our estimates of the calls utility. We follow the approach of Archer et al for the core TSP problem and Bertsimas and Sim for the robust counterpart, both with modifications to account for the combined nature of the problem. In our solution we employ a mix of a series of MIPs with custom-defined cuts and robust prize-collecting TSP heuristics. This approach allows us to solve the problem in near real-time and to respond quickly to the always changing sales environment.

Conway is beginning to integrate the model into the business process for automatically scheduling all customer contacts for all of its account executives. We report on the computation and implementation/adoption challenges and results.

Модель эндогенного техпрогресса в децентрализованной экономике*

А.П. Абрамов

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Рассматривается модель эндогенного техпрогресса в децентрализованной экономике с леонтьевскими технологиями. В ней сопоставляются затраты на смену технологии с выгодами, которые ожидают получить от ее внедрения, что является основой для принятия инвестиционных решений в реальной экономике рыночного типа [1]. Данный подход к инвестированию в рамках аппарата линейной теории экономической динамики изложен в [2].

Рассмотрим экономическую систему, состоящую из n отраслей с леонтьевскими технологиями и коэффициентами затрат y_{ij} . Предполагается, что до шага t система находилась на неймановской траектории с равновесными ценами. Отрасль $j, j = 1, \dots, n$, в момент окончания шага $t-1$ определяет план выпуска $x_j^p(t)$ на

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, код проекта 10-07-00286

шаге t согласно [3] и целесообразность использования новой технологии на шаге $t+1$, которая изменит на величину Δy_{ij} коэффициенты затрат. Пусть все отрасли ожидают одинакового темпа κ роста производства и сохранения текущих равновесных цен p_i в обозримом будущем. Тогда внедрение новой технологии позволит сэкономить денежные средства при закупке ресурсов для производственного цикла τ , $\tau \geq t+1$ в объеме $-\kappa^{(\tau-t)} x_j^p(t) \sum_i p_i \Delta y_{ij}$. Подсчитаем приведенную стоимостью инвестиционного проекта при коэффициенте дисконтирования d :

$$PV_j(t) = -x_j^p(t) \left(\sum_i p_i \Delta y_{ij} \right) \sum_{\tau} d^{(\tau-t)} \kappa^{(\tau-t)}.$$

Пусть $PV_j(t) > 0$ и $d\kappa < 1$, тогда $PV_j(t) = -x_j^p(t) \frac{d\kappa}{1-d\kappa} \left(\sum_i p_i \Delta y_{ij} \right)$.

Реализация проекта требует закупок ресурсов на сумму $\sum_i p_i z_{ij}^0 x_j^p(t)$, где $z_{ij}^0 x_j^p(t)$ оценивает затраты продукта i на смену технологии. Разность между суммой дисконтированной экономии денежных средств и затратами на инвестиционный проект, т.е. показатель чистой приведенной стоимости проекта, который обозначим через $NPV_j(t)$, имеет вид

$$NPV_j(t) = -\sum_i p_i z_{ij}^0 x_j^p(t) - \frac{d\kappa}{1-d\kappa} \left(\sum_i p_i \Delta y_{ij} \right) x_j^p(t).$$

Инвестиционный проект принимается, если чистая приведенная стоимость положительна, т.е. при условии

$$\sum_i p_i z_{ij}^0 < -\frac{d\kappa}{1-d\kappa} \sum_i p_i \Delta y_{ij}.$$

Такую оценку необходимо проводить всякий раз после окончания текущего производственного цикла, даже если проект был ранее отвергнут. В самом деле, пусть на текущем шаге для некоторой группы отраслей показатели чистой приведенной стоимости проектов положительны, а для другой группы - отрицательны. Показано, что реализация инвестиционных проектов первой группой отраслей должна привести к асимптотическому переходу к новой системе равновесных цен. Очевидно, что инвестиционный проект отрасли из второй группы станет выгодным, если новая система цен обеспечит положительное значение чистой приведенной стои-

мости проекта. Следовательно, ни один проект из второй группы не может быть отвергнут окончательно.

Литература

1. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов.- М.: ЗАО, Олимп-Бизнес, 2008, 1008 с.

2. Беленький В.З. Экономическая динамика: анализ инвестиционных проектов в рамках линейной модели Неймана-Гейла. Препринт WP/2002/137. - М.: ЦЭМИ РАН, 2002, 78 с.

3. Абрамов А.П. О выходе на магистраль сбалансированного роста в модели замкнутой децентрализованной экономики// Математическое моделирование, 2008, том 20, № 2, с. 3-12.

Экономические аспекты развития авиационной транспортной системы России

В.В. Балашов, А.В. Смирнов, М.А. Семакина, Т.О. Цейтлина

Центральный аэрогидродинамический институт

им. проф. Н.Е. Жуковского

Представлена достаточно общая схема предпроектных исследований нового воздушного судна (ВС), включающая четыре этапа: этап 1 – исследование и прогнозирование рынка гражданской авиационной техники (ГАТ); этап 2 – исследование нового ВС; этап 3 – исследование цены нового ВС; этап 4 – планирование инвестиций для нового ВС. Исследование и прогнозирование рынка ГАТ проводится постоянно и независимо от остальных этапов. В процессе мониторинга анализируется целесообразность разработки новых ВС в различных сегментах рынка. При исследовании цены нового ВС необходимым элементом являются маркетинговые исследования. Определяется стратегия ценообразования, формируются факторы ценообразования, в частности, технические факторы. Прогнозируются лимитные цены, оценивается себестоимость нового ВС, определяемая используемыми технологиями. Цена продажи прогнозируется на основе анализа ситуации на рынке с учётом характеристик перспективного самолёта. Представленная схема предпроектных исследований может рассматриваться как схема формирования бизнес-концепции нового ВС.

Рассмотрена задача прогнозирования цены сверхзвукового административного самолёта на этапе предпроектных исследований. Обоснование цены перспективного самолёта является одним

из элементов разрабатываемой методики предпроектных исследований для анализа инвестиционной привлекательности концепций новых самолётов. Создана информационная модель предварительной оценки предельной цены перспективного административного самолёта на основе выявления связи между уровнем потребительских свойств и сложившейся на рынке ценой самолёта. В качестве данных, характеризующих потребительские свойства самолёта, рассмотрен набор из 12 технических параметров для 40 продаваемых на рынке и исследуемых в настоящее время реактивных административных самолётов. С использованием метода факторного анализа сформирована система из трёх технических факторов, характеризующих в обобщённом виде такие потребительские свойства административного самолёта как «полезная нагрузка», «энерговооружённость», «комфорт». При формировании информационной модели использовались методы нейросетевого программирования. Полученная нейронная сеть обладает хорошими аппроксимационными свойствами и устанавливает статистическую зависимость между тремя техническими факторами и предельной ценой административного самолёта.

Разработана математическая модель спроса на пассажирские авиаперевозки, относящаяся к классу эконометрических моделей. Авиапассажиры можно условно разделить на две категории: пассажиры, оплачивающие авиаперелёт из собственных средств, и пассажиры, перелёт которых оплачивается из других источников. Разработанная методика позволяет получить оценку спроса, формируемого за счёт первой категории пассажиров.

Задача определения спроса на пассажирские авиаперевозки решается в два этапа. На первом этапе проводится оценка численности той части населения страны, которая способна оплачивать авиаперелёт из собственных средств, - так называемой «эффективной части» населения. Тем самым определяется граница «зоны платёжеспособного спроса». В рамках «базового подхода международных макроэкономических сопоставлений» из суммарного ВВП страны выделяется первичная группа «расходы на конечное потребление домашних хозяйств» - те доходы, которыми население может распоряжаться по собственному усмотрению, и в том числе оплачивать авиаперелёт. Эти доходы в свою очередь распределяются по пяти 20-% группам населения с различными уров-

нями доходов. С использованием имеющихся статистических данных о пассажирских авиаперевозках определяется «пороговый уровень доходов» и «эффективная часть» населения России. На втором этапе определяется число пассажиров, которых «поставляет» на рынок авиаперевозок «эффективная часть» населения. Тем самым определяется объем данного сегмента рынка пассажирских перевозок.

Современные технологии решения задач исследования и прогнозирования развития транспортной авиации в России

В.В. Балашов, А.В. Смирнов, Т.О. Цейтлина

*Центральный аэрогидродинамический институт
им. проф. Н.Е. Жуковского*

Конечной целью проводимого исследования является формирование прогноза (на 10-15 лет) перспективного парка пассажирских самолётов, который должен обеспечить прогнозируемый на этот срок уровень пассажиропотоков на прогнозируемой сети авиалиний. Применение традиционных методов прогнозирования авиаперевозок, таких как экстраполяция трендов, регрессионный анализ и метод эмпирических моделей, связано с необходимостью жесткого ограничения числа параметров, влияние которых на прогнозируемый показатель может быть учтено. Это указывает на целесообразность использования информационных моделей прогнозирования, базирующихся на использовании большого числа параметров, в том числе статистических данных.

Методы построения моделей сложных систем, к числу которых относятся и транспортные системы, не приводят к удовлетворительным результатам, когда исходное описание системы-оригинала является неполным или неточным. В таких случаях наиболее конструктивной является технология нечёткого моделирования. Использование аппарата теории нечётких множеств и нечёткой логики, в частности, позволяет формализовать лингвистическую информацию в целях построения математических моделей.

Прогнозируется развитие сети авиалиний и определяются те пары городов, которые в заданный год прогноза будут связаны прямым авиасообщением (авиалинией). Для этого необходимо

сформировать не зависящие явно от времени и от конкретной пары городов условия существования авиалиний.

Для решения задачи формирования условий существования авиалиний использован математический аппарат нечётких нейронных сетей, объединяющий достоинства нейронных сетей и систем нечёткого вывода. Реализация аппарата нечётких нейронных сетей осуществлена с использованием «Адаптивной системы нейронечёткого вывода» ANFIS в среде MATLAB. ANFIS реализует систему нечёткого вывода Сугено в виде пятислойной сети прямого распространения сигнала.

Важнейшим этапом в применении нейросетевых технологий является обучение нейронной сети. Разработано восемь основных вариантов обучающей выборки – т.н. моделей условий существования авиалиний. Модели различаются по двум признакам – по принципу формирования множества элементов обучающей выборки и по принципу формирования самих элементов обучающей выборки. Элемент обучающей выборки содержит в себе семь параметров: параметр, характеризующий наличие или отсутствие авиалинии между данными двумя городами, а также шесть параметров, характеризующих саму транспортную связь и соединяемые ею города как «центр генерации спроса на авиаперевозки» и как «цель поездки». При формировании обучающей выборки были использованы статистические данные об измеряемых параметрах за 2006 г. и данные о сети внутрироссийских магистральных авиалиний, реально существовавших в этом году, представленные в виде OD-матрицы.

В результате обучения нейронной сети формируется набор правил, в соответствии с которыми определяется, должна ли существовать авиалиния между двумя городами при заданных значениях измеряемых параметров. Результаты моделирования сети авиалиний представлены в виде модельной OD-матрицы. Эта матрица поэлементно сравнивается с исходной OD-матрицей авиалиний, реально существовавших в 2006 г. По результатам сравнения проводится оценка адекватности разработанных моделей условий существования авиалиний.

Практика решения ряда задач показала, что основными технологиями, на базе которых целесообразно осуществлять прогнозирование развития авиационной транспортной системы являются

формирование информационных моделей и использование современных математических методов, таких как нейросетевое программирование, факторный анализ и нечёткое моделирование.

Исследование модификации модели Солоу*

А.А. Вагин, П.М. Симонов

*Пермский государственный технический университет,
Пермский государственный университет*

Обеспечить текущие нужды производства в расходных ресурсах (материалы, заготовки, полуфабрикаты и так далее) можно с помощью оборотных фондов. Для этого используется оборотный капитал. Потребность производства в оборотном капитале зависит от производственной мощности. Следовательно, можно вести процентную величину – загруженность производственных мощностей, зависящую от наличия оборотного капитала и собственно производственной мощности: $G(K_{oc}, F) \in [0,1]$, $K_{oc} \geq 0$, $F \geq 0$, где K_{oc} – оборотный капитал, F – предельная мощность производства. Введем дополнительно параметр $u(t) \in [0,1]$, и запишем основной и оборотный капитал, как функции суммарного капитала производства K : $K_{opf} = u(t)K$, $K_{oc} = (1-u(t))K$. Тогда функцию, описывающую конечное производство можно записать в виде:

$$\dot{F}(K, L, u(t)) = F(u(t)K, L) \cdot G((1-u(t))K, F(K, L)).$$

Поставим задачу оптимального экономического роста в случае управляемой экономической функции. Как и неоклассической задаче об оптимальном экономическом росте имеется одна фазовая координата – капиталовооруженность рабочего $k(t)$, а уравнение движения – это основное дифференциальное уравнение неоклассического экономического роста:

$$k'(t) = \dot{f}(k, u(t)) - (\eta + \mu u(t))k(t) - c(t),$$

$$\dot{f}(k, u(t)) = \dot{F}(k, 1, u(t))/L$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и администрации Пермского края (грант № 10-01-96054-р-урал-а) и ЗАО «ПРОГНОЗ».

Начальное состояние задается значением капиталовооруженности одного рабочего $k(t_0) = k_0$.

Будем оптимизировать интеграл

$$W = \int_{t_0}^{t_1} e^{-\delta(t-t_0)} (\beta Q(c(t)) + (1-\beta) f^k(k, u(t))) dt \rightarrow \max,$$

$$\beta \in [0, 1], 0 \leq c(t) \leq f^k(k(t), u(t))$$

на решениях дифференциального уравнения неоклассического экономического роста при условиях $k(t_0) = k_0$. Этот интеграл принимает наибольшее значение при единственном $\{k^*, u^*\}$.

Оценка доходности инвестиционных проектов в модифицированной модели Кантора-Липмана*

М.П. Ващенко

ВЦ РАН

В докладе обсуждаются методы оценки доходности инвестиционных проектов. Рассматривается модифицированная модель Кантора-Липмана, учитывающая влияние на поведение инвестора вероятности возникновения кризиса на рынке инвестиций.

В такой постановке задача сводится к решению уравнения Беллмана ([1]):

$$V(\overset{\mathbf{r}}{s}) = \max \left\{ \Delta(\overset{\mathbf{r}}{s} + u\overset{\mathbf{r}}{b})_r + (1-\Delta)V(A(\overset{\mathbf{r}}{s} + u\overset{\mathbf{r}}{b})) \mid u \geq 0, \overset{\mathbf{r}}{s} + u\overset{\mathbf{r}}{b} \geq 0 \right\},$$

где $A_{(r+1) \times (r+1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$, $\overset{\mathbf{r}}{b} = \{b_0, b_1, \dots, b_r\}$, $b_i = \sum_{j=0}^i a_j$, век-

тор $\overset{\mathbf{1}}{a} = \{a_0, a_1, \dots, a_r\}$ описывает потоки платежей проекта, $\Delta = \text{con-}$

* Работа поддержана грантами РФФИ (08-07-00158-а, 09-01-13534 офи-ц), РГНФ N 08-02-00347, программой поддержки ведущих научных школ НШ 2982.2008.01, ПФИ ОМН РАН N3, ПФИ президиума РАН N2, ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы (проект П949).

stant - оценка инвестора вероятности наступления кризиса, i -ая компонента $\overset{\mathbf{r}}{s}$ равна денежным остаткам в момент времени i , при условии, что новые проекты не начинались, u - интенсивность реализации проекта.

Теорема (I1). Обозначим: $B_1 = \max_{1 \leq t \leq r} |b_t|$ $B_2 = \min_{1 \leq t \leq r; b_t < 0} |b_t|$. Тогда

если $\Delta > 1 - \frac{B_2}{4B_1}$, то:

$$\arg \max_{\{u|u \geq 0, \overset{\mathbf{r}}{s} + u\overset{\mathbf{r}}{b} \geq 0\}} [\Delta(\overset{\mathbf{r}}{s} + u\overset{\mathbf{r}}{b})_r + (1 - \Delta)V(A(\overset{\mathbf{r}}{s} + u\overset{\mathbf{r}}{b}))] = \min_{0 \leq i \leq r; b_i < 0} \left(-\frac{s_i}{b_i} \right).$$

Применение инвестором осторожной стратегии,

$\varphi(\overset{\mathbf{r}}{s}) = \min_{0 \leq i \leq r; b_i < 0} \left(-\frac{s_i}{b_i} \right)$, приводит к динамической системе

$$\begin{cases} \overset{\mathbf{r}}{s}(t+1) = \overset{\mathbf{r}}{A}(\overset{\mathbf{r}}{s}) = A(\overset{\mathbf{r}}{s}(t) + \varphi(\overset{\mathbf{r}}{s}(t))\overset{\mathbf{r}}{b}), t=0,1,2,\dots, (*) \\ \overset{\mathbf{r}}{s}(0) = \overset{\mathbf{r}}{s}^0, \end{cases}$$

в которой на каждом шаге $t = 1, 2, \dots$ применяется один из опера-

торов $\overset{\mathbf{r}}{A}_i : \overset{\mathbf{r}}{A}_i(\overset{\mathbf{r}}{s}(t)) = A \left(\overset{\mathbf{r}}{s}(t) + \left(-\frac{s_i}{b_i} \right) \overset{\mathbf{r}}{b} \right)$, where $i : b_i < 0$.

В докладе обсуждается проблема оценки темпа роста $g = \lim_{t \rightarrow \infty} (\overset{\mathbf{r}}{s}(t))^{1/t}$ для системы (*). В качестве верхних оценок g рассматриваются классическая оценка Кантора-Липмана и совместный спектральный радиус операторов $\overset{\mathbf{r}}{A}_i$. Численные расчеты показывают, что эти оценки несравнимы.

В качестве нижней оценки g берется темп сбалансированного роста системы.

Определение. Будем говорить, что у системы (*) существует траектория сбалансированного роста с темпом роста λ на периоде длины T , если $\exists t_0 : \overset{\mathbf{r}}{s}(t+T) = A_{j(T)} \dots A_{j(1)} \overset{\mathbf{r}}{s}(t) = \lambda \overset{\mathbf{r}}{s}(t), \forall t \geq t_0$.

Литература

1. Ващенко М.П. Оценка доходности инвестиционных проектов условиях неопределенности // Математическое моделирование, 2009. Т 21. №3. с.18–30.

Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики*

В.П. Вржещ¹, М.А. Хохлов²

¹ *Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова,*

² *Московский физико-технический институт (ГУ)*

Однопродуктовое описание реального сектора экономики основывается на основном макроэкономическом балансе по использованию (ОМБ) [0]:

$$(1) \text{ ВВП} = \text{Валовое накопление} + \text{Конечное потребление} \\ + \text{Экспорт} - \text{Импорт}$$

Составляющие ОМБ измеряются в деньгах, затем дефлятированием приводятся к «реальным величинам» (неизменным ценам):

$$(2) \quad Y(t) = J(t) + C(t) + E(t) - I(t).$$

Тогда исходный баланс в текущих ценах можно записать как

$$(3) \quad p_Y(t)Y(t) = p_J(t)J(t) + p_C(t)C(t) + p_E(t)E(t) - p_I(t)I(t),$$

где $p_Y(t)$, $p_J(t)$, $p_C(t)$, $p_E(t)$, $p_I(t)$ – базовые **дефляторы**, соответственно, ВВП, накопления, конечного потребления, экспорта и импорта (в рублях). В последние годы усилилось расхождение динамики дефляторов [0] и однопродуктового описания стало недостаточным, поэтому в данной работе предпринята попытка рассмотрения трехпродуктового разложения макроэкономической статистики.

ОМБ разворачивается в балансы трех модельных продуктов: экспортного $E(t)$, импортного $I(t)$ и внутреннего $X(t)$ с дефлятором $p_X(t)$. Предлагается упрощенная модель общего равновесия, в которой потребление $C(t)$ и накопление $J(t)$ представляются как функции полезности от потоков импортного ($C_I(t)$ и $J_I(t)$) и внутреннего ($C_X(t)$ и $J_X(t)$) продуктов, а ВВП – как функция замещения от объемов производства внутреннего и экс-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ проект № 09-01-13534-офи_ц; ПФИ ОМН РАН №3, проект 314; ПФИ Президиума РАН №14, проект 109.

портного продуктов:

(4)

$$J(t) = h(J_I(t), J_X(t)), C(t) = g(C_I(t), C_X(t)), Y(t) = f(X(t), E(t)).$$

Также выполняются материальные и финансовые балансы:

$$(5) \quad p_Y(t)Y(t) = p_X(t)X(t) + p_E(t)E(t), \quad X(t) = J_X(t) + C_X(t), \\ p_J(t)J(t) = p_I(t)J_I(t) + p_X(t)J_X(t), \quad I(t) = J_I(t) + C_I(t), \\ p_C(t)C(t) = p_I(t)C_I(t) + p_X(t)C_X(t).$$

Решение задач максимизации полезности / прибыли агентов приводит к условиям оптимальности:

$$(6) \quad \frac{\partial_1 f(X(t), E(t))}{\partial_2 f(X(t), E(t))} = \frac{p_X(t)}{p_E(t)}, \quad \frac{\partial_1 h(J_I(t), J_X(t))}{\partial_2 h(J_I(t), J_X(t))} = \frac{p_I(t)}{p_X(t)}, \\ \frac{\partial_1 g(C_I(t), C_X(t))}{\partial_2 g(C_I(t), C_X(t))} = \frac{p_I(t)}{p_X(t)}.$$

Функции $f(\cdot, \cdot)$, $g(\cdot, \cdot)$, $h(\cdot, \cdot)$ будем искать в классе функций с постоянной эластичностью замещения (CES) $u(X, Y) = A(\sigma X^e + (1-\sigma)Y^e)^{1/e}$, где $A, \sigma \geq 0$, e – постоянные параметры. Идентификация параметров функций и рядов $X(t)$, $C_X(t)$, $J_X(t)$, $C_I(t)$, $J_I(t)$, $p_X(t)$ проводится минимизацией невязок в (4), (6) при выполнении (5).

Дефляторы потребления и накопления при этом выражаются как сопряженные к указанным функциям индексы цен.

В конечном счете, удастся получить дополнительно к балансам (2), (3) четыре неявные связи (4)-(6) между десятью величинами: пятью составляющими основного макроэкономического баланса и пятью их дефляторами. Эти неявные связи в течение последних 10 лет с высокой точностью выполняются на несглаженной (сохраняющей сезонные колебания) квартальной статистике РФ.

Литература

1. Андреев М.Ю., Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А. Новая технология моделирования экономики и модель современной экономики России. – М.: МИФИ, 2007

2. Федеральная служба государственной статистики <http://www.gks.ru>

Идентификация модели добывающего сектора экономики Монголии*

В.А. Горбачев, Н.Н. Оленев.

*Российский университет дружбы народов,
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН*

В работе рассмотрена нормативная вычислимая математическая модель добывающего сектора экономики Монголии с учетом теневого оборота. Динамика материальных и финансовых балансов выражается через изменения запасов природных ресурсов, факторов производства и денег. Заданные параметры и переменные модели имеют понятный экономический смысл. Потоки благ в модели описаны посредством дифференциальных уравнений на основе балансового метода.

В качестве экономических агентов выделим производителя (добывающий сектор) X , домашние хозяйства L , банковскую систему B , Правительство (консолидированный бюджет) G и внешний рынок O . Производитель поставляет продукцию на внутренний и внешний рынок. Домашние хозяйства предлагают труд и потребляют конечную продукцию. Банковская система выпускает денежные средства, выдает кредиты производителям с целью извлечения банковской прибыли. Правительство региона собирает налоги с производителей и домашних хозяйств. Считаем, что своя цена формируется на каждом рынке, а изменение цены обратно пропорционально изменению запасов соответствующих продуктов.

Для учета в модели теневого оборота, мы предполагаем, что добытый из природной среды продукт производитель делит на легальный и теневой, который не облагается налогами. В результате у производителя оказывается два вида денег – «белые» и «черные». «Черные» деньги могут отмываться, а запас неотмытых денег подвергается штрафным санкциям – «налогообложению» теневого сектора. У потребителя все деньги считаются «белыми», а свой доход потребитель делит по заданным нормам потребления легальных и теневых продуктов всех секторов. Занятое в отрасли

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 08-01-00377, 09-01-90201-Монг_а), РГНФ (проект 10-02-00300), ПФИ Президиума РАН №14 и ПФИ ОМН РАН №3.

население получает «белую» заработную плату и заработную плату «в конверте».

Для проведения численных экспериментов над моделью была проведена идентификация ее внешних параметров. Часть параметров модели идентифицирована на основе анализа собранных статистических данных.

Большая часть параметров модели не может быть оценена напрямую из данных экономической статистики. Идентификация этих параметров может быть осуществлена косвенно - посредством сравнения полученных при расчетах на модели временных рядов макропоказателей со статистическими временными рядами этих макропоказателей. Для проведения идентификация таких параметров создана программа пересчета, устроенная следующим образом: по каждому параметру определяется верхняя и нижняя граница; с равномерным шагом производится пересчет и сравнение выходных данных со статистическими; выбирается значение, при котором совпадение наиболее точно.

В качестве инструмента оценки близости временных рядов полученных при расчете по модели и статистических данных в модели используется индекс несовпадения Тейла:

$$U = \sqrt{\sum_t (X_t - Y_t)^2} / \sqrt{X_t^2 + Y_t^2}$$

Полученные результаты наиболее точно отражают состояние исследуемого сектора экономики в периоде известной статистики.

Литература

1. Горбачев В.А., Оленев Н.Н. Частное решение трехсекторной вычислимой модели экономики Кировской области. - Долгопрудный. Тр. 51 научн. конф. МФТИ. Ч. VII. Управление и прикладная математика. Т.1. 2008. - 47 с.
2. Дэмбэрэл С., Оленев Н.Н., Поспелов И.Г. Взаимодействие экономических и экологических процессов. - М.: ВЦ РАН, 2003. - 40 с.

Модель эффективного инвестирования в реальный сектор экономики

В.М. Гордуновский, С.Ю. Самохвалов
МГИМО (Университет) МИД России

Одной из главных составляющих процесса анализа инвестиционных проектов является анализ их коммерческой эффективности. На основе построения математической модели пакета предполагаемых инвестиций и применении критериев эффективности, использующих дисконтированные денежные потоки, рассматривается задача оптимизации пакета реальных инвестиций. Исходными данными модели являются: денежный поток C_{it} , где i – номер инвестиционного проекта (изменяется от 1 до m), t – интервал времени (изменяется от 0 до T), r – ставка процента. За x_i примем долю финансового участия компании-инвестора в финансировании i -го проекта ($0 \leq x_i \leq 1$). Все критерии сформулированы в линейной форме. Система ограничений имеет следующий вид:

- 1) Сумма дисконтированных чистых поступлений NPV :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=0}^T \frac{c_{it} x_i}{(1+r)^t} \geq npv_p, \text{ где } npv_p - \text{предельная сумма } NPV;$$

- 2) Внутренняя норма доходности IRR :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=0}^T \frac{c_{it} x_i}{(1+cc)^t} \geq 0, \text{ где } cc - \text{средневзвешенная стоимость капитала};$$

- 3) Индекс рентабельности PI :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=0, C_{it} \geq 0}^T \frac{c_{it} x_i}{(1+r)^t} + pi_p \sum_{i=1}^m \sum_{t=0, C_{it} < 0}^T \frac{c_{it} x_i}{(1+r)^t} \geq 0, \text{ где } pi_p - \text{предельное}$$

значение PI ;

- 4) Дисконтный срок окупаемости DPP :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=0}^{dpp_p} \frac{c_{it} x_i}{(1+r)^t} \geq 0, \text{ где } dpp_p - \text{предельное значение } DPP;$$

- 5) Сумма наращенных чистых поступлений NTV :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=0}^T (1+r)^{T-t} c_{it} x_i \geq ntv_p, \text{ где } ntv_p - \text{предельная сумма } NTV;$$

6) Модифицированная внутренняя норма доходности *MIRR*

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=0, C_{it} \geq 0}^T (1+cc)^{T-t} c_{it} x_i + (1+cc)^T \sum_{i=1}^m \sum_{t=0, C_{it} < 0}^T \frac{c_{it} x_i}{(1+cc)^t} \geq 0;$$

7) Ограничения максимальных сумм инвестиций по периодам:

$$- \sum_{i=1, C_{it} \geq 0}^m \frac{c_{it} x_i}{(1+r)^t} - \sum_{i=1, C_{it} < 0}^m \frac{c_{it} x_i}{(1+r)^t} \leq b_i;$$

8) Долевые условия: $x_i \geq 0$; $x_i \leq 1$; $i = 1, \dots, m$.

Для построения оптимизационной задачи используется один из шести критериев в качестве целевой функции, а остальные в виде ограничений. Если в качестве целевой функции выбран индекс рентабельности (дробно-линейная функция), то задача приводится к линейной путём введения новых переменных:

$$z_0 = 1 / \sum_{i=1}^m \sum_{t=0, C_{it} < 0}^T \frac{|c_{it}| x_i}{(1+r)^t}; \quad z_i = z_0 x_i.$$

После подстановки переменных z_0, z_i вместо x_i , получаем линейную задачу.

Повышению обоснованности принимаемых инвестиционных решений способствуют следующие результаты данной работы. Сформулирована математическая модель для пакета инвестиций. Линейная форма позволяет для получения оптимального решения ограничиться широко распространёнными алгоритмами линейного программирования.

Применение гистограммой арифметики в экономических задачах исследования операций

Б.С. Добронез, О.А. Попова

Сибирский федеральный университет

Сибирская автомобильно-дорожная академия

Принятие решений важный этап в любой сфере человеческой деятельности. Особое значение это имеет, когда необходимо принять ответственное решение, и цена ошибки может исчисляться не только денежными единицами больших порядков, но и определяться уровнем благополучия (неблагополучия) отдельных социальных групп или всего общества в целом. Задачи принятия экономических решений, как правило, представляют собой много-

критериальные постановки, при этом количество изучаемых признаков и факторов, определяющих их, достаточно велико и составляют единую систему, которую необходимо рассматривать в системном единстве всех ее составляющих. Другой особенностью таких задач является высокий уровень неопределенности информации, что предполагает наличие некоторого вероятностного пространства, которое характеризует задачу принятия решения. Стохастическая постановка задачи позволяет говорить вероятностном распределении параметров – характеристик решений, о средних (ожидаемых) значениях переменных и целевых функциях, а также об оценке неопределенности в виде дисперсии. Существующая неопределенность информации отражается в данных. Для многих экономических задач характерна, так называемая, интервальная неопределенность. В качестве примера можно привести интервальную неопределенность цен, возникающую в силу неполноты имеющейся информации и связанной с существующей на рынках "дисперсией цен".

Одна из первых работ по численной реализации и использованию гистограммной арифметики была написана в 1991 году одним из авторов [1].

Основная идея гистограммной арифметики заключается в следующем. Пусть X_1, X_2, \dots, X_N — независимые случайные величины, которые принимают значения в интервалах $[a_l, \bar{a}_l]$ и плотность их распределения задается кусочно-постоянной функцией $P_l(x)$, следующего вида: точки $\{\alpha_m^l, m = 0, 1, \dots, M_l\}$ образуют интервалы постоянных значений функции P_l . Такие случайные величины будем называть *гистограммными числами*. Арифметические операции $\{+, -, \cdot, / \}$ и операции возведения в степень $\{\uparrow\}$, нахождения максимума и минимума $\{\max, \min\}$ над гистограммными числами достаточно подробно описаны в [1]. Таким образом, если f — рациональная функция, то при вычислении функциональной зависимости $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$. достаточно заметить обычные операции на гистограммные. Вычисления более сложных функциональных зависимостей строятся аналогично тому, как это делается в интервальной математике [2].

В настоящее время применение гистограммной математики рассмотрено на ряде практических примеров, таких как задача принятия решений по выработке стратегического плана сбытовой политики компании, задаче определения оптимального объема продаж, формирования оптимального портфеля инвестиций на основе модели Марковица. Показана эффективность использования гистограммного анализа в задачах принятия экономических решений, по сравнению с использованием стандартных статистических пакетов.

Литература

1. В. А. Герасимов, Б. С. Добронеев, М. Ю. Шустров. *Численные операции гистограммной арифметики и их применения*. АиТ. 1991, № 2. С.83-88.
2. Б. С. Добронеев *Интервальная математика*. Красноярск: КГУ, 2004 216 С.

Анализ зависимостей ряда показателей развития экономик Украины, России и Евророзны*

В.Н. Домрачев, Т.А. Бардадым, Ю.П. Лаптин
*ГУ Информационно-Коммуникационных Технологий, Киев,
Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев*

В Украине давно является актуальным вопрос относительно географического направления развития: как совместить евроинтеграцию с вопросом вхождения в единый таможенный союз с Россией, Казахстаном и Белоруссией. Основными торговыми партнерами Украины являются страны СНГ (38,6% торгового оборота в 2009 г., из которых 25,5% – оборот с Россией) и Европы (31,1% в 2009 г., 6% – Германия, 4% – Польша). Поэтому актуальным является анализ зависимостей показателей, характеризующих их развитие.

К наиболее существенным макропоказателям можно отнести показатели, характеризующие денежно-кредитную политику страны. Среди инструментов денежно-кредитной политики: денежная эмиссия, ставка обязательного резервирования, ставка рефинансирования, кредитная политика, и т.д. Использование тех или других инструментов монетарной политики зависит от ситуации, которая

* При частичной поддержке SNSF (Швейцария), проект IZ73ZO_127962

сложилась на рынке и целевых приоритетов центрального банка. Между странами, основными партнерами по торговле, и Украиной наблюдается существенная разница в использовании тех или других инструментов монетарной и экономической политики (прямого, непрямого контроля). При этом экономическое пространство характеризуется высокой волатильностью товарного, фондового и валютного рынков, растущими дисбалансами мировой экономики, неравномерностью развития отдельных стран, непредсказуемостью динамики цен, растущими демографическими проблемами.

Проведенный анализ свидетельствует о тесной связи динамик макроэкономических показателей, характеризующих развитие экономик Украины и России. Как украинская, так и российская экономики ощущают недостаток кредитных ресурсов, которые необходимы для экономического роста. С началом роста ВВП в странах – торговых партнерах Украины ВВП Украины также начал расти. В монетарной политике НБУ можно отметить следование динамике изменения монетарных агрегатов России. Динамика ВВП России коррелирует с динамикой цен на нефть на мировом рынке. Разные методы борьбы с кризисом по-разному повлияли на межбанковский рынок отдельных стран. Тогда, когда большинство стран Еврозоны (ЕЦБ) для стимулирования экономики в течение финансового кризиса понижали процентные ставки, банки России и Украины поднимали ставки с целью противодействия оттоку валютных средств. В целом монетарная политика стран СНГ имеет больше общего между собой, чем с развитыми странами и развивающимися странами Азии.

Анализ зависимостей макроэкономических показателей, характеризующих развитие Украины и России, позволяет моделировать результаты воздействия внешних шоков и строить прогнозы развития экономик. Прогнозируемый рост цен на ресурсы, в первую очередь энергетические, станет причиной роста инфляции, в том числе в Украине и России. Данная работа продолжает исследование, начатое в [1]. Для попарного анализа нестационарных временных рядов экономических показателей использована методология Йохансена [2], реализованная в пакетах RATS и CATS [3].

Литература

1. Emmenegger J. –F., Bardadym T., Laptin Yu., Domrachev V. Cointegration models for some market indices // Труды международного

симпозиума “Вопросы оптимизации вычислений – XXXV”, том 1. – К.: 2009. – С. 216 – 220.

2. Johansen S., and Juselius K. Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Application to the Demand for Money, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 52 (1990), p.169–209.

3. Doan T.A. RATS Software Package, User's Manual, Version 4.0. Estima, Evanston, Illinois (1992).

Модель оптимального потребления и сбережений при наличии сделок недвижимостью*

А.А. Жукова¹, И.Г. Поспелов²

¹ *Московский физико-технический институт (государственный университет),*

² *Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН*

Модель оптимального потребления и сбережений предполагает, что агент совершает сделки по покупке и продаже недвижимости в случайные моменты времени, период ожидания которых имеет распределение Пуассона. Сделка подразумевает продажу всего имеющегося у агента объема недвижимости по текущей цене и покупку нового объема по той же цене. Транзакционные издержки не учитываются, но учитываются расходы, связанные с владением и обслуживанием жилья, и выражаются затратами в единицу времени, пропорциональными объему недвижимости агента. На покупку он тратит часть сбережений, которые растут по некоторой постоянной процентной ставке. В работе, мы применяем принцип рациональных ожиданий агентов [1], выражающийся в том, что прогнозы цены, которые делают агенты, реализуются в равновесии. Точно зная наперед всю траекторию цен недвижимости, агент выбирает, сколько и в какой момент стоит покупать недвижимости и в сколько средств держать в виде сбережений. Оптимальным для агента считается выбор покупок недвижимости и сбережений, максимизирующий полезность от его действий в виде

* Работа выполнена при поддержке РФФИ проект № 09-01-13534-офи_ц; ПФИ ОМН РАН №3, проект 314; ПФИ Президиума РАН №14, проект 109.

$$E \left\{ \delta \int_t^{+\infty} U(N(\tau)) e^{-\delta(\tau-t)} d\tau | S(t), N(t) \right\}$$

где E – оператор условного математического ожидания по реализациям пуассоновского процесса моментов возможных продаж при заданном состоянии агента в момент t . Предполагается, что полезность $U(\square)$ агента зависит от потребления, которое, в свою очередь, пропорционально количеству недвижимости агента. Тем самым учитывается связь между статусом агента, связанным с количеством жилья, и уровнем жизни, выражающимся в его потреблении.

Как показывает исследование модели, поведение агентов зависит от их предпочтения времени, описываемого параметром δ и от темпа роста цены недвижимости. Это было замечено и в эмпирическом исследовании, проведенном в [2]. Предполагая некоторое распределение агентов по их предпочтениям времени, начальному количеству недвижимости и размеру сбережений, можно провести анализ равновесия на рынке недвижимости и исследовать возможные траектории цен жилья. В работе показано, что одна из таких траекторий может иметь вид так называемого «пузыря», когда цена растет, не смотря на растущее предложение новой недвижимости.

Литература

1. Андреев М.Ю., Поспелов И.Г. Принцип рациональных ожиданий: обзор концепций и примеры моделей. М.: ВЦ РАН 2008, 79с.
2. Robert J. Shiller, Irrational Exuberance – 2nd ed., Currency - Doubleday, USA, 2005

Исследование устойчивости внешних параметров модели экономики методом множеств идентификации*

Г.К.Каменев, Н.Н.Оленев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Соотнесение структуры данных об исследуемом объекте со структурой математической модели является важнейшим этапом процесса моделирования [1]. Уже на этом этапе исследователь часто сталкивается с проблемой неопределенности в виде неоднозначности решения задачи идентификации. Идентификация модели экономики заключается в определении ее внешних параметров на основе исторических данных. Часть параметров оценивают прямым образом на основе имеющихся статистических данных. Вместе с тем, в моделях экономики имеется немало параметров, которые не удастся найти напрямую из данных экономической статистики. Такие параметры оценивают косвенным образом, сравнивая расчетные временные ряды показателей модели с их известными статистическими аналогами. В этом случае для некоторого значения вектора параметров на заданном наблюдении рассматривается совокупность невязок (ошибок идентификации) наблюдаемых величин. Чтобы для данного вектора параметров и заданного наблюдения вместо вектора невязок оценивать качество идентификации одной (скалярной) характеристикой, вводится некоторая норма невязки (метрика) в пространстве векторов ошибок. Чтобы для данного вектора параметров вместо совокупности норм невязок на всех данных наблюдениях оценивать качество идентификации одной характеристикой, выбирается некоторая функция ошибок идентификации – свертка норм невязок по всем данным наблюдениям: например, максимальная норма невязок на всем множестве наблюдений. Традиционно идентификация состоит в поиске вектора неизвестных параметров, на котором значение функции ошибок идентификации минимально. Неопределенность возникает, когда решение задачи идентификации оказывается не-

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 08-01-00377, 09-01-13534 и 10-01-00199, 09-01-90201-Монг_а), РГНФ (проект 10-02-00300), ПФИ Президиума РАН П-2 и ПФИ ОМН РАН №3.

однозначным или неустойчивым, т.е. существуют достаточно отдаленные от выбранного решения допустимые векторы параметров, для которых значение функции ошибок близко к оптимальному. В этом случае проблема идентификации становится частным случаем задачи принятия решения. С начала 1980-х годов в Вычислительном центре РАН разрабатывается новый подход к решению проблемы многокритериальной оценки решений с помощью математических моделей: метод достижимых целей [2, 3]. В [4, 5] предложено использовать метод множеств идентификации, аналогичный методу достижимых целей, для решения задачи идентификации. В этом методе исследуются график и надграфик функции ошибок, а также его поведение в окрестности оптимальных параметров. Визуализация этого множества позволяет исследователю выбрать параметры модели, сочетая результаты наблюдений с собственным неформализованным опытом, что дает ему дополнительную информацию о модели и последствиях принятия решений на ее основе. В докладе приводится пример исследования устойчивости внешних параметров открытой эконометрической динамической модели Рамсея для современной российской экономики методом множеств идентификации [6].

Литература

1. *Краснощечков П.С., Петров А.А.* Принципы построения моделей. М., ФАЗИС, ВЦ РАН: 2000.

2. *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К. и Черных О.Л.* Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.

3. *Lotov A.V., Bushenkov V.A., and Kamenev G.K.* Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.

4. *Каменев Г.К.* Визуальный метод идентификации параметров // Доклады Академии наук. 1998. Т. 359. № 3. С. 319-322.

5. *Каменев Г.К.* Об одном подходе к исследованию неопределенности, возникающей при идентификации моделей // Математическое моделирование (в печати).

6. *Оленев Н.Н., Печенкин Р., Чернецов А.М.* Параллельные вычисления в MATLAB. М.: ВЦ РАН, 2007.

Исследование межвременного равновесия в модели банковской системы России*

О.В. Карнаухова

*Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова*

Модели межвременного равновесия позволяют описать поведение таких сложных систем как банковская система России [1]. Анализ моделей такого типа основан на изучении условий равновесия рынков, дополненных условиями финансовых балансов. Для более-менее адекватных моделей, эти условия, как правило, не могут быть изучены аналитически, поскольку задача сводится к изучению сложной динамической системы нелинейных равенств и неравенств. В докладе рассматривается одна из простейших моделей банковской системы, полученная из общей модели [1] с помощью некоторых упрощающих предположений, которые допускают аналитическое исследование. Модель имеет следующий вид:

$$A_1(t)\rho^2(t) + A_2(t)\rho(t) + A_3(t) < 0, \quad B_1(t)\rho(t) + A_2(t) \geq 0, \\ [\rho(t)][W(t) - \tau_s \beta_s(t)S_n(t) - \tau_w WdW(t)]$$

$$[C_1(t)\rho^3(t) + C_2(t)\rho^2(t) + C_3(t)\rho(t) + C_4(t)][E(t) - \frac{L(t)}{P_n(t)} - \zeta_c(t)],$$

$$[D_1(t)\rho^3(t) + D_2(t)\rho^2(t) + D_3(t)\rho(t) + D_4(t)][1 - E(t)], \\ [F_1(t)\rho^2(t) + F_2(t)\rho(t) + F_1(t)][K(t)],$$

$$L(t) - L(t-1) = K(t) - \beta_l(t)L(t), \quad W(t) - W(t-1) = WdW(t).$$

Здесь в качестве переменных выступают $W(t)$ - ликвидные активы банков, $WdW(t)$ - потребность в ликвидности, $L(t)$ - ссуды, выданные к моменту времени t , $K(t)$ - вновь выданные кредиты, $\rho(t)$ - внутренняя доходность капитала, и $E(t)$ - вспомогательная переменная, введенная для упрощения расчетов, которую можно трактовать как отношение отвлеченных и привлеченных средств. Остальные коэффициенты являются экзогенными переменными, значения которых известны для каждого t . Соотношения вида $[a][b]$ являются условиями дополняющей нежесткости (УДН). Запись

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект №10-01-00199) и гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (проект №НШ- 3320.2010.1).

$[a][b]$ означает одновременное выполнение условий $a \geq 0, b \geq 0, ab = 0$. Список ненулевых величин в УДН определяет режим развития системы.

Поскольку выполнение УДН в моделях отдельных рынков является достаточным условием их равновесия, в случае отсутствия режимов с выполнением всех условий УДН целесообразно рассмотреть режимы, в которых условия УДН выполнены лишь приближенно. При этом для поиска режимов с приближенным выполнением УДН требуется использовать сложные многокритериальные методы анализа, которые, однако, не могут принести полезной информации, если все условия УДН могут выполняться одновременно. В связи с этим в первую очередь возникает вопрос о том, возможно ли в данной модели при данных значениях коэффициентов одновременное выполнение всех условий УДН. Автором было обнаружено два режима с выполнением всех условий УДН для описанной модели. Первый режим существует в каждый момент времени. Второй режим, напротив, является чувствительным к значениям экзогенных переменных и появляется в системе только в некоторые моменты времени. Таким образом, в данной задаче оказалось возможным найти аналитическое решение, удовлетворяющее всем условиям, включая УДН, одновременно, причем возможно переключение с одного режима на другой.

Литература

1. Поспелов И.Г., Андреев М.Ю., Пильник Н.П. Эконометрическое исследование и модельное описание деятельности современной российской банковской системы. Москва: ВЦ РАН, 2008.

Непараметрический метод построения экономических индексов. Применение к анализу товарных, фондовых и валютных рынков*

И.А. Кондраков¹, Л.Я. Поспелова², А.А. Шананин¹

¹МФТИ ГУ, ²Вычислительный центр РАН

В докладе описано применение обобщенного непараметрического метода (ОНМ) к анализу товарных, фондовых и валютных рынков. Полученные с помощью ОНМ результаты получают естественную интерпретацию в каждом из рассмотренных примеров. В докладе показано успешное применение новых средств анализа торговой статистики, предоставляемых ОНМ: исследование сегментации рынка и изучение степени рациональности поведения потребителя. Построенные с помощью этого метода экономические индексы Конюса позволяют выявить интересные особенности торговой статистики.

В первом примере была проанализирована статистика безалкогольных напитков в 643 магазинах г. Москвы с января по декабрь 2007 года. Традиционно принято два разбиения этой статистики: по магазинам и по брендам. ОНМ позволил проанализировать адекватность такой сегментации. Оказалось, что товарные группы имеют достаточно маленький показатель нерациональности. Более того, группы товаров, объединенные одним брендом, имеют меньший показатель нерациональности, чем группы товаров одного магазина. Отметим при этом, что разброс цен внутри одного класса-бренда достаточно велик. Таким образом, можно сделать вывод о том, что потребители предпочитают купить товар нужного бренда, пусть и не в ближайшем магазине. А магазин фактически предоставляет торговую услугу, цена которой зависит от его местоположения.

Во втором примере была проанализирована статистика продаж в компьютерном супермаркете за период с 05.01.1999 по

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 08-07-00158 и № 09-01-13534 офи-ц), РГНФ (№ 08-02-00347), программы ПФИ ОМН РАН № 3, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (мероприятия 1.2.1, НК-15 П), ПФИ Президиум РАН П-2.

21.12.1999. ОНМ позволил формально выделить группы товаров, которые обычно определяются неформально товароведами. Наименьший показатель нерациональности имеют группы товаров с ярко выделенными характеристиками: «Память» и «Процессоры». А из более крупных групп наименьший показатель нерациональности имеют группы товаров, которые покупаются обычно вместе, как например, «Вентиляторы охлаждения», «Память» и «Процессоры». В целом, поведение репрезентативного потребителя отмечается высоким уровнем рациональности, несмотря на последствия экономического кризиса 1998 года.

В качестве статистики фондового рынка были взяты дневные продажи наиболее торгуемых акций на 21 крупнейшей фондовой бирже мира с начала 2004 года по начало 2010. При работе с такой статистикой возникает проблема. Большой пакет акций при переходе от одного крупного инвестора к другому проходит через определенное число спекулянтов. Это число зависит от состояния рынка на исследуемой бирже и связано, по-видимому, с показателем нерациональности. Анализ показал, что максимальные значения этого показателя приходятся на кризисные периоды, что вызвано повышенной активностью спекулянтов и большим числом перепродаж крупных пакетов акций. ОНМ предоставляет новые средства изучения мирового фондового рынка: возможность построить мировой индекс, изучить сегментацию по биржам и отраслям. Отметим, что показатель нерациональности, рассчитанный для всего мирового фондового рынка меньше, чем этот показатель, рассчитанный для отдельных бирж и отраслей, т.е. инвестор не ограничивает себя рамками отдельной биржи. Поэтому анализ мирового фондового рынка в целом дает качественно более полную картину. Изучение сегментации по отраслям показало, что во время мирового кризиса 2008 года в наибольшей степени пострадал финансовый сектор, тогда как компании, производящие товары народного потребления, оказались наиболее устойчивыми. С другой стороны эти отрасли выросли не так сильно, как мировой рынок в целом. Изучение сегментации по отдельным биржам показало, что развивающиеся рынки, например бразильский фондовый рынок, характеризуются намного большей волатильностью, чем развитые рынки и мировой рынок в целом.

Оптимизация инновационного процесса в рамках финансово-промышленной структуры

Ю.В. Косачев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Рассматривается взаимосвязь между динамикой вложения инвестиций в венчурный капитал участниками интегрированной финансово-промышленной структуры и эффективностью реализации инновационного процесса. С использованием «базовой» математической модели [1] взаимодействия финансового и промышленного капитала, исследуется возможность повышения эффективности инновационного процесса на основе оптимизации динамики вложения финансовых ресурсов. Предполагается, что при этом одновременно оптимизируется процесс инвестирования производителя с целью повышения экономической эффективности структуры за счет снижения издержек, как на этапе коммерциализации инноваций, так и при выпуске новейшей продукции.

Другими словами, каждому из субъектов структуры необходимо в каждый момент времени принимать оптимальное решение по поводу вложения или не вложения своих финансовых ресурсов в корпоративное производство таким образом, чтобы максимизировать эффективность инновационного процесса и одновременно повышать экономическую эффективность структуры. В качестве критериев экономической эффективности рассматриваются гарантированные дисконтированные доходы каждого участника на некотором конечном интервале времени.

Интегрированные финансово-промышленные компании рассматриваются не случайно. Они обладают значительными консолидированными ресурсами, что определяет их возможности в реализации инновационного процесса, требующего огромных затрат и обладающего повышенными рисками. В то же время, в современных условиях крупные компании уже не могут не уделять повышенного внимания интеллектуальным ресурсам, что приводит к усилению конкурентной борьбы, но не столько за рынки и сырье, сколько за способность к разработке и внедрению инноваций. Победить в этой конкуренции чрезвычайно сложно и одна из основных проблем заключается в необходимости эффективной коммерциализации инновационного процесса, включая доведение новей-

шей продукции в промышленных масштабах до рынков сбыта. Можно отметить, что простое наращивание инвестиций (в качестве которых используются отчисления от доходов предприятий-участников структуры) не эффективно, если не учитываются долговременные мотивации инвесторов, т. к. помимо объема финансовых вложений не менее важным является их качественное распределение. Стратегия компании должна основываться на оптимальном распределении вложений инвесторов, неравномерность которых соотносится со сменой фаз жизненного цикла компании, имеющих ключевое значение для раскрытия условий коммерциализации научно-технического достижения. Необходим анализ этих условий на различных стадиях жизненного цикла компании. Именно учет долговременных мотиваций приводит к необходимости рассмотрения инвестиционного процесса как нестационарного [2]. Это, в свою очередь, приводит к необходимости разработки стратегической программы финансирования производства, обеспечивающей оптимальное соотношение действующих и новейших производств, позволяющих максимизировать добавленную стоимость за счет инноваций.

Для решения динамических оптимизационных задач используется принцип максимума Понтрягина. Так как в исследуемой модели возможны конфликтные ситуации, то для их разрешения используются методы теории дифференциальных игр.

В Вычислительном центре РАН в Отделе методов проектирования развивающихся систем (руководитель отд. - проф. В.Р. Хачатуров) разрабатываются математические модели и методы оптимизации взаимодействия финансового и промышленного капитала в рамках интегрированной структуры. Модели используют динамику принятия инвестиционных решений, адекватных долгосрочным мотивациям инвесторов, что позволяет максимизировать эффективность всего инновационного процесса и структуры в целом.

Литература

1. Ю.В. Косачев. Экономико-математические модели эффективности финансово-промышленных структур. М.: Логос, 2004.

2. Ю.В. Косачев, А.К. Скиба, В.Р. Хачатуров. Исследование и оптимизация параметров инновационного развития интегрированной структуры. М.: ВЦ РАН, 2009.

О стратегии разработки нефтяного месторождения в модели с возрастающими предельными издержками*

О.В. Куликов, А.В. Рудева
МГУ им. М.В. Ломоносова

В работе рассматривается модифицированная модель Хуберта с учетом возрастающих предельных издержек. Пусть $q(t)$ - накопленная текущая добыча в момент времени t , Q_0 - общие запасы месторождения, $b(t)$ - интенсивность добычи, $u(t)$ - вложения в разработку месторождения, p_0 - цена нефти, $p_1(t)$, $p_2(t)$ - параметры, характеризующие себестоимость добычи, T - время разработки месторождения. Тогда интенсивность разработки нефтяного месторождения при нелинейно возрастающих предельных издержках определяется решением следующей оптимизационной задачи:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^T \left[p_0(t)b(t) \frac{q(t)}{Q_0} (Q_0 - q(t)) - p_1(t)u(t) - p_2(t)u(t)^2 \right] dt \rightarrow \max_{u(t)} \\ q'(t) = b(t) \frac{q(t)}{Q_0} (Q_0 - q(t)), \\ b'(t) = u(t), \\ q(0) = q_0 > 0, \quad b(0) = b_0 > 0, \\ u(t) \geq 0. \end{array} \right.$$

Собственник решает оптимизационную задачу максимизации совокупной прибыли и выбирает управление - темп изменения интенсивности добычи: $u(t) = \begin{cases} \frac{(\theta - t)}{2K(T - \theta)}, & 0 \leq t \leq \theta, \\ 0, & t > \theta. \end{cases}$

* Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (N08-07-00158а, 09-01-13534 офи-ц), РГНФ (N 08-02-00347), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы (мероприятие 1.2.1, НК-15П).

где θ - решение уравнения:

$$\ln \left(\frac{2C}{F\eta - 2 - \sqrt{F\eta[F\eta - 4]}} \right) = \frac{T(T-\eta)^2}{4K\eta} - \frac{(T-\eta)^3}{12K\eta} + Tb_0,$$

$$\eta = T - \theta, \quad C = \frac{1}{Q_0} - 1, \quad F = \frac{P_0 Q_0}{P_2}, \quad K = \frac{P_2}{P_1}.$$

Таким образом, в работе получено оптимальное время, в течение которого необходимо делать вложения в разработку, и объем таких вложений в каждый момент времени. Проведено сопоставление модельных расчетов в сделанных предположениях с фактическими данными о динамике разработки месторождения.

Литература

1. Петров В.В., Поляков Г.А., Полякова Т.В., Сергеев В.М. Долгосрочные перспективы российской нефти (анализ, тренды, сценарии). М.: ФАЗИС, 2003.
2. Вяхирев Р.И., Коротаев Ю.П. Теория и опыт разработки месторождений природных газов. Недра, 1999.

Взаимосвязь процесса принятия решений и динамики функционального состояния*

И.С. Меньшиков
ВЦ РАН, МФТИ

В лаборатории экспериментальной экономики (ЛЭЭ) ВЦ РАН и МФТИ был обнаружен феномен двойственности процессов принятия решений и изменения функционального состояния участников лабораторных экспериментов. При этом отображение процесса ценообразования в динамике психофизиологических характеристик зависит от механизма взаимодействия (правил игры) и от типов личности участников эксперимента [1,2].

Целью данного исследования является построение системы математических моделей для анализа данного феномена двойственности экономических и психофизиологических процессов. Эти модели должны быть адекватны результатам лабораторных исследований, проводимых методами экспериментальной экономики.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-01-00321-а).

Работа ведется в сотрудничестве с психофизиологами [3], задачей которых является перевод индивидуальных стабิโลграфических данных, полученных с помощью системы специальных измерительных кресел ЛЭЭ, на язык эмоциональных и когнитивных характеристик процесса принятия решений операторами.

Анализируется динамика психофизиологических характеристик участников лабораторных рынков в процессе принятия экономических решений. Для этого используется метод, основанный на сопоставлении стабילוграфических данных с историей рыночных действий, записанных в ходе эксперимента. Ключевым инструментом анализа данных был избран новый алгоритм сегментации, который позволил эффективно разбить стабילוграфический ряд на однородные фрагменты. Алгоритм сегментации [4] получен как решение задачи оценивания параметров скрытой марковской модели. Применение данного алгоритма на уровне индивидуального принятия решений подтверждает гипотезу о согласовании моментов сегментации стабילוграммы участника с моментами сигнальных действий на лабораторном рынке. На уровне групповых решений подтвержден эффект синхронизации стабילוграфических рядов участников в момент кульминации торгов, связанный с выявлением приватной информации. Сопоставление данного метода с иными способами измерения функционального состояния участников, в частности, с нейроэкономикой, приводится в [5].

Анализ результатов экспериментов служит основой для создания новых методов анализа данных и моделей принятия решений, базирующихся на принципах теории игр. В частности, было разработано понятие слабого равновесия для игр с выпуклыми множествами стратегий, в котором принцип наилучшего ответа на стратегии остальных участников сохраняется только в среднем. Различные варианты этого равновесия существенно лучше согласуются с результатами игровых экспериментов, чем уточнения равновесия Нэша.

Литература

1. Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р. Лабораторные исследования информационной эффективности рынков. М.: ВЦ РАН, 2006.
2. Меньшикова О.Р., Мороз И.И., Талачева Е.И. Влияние психологического типа участника лабораторных рынков на его поведение в социально-экономических экспериментах // Модели и методы обработки ин-

формации». М. МФТИ, 2009. С. 161–174.

3. Лукьянов В.И., Максакова О.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Чабан А.Н. Функциональное состояние и эффективность участников лабораторных рынков // Изв. РАН. ТиСУ. 2007. № 6. С. 202–219.

4. Бурнаев Е.В., Меньшиков И.С. Модель функционального состояния участников лабораторных рынков. Изв. РАН. ТиСУ. 2009. № 6, С. 187–204.

5. И.С. Меньшиков. Анализ функционального состояния участников лабораторных рынков. Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2009. Т. 6, № 2. С. 125–152.

Об одной проблеме моментов, возникающей при оценке эластичности замещения производственных факторов на микроуровне*

Е.Г. Молчанов

Национальный Исследовательский Университет «МФТИ»

Будем рассматривать технологическую структуру производства с помощью обобщенной модели Хаутеккера-Йохансена с двумя производственными факторами текущего пользования (ПФТП) и однородным продуктом [1].

Для оценки эластичности замещения производственных факторов на микроуровне в этой модели необходимо конечное число раз решить следующую проблему моментов

$$\exists ? \mu(\mathbf{K}) \geq 0; \mu(\mathbf{R}_+^2) < \infty :$$

$$y^t = \int_{\square_+^2} \theta(p_0^t - p_1^t x_1 - p_2^t x_2) \mu(dx), \quad t \in \{1, \mathbf{K}, \mathbf{T}\}$$

где $\theta(\mathbf{K})$ это функция Хевисайда [2].

Разрешимость этой проблемы моментов зависит только от структуры разрезания \mathbf{R}_+^2 линиями $p_0 - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0$ на области. Каждой области сопоставим точку T -мерного булевского куба, причем координата этой точки будет равен единице, если соответствующая прямая лежит выше данной области и нулю, иначе. В [2] было показано, что разрешимость проблемы моментов равносиль-

* Работа поддержана грантом РФФИ 08-07-00158-а.

на принадлежности вектора u конической оболочке $\text{cone}(B)$ множества точек, соответствующих областям разрезания B .

Чтобы решить задачу принадлежности вектора некоему выпуклому конусу $\text{cone}(B)$, необходимо найти фасеты этого конуса. В [3] было показано, что множество возможных структур разрезания при $T < 9$ можно задать с помощью замены прямых псевдо-прямыми и сведения к множеству возможных последовательностей перестановок $\{1, K, T\}$. С помощью перебора всех возможных структур разрезания найдено множество всех фасет, которые возможны у $\text{cone}(B)$ при $T < 9$.

Для ускорения исследования проблемы моментов предлагается рассматривать только фасеты специального вида:

$$\sum_{i \in I_+} y_i = \sum_{i \in I_-} y_i, \quad I_+ I_- \subset \{1, \dots, T\}, \quad I_+ \cap I_- = \emptyset$$

Было показано, что при $T < 6$ возможны только фасеты такого вида, а при $T < 9$ рассматривании только фасет такого вида позволяет приближенно решить задачу принадлежности вектора $\text{cone}(B)$ с ошибкой не более 10%.

Литература

1. Шананин А.А.. Обобщенная модель чистой отрасли производства. // Математическое моделирование, 1997, Т.9, N.9, С. 117-127.
2. Шананин А.А. Непараметрический метод анализа технологической структуры производства. // Математическое моделирование, 1999, Т.11, N.9, С. 116-122.
3. Branko Grunbaum Arrangements and Spreads. American Mathematical Society, 1972, 114p.

Модель производства в обрабатывающем секторе с учетом дефицита оборотных средств и торговой инфраструктуры*

Н.К. Обросова, А.А. Шананин

ВЦ РАН, МФТИ(ГУ)

Характерной особенностью производственной системы России является неэффективность функционирования обрабатывающего сектора, связанная с его технологической отсталостью. Продукция отрасли проигрывает в конкуренции более качественным импортным аналогам, в результате чего производство функционирует в условиях дефицита оборотных средств и нестабильного спроса на продукцию. Анализ процессов производства и обращения в обрабатывающем секторе требует разработки математической модели, описывающей современные особенности функционирования сектора.

В работах [1,2] впервые была предложена модель производства в обрабатывающем секторе с учетом дефицита оборотных средств и нестабильности канала реализации продукции. В основу описания положена модель Хаутеккера-Йохансена функционирования производства. Кроме того, предполагается, что реализация продукции происходит в полном объеме в случайные моменты времени, а пополнение оборотных средств возможно за счет двух типов кредитов – долгосрочного и краткосрочного. Модель производства с учетом дефицита оборотных средств впервые позволила описать неэффективность функционирования обрабатывающего сектора в условиях низкой конкурентоспособности продукции. Модель описывает производство в период неустойчивости торговых связей в российской экономике в девяностые годы XX века, когда производство в основном работало под заказ, и весь объем реализовывался.

* Работа поддержана грантами РФФИ (08-07-00158, 09-01-13534 офи-ц), РГНФ N 08-02-00347, ПФИ ОМН РАН N3, ПФИ президиума РАН N2, ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы (проект П949)

Современные условия производства в обрабатывающем секторе характеризуются более устойчивыми связями с торговлей, что позволяет накапливать некоторое количество товара на складе в надежде, что наступит реализация. Однако развивающаяся торговая инфраструктура имеет ограниченную емкость торговых складов. Поэтому в современных условиях разработанная модель производства требует модернизации, позволяющей учитывать ограничение на максимальный объем реализуемой партии товара.

В данной работе предлагается модель производства, учитывающая ограничение на максимальный объем реализуемой партии товара, которое рассматривается как характеристика состояния торговой инфраструктуры. Кроме того, учтено, что в нынешних условиях оборотные средства пополняются в основном за счет краткосрочного кредита. В терминах модели поставлена и решена задача выбора собственником производства оптимального периода пользования кредитом с целью максимизации его дисконтированного дохода на неограниченном горизонте. Задача формализована в виде уравнения Беллмана, для которого найдено решение в явном виде. Исследование позволило показать наличие квантового эффекта в модели: в зависимости от величины соотношения оптимального запаса на складе и ограничения торговой инфраструктуры (максимального объема реализации) средняя по времени загрузка производства может изменяться скачком при непрерывном изменении параметров модели (в том числе цен). На основе полученного квантового эффекта предложен подход к объяснению возникновения кризисов перепроизводства 19-20вв., связанных с неразвитостью торговых отношений, когда при стабильной внешней ситуации возникало несоответствие спроса и предложения на рынке, обусловленное затовариванием производственных складов.

Литература

1. Автухович Э.В., Шананин А.А. Отрасль производства в условиях дефицита оборотных средств. Математическое моделирование, 2000. Т.12. №7. С.102-126.
2. Акпарова А.В., Шананин А.А. Модель производства в условиях несовершенной кредитной системы и нестабильной реализации продукции.// Математическое моделирование, 2005. Т.17. N9. С.60-76.

Исследование моделей экономики страны и региона с учетом социальной стратификации*

Н.Н. Оленев, А.И. Фетинина

*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,
Вятский государственный университет*

Решения, принимаемые на уровне страны и региона, могут приводить к непредсказуемым последствиям, если не принимать во внимание интересы задействованных в исполнении решения людей. При самых правильных целях результат может оказаться совсем не таким, который планировали. Поэтому при выработке решений надо принимать во внимание интересы сложившихся общественных групп. В результате преобразований последних 20 лет российское общество оказалось жестко разделенным на страты, мало взаимодействующие друг с другом [1-2].

В настоящей работе исследуются математические модели экономики, построенные с учетом социальной стратификации, что позволяет учесть интересы разных страт. Эти модели явно учитывают изменения в демографической структуре населения. Описание демографического блока каждой страты близко к соответствующему описанию работы [3]. Предполагается, что демографические параметры различаются по стратам, что связано с разным их экономическим положением, уровнем доходов и уровнем образования. Коэффициенты смертности описываются формулой Гомперца-Мейкема [4], в которой параметры при экспоненте - параметры биологической составляющей смертности - считаются одинаковыми для всех страт, а показатель социальной составляющей смертности зависит от уровня текущих доходов и уровня образования страты. Предполагаем, что коэффициенты рождаемости страт отличаются, а уровень рождаемости в страте пропорционален числу женщин фертильного возраста.

Исследуется предложенная в [5] модель экономики России с

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 08-01-00377, 09-01-90201-Монг_а, 10-01-90723-моб_ст), РГНФ (проект 10-02-00300), ПФИ Президиума РАН №14 и ПФИ ОМН РАН №3.

десятью стратами. Рассмотрена модификация модели, а при ее идентификации учтены новые статистические данные по экономике и демографии России 2001-2009 гг. Параметры модели идентифицированы за счет ее верификации по историческим данным с помощью высокопроизводительных параллельных вычислений с использованием глобальных алгоритмов оптимизации. Идентифицированная модель используется для сценарных прогнозных расчетов возможных вариантов модернизации экономики России.

Исследуется также модель региональной экономики, построенная в [6] на основе социальной стратификации. Модель идентифицирована по статистическим данным для экономико-демографической системы Кировской области 2001-2008 гг. В рассмотренной стратификации задана прямая связь страт с отраслями региональной экономики. Для расчета параметров пяти основных страт использовались параллельные вычисления на суперкомпьютере Вятского государственного университета. На основе расчетов по идентифицированной модели получена оценка валового регионального продукта и распределение добавленной стоимости по основным стратам Кировской области, что определяется численностью людей трудоспособного возраста в страте и ее экономической ролью. Исследование моделей показало их работоспособность.

Литература

1. Быков Д. Мафия или секта? Новая газета, № 124 от 9.11. 2009.
2. Кантор М. Бунт сытых. Новая газета, № 127 от 16.11.2009.
3. Можжерина Е.Ю. Исследование экономико-демографической модели России. Наст. сб. С.
4. Величковский Б.Т. Жизнеспособность нации. Роль социального стресса и генетических особенностей популяции в развитии демографического кризиса и изменения состояния здоровья населения России. М.: РАМН, 2009. 176 с.
5. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в моделировании российской экономики с учетом социальной стратификации. // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ 2010): Тр. межд. научн. конф. – Челябинск: ЮУрГУ, 2010. С.276-286.
6. Фетинина А.И. Высокопроизводительные вычисления при моделировании стратификации в региональной экономике // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ 2010): Тр. межд. научн. конф. – Челябинск: ЮУрГУ, 2010. С.629-639.

Абсорбционная и инновационная способности стран: подходы к измерению

В.М. Полтерович, А.С. Тонис
ЦЭМИ РАН, РЭШ

Понятие “абсорбционная способность” было изначально введено как характеристика фирмы, а именно, как ее “способность к выявлению ценности новой внешней информации, ее усвоению и коммерческому использованию” (Cohen, Levinthal, 1990). Позже это понятие стали относить и к стране в целом. Имеется ряд теоретических и эмпирических исследований, показывающих, что абсорбционная способность является важным фактором, который определяет успех догоняющего развития.

Инновационная способность, согласно формулировке Furman et al (1990), – это “способность страны как политического и экономического субъекта производить и коммерциализировать поток инновационных технологий в течение длительного периода”.

Насколько нам известно, на данный момент не имеется ни общепринятого строгого определения абсорбционной и инновационной способностей как экономических показателей, ни убедительной методологии их измерения. В значительной части работ по этой тематике авторы не проводят разграничения между двумя способностями, вместо этого даются оценки возможностей научно-технического развития в целом, в большей степени ориентированные на инновации.

В данной работе делается попытка заполнить этот пробел. Мы определяем абсорбционную способность как затраты на однопроцентное увеличение общей факторной продуктивности единицы капитала за счет заимствования зарубежных технологий. Аналогичным образом определяется инновационная способность. Целью исследования является разработка методологии измерения этих двух показателей и выявление влияющих на них факторов.

Предлагаемая методология опирается на обобщение модели экономического роста (Polterovich and Tonis, 2005), учитывающей, наряду с накоплением капитала, процессы имитации и создания новых технологий. Модель примыкает к классу моделей шумпетте-

рианского типа (Acemoglu et al, 2002). В отличие от Polterovich and Tonis (2005), учитывается большее количество факторов, объясняющих эффективность имитаций и инноваций; используются две альтернативные гипотезы о связи между параметрами модели и данными. Предложена также модификация модели, учитывающая эволюцию человеческого капитала.

Предлагаемая процедура оценивания абсорбционной и инновационной способностей представляет собой сочетание калибровки модели и эконометрических расчетов. В качестве источников данных используются WDI, ICRG, базы данных по физическому и человеческому капиталу (Nehru and Dhareshwar, 1993; Barro and Lee, 2000). В итоге определяются значения параметров модели, согласующиеся с данными, и генерируются предсказанные моделью траектории развития для более 60 стран за период с 1980 по 2006г. Для большинства стран модель показывает близкую к действительности картину их развития и правдоподобное соотношение показателей абсорбционной и инновационной способности. Модель воспроизводит основные черты распределения стран по уровню душевого ВВП, демонстрируя явление групповой схожимости.

Проведенные расчеты подтверждают нашу основную гипотезу: развивающиеся страны имеют преимущество в абсорбционной способности перед развитыми (это одна из форм “преимущества отсталости” (Gershenkon, 1962)), тогда как развитые страны обладают лучшей инновационной способностью. Также подтверждается гипотеза (проверенная иным способом в работе Пикулиной (2009)) о том, что человеческий капитал благоприятно влияет на инновационную способность, а на абсорбционную – лишь незначительно.

Знание абсорбционной и инновационной способностей страны и характера влияния на них различных факторов является важной информацией, от которой зависит выбор научно-технической и промышленной политики. Полученные результаты актуальны для России, перед которой в настоящее время стоит задача формирования национальной инновационной системы и выбор стратегии развития.

Рациональность макроагентов: кому приписывать функцию полезности?

Поспелов И.Г.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Существующая экономическая теория рассматривает экономику как поле и результат взаимодействия рациональных экономических агентов. При этом теория обычно приписывает рациональное поведение «автономным индивидам», а при рассмотрении макроэкономических моделей апеллирует к «репрезентативным агентам». Между тем ясно, что даже агенты с одинаковой функцией полезности, но находящиеся в разных состояниях, будут демонстрировать совокупное поведение, не описываемое никакой единой полезностью.

В докладе будет приведен ряд результатов обработки эмпирических данных, которые ясно показывают, что большие совокупности субъектов, выполняющих сходные функции в экономике, демонстрируют более последовательное и простое («более рациональное») поведение, чем каждый из агентов в отдельности. Более того, прикладные модели экономики фактически используют именно это представление, оставляя слова о репрезентативных агентах исключительно в предисловии.

Как путь к объяснению рациональности макроагентов в докладе будут рассмотрены результаты исследования двух моделей, первая показывает, что оптимальный отбор торговцем случайно поступающих заявок на покупку наборов благ приводит к установлению на рынке этих благ равновесия, которое по теории получается при наличии у покупателей единой функции полезности. Эта эффективная функция полезности явно выражается через распределение случайных заявок на покупку.

Вторая модель показывает, что выбор места работы по принципу чистого подражания распространенным образцам обеспечивает оптимальное с точки зрения всей системы распределение занятости.

Методика технико-экономического обоснования инвестиций в повышение безопасности функционирования промышленных предприятий

Н.В. Радионов, С.П. Радионова

*Институт ИНТР при Санкт-Петербургской
Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского,
Санкт-Петербургский государственный университет
экономики и сервиса*

Рассматривается задача технико-экономического управления безопасностью функционирования некоторой крупной гипотетической промышленной системы (ГПС) на основе **стратегии экономически активного противодействия риску возникновения опасной ситуации**. При этом ГПС представляется как сложная технико-экономическая система со структурой, состоящей из N составных частей

$$K = \{k_1, k_2, \dots, k_N\}.$$

Полагается, что надежность функционирования ГПС в целом зависит от надежности функционирования всех ее составных частей.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Под **стратегией X инвестирования средств S** в повышение надежности (безопасности) ГПС понимается тройка:

$$X = \left(\bar{x}_{<N>} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T ; S(\bar{x}_{<N>}); \Delta Q(S(\bar{x}_{<N>})) \right),$$

где $x_i = a_{i l_i} \in A_i$ – конкретная (l_i -я, $l_i = 1, \dots, j_i$) выбранная альтернатива мероприятия по повышению надежности (безопасности) i -й составной части ГПС;

$$S(\bar{x}_{<N>}) = \sum_{i=1}^N s_i(x_i) \text{ – суммарные инвестиции в реализацию}$$

вектора выбранных альтернатив $\bar{x}_{<N>}$, $s_i(x_i) \in S_i$;

$$\begin{aligned} \Delta Q(S(\bar{x}_{<N>})) &= Q_0 - Q(S(\bar{x}_{<N>})) = \\ &= Q_0 - I + P(p_{01} + \Delta p_1(x_1), p_{02} + \Delta p_2(x_2), \dots, p_{0N} + \Delta p_N(x_N)) = \end{aligned}$$

$= Q_0 - I + P(p_{01} + \Delta p_1(a_{11_1}), p_{02} + \Delta p_2(a_{21_2}), K, p_{0N} + \Delta p_N(a_{N1_N})) -$
сокращение вероятности аварии ГПС.

С учетом этого определения можно положить существование функции (функция ограничения риска) ожидаемого ущерба

$$\Delta M_{\hat{c}_{\text{ов}}}(X),$$

предотвращаемого за счет реализации стратегии X .

Математическая постановка задачи.

Вариант 1. Требуется: на множестве $\chi_D(S_3)$ допустимых стратегий инвестирования в повышение надежности (безопасности) ГПС найти такую стратегию $X^* \in \chi_D(S_3)$, которая при заданном лимите финансирования S_3 обеспечивает максимальный уровень ожидаемого предотвращаемого ущерба (снижения, ограничения, устранения риска) вследствие возможной аварии:

$$X^* = \arg \max_{X \in \chi_D(S_3)} \Delta M_{\hat{c}_{\text{ущ}}}(X), \quad S(X^*) = \sum_{i=1}^N s_i(x_i^*) \leq S_3.$$

Вариант 2. Требуется: на множестве χ всех технически полезных стратегий инвестирования в повышение надежности (безопасности) ГПС найти такую стратегию $X \in \chi$, которая обеспечивает минимальные инвестиционные затраты в повышение надежности (безопасности) ГПС при заданном уровне $\Delta M_{\hat{c}_{\text{ущ},3}}$ ожидаемого предотвращаемого ущерба (снижения, ограничения, устранения риска) вследствие возможной аварии:

$$X^* = \arg \min_{X \in \chi} S(X) = \sum_{i=1}^N s_i(x_i), \quad \Delta M_{\hat{c}_{\text{ущ}}}(X^*) \geq \Delta M_{\hat{c}_{\text{ущ},3}}.$$

Для решения поставленных задач рассматриваются два метода:

– метод обобщенного квазилагранжиана, сущность которого заключается в формальном переходе от задачи с различной размерностью целевой функции и ограничений (техно-экономической) к задаче с единой стоимостной размерностью (экономико-технической или просто экономической).

– метод экономического аналога, сущность которого состо-

ит в замене сопряженной переменной экономической величиной, отражающей смысл **норматива эффективности В. В. Новожилова**.

Исследование задачи оптимального управления для динамической модели газового месторождения

А.К. Скиба
ВЦ РАН

Рассматривается динамическая модель газового месторождения с взаимовлияющими скважинами [1]. Вводятся следующие обозначения: N - фонд добывающих скважин, \bar{N} - ограничение сверху на фонд добывающих скважин, q - средний дебит добывающих скважин, δ - коэффициент дисконтирования, c - стоимость природного газа, η - параметр, используемый при описании класса вогнутых функций ($0 < \eta < 1$). Ставится следующая задача оптимального управления на бесконечном интервале времени.

Задача. Требуется максимизировать функционал $c \int_0^{\infty} q^n N^n e^{-\delta t} dt$

$$\begin{aligned} \text{при дифференциальной связи} \quad \dot{q} &= -Q = -qN, \\ \text{начальном условии} \quad q_0 &> 0 \\ \text{и ограничении на управление} \quad 0 &\leq N \leq \bar{N}. \end{aligned}$$

Управление N принадлежит множеству измеримых функций.

Используя результаты работ [2] или [3], положительно решается вопрос о существовании решения для поставленной задачи на бесконечном интервале времени. Далее, применяя принципа максимума Понтрягина, доказывается следующая теорема.

Теорема. Если выполнено неравенство $\delta / (1 - \eta) < \bar{N}$, то оптимальным решением задачи 1 при $\eta \in (0, 1)$ на всем интервале $(0, \infty)$ является управление, заданное формулой $\check{N}(t) = \delta / (1 - \eta)$. В противном случае оптимальным решением является управление $\check{N} = \bar{N}$.

Литература

1. Маргулов Р.Д., Хачатуров В.Р., Федосеев А.В. Системный анализ в перспективном планировании добычи газа. М.: Недра, 1991.

2. Balder E.J. On existence result for optimal economic growth problems. Journal of mathematical analysis and applications. V 95, 1983. P. 195-213.

3. Асеев С.М., Кряжимский А.В, Тарасьев А.М. Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального экономического роста.// Тр. МИ РАН, -2007. - Т. 257. С. 1-272.

Оптимизация состава и стратегий развития бизнес-единиц компании

А.Н. Соломатин

ВЦ РАН

В стратегическом управлении широко применяется портфельный анализ, позволяющий в диверсифицированной компании определять состав стратегических бизнес-единиц (СБЕ), соответствующих различным направлениям деятельности компании. Портфель должен обеспечивать правильное сочетание СБЕ, имеющих недостаток и избыток денежных средств.

В работе [1] рассматривается задача формирования сбалансированного портфеля, обеспечивающего максимизацию накопленной прибыли компании с учетом того, что различные СБЕ могут использовать различные стратегии развития.

Пусть I есть множество СБЕ – кандидатов на включение в портфель компании $\omega \subseteq I$, $n=|I|$, и каждая СБЕ из ω может использовать различные стратегии развития из множества J , $m = |J|$ с заданными функциями прогнозной динамики прибыли $f_i^j(t), i \in I, j \in J, t = \overline{1, T}$. Кроме того, задается функция $F_0(\omega)$ баланса доходов и затрат, относящихся ко всей компании. Вводится также $n \times m$ матрица $X(\omega)$ такая, что $X_{ij}(\omega) = 1$, если i -я СБЕ, $i \in \omega$, использует j -ю стратегию, иначе $X_{ij}(\omega) = 0$.

Функция накопленной прибыли компании $F(\omega, X, t)$ отражает суммарную прибыль всех СБЕ, полученную к моменту t , если каждая СБЕ с номером $i \in \omega$ использует стратегию с номером j , зависящим от i (δ - ставка дисконтирования):

$$F(\omega, X, t) = \sum_{i \in \omega} \sum_{j=1}^m \sum_{t'=1}^t X_{ij}(\omega) f_i^j(t') \exp(-\delta t').$$

Ставится следующая оптимизационная задача: найти такую совокупность СБЕ компании $\omega^* \subseteq I$ и такие стратегии СБЕ из ω^* , чтобы максимизировать накопленную прибыль всей компании:

$$\sum_{i \in \omega} \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^T X_{ij}(\omega) f_i^j(t) \exp(-\delta t) + F_0(\omega) \rightarrow \max_{\omega \subseteq I} \max_{X(\omega)}$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^m X_{ij}(\omega) = 1, \quad X_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in \omega; \quad F(\omega, X, T) \geq L,$$

$$F(\omega, X, t) \geq 0, \quad t = \overline{1, T}.$$

Для данной задачи с неполиномиальной сложностью $O(nT(2m)^n)$ необходимо проводить оптимизацию одновременно и по составу СБЕ, и по составу стратегий, используемых СБЕ. При этом необходимо проверять ограничение $F(\omega, X, t) \geq 0$ для каждого года, что исключает стандартные способы отбраковки.

Решение задачи производится следующим образом с использованием аппроксимационно-комбинаторного метода [2]:

- для каждого фиксированного множества $\omega \subseteq I$ при помощи модифицированного метода ветвей и границ ищется оптимальный набор стратегий всех СБЕ из ω , удовлетворяющих первой группе ограничений, а также множество решений, близких к оптимальному;
- на множестве полученных близких решений находится наилучшее решение X^* , удовлетворяющее второму ограничению, и для него рассчитывается $P(\omega) = F(\omega, X^*, T) + F_0(\omega)$;
- для максимизации $P(\omega)$ используется модифицированный метод последовательных расчетов; применимость метода следует из субмодулярности $P(\omega)$ при решении задачи на максимум.

Предложенный подход может быть использован для различных систем, например, для решения задачи одновременной оптимизации состава и динамики финансирования инвестиционных проектов целевых комплексных программ при стратегическом управлении регионом.

Литература

1. Соломатин А.Н. Формирование оптимального состава бизнес-единиц компании с учетом стратегий их развития // Информационные технологии, 2008, №2, С. 68-73.

2. Хачатуров В.Р. Аппроксимационно-комбинаторный метод докомпозиции и композиции систем и конечные топологические пространства, решетки, оптимизация // ЖВМ и МФ, 1985, Т.25, №12. С. 1777-1794.

Принятие эколого-экономических решений на основе принципа двухкритериальности

В.М. Умывакин

Воронежский госуниверситет

На сегодняшний день стал совершенно очевидным тот факт, что принятие обоснованного и грамотного управленческого решения в любой отрасли, а тем более в управлении устойчивым (допустимым по Н.Н. Моисееву) развитием территорий, невозможно без наличия и использования интегрированной информации о ее социально-экономическом и эколого-природном потенциале. Каждая территория представляет собой сложную эколого - экономическую систему, целевое состояние которой определяется требованиями к конечному результату управленческой деятельности.

В данной ситуации для принятия компромиссных эколого-экономических решений предлагается использовать двухкритериальный подход к управлению устойчивым развитием территорий [1]. Принцип двухкритериальности управления заключается в необходимости измерения эффективности результата управленческой деятельности в количественном и качественном аспектах, т.е., на языке двух основных противоречивых обобщенных критериев устойчивого развития: «экономического» - «количество» и «экологического» - «качество» или «риск недостижения целей устойчивого развития территорий».

Анализ современного уровня устойчивого развития территорий показывает, что до сих пор мы имеем дело с количественными критериями социально-экономического развития (типа прибыльности, рентабельности, объема выпуска и др.), позволяющими ответить на вопрос, сколько нужно платить за результат. При этом не дается ответ на вопрос, сколько и чем придется расплачиваться за неучет требований к качеству результата (за неучет риска недостижения целей устойчивого развития) и неопределенности экологических, социальных и экономических последствий управленческой деятельности.

Методология двухкритериального подхода к выработке эффективных управленческих решений по развитию территорий основана на идее одновременного учета прибыльности (доходности) и риска финансовых операций. В современных условиях это требование должно быть модифицировано следующим образом: любая количественная оценка (критерий) эффективности результата управленческой деятельности должна быть дополнена оценкой риска недостижения планируемого эффекта устойчивого развития. При этом возникают две основные задачи: 1) хеджирование рисков на основе их количественной оценки в денежной форме (так называемая Vaг-методология) и 2) принятие управленческих решений, как выбор наиболее предпочтительного варианта из соответствующего множества Парето-оптимальных (компромиссных) вариантов устойчивого развития территорий.

Таким образом, предлагаемая методология двухкритериального подхода к принятию обоснованных эколого-экономических решений с самого начала ориентирована на использование в качестве обобщенной меры риска управленческой деятельности интегральной оценки трудности достижения целей устойчивого развития территорий, которая имеет вероятностную интерпретацию [3]. Двухкритериальный подход к управлению качеством территорий позволяет визуализировать поиск и существенно сократить число анализируемых вариантов компромиссных эколого-экономических решений с одновременным контролем их эффективности.

Литература

1. Умывакин В.М. Управление качеством территорий на основе интегральной оценки экологического риска // Экологическое планирование и управление. – 2007. - № 4(5). – С.14-18.

2. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. - М.: Инфра-М, 1996. – 172 с.

3. Каплинский А.И., Руссман И.Б., Умывакин В.М. Алгоритмизация и моделирование слабоформализованных задач выбора наилучших вариантов систем. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 1991. - 168 с.

Моделирование слабоформализованных задач ресурсной оптимизации на основе синтеза нормативного и адаптивного подходов

В.М. Умывакин

Воронежский госуниверситет

В прикладных исследованиях эколого-экономических систем (ЭЭС) существенное место занимает слабоформализованная задача ресурсной оптимизации устойчивого развития территорий. Трудность решения подобных задач во многом определяется отсутствием явного аналитического вида используемых зависимостей «ресурсы-результат», неопределенностью в выборе целевых установок, отсутствием универсального измерителя вклада подсистем в достижение целей системы, а также, недостаточной по существу, информационной основой для принятия обоснованных эколого-экономических решений.

Низкий информационный уровень математического описания слабоформализованных задач ресурсной оптимизации является следствием неопределенности требований к качеству и нестандартности ситуаций принятия эколого-экономических решений. Неопределенность в выборе целевой функции порождена наличием большого числа разноименных, противоречивых показателей качества и их принадлежностью к различным иерархическим уровням принятия решений. Нестандартность ситуации принятия решений характеризуется высокой размерностью задачи, алгоритмической формой задания зависимостей (возможностью вычисления для каждого варианта лишь значений предцелевых функций и функций-ограничений), незнанием явного аналитического вида функции предпочтения ЛПР (возможностью оперировать в процессе поиска наилучших вариантов лишь «поточечным» знанием ЛПР о данной функции), незнанием и трудноформализуемостью ряда важных свойств предцелевых функций и функции предпочтения (например, овражности, неодноэкстремальности), а также свойств области поиска (например, невыпуклости, дискретности).

В основе предлагаемой технологии принятия компромиссных эколого-экономических решений лежит введение универсальных оценок качества типа «трудности обеспечения ресурсами» и

«риск недостижения целей устойчивого развития территорий», которые имеют вероятностную интерпретацию. Введенные характеристики позволяют естественным образом перейти к информационным оценкам (в частности, оценкам стоимостного типа) и отделить существенно нелинейную часть расширенной модели ресурсной оптимизации, связанную с выбором коэффициентов целевой функции, от линейной базовой модели, обычно, большой размерности. Поэтому представляется закономерным выделение «жесткой» и «гибкой» частей технологии моделирования слабоформализованных задач принятия эколого-экономических решений. «Жесткая» часть включает нормативные (аксиоматические) подходы к формированию частных и интегральных оценок риска, а «гибкая» часть - адаптивный подход к моделированию задач принятия эколого-экономических решений в условиях неполноты и неопределенности априорной информации. В основе адаптивной алгоритмизации лежит вероятностная переформулировка исходной постановки задачи, обеспечивающая ее более полную формализацию с возможностью применения типовых (вариационных) приемов построения человеко-машинных процедур поиска наилучших вариантов ЭЭС.

Таким образом, предлагаемая технология принятия эколого-экономических решений ориентирована на восстановление линейной целевой функции типа обобщенных затрат с «удачно подобранными» коэффициентами, учитывающие нелинейные эффекты зависимости «ресурсы-результат». При этом расширенная модель ресурсной оптимизации должна давать возможность нарушения «в среднем» лимитирующих ограничений для более полной формализации задач принятия эколого-экономических решений. Свойство линейности базовой модели представляет широкие возможности по параметрическому, вариантному и послеоптимизационному анализу задачи ресурсной оптимизации на основе использования стандартных пакетов прикладных программ. Именно таким путем осуществляется генерирование советующей информации для ознакомления экспертов с последствиями принимаемых решений.

Исследование операций в приложениях

Operations research in applications

1. *Elimhan N. Mahmudov* Optimal control of discrete and differential inclusions with distributed parameters in gradient form **126**
2. *H.C. Ralph* Capacity and Scheduling Estimates for a Manufacturing Cell with Processing Time Variability **128**
3. *К.К. Авилов* Выявление больных туберкулезом: влияние социо-экономических факторов **129**
4. *Н.Н. Апрашьева, Д.А. Саранча, С.В. Сорокин* О функциональной зависимости плотности почвы и микрорельефа в полупустыне Северного Прикаспия **131**
5. *Белолипецкий А.А., Малинина Е.А., Семенов К.О.* Оптимизация процесса заполнения лазерных мишеней радиоактивными изотопами водорода **133**
6. *Н.В. Белотелов, И.А. Коноваленко* Моделирование подвижности особей с учетом эколого-физиологических параметров **135**
7. *В.Н. Бобылев* О Системе формирования планов добычи нефти **136**
8. *Ю.И. Бродский* Некоторые теоретические аспекты синтеза сложных распределенных имитационных моделей **137**
9. *Е.В. Гасникова* О равновесиях макросистем **139**
10. *А.Н. Герасимов* Устойчивость системы «паразит-хозяин» с несколькими группами и вариантами возбудителя **141**
11. *В.Ф. Демьянов* Оптимизационные методы в математической диагностике **142**
12. *А.Н. Катулев, М.Ф. Малевинский, Г.М. Соломаха* Минимаксная фильтрация двумерных полей **144**
13. *А.Н. Катулев, М.Ф. Малевинский, Г.М. Соломаха* Комплексный алгоритм оценки состояния контролируемой обстановки **146**
14. *А.А. Кобляков, С.В. Петухов, И.В. Степанян* Исследование операций конструирования новых музыкальных строев и композиций на основе матричного анализа генетического кода **148**

15. <i>М.Г. Крейнес</i> Модель текстовой коллекции для поиска информации на естественных языках: ключевые слова, их связи и контексты	150
16. <i>Л.К. Кузьмина</i> О некоторых подходах в задачах моделирования	152
17. <i>О.А. Мельниченко</i> Эпидемиология туберкулеза: анализ региональных особенностей и сравнение программ контроля	153
18. <i>Н.В. Перцев, В.Н. Леоненко, Е.Ю. Хомутова</i> Математическая модель для оценки эффективности выявления индивидуумов, предрасположенных к колоноректальному раку	155
19. <i>А.Б. Петровский, А.В. Смирнов, Т.В. Левашова</i> Поддержка принятия решений при оказании экстренной помощи в чрезвычайных ситуациях	157
20. <i>С.В. Петухов</i> Унитарные симметрии и матричные операторы генетического кода	159
21. <i>С.В. Петухов, Д.Ш. Катанов</i> Исследования матричных операторов в матричной генетике и генетические алгоритмы	160
22. <i>В.Н. Разжевайкин</i> Принцип эволюционной оптимальности в моделях структурированных биосистем	162
23. <i>В.Р. Хачатуров</i> Современные проблемы исследования операций	164
24. <i>М.И. Шпитонков</i> Корреляционная адаптометрия. Оценка эффективности лечения	166

Optimal control of discrete and differential inclusions with distributed parameters in gradient form

Elimhan N. Mahmudov

Industrial Engineering Department, Faculty of Management, Istanbul Technical University, Turkey

The considered problems described by multivalued mappings with ordinary and partial differential inclusions consist one of the inten-

sive developable field in optimal control theory. Consequently, a lot of problems in economic dynamics, classical optimal control theory, especially in hydrodynamical engineering, vibrations, chemical, heat, diffusion, i.e. processes can be reduced to such researches. The proved duality theorems allow one to conclude that a sufficient condition for an extremum is an external relation for the primary and dual problems. The presented paper is divided conditionally into three parts.

In the first part we study an optimization problems for discrete inclusions

$$\text{minimize} \quad \sum_{\substack{t=1,\dots,T \\ x=0,\dots,L-1}} g_{t,x}(u_{t,x}) \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad (u_{t+1,x}, u_{t,x+1}) \in F_{t,x}(u_{t,x}), \quad (2)$$

$$\text{and } u_{t,L} = \alpha_{tL}, t \in H_I, u_{0,x} = \beta_{0x}, x \in L_0 (\alpha_{0L} = \beta_{0L}) \quad (3)$$

where $H_I = \{0, \dots, T-1\}$, $L_0 = \{0, \dots, L\}$, $g_{t,\tau} : R^n \rightarrow R^l \cup \{\pm \infty\}$ are functions taking values on the extended line, $F_{t,x}$ is multivalued mapping $F_{t,x} : R^n \rightarrow 2^{R^{2n}}$, and α_{tL} , β_{0x} are fixed vectors. A set of points $\{u_{t,x}\}_{(t,x) \in H \times L_0} = \{u_{t,x} : (t,x) \in H \times L_0, (t,x) \neq (T,L)\}$, $H = \{0, \dots, T\}$ is called a feasible solution for the problem (1) - (3) if it satisfies the inclusion (2) and boundary conditions (3). In term of Hamiltonian function to multivalued mapping the locally adjoint mapping (LAM) is introduced and for non-convex discrete inclusion are formulated necessary and sufficient conditions for optimality. Is used the normal cone construction for similar to LAM definition and is called the coderivative of multivalued mapping at a given point. Moreover, as is shown in the paper, the use of convex upper approximation (CUA) and locally tents are very suitable to obtain the optimality conditions for stated problems. The proved equivalence theorems allow us to make the necessary connection between optimality conditions for discrete and discrete approximation problems. It appears that by passing to the formal limit in optimality conditions of problem (P_A) we can formulate sufficient conditions of optimality in the Euler-Lagrange form for continuous problem with partial differential inclusions:

$$\text{minimize} \quad J(u(\cdot, \cdot)) = \iint_R g(u(t,x), t, x) dt dx + \int_0^1 g_0(u(1,x), x) dx \quad (4)$$

$$\text{subject to} \quad \nabla u(t,x) \in F(u(t,x), t, x), 0 < t \leq 1, 0 \leq x < 1,$$

$$\nabla u = \text{grad } u = \left(\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5)$$

and $u(t, I) = \alpha(t)$, $u(0, x) = \beta(x)$, $\alpha(0) = \beta(I)$, $R = [0, I] \times [0, I]$,
(6)

Here $F(.,t,x): R^n \rightarrow 2^{R^{2^n}}$ is a convex multivalued mapping, $g(.,t,x)$ and $g_0(.,x)$ are continuous functions; $g: R^n \times R \rightarrow R^1$, $g_0: R^n \times [0, 1] \rightarrow R^1$ and $\alpha(t)$ and $\beta(x)$ are absolutely continuous functions, $\alpha: [0, 1] \rightarrow R^n$, $\beta: [0, 1] \rightarrow R^n$. The problem is to find a solution $\tilde{u}(t,x)$ of the boundary value problem (5), (6) that minimizes (4). Here an admissible solution is understood to be an absolutely continuous functions satisfying almost everywhere(a.e) (5) with summable first partial derivatives.

In the third part of the work the duality problem for continuous problem, which is based on duality theory of discrete approximation problem (P_D) are constructed.

Capacity and Scheduling Estimates for a Manufacturing Cell with Processing Time Variability

H.C. Ralph

Clayton State University

Variability in general is a major factor in inefficiency and waste. Yet, with the intensity of manufacturing competition worldwide, pressure to decrease response time to customer orders, and with the availability of innovations in technology, such inefficiencies become less and less tolerable. Random variability in processing times leads to uncertainty in many aspects of the management of production, including also in calculation of effective capacity and in scheduling. No exact mathematical solutions are available for such problems in capacity and scheduling, even under the most liberal simplifying assumptions concerning the statistical distributions of the variability. Such problems have been demonstrated to be Np-Hard.

The most effective method to deal with such variability is, of course, to isolate causes where possible and eliminate the variability. The remaining variability in processing time may be subject to various algorithms and estimation techniques which have been developed to approximate solutions to the problems of capacity and scheduling.

This present research describes an partitioning technique for performance measures of a computer-simulated multi-station manufacturing cell, which, when separating predictable parts of consumed capacity from unpredictable parts, allows a highly accurate composite estimate to be made in production run scheduling and capacity usage on the cell. Makespan for a manufacturing run is analyzed on the basis of performance measures for the last station in the manufacturing cell. Partitioned unpredictable portions of these performance measures are then subjected to statistical analysis and study for the purpose of determining upper and lower parameter bounds, to identify the existence of any correlations with input parameters.

In addition, it can be shown that the analysis presented here has practical application on the factory floor, as it requires relatively little input information of the sort that is often routinely collected during manufacturing operations, particularly for systems operating under a philosophy of continuous improvement.

This study is a continuation of my dissertation, “The Influence of Variability on the Performance of a Manufacturing Cell” (2007).

Выявление больных туберкулезом: влияние социо-экономических факторов*

К.К. Авилов

Институт вычислительной математики РАН

Одна из важнейших задач в составе комплекса мер по борьбе с опасными инфекционными заболеваниями – выявление больных. Своевременное выявление позволяет, прежде всего, принять меры для радикального снижения эпидемиологической опасности больного для окружающих, а также ускорить и упростить лечение самого больного. Исследование процесса выявления больных необходимо как для мониторинга и оптимизации самого процесса выявления, так и для получения исходных данных для моделирования эпидемиологического процесса в целом.

Существенным фактором, влияющим на выявление больных, являются их неоднородность по социо-экономическим параметрам. В докладе будет представлена модель выявления больных

* Работа поддержана грантом РФФИ 07-01-00577-а и грантом Президиума РАН «Фундаментальные науки – медицине».

туберкулезом органов дыхания (ТОД), учитывающая данный тип неоднородности больных [1]. Основой для нее послужила модель [2], построенная в качестве вспомогательного инструмента эпидемиологических исследований.

Полная модель формирования потоков выявленных больных опирается на:

двухстадийную модель течения болезни (ранняя и поздняя стадии различаются по признаку распада тканей легких),

представление о разделении методов выявления на активные и пассивные (активные методы позволяют выявлять больных на более ранних стадиях, чем пассивные),

линейно-дифференциальное описание отдельных процессов выявления больных,

предположение о том, что социо-экономические параметры каждого больного определяют его доступность для выявления и тем самым модифицируют его скорость выявления.

Полная модель описывает конкуренцию между процессами выявления больных, прогрессирования болезни, спонтанного самоизлечения и гибели больных. Многостадийное представление течения болезни позволяет независимо оценить скорость (эффективность) выявления и полную заболеваемость (количество новых случаев болезни). Привлечение индивидуальных социо-экономических характеристик позволяет уточнить эти организационно и эпидемиологически значимые оценки.

В качестве исходных данных используется российская государственная статистика по выявлению ТОД (полицевой учет выявленных случаев ТОД по Форме 089/у-тб). Эти данные включают в себя информацию о состоянии больного (в т.ч. о наличии распада), о его социо-экономических характеристиках и о методе выявления (активный или пассивный). Тестовые расчеты проводились на данных по Ярославской, Брянской и Саратовской областям.

Полученные результаты свидетельствуют о значительных различиях в организации и эффективности выявления между рассматриваемыми областями. Обнаружено, что ведущим фактором раннего выявления является нахождение под медицинским надзором (нахождение в лечебном учреждении или на учете в нем, частые посещения врача), а фактором позднего выявления – «социальная невключенность» (алкоголизм, принадлежность к криминальной среде, отсутствие определенного места жительства).

Литература

1. Авиллов К.К., Романюха А.А. Математическое моделирование процессов распространения туберкулеза и выявления больных // Автоматика и телемеханика. 2007. №9, с.145-160.

2. К.К. Avilov. Statistical description of factors determining detected tuberculosis incidence // Russ. J. Anal. Math. Modelling. V.24, No.4, pp.309-324 (2009).

О функциональной зависимости плотности почвы и микрорельефа в полупустыне Северного Прикаспия

¹Н.Н. Апраушева, Д.А. Саранча, ²С.В. Сорокин
Вычислительный центр им. А.А.Дородницына,
e-mail: ¹plat@ccas.ru, ²www2009@ccas.ru

Исследуемая территория имеет комплексный почвенный покров [1]. На солончаковых солонцах почва разрыхлена, что привело к образованию микровозвышений, каштановые почвы уплотнены, что обусловило образование западин разного размера и глубины. В работе [1] дано уравнение линейной регрессии, определяющее зависимость высоты микрорельефа (y) от средней плотности почвенной толщи глубины 200-210 см (x),

$$\bar{y} = -126.82x + 202.14. \quad (1)$$

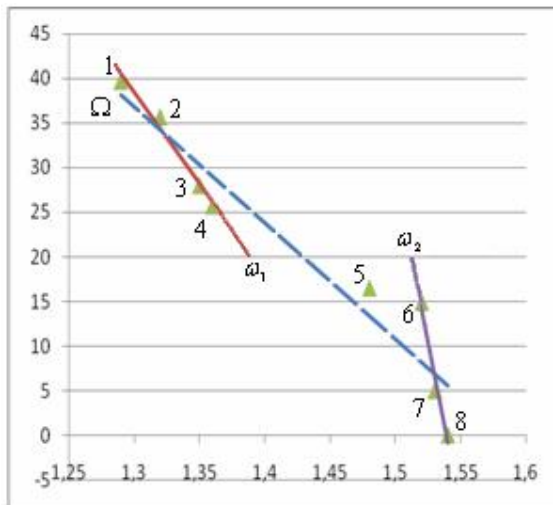
Уравнение (1) получено по выборке из 8 точек, $\Omega = \{1, 2, \dots, 8\}$, находящихся на территории Джанибекского стационара.

Анализ графиков почвенных профилей и географического описания точек, приведённых в [1], позволяет сделать вывод о том, что множество Ω неоднородно, оно состоит из классов: $\omega_1 = \{1, 2, 3, 4\}$ – микровозвышения, $\omega_2 = \{6, 7, 8\}$ – западины и микросклон, $\omega_3 = \{5\}$ – западина на микровозвышении.

Статистический анализ данных о плотности почвы в классах ω_1 и ω_2 подтверждает этот вывод. По данным работы [1] для плотности почвы были вычислены в каждом классе ω_i , $i = 1, 2$, средние значения $\tilde{\mu}_1 = 1.33$, $\tilde{\mu}_2 = 1.53$, дисперсии $\sigma_1^2 = 0.00075$, $\sigma_2^2 = 0.00067$. По критерию Фишера [2] принимается гипотеза о равенстве дисперсий σ_1^2 , σ_2^2 классов. По критерию Гаусса классы ω_1 , ω_2 имеют статистически значимое различие средних $\tilde{\mu}_1$, $\tilde{\mu}_2$.

Более точную зависимость высоты рельефа от плотности почвы дают уравнения регрессии, полученные отдельно по классам:

$$\omega_1 : \hat{y} = -204.67x + 304.48, \quad \omega_2 : y^* = -745.00x + 1146.48. \quad (2)$$



Рисунок

На рисунке изображены точки исходной выборки Ω и графики функций \bar{y} (пунктиром) \hat{y} , y^* .

Таблица

Выборки	Коеф. корреляции $r(x, y)$	Точность вычислений высоты		
		Ср. абс. ошибка $ \Delta y $	$ \Delta y _{\max}$	Ср.-квадрат. откл. $\bar{\sigma}$
Ω	-0.959	3.32	5.53	3.84
ω_1	-0.989	0.69	1.38	0.82
ω_2	-0.831	1.09	1.63	1.16

По данным таблицы следует, что уравнения (2) точнее определяют зависимость высоты рельефа от плотности почвы, чем уравнение (1).

Литература

1. Абатуров Б. Д. Плотность почвы как фактор формирования микро-рельефа в полупустыне Северного Прикаспия, Почвоведение, 2007, №7, с 831-937.

2. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.

Оптимизация процесса заполнения лазерных мишеней радиоактивными изотопами водорода

*А.А. Белолипецкий, Е.А.Малинина, К.О. Семенов
Вычислительный Центр им.А.А.Дородницына РАН
Московский Государственный Университет
имени М.В. Ломоносова*

Более полувека тому назад была сформулирована задача использования в мирных целях энергии термоядерного синтеза, которая выделяется при слиянии легких ядер: дейтерия (D) и трития (T), D и D, D и ^3He . С тех пор разрабатываются два основных подхода к решению поставленной задачи. Это магнитный термоядерный синтез и инерциальный термоядерный синтез (ИТС).

Идея ИТС впервые была изложена в работе [1]. В ИТС используются лазерные мишени (ЛМ), которые, в частности, подвергаются прямому облучению лазером. Эти мишени представляют собой тонкостенные сферы, изготовленные из газопроницаемых материалов [2].

Изучаемая лазерная мишень представляет собой двухслойную сферическую оболочку. Внешний защитный шаровой слой изготовлен из полистирола или полиимида GDP. Внутренний слой пористый, изготовлен из пенополистирола. В отличие от работ [3-5] рассмотрена задача заполнения двухслойной мишени газообразным ядерным топливом, один из слоев которой является пористой средой, что приводит к решению систем нелинейных параболических уравнений. Любой режим заполнения предполагает, что разность между внешним и внутренним давлением на стенку сферы не превышает заданную величину, которая определяется прочностными свойствами оболочки. Последнее предполагает знание зависимости от времени внутреннего давления, которое является функционалом от режима нагнетания внешнего давления. Поскольку газ при высоком давлении не является идеальным, а прочностные параметры и коэффициенты газопроницаемости материалов стенки мишени могут быть не постоянными величинами, то важную роль в исследовании проблемы заполнения лазерных мишеней ядерным топливом находят методы математического моделирования. Исследовалась сферически симметричная модель для неидеального газа, поток которого через внешний слой подчиняется закону Фика. В этом случае плотность газа, как функция вре-

мени и расстояния от центра мишени, подчиняется уравнению диффузии

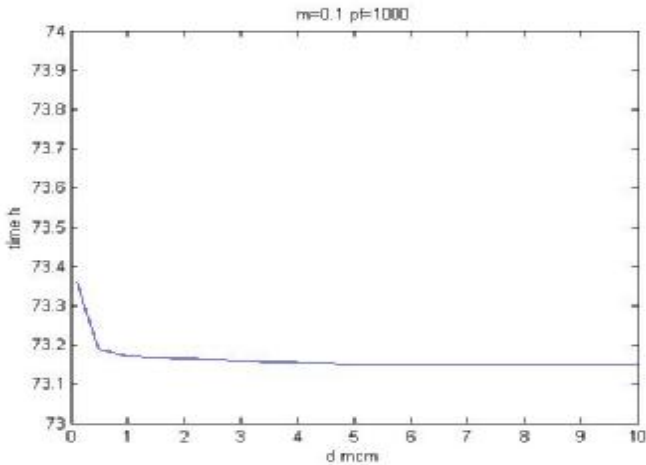
$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 D \frac{\partial \rho_1}{\partial r}.$$

В пористом слое поток описывается законом Дарси, и уравнение для плотности имеет вид

$$\frac{\partial (m\rho_2)}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{k}{\mu} \rho_2 \frac{\partial p_2}{\partial r}.$$

Изменение плотности газа в полости мишени описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d\rho_3}{dt} = \frac{3k\rho_2}{r_2\mu} \frac{\partial p_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2}. \quad (1)$$



Связь между плотностью и давлением для неидеального газа описывается уравнением Ван-дер-Ваальса. При естественных граничных и начальных условиях, модель представляет нелинейную начально-краевую задачу для системы полулинейных параболических уравнений, решение которой используется при интегрировании уравнения (1). Проведенный численный анализ модели показал, что в широком диапазоне практически важных значений коэффициента пористости и размера пор внутреннего пористого слоя – эти параметры мало влияют на время заполнения мишени газом, что особенно важно при выборе материала внутреннего слоя. Ни-

же приведен график зависимости минимального времени заполнения мишени газом (в часах) до 1000 атм от размера диаметра пор (в мкм) внутреннего слоя.

Литература

1. Н.Г.Басов, О.Н.Крохин. *Условие разогрева плазмы излучением оптического генератора.* // ЖЭТФ.1964. Т. 47. С.171-175.

2. И.В.Александрова, А.А.Белолипецкий, Е.Р.Корешева. *Состояние проблемы криогенных топливных мишеней в современной программе инерциального термоядерного синтеза.* // Вестник РАН, 2007, т.7, № 2, с. 37 – 42.

3. А.А.Belolipetskii A.A. *Mathematical modeling and optimization of the processes of lazer target gas filling* // Computational math. and cybernetics . (Vestnik Moskovskogo Universiteta . Seria 15) , Allerton Press Inc.,1997,№2,р.53-58.

4.I.V.Aleksandrova, A.A.Belolipetskiy. *An efficient method for filling targets with a highly-pressurized gas fuel.* // J. of the Moscow Physical Society, 1999, №9, p.325-335.

5. I.V.Aleksandrova, A.A.Belolipetskiy. *Mathematical models for filling polymer shells with a real gas fuel.* // J. Laser and Particle Beams .1999,v.17, № 4, p.701-712..

Моделирование подвижности особей с учетом эколого-физиологических параметров*

Н.В.Белотелов, И.А.Коноваленко

*Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН,
Московский физико-технический институт (ГУ)*

Одной из важнейших проблем популяционной экологии является задача описания пространственно – временной динамики популяции.. Несмотря на то, что в настоящее время предложено и исследовано большое число моделей, для описания этой динамики, остается открытым вопрос об использовании экспериментальных эколого – физиологических данных для оценки параметров моделей.

В работе построена имитационная модель пищевой активности популяции особей с учетом их эколого –физиологических параметров с целью изучения зависимости радиуса индивидуальной активности особей от плотности популяции и параметров особей.

* Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 09-0700-398а

На решетке в узлах, которой располагается ресурс, описываемый дискретным аналогом уравнения Ферхьюльста, случайным образом располагаются особи популяции. Особи характеризуются индивидуальным возрастом и массой.

Описываются процессы рождения, роста, перемещения, взаимодействия друг с другом и гибели особей. Каждый из выше перечисленных процессов определяется возрастом, массой и текущим пространственным расположением особи. Для оценки эколого – физиологических параметров особи берутся натурные данные [1,2].

Приведены предварительные результаты имитационных экспериментов. Так в работе получена зависимость радиуса индивидуальной активности особей от плотности популяции., продолжительности жизни особей от среднего интервала времени между рождениями., зависимость плотности популяции от интенсивности роста пищевого ресурса

Литература

1. A.South. Ex ngitapolating from individual movement behavior to population spacing patterns in a ranging mammal. Ecological Modelling, 117, 1999, 343-360 p

2. R.Mac Nally. Modelling confinement experiments in community ecology: differential mobility among competitors. Ecological Modelling, 129, 2000, 65-85 .

О Системе формирования планов добычи нефти

В.Н. Бобылев

Вычислительный центр РАН

Система формирования планов добычи нефти предназначена для компьютерного расчета основных технико-экономических показателей разработки группы нефтяных месторождений.

В зависимости от наличия информации система формирует вариант плана по заданной исходной информации (имитационный режим) или, решая соответствующую аппроксимирующую оптимизационную задачу, определяет (в рамках предполагаемых ограничений) вариант исходной информации, по которому может быть сформирован проект перспективного плана, лучший по заданному критерию (оптимизационный режим).

Имитационный режим основан на разработанной в Вычислительном центре РАН модели функционирования объекта с гра-

ническим жизненным ресурсом. В соответствии с динамическим состоянием модели определяются значения уровней добычи нефти и эксплуатационного бурения. В отсутствие проекта разработки это позволяет получить основные ее показатели для каждого месторождения группы за расчетный период.

Имитационная модель функционирования используется как основа для постановки, исследования и решения соответствующих оптимизационных задач. В качестве критерия эффективности могут быть выбраны различные показатели, а достижение оптимального состояния может быть обеспечено изменением элементов исходной информации с учетом наложенных ограничений. Результаты решения аппроксимирующих задач показывают эксперту по планированию направления улучшения проекта и позволяют судить о необходимых ресурсах для выполнения желаемых ограничений.

Структура алгоритмов Системы обеспечивает также возможность анализа модификаций расчетных методик, сглаживание несогласованности (противоречий) отдельных стадий расчетов, влияния изменений на значения отдельных показателей. Вместе с изменением нормативной расчетной базы это позволяет эксперту по планированию легко проверять свои варианты. Результаты расчетов отображаются в табличной и графической формах, как на дисплее, так и в печатном виде.

Некоторые теоретические аспекты синтеза сложных распределенных имитационных моделей*

Ю.И. Бродский

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Делается попытка ввести формализованное описание моделей некоторого класса сложных систем. Ключевыми понятиями этой формализации являются понятия компонент, которые могут образовывать комплекс и комплекса, состоящего из компонент, но на некотором более высоком уровне абстракции могущем восприниматься как единая компонента. В результате сложную систему можно рассматривать, начиная с одной компоненты на самом вы-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 10-07-00176-а.

соком уровне абстракции, и кончая фракталом компонент, на уровне максимально подробного моделирования. Степень подробности ограничивается лишь желанием разработчика модели. Предлагаются методы анализа и синтеза многокомпонентных моделей. Устанавливается связь объектно-событийного моделирования и моделирования средствами классических динамических систем [1].

Одним из направлений развития имитационного моделирования традиционно является моделирование сложных организационно-технических систем, которые можно представить как совокупность отдельных относительно независимых друг от друга объектов, лишь время от времени взаимодействующих между собой. Обычно возможности и характеристики этих объектов хорошо известны исследователю, целью же построения имитационной модели является экспериментальное получение характеристик системы в целом. Задача синтеза системы из компонент – нетривиальная, однако вполне решаемая (обычно эвристически) задача (напр. [2]). В основе решения этой задачи синтеза лежит идея так или иначе дать компонентам возможность проявить себя, время от времени синхронизируя их деятельность, и наблюдать при этом, что происходит с системой в целом. Однако, подобный способ синтеза ставит ряд вопросов:

- Не может ли оказаться у моментов синхронизации объектов точек накопления?
- Какая должна быть дисциплина доступа объектов к характеристикам системы в целом? Не будут ли возникать систематические ошибки моделирования из-за постоянного места тех или иных объектов в списке просмотра в процессе вычислений?
- Допустим ли асинхронный вызов методов различных объектов (что было бы очень заманчиво для распределенных и параллельных вычислений)?
- Наконец, как связано объектно-событийное моделирование с классическим описанием моделей системами дифференциальных уравнений?

Можно выделить класс моделей (назовем их регулярными), для которого на данные вопросы имеется ответ в желательном для моделирования русле. К регулярным, например, будут принадлежать модели, получаемые путем дискретизации систем обыкновенных дифференциальных уравнений с правой частью, удовле-

творяющей условию Липшица [3]. Для данного класса можно обоснованно ввести жесткую дисциплину изменения характеристик системы: каждый объект меняет только свои характеристики, что позволяет вызывать методы асинхронно.

Литература

1. Бродский Ю.И., Павловский Ю.Н. Разработка инструментальной системы распределенного имитационного моделирования // Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 2009, С. 3-15.

2. Бродский Ю.И., Лебедев В.Ю. Инструментальная система имитации MISS M.: ВЦ АН СССР, 1991, 180 с.

3. Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И. Имитационное моделирование М.: Изд. центр «Академия», 2008, 236 с.

О равновесиях макросистем*

Е.В. Гасникова

МФТИ

После работ Е.Т. Джейнса (конца 50-ых годов XX века) и А.Дж. Вильсона (конца 60-ых годов XX века) в литературе достаточно прочно укрепились концепция о плодотворности перенесения аппарата статистической физики (см., книгу Э. Шрёдингера “Статистическая термодинамика”) на различные макросистемы (в частности, встречающиеся в химической кинетике, экономике, биологии, социальной сфере).

Приведем довольно общую схему, в которую ложатся многие известные макросистемы, имеющие единственное положение равновесия:

1. Макросистема состоит из огромного числа равноправных пронумерованных агентов, каждый из которых может находиться в одном из состояний. Число состояний, как минимум, на несколько порядков меньше числа агентов (иногда, можно и без этого требования). Распределение агентов (с учетом номеров) по состояниям будем называть микросостоянием, а без учета номеров – макросостоянием.

2. Задана марковская динамика (вообще говоря, нелинейная) эво-

* Работа поддержана грантами РФФИ № 10-07-00620-а, 10-01-00321-а. Работа проведена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы (НК-215П(1)-9, П1490).

люции распределения агентов, в основу которой на микро уровне положена равноправность агентов: равновероятно выбирается агент и, в зависимости от того в каком состоянии он находится, “случайно” переводится в новое состояние, аналогично рассматривается парный обмен состояниями. На макро уровне это соответствует принципам химической кинетики. Предполагается, что из любого возможного макросостояния можно перейти согласно такой динамике в любое другое (характерное время такого перехода определяет скорость сходимости к равновесию). Также считается, что описанная динамика имеет макро законы сохранения (соотношения (как правило, линейные) между макровеличинами, которые не меняются со временем).

Пусть выполняется, хотя бы, одно из приводимых ниже условий: **а)** динамика задана линейной полугруппой (однородность); **б)** динамика “обратима” (детальный баланс, условие типа Штюкельберга или условие унитарности); **в)** осуществляется термодинамический предельный переход (число агентов и состояний стремятся, сохраняя пропорции, к бесконечности) и выполняется естественный скейлинг. Тогда при небольших оговорках эргодическая марковская динамика приводит на больших временах к стационарной (инвариантной) Пуассоновской мере (прямое произведение распределений Пуассона) на пространстве макросостояний. Эта мера экспоненциально быстро концентрируется, с ростом числа агентов, в окрестности наиболее вероятного макросостояния, которое и принимается за положение равновесия макросистемы.

Задача поиска наиболее вероятного макросостояния асимптотически (по числу агентов) эквивалентна задаче максимизации энтропийного функционала (воспользовались формулой Стирлинга) на множестве (как правило, внутренности многогранника), заданном ограничениями - законами сохранения. Приятной особенностью такого класса задач является явная (легко выписываемая) зависимость решения прямой задачи, через двойственные переменные. Поскольку число ограничений, как правило, на много порядков меньше числа прямых переменных, то эффективные численные методы базируются на решении двойственной задачи: задачи минимизации выпуклой функции на неотрицательном ортанте. Можно показать (Е.В. Гасникова, ЖВМ и МФ, № 3, 2009), что многие популярные в литературе численные методы решения этой двойственной задачи являются барьерно-мультипликативными аналогами квазиградиентных итерационных методов.

Устойчивость системы «паразит-хозяин» с несколькими группами и вариантами возбудителя*

А.Н. Герасимов

Московская медицинская академия имени И.М. Сеченова

Известно, что для ряда антропонозных заболеваний в популяции человека параллельно циркулируют несколько вариантов возбудителя, и представляет интерес исследовать, за счет чего возможно их длительное взаимное сосуществование.

Пусть S – доля восприимчивой части популяции, I_k – доля популяции, инфицированной k -ым вариантом возбудителя, $k=1, \dots, n$, $1/\beta_k$ – длительность заболевания k -ым вариантом возбудителя, а α_k – активность механизма передачи этого варианта, $1/\gamma$ – средняя продолжительность жизни. Тогда динамика системы будет задаваться уравнениями

$$\frac{dI_k}{dt} = \alpha_k S I_k - \beta_k I_k \quad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = -S \sum_{k=1}^n \alpha_k I_k + \gamma(1-S)$$

Далее кроме положительности констант будем считать, что $\beta_k > \gamma$, так как длительность заболевания не может быть более длительности жизни. Будем считать, что система (1) задана на множестве $T = \{(S, I_1, \dots, I_n) : S \geq 0, I_1 \geq 0, \dots, I_n \geq 0, S + I_1 + \dots + I_n \leq 1\}$, так как иные условия соответствуют отрицательным долям восприимчивых, инфицированных или невосприимчивых.

Из первого уравнения системы (1) следует, что $I(t)=0$ тогда и только тогда, когда $I(t) \equiv 0$. Тогда варианты с нулевой долей инфицированных можно исключить из системы (1), заменив условие $I_k \geq 0$ на $I_k > 0$. Доказана

Теорема 1. В указанных выше предположениях решения системы (1) можно неограниченно продолжать по времени в положительную сторону. При этом:

- если $\alpha_k \leq \beta_k$, то $I_k(t) \rightarrow 0$;
- если $\alpha_i / \beta_i < \alpha_j / \beta_j$, то $I_i(t) / I_j(t) \rightarrow 0$;
- если $\alpha_k > \beta_k$ и для $i \neq k$ $\alpha_i / \beta_i < \alpha_k / \beta_k$, то $I_i(t) \rightarrow 0$,

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-07-00398

$I_k(t) \rightarrow \bar{I} \neq 0$. Стационарное решение системы (1) существует, единственно и является экспоненциально устойчивым глобальным аттрактором;

- если существуют $k_j, j = 1, \dots, N$, такие, что $(\alpha_{k_1} / \beta_{k_1}) = \dots = (\alpha_{k_N} / \beta_{k_N}) > 1$ и для всех остальных i $(\alpha_{k_1} / \beta_{k_1}) > (\alpha_i / \beta_i)$, то $I_i(t) \rightarrow 0, I_{k_j}(t) \rightarrow \bar{I}_{k_j} \neq 0$.

Из теоремы 1 следует, что если имеется вариант, у которого контактное число больше, чем у других вариантов, то он их вытесняет. Если же есть несколько вариантов с одинаковыми максимальными контактными числами, то эти варианты вытесняют остальные. Однако в последнем случае имеется бесконечное количество стационарных решений с любыми относительными долями инфицированными оставшимися вариантами, и по этому отношению положение равновесия безразлично.

Но даже в случае равенства контактных чисел у нескольких вариантов их длительное сосуществование в популяции маловероятно из-за стохастических эффектов.

Литература

1. Герасимов А.Н., Разжевайкин В.Н. Учет неоднородности популяции при исследовании распространения инфекции // Труды Института системного анализа РАН. – 2007, Том 31(1), С. 116-121.

2. Герасимов А.Н. Динамика гетерогенной системы «паразит-хозяин» с изменяемой степенью изолированности // Труды Института системного анализа РАН. – 2009, Том 42(1), С. 224-230.

Оптимизационные методы в математической диагностике*

В.Ф.Демьянов

Санкт-Петербургский государственный университет

Задачи диагностики и прогнозирования (в том числе в медицине и технике) представляют существенный и все возрастающий интерес и привлекают внимание исследователей и практиков. Для их решения используются различные методы и подходы. Наиболее

* Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Проект РФФИ № 09-01-00360)

распространенными и эффективными являются статистические методы, методы дискретного анализа и теории обучения. Они особенно эффективны при наличии большого статистического материала.

Другой подход основан на сведении подобных задач к задачам оптимизации. Этот подход начал активно развиваться в 50-60-х годах прошлого столетия. Он привлекателен и, как оказалось, эффективен при отсутствии большой статистической базы данных. В рамках этого подхода вначале были разработаны линейный дискриминантный анализ (ЛДА) и основанные на нем технология data mining и метод опорных плоскостей (SVM - support vector machine), использующие методы линейного и квадратичного программирования. Этот подход не заменяет статистический, а дополняет его и позволяет провести более полное исследование задач идентификации и распознавания.

В докладе подводятся итоги исследований, в ходе которых были заложены основы негладкого дискриминантного анализа (НДА). Предлагаемый подход находится в русле оптимизационного направления. Построенные на основе НДА алгоритмы оказались вполне конкурентоспособными и эффективными. Негладкий дискриминантный анализ позволяет строить и изучать более точные математические модели, основанные на применении негладкого анализа, и в ряде случаев существенно улучшить качество идентификации и распознавания по сравнению с ЛДА. НДА основан на применении методов негладкого анализа и недифференцируемой оптимизации. В частности, были построены математические оптимизационные модели для конкретных классов задач диагностики и идентификации, выявлены "естественные" критерияльные

Функционалы для этих моделей и их аппроксимаций ("суррогатных" функционалов), проведено исследование и сравнение различных видов классификаторов (линейных, гладких и негладких) в задачах идентификации, изучены их свойства. Ранее использовались методы ранжирования параметров (выделение наиболее существенных признаков) с помощью вероятностных соотношений (в предположении, что параметры подчиняются тому или иному вероятностному закону). В НДА для ранжирования параметров используются оптимизационные подходы, создан метод "экспресс-диагностики" с помощью методов «маломерной» диагностики. Поскольку «маломерная» диагностика представляет со-

бой довольно простую процедуру, ее можно применять для быстрой (хотя и недостаточно точной) диагностики, что может оказаться полезным на практике. Разработан метод "виртуальных" экспертов. Создан метод «главного эксперта», с помощью которого удалось существенно улучшить качество идентификации.

Сфера применения НДА распространена на задачи прогнозирования (например, прогнозирование эффективности различных методов лечения в медицине).

Литература

1. V.F.Demyanov. Mathematical diagnostics via nonsmooth analysis. Optimization Methods and Software. 2005. Vol. 20, Nos. 2-3. P. 197-218. Taylor and Francis. Abingdon, Oxon, UK.

2. В.В.Демьянова, В.Ф.Демьянов, А.В. Кокорина, В.М. Моисеенко. Прогнозирование эффективности химио-терапии при лечении онкологических заболеваний. Вестник Санкт-Петербургского университета; Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2006, вып. 4, с. 30-36.

Минимаксная фильтрация двумерных полей

А.Н.Катулев, М.Ф.Малевинский, Г.М.Соломаха

Тверской государственной университет

Разработаны методы нелинейной фильтрации случайных полей в условиях неопределенности на основе принципов гарантированного результата и оптимизации осредненного критерия фильтрации. Ключевая идея методов заключается в использовании разложения поля по координатным функциям, во введении разных уровней информированности о неопределенных параметрах, подлежащих оцениванию при фильтрации поля, и сведении полученных оптимизационных задач к задачам математического программирования.

Конкретно, решена задача фильтрации двумерных полей при следующих исходных положениях:

- уравнение наблюдения содержит случайные составляющие Ψ_{ij} с интервалами их возможных значений

$$a_{ij} \leq \Psi_{ij} \leq b_{ij}, \quad i = \overline{1, L}; \quad j = \overline{1, S},$$

- уравнение состояния, описывающее поле, представляется в виде

$g(x, y) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^R d_{nm} \eta_n(x) \mu_m(y)$, где $\eta_n(x)$, $n = \overline{1, N}$ и $\mu_m(y)$, $m = \overline{1, R}$ координатные функции соответственно для координат x и y , d_{nm} , $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, R}$ - неизвестные параметры разложения поля, подлежащие оценке.

Сущность фильтрации сводится к вычислению параметров d_{nm} , $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, R}$, путем решения задачи

$$\min_{\{d_{nm}\}} \max_{\{\Psi_{ij}\}} \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^S \chi_{ij} \left[f(x_i, y_j) - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^R d_{nm} \eta_n(x_i) \mu_m(y_j) - \Psi_{ij} \right]^2 \right\},$$

где χ_{ij} - вес измерения поля $f(x_i, y_j)$, которая преобразуется к задаче математического программирования:

найти $\min v$

при условии

$$\left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^S \chi_{ij} \left[f(x_i, y_j) - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^R d_{nm} \eta_n(x_i) \mu_m(y_j) - \Psi_{ij} \right]^2 \right\} \leq v$$

с учетом $a_{ij} \leq \Psi_{ij} \leq b_{ij}$, $i = \overline{1, L}; j = \overline{1, S}$.

Для случаев, когда Ψ_{ij} является случайной величиной с корреляционными моментами $K_{ijkl} = M[\Psi_{ij} \Psi_{kl}]$, где $\underline{K}_{ijkl} \leq K_{ijkl} \leq \overline{K}_{ijkl}$, $i, k = \overline{1, L}; j, l = \overline{1, S}$, или известны классы распределений $\Phi_{ij}(\Psi_{ij})$ с ограниченными дисперсиями, доказано, что построение фильтров осуществляется соответственно по критерию вида

$$\min_{\{d_{nm}\}} \max_{\{\Psi_{ij}\}} M \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^S \chi_{ij} \left[f(x_i, y_j) - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^R d_{nm} \eta_n(x_i) \mu_m(y_j) - \Psi_{ij} \right]^2 \right\},$$

где максимум берется по значениям корреляционных моментов из указанных диапазонов, или по критерию вида

$$\min_{\{d_{nm}\}} \left\{ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^S \chi_{ij} \left[f(x_i, y_j) - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^R d_{nm} \eta_n(x_i) \mu_m(y_j) \right]^2 \right\}.$$

Установлено, что аналогичным образом формулируются и решаются задачи минимаксной фильтрации и для случая обработ-

ки полей размерности больше двух.

Предложено два метода расщепления решения системы уравнений метода наименьших квадратов, требующие для ее решения на порядок меньших временных затрат ЭВМ, чем классическая схема метода наименьших квадратов.

Комплексный алгоритм оценки состояния контролируемой обстановки

А.Н. Катулев, М.Ф. Малевинский, Г.М. Соломаха
Тверской государственной университет

Решается задача обнаружения объектов на изображении, полученном от оптико-электронных, телевизионных или радиолокационных средств, с одновременным оцениванием их количества и геометрических параметров по критерию

$$\max_{1 \leq s \leq N} \left\{ \forall k = \overline{1, s} \left(\frac{\max_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k \in \Omega} f(X | S = k, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)}{\max_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k-1} \in \Omega} f(X | S = k-1, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k-1})} \geq \pi(\alpha, S = k) \right) \right\}$$

где при $k = 1$ выражение в знаменателе принимает вид $f(X | S = 0)$; $f(X | S = k, \lambda_1, \dots, \lambda_k)$ - функции правдоподобий нахождения на изображении k объектов с соответствующими векторами геометрических параметров $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$; $\pi(\alpha, S = k)$ - пороговое значение, вычисляемое при заданном допустимом уровне ложного необнаружения k объектов, Ω - область значений геометрических параметров объектов, S - возможное количество объектов на изображении, N - максимально возможное количество объектов на изображении, устанавливается по априорным данным. В качестве оценки S_0 числа объектов выбирается s , для которого достигается внешний максимум в критерии, а в качестве оценок параметров – значения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{s_0}$, для которых достигается максимум функции правдоподобий. Если при $k = 1$ неравенство в критерии не выполняется, то $S_0 = 0$.

При реализации критерия при каждом k осуществляется разбиение полученного изображения как двумерного множества

X измерений освещенностей $f(x_i, y_j)$, где x_i, y_j - строчная и столбцовая координаты пиксела, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, L}$, $M \times L$ - размер изображения в пикселах, так что объекту v из k ставится в соответствие какая-то подобласть $X_v \subset X$. Очевидно, в каких-то подобластях объектов может не быть, то есть $\bigcup_v X_v = X \setminus Y$, где Y - несвязная в общем случае подобласть, в которой нет объектов. Это разбиение устанавливается одновременно с целью оценивания количества объектов S на каждом изображении, получаемом в соответствующий текущий момент времени, без введения априорных данных о X_v .

В связи с отмеченными особенностями на изображении сначала вводится покрытие-сетка с прямоугольными ячейками размера $T \times T$ пикселов, полагая, что в ячейке могут быть измерения освещенностей от небольшого числа объектов (естественно – их может и не быть); границы сетки совмещаются с границами прямоугольного изображения кадра.

Здесь для $S = 2$ отметим, что

$$f(X | S = 2, \lambda_1, \lambda_2 \in \Omega) = f(X_1 | S = 1, \lambda_1 \in \Omega) \times f(X_2 | S = 1, \lambda_2 \in \Omega)$$

где $X_1 \cup X_2 = X$, $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ и формирование подмножеств X_1, X_2 осуществляется посредством проверки показателя близости каждой пары освещенностей $f(x_i, y_\mu), f(x_i, y_j) \in X$,

$l, i = \overline{1, \dots, \bar{l}}; \mu, j = \overline{1, \dots, \bar{j}}$ на отождествление; аналогичное имеет место и при $S > 2$.

Отождествление пар освещенностей осуществляется, если $[f(x_i, y_\mu) - f(x_i, y_j)]^2 \geq (\sigma^2 / 2\rho)\pi_1(\alpha)$, где σ^2 - дисперсия ошибки измерения освещенности, ρ - коэффициент корреляции освещенностей, $\pi_1(\alpha)$ - порог; иначе – они не отождествляются. В результате выполнения операции отождествления для множества X строится матрица отождествления его элементов, и отыскиваются его максимальные внутренне устойчивые подмножества -МВУПы. Их число представляет оценку снизу числа объектов S в ячейке, собственно МВУП – соответствующее подмножество X_v , а их

совокупность – разбиение множества X .

По МВУПам оцениваются и другие геометрические параметры изображений объектов и их фрагментов.

Все названные операции программно реализованы и информационно сопряжены в составе комплексного алгоритма.

Исследование операций конструирования новых музыкальных строев и композиций на основе матричного анализа генетического кода

А.А. Кобляков, С.В. Петухов, И.В. Степанян

Московская государственная консерватория

Институт машиноведения РАН

Московский государственный горный университет

Исследование операций и систем передачи генетической информации является одной из основных задач биоинформатики и математической биологии. Важным направлением этих исследований является изучение матричных представлений алфавитных систем генетического кода, которое позволяет выявлять алгоритмы, структурные закономерности и взаимосвязи в ансамблях молекулярных структур наследственной информатики [Конопельченко, Румер, 1975; Петухов, 2008; Petoukhov, He, 2009].

В докладе приводятся данные анализа кронекееровских семейств генетических квадратных матриц типа $[C A; U G]^{(K)}$, где C , A , U , G (цитозин, гуанин, урацил, гуанин)– азотистые основания генетического кода, (K) – кронекееровская степень в виде целого положительного числа. В ходе этого анализа использован тот факт, что комплементарная пары азотистых оснований $A-U$ соединена двумя водородными связями, а пара $C-G$ – тремя водородными связями. Эти числа водородных связей давно подозревались на особую информационную значимость. Подстановка данных числовых значений каждой буквы в символьные матрицы $[C A; U G]^{(K)}$ трансформирует их в числовые генетические матрицы, имеющие вид метрических тензоров: $[3 \ 2; 2 \ 3]^{(K)}$. Извлечение квадратного корня из целочисленных матриц этого кронекееровского семейства порождает кронекееровское семейство «золотых» матриц $[f \ f^{-1}; f^{-1} \ f]^{(K)}$, все компоненты которых равны иррациональному числу золотого сечения $f = (1+5^{0.5})/2 = 1,618...$ в той или иной целой степени.

Изучение этой открытой связи генетического кода с золотым сечением, известным в теории исследования операций и эстетике пропорций, позволило выявить математическую связь семейства «квинтовых» геноматриц $[3\ 2; 2\ 3]^{(K)}$ с 7-ступенным пифагорейским музыкальным строем. Последний, как известно, строится на геометрической прогрессии с коэффициентом квинты $3/2$ и на алгоритме сведения ее членов в один октавный интервал (1-2). В этом строе содержится 7 членов (по числу отношений частот между нотами до, ре, ми, фа, соль, ля, си, до) всего двух видов, называемых «тон-интервалом» и «полутон-интервалом».

Аналогичное рассмотрение семейства «золотых» геноматриц $[f\ f^1; f^1\ f]^{(K)}$ и связанной с ним геометрической прогрессии с коэффициентом прогрессии $p = 0.5 \cdot f^2$ показало, что тот же самый пифагорейский алгоритм сведения членов прогрессии в один октавный интервал (1-2) приводит к семейству вложенных друг в друга математических строев. Последние названы строями золотого вурфа (или вурф-строями), поскольку величина «р» давно известна в биологической морфологии под именем золотого вурфа (или «золотого» двойного отношения проективной геометрии). По аналогии с пифагорейским строем каждый вурф-строй содержит всего два вида членов (тон-интервал и полутон-интервал). Последовательность вурф-строев является фибоначиево-ступенной последовательностью, поскольку число членов в каждом из них равно одному из чисел Фибоначчи. При этом количества тон-интервалов и полутон-интервалов в каждом вурф-строе также равны числам Фибоначчи, и величины тон-интервалов и полутон-интервалов выражаются через числа Фибоначчи. Дихотомическое дерево семейства вурф-строев является обобщением дерева известной задачи Фибоначчи о кроликах.

В докладе представляются данные по исследованию значения вурф-строев для теории музыкальной гармонии и композиторской практики, включая данные по звуковым консонансам в новых строях, созданию новых инструментов и пр.

Литература

1. Конопельченко Б.Г., Румер Ю.Б. *ДАН СССР*, 1975, т. 223, №2, с. 471-474
2. Петухов С.В. *Матричная генетика, алгебры генетического кода, номехоустойчивость*. М., РХД, 2008
3. Petoukhov S.V., He M. *Symmetrical analysis techniques for genetic systems and bioinformatics: Advanced Patterns and Applications*. Hershey, USA: 2009.

Модель текстовой коллекции для поиска информации на естественных языках: ключевые слова, их связи и контексты

М.Г. Крейнс

ООО «БАЗИСНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

Действующие поисковые системы и механизмы поиска текстовой информации в глобальных и локальных информационных сетях используют словарные индексы в качестве ориентированных на решение задач поиска моделей текстовых информационных ресурсов. Поэтому в поисковых машинах Интернета легко найти источник стихотворной строчки (как правило, набор слов в стихотворном фрагменте уникален), но часто бывает трудно сформировать адекватный запрос для поиска необходимой информации, индивидуальные словарные характеристики которой априори не ясны пользователю. Крупнейшие поисковые машины пытаются обойти трудности, связанные с недостаточной эффективностью простейшей модели информационных ресурсов, за счет формирования элементарной модели поискового поведения – привлечения статистики и истории запросов, включающих слова из запроса конкретного пользователя. Мы развиваем альтернативные подходы.

В данной работе предложено использовать для организации поиска текстовой информации семантические модели текстовых коллекций, формируемые с применением информационной технологии **КЛЮЧИ К ТЕКСТАМ**[®], которая вычислительно формирует модели семантики отдельных документов в форме списков слов с весами. Слова, входящие в такие списки «ключевых» слов, определяются как наиболее сильно связанные в конкретном документе в некотором комбинаторном смысле. Оказалось, что эти множества слов являются уникальными и воспроизводимыми характеристиками документа, а также носителями основной тематики и содержания документа. Модели семантики отдельных документов позволяют вычислительно находить содержательно близкие тексты. Это обеспечивает в коллекциях объемом до 10–15 тысяч текстов вычислительный поиск тематически однородных групп документов в отсутствие априорной информации о наличии и составе таких групп (задача кластеризации текстовой коллекции) и вычислительное формирование ключевых слов и аннотаций групп тек-

стов (семантической модели коллекции указанного ограниченного объема и, одновременно, мощного навигационного средства).

В настоящей работе для практически неограниченных по объему коллекций текстов на естественном языке сделан следующий шаг – модель семантики коллекции строится непосредственно на основании моделей семантики отдельных документов. Для этого словарный состав последних моделей объединяется и упорядочивается по невозрастанию суммарного веса слов в документах коллекции. Общий объем списка слов, включенных в модель семантики коллекции, ограничивается наличием хотя бы одного слова из списка почти в каждом документе коллекции. Для организации процессов поиска информации будем использовать семантическую модель и результаты ее анализа. Во-первых, множества слов, связанных в рамках коллекции по комбинаторному критерию, формально аналогичному комбинаторному критерию для выявления ключевых слов отдельных документов. Во-вторых, множества слов, для которых характерен общий контекст в рамках слов, включенных в семантическую модель коллекции (формальный аналог решения задачи кластеризации текстовой коллекции для множеств слов, использование которых связано по упомянутому комбинаторному критерию). Множества первой категории показывают наличие смысловых связей слов. Близкий контекст использования определяет группы слов, характерные для одной предметной области (тематики). В семантической модели коллекции удастся формально выделить слова, означающие отдельные особо значимые темы (они выделяются из общих контекстов в рамках семантической модели), и слова, определяющие стилистические особенности всей коллекции (неэффективные для использования при поиске). Различия смысловых связей и контекстов использования слов существенны для идентификации важной информации. Будут приведены конкретные примеры и рассмотрены технологические возможности использования предложенных конструкций для организации эффективного смыслового поиска текстовой информации на естественных языках.

О некоторых подходах в задачах моделирования^{*}

Л.К.Кузьмина

КГТУ им. А.Н.Туполева – КАИ (НИУ), Казань, Россия

Применительно к задачам моделирования в динамике сложных систем с многовременными масштабами развиваются понятия и методы классической теории устойчивости, рассматривается обобщение принципа сведения для общего качественного анализа. На базе единого подхода, с комбинированием традиционных методов теории устойчивости и теории возмущений вводится исходная постановка, позволяющая сводить решение задач моделирования к регулярной схеме. Предлагаются систематические процедуры для построения систем сравнения (упрощенных моделей). При этом в качестве порождающей системы и, соответственно, в качестве порождающего решения принимаются нелинейная (по совокупности всех введенных переменных) система и, соответственно, ее решение. Здесь, в отличие от традиционных подходов, порождающая система – сингулярно возмущенная, а порождающее решение не есть вырожденное.

Применительно к структуре механико-математических моделей с большими и малыми параметрами, моделирующих динамические процессы на примере систем стабилизации, ориентации и управления, с учетом их характерных особенностей дается развитие методики с построением упрощенных моделей в качестве расчетных (s-моделей). Разрабатываемый алгоритм, основанный на методологии теории устойчивости А.М.Ляпунова, с расширением постановок Н.Г.Четаева, П.А.Кузьмина, В.В.Румянцева, доведенный до инженерного уровня, позволяет по разработанной схеме в рамках поставленной динамической задачи разделять параметры и переменные в исходной системе на существенные и несущественные, выявлять несущественные степени свободы с последующим переходом к корректной редуцированной модели (идеализированной в соответствующем смысле), с выяснением влияния отброшенных неидеальностей на динамические свойства. Отдельный интерес представляет задача о построении оптимальной механико-

^{*} Работа выполняется при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований.

математической модели, минимальной модели (по Н.Н.Моисееву), приемлемой в рамках поставленной задачи в прикладных областях, для систем с разномасштабными переменными.

Полученные результаты иллюстрируются на примерах систем конкретного физико-технического содержания.

Эпидемиология туберкулеза: анализ региональных особенностей и сравнение программ контроля

О.А. Мельниченко
МГУ им. М.В. Ломоносова

Математическое моделирование является важным инструментом в эпидемиологии. Оно позволяет изучать процессы распространения инфекционных заболеваний, делать прогнозы и разрабатывать программы контроля.

Цели данной работы заключались в исследовании процесса распространения туберкулеза в регионах Центрального федерального округа РФ, выявлении региональных особенностей этого процесса и сравнении программ контроля.

В работе рассмотрена математическая модель, описывающая основные особенности распространения туберкулеза в России [1]. В общем виде модель может быть записана следующим образом

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} + Bu + A(u, n) + f = 0, \\ u|_{t=0} = u^{(0)}, \end{cases}$$

где $u(t) \in R^m \forall t$, $u^{(0)}$ и $f \in R^m$, $B = \{b_{ij}\}_{i,j=1}^m$,

$$A(u, n) = \begin{pmatrix} u_1 \sum_{i=1}^m n_i^{11} u_i + u_2 \sum_{i=1}^m n_i^{12} u_i + \mathbf{K} + u_m \sum_{i=1}^m n_i^{1m} u_i \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ u_1 \sum_{i=1}^m n_i^{m1} u_i + u_2 \sum_{i=1}^m n_i^{m2} u_i + \mathbf{K} + u_m \sum_{i=1}^m n_i^{mm} u_i \end{pmatrix}$$

С помощью метода сопряженных уравнений исследована чувствительность решений модели к изменению параметров. Для вариации функционала, заданного в виде скалярного произведе-

ния, получено выражение через вариацию параметров модели, решение исходной и сопряженной задач [2].

В качестве функционалов заданы основные эпидемиологические показатели: доля больных и доля инфицированных индивидов. Расчеты проводились для 14 регионов, входящих в состав ЦФО РФ.

В результате анализа чувствительности рассмотренные регионы разделены на 3 группы по способу поддержания инфекции в популяции. В регионах 1 типа ведущим является процесс активации инфекции у лиц, инфицированных в детстве; в регионах 2 типа дополнительный вклад вносит процесс инфицирования в среде взрослого населения; в регионах 3 типа - быстрое развитие болезни после инфицирования.

Также проведено сравнение стратегий контроля, направленных на улучшение выявления и улучшение лечения больных. Стратегии, ориентированные на лечение больных, приводят к снижению численности больных, получающих лечение, но практически не оказывают влияния на число инфицированных индивидов и невыявленных больных. Стратегии, ориентированные на выявление, позволяют уменьшить как число больных, так и число инфицированных, что делает их более эффективными.

Таким образом, в рассмотренных 14 регионах ЦФО РФ отличаются механизмы поддержания инфекции в популяции, однако наиболее эффективными стратегиями контроля туберкулеза для всех регионов являются программы, направленные на повышение качества выявления больных.

Литература

1. *Melnichenko O.A., Romanyukha A.A.* A model of tuberculosis epidemiology: estimation of parameters and analysis of factors influencing the dynamics of an epidemic process. // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2008, vol. 23, No. 1, pp. 63-75.

2. Мельниченко О.А. Модель распространения туберкулеза: анализ чувствительности // Труды 4 Международной конференции по проблемам управления, 2009, стр. 857-863.

Математическая модель для оценки эффективности выявления индивидуумов, предрасположенных к колоректальному раку*

Н.В. Перцев, В.Н. Леоненко, Е.Ю. Хомутова

Омский филиал Института математики СО РАН

Омская областная клиническая больница

Ранняя диагностика и выявление полипов для людей старше 50 лет существенно снижает риск развития и смертность населения от колоректального рака (КРР). В настоящее время наряду с традиционным методом фиброколоноскопии (ФКС) начинает активно применяться метод виртуальной колоноскопии (ВКС), ориентированный на обследование населения с помощью компьютерного томографа. Каждый из этих методов имеет свои конкретные особенности, связанные с эффективностью выявления полипов, организацией и стоимостью обследования пациентов. Целью настоящей работы является построение математической модели, описывающей рост полипов у индивидуумов старше 50 лет, и оценка эффективности выявления таких индивидуумов с помощью ФКС и ВКС.

Рассматривается гипотетическая популяция, состоящая из индивидуумов возраста 40 и более лет. Вся популяция разбивается на 6 групп:

N – индивидуумы без полипов,

D – умершие индивидуумы (без учета смертности от КРР),

S – индивидуумы с полипами до 6 mm и 6 – 9 mm,

V – выявленные индивидуумы с полипами до 6 mm и 6 – 9 mm,

U – выявленные индивидуумы с полипами свыше 9 mm,

W – невыявленные индивидуумы с полипами свыше 9 mm.

Продолжительность времени жизни индивидуумов описывается случайной величиной с распределением Мейкхема-Гомперца. Начиная с возраста 40 лет, индивидуум может попасть в группу риска с точки зрения развития КРР (возникновение полипов). Этот риск зависит от возраста индивидуума. Любой индивидуум может самостоятельно обратиться к врачу либо может попасть на обследование по программе скрининга (целенаправленный периодический осмотр). Полипы выявляются с некоторой

* Работа поддержана РФФИ, проект N 09-01-00098-а.

вероятностью, которая зависит как от их размера, так и от используемого метода (ФКС или ВКС). Каждому индивидууму рекомендуется плановое посещение врача в определенном возрасте, например, 50, 60 и т.д. лет. Обращение к врачу характеризуется двумя параметрами: адгерентность – желание индивидуума проходить обследование в первый раз, комплаентность – желание индивидуума проходить обследование повторно. Рост полипов для конкретного индивидуума задается уравнением

$$x(t) = x(t-1)(1 + \alpha(t)), t = 1, 2, \dots, x(0) = x_0,$$

где $x(t)$ – размер полипов (mm) на момент времени t , который отсчитывается от появления полипов в некотором возрасте ($t = 0$), величина $\alpha(t)$ отражает темп прироста полипов за один год в зависимости от текущего размера. Если размер полипов свыше 9 mm, то индивидуум попадает в группу высокого риска по дальнейшему развитию КРР.

Представлены результаты вычислительных экспериментов для популяции из $N = 100000$ индивидуумов. Оценены средние численности групп U , W для различных значений параметров модели. Установлено, что ВКС имеет преимущество перед ФКС при уровне комплаентности 0.8 для ВКС и 0.3 – 0.5 для ФКС. Результаты вычислений показывают, что применение ВКС может приводить к существенному снижению численностей групп U , W .

Литература

1. Pickhardt P.J., et al. Cost-Effectiveness of Colorectal Cancer Screening with Computed Tomography Colonography // *Cancer*, June 1, 2007, V.109, N.11, pp.2213-2221.
2. Luebeck E.G., et al. Multistage carcinogenesis and the incidence of colorectal cancer // *PNAS*, November 12, 2002, V.99, N.23, pp.15095-15100.
3. Геронтология in silico: становление новой дисциплины: Математические модели, анализ данных и вычислительные эксперименты. Сборник научных трудов. Под ред. Г.И. Марчука и др. М.: БИНОМ, 2007.

Поддержка принятия решений при оказании экстренной помощи в чрезвычайных ситуациях*

А.Б.Петровский¹, А.В.Смирнов², Т.В.Левашова²

1. Институт системного анализа РАН,

2 Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

Поддержка принятия решений в открытой информационной среде связана с необходимостью анализа и обработки больших объемов динамической информации, поступающей от автономных ресурсов. В работе предлагается концептуальная модель поддержки принятия решений в открытой информационной среде при оказании экстренной помощи в чрезвычайных ситуациях (ЧС), которая обеспечивает оперативное получение картины текущей ситуации за счет использования знаний проблемной области, уменьшения объемов поступающей информации и сокращения времени на ее обработку. В концептуальной модели выделяются подготовительная и эксплуатационная стадии поддержки принятия решения.

На подготовительной стадии экспертами проблемной области:

1. Создается онтология проблемной области «управление чрезвычайными ситуациями» (прикладная онтология), которая задает интенциональное описание знаний проблемной области [1]. Онтология поддерживает формализацию знаний, согласующуюся со спецификацией задачи удовлетворения ограничений.

2. Определяются имеющиеся автономные ресурсы открытой информационной среды.

3. Создаются и регистрируются Web-сервисы, используемые для моделирования функций ресурсов среды.

Эксплуатационная стадия состоит из следующих этапов.

1. Лицо, принимающее решения (ЛПР), задает тип ЧС, в которой требуется поддержка принятия решения. Возможные типы ЧС специфицированы в прикладной онтологии.

2. Из прикладной онтологии извлекаются знания, релевантные рассматриваемому типу ситуации, которые интегрируются в абст-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 08-01-00247, 08-07-00264, 09-07-12111), программы Президиума РАН «Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация» (проекты 207, 213)

рактный контекст, представляющий собой онтологическую модель ситуации. Интегрируемые знания включают в себя концептуальные знания (спецификация объектов реального мира, вовлеченных в ЧС) и знания о задачах (спецификация задач). Первоочередной задачей при ЧС является составление плана действий участников операции по оказанию экстренной помощи.

3. На основании отображений между прикладной онтологией и описаниями Web-сервисов из множества зарегистрированных Web-сервисов формируется набор контекстно-зависимых Web-сервисов, для описаний которых существуют отображения в знания, вошедшие в абстрактный контекст.

4. Из набора контекстно-зависимых Web-сервисов формируется сеть Web-сервисов на основании критериев эффективности, в качестве которых выступают критерии наибольшей функциональности и наибольшего веса ресурса.

5. Сеть Web-сервисов порождает прикладной контекст, который служит конкретизацией абстрактного контекста для реальных условий и является для ЛПР картиной ЧС.

6. Задачи, специфицированные в абстрактном и прикладном контекстах, решаются как задачи удовлетворения ограничений, результатом чего является множество допустимых решений. В частности, для составления плана действий участников операции по оказанию экстренной помощи в ЧС результирующее множество представляет собой наборы потенциально возможных участников операции с возможными маршрутами их следования.

7. Множество допустимых решений передается ЛПР для выбора окончательного, наилучшего с его точки зрения решения [2], которое считается принятым решением.

8. Абстрактный и прикладной контексты сохраняются в архиве контекстов, а множество сгенерированных решений и принятое решение сохраняются в профиле ЛПР.

Литература

1. Поспелов Д. А. *Ситуационное управление: теория и практика*. – М: Наука, 1986. 288 с.

2. Петровский А. Б. *Теория принятия решений*. – М.: Издательский центр «Академия», 2009. 400 с.

Унитарные симметрии и матричные операторы генетического кода

С.В.Петухов

Институт машиноведения РАН

Биологическая эволюция базируется на наследуемых операциях разворачивания и тиражирования определенных форм упорядочения. Доклад посвящен исследованию имеющихся связей между матричными формами представления генетического кода и унитарными матричными операторами.

Интерес к возможной роли унитарных симметрий для математического моделирования генетических процессов и систем определен, прежде всего, двумя обстоятельствами. Во-первых, молекулы генетического кода принадлежат микромиру, подчиненному законам квантовой механики. В последней важную роль играют унитарные матричные операторы, поскольку эволюция замкнутой квантовой системы является унитарной. Во-вторых, известна значимость унитарных симметрий в теории элементарных частиц, в которой именно на основе этих симметрий был сделан ряд фундаментальных открытий (см., например, [Румер, Фет, 1970]). Эти факты придают особый смысл поиску возможностей адекватного представления ансамблей молекулярных элементов генетического кода в форме унитарных матриц. Такой поиск осуществляется автором в рамках матричной генетики, которая изучает различные аспекты матричных форм представления генетического кода, прежде всего, кронекеровских семейств квадратных матриц с ядром в виде матрицы $[C A; T G]^{(n)}$, где C, A, G, T – буквы генетического алфавита (азотистые основания – цитозин, аденин, гуанин, тимин), а (n) – кронекеровская степень.

Приоритет в становлении матричной генетики принадлежит отечественной науке и восходит к пионерской работе (Конопельченко, Румер, 1975), в которой впервые четыре буквы генетического алфавита представлены компонентами квадратной матрицы второго порядка и рассмотрена вторая кронекеровская степень этой матрицы для изучения скрытых симметрий генетического кода. В настоящее время исследования по матричной генетике активно ведутся в России и за рубежом (Петухов, 2008; Petoukhov, He, 2009).

В докладе показывается, что учет молекулярных особенно-

стей азотистых оснований генетического кода позволяет естественным образом придать матрицам генетического кода вид унитарных матриц. Освещаются математические свойства кронекеровских семейств этих унитарных генетических матриц; циклических групп унитарных преобразований, возникающих при возведении этих матриц в целые степени; изменения унитарных генетических матриц при перестановках генетических элементов. и пр. Обсуждаются применения данных унитарных матричных операторов и алгоритмов на их основе для моделирования наследуемых биологических феноменов: помехоустойчивого кодирования; иерархий циклических структур и процессов, синхронизированных во времени; явлений палиндромности генетических секвенций и др. Анализируется вопрос о возможном использовании языка унитарных симметрий в широком классе проблем биологической самоорганизации. Рассматриваются перспективы использования семейств унитарных генетических матриц для развития новых видов генетических алгоритмов в интересах робототехники, систем искусственного интеллекта, помехоустойчивого кодирования и т.п.

Литература

1. Конопельченко Б.Г., Румер Ю.Б. Классификация кодонов в генетическом коде. *ДАН СССР*, 1975, т.223, № 2, с. 471;
2. Румер Ю.Б., Фет А.И. *Теория унитарной симметрии*. М., Наука, 1970.
3. Петухов С.В. *Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость*. М., Регулярная и хаотическая динамика, 2008;
4. Petoukhov S.V., He M. *Symmetrical analysis techniques for genetic systems and bioinformatics: Advanced Patterns and Applications*. Hershey, USA: 2009.

Исследования матричных операторов в матричной генетике и генетические алгоритмы

С.В. Петухов, Д.Ш. Катанов

Институт машиноведения РАН,

Московский физико-технический институт

Молекулярная генетика выявила единство молекулярных основ генетического кодирования у всех живых организмов. Ее достижения привели к новому определению самой жизни: «Жизнь есть партнерство между генами и математикой» (Stewart, 1999). Какая же математика состоит с генетическим кодом в партнерских

отношениях и способна адекватно отражать операционные и структурные особенности систем генетического кодирования?

Одним из развиваемых подходов к решению этого вопроса является изучение матричных форм представления ансамблей молекулярных элементов генетического кода, кратко именуемое матричной генетикой (Петухов, 2008; Petoukhov, He, 2009). Имеется много исходных предпосылок для особого внимания к матричным представлениям генетического кода. Например, генетическое кодирование обладает высокой помехоустойчивостью, а современные помехоустойчивые коды базируются во многом на операциях с матрицами; информация в компьютерах хранится в виде матриц, и пр. Исследования по матричной генетике имеют целью развитие операционных математических моделей следующих биологических феноменов: помехоустойчивости генетического кодирования; наследуемости иерархий циклических процессов и систем, характерных для живых организмов; синхронности наследуемых циклических процессов; сжатости наследуемой информации; наследуемых особенностей размножения генетической информации при делении клеток; алгоритмического конструирования первичного строения белков со множеством палиндромов и повторов в них.

В докладе представлены результаты исследования семейства генетических матриц типа $[C A; U G]^{(K)}$ в связи с вырожденностью генетического кода, где C, A, U, G - азотистые основания генетического кода (цитозин, аденин, урацил и гуанин), которые обычно интерпретируются как буквы генетического алфавита; степень в скобках (K) представляет собой целочисленную кронекеровскую степень. Особое внимание уделяется случаю $K=3$, при котором генетическая $(8*8)$ -матрица содержит все 64 генетических триплета в упорядоченной последовательности. Особенности вырожденности генетического кода определяют деление этого множества 64 триплетов на два равных подмножества: 32 триплетов с «сильными корнями» и 32 триплетов со «слабыми корнями» (Конопельченко, Румер, 1975).

Мозаичное расположение этих видов триплетов в матрицах типа $[C A; U G]^{(3)}$ неожиданно носит симметричный характер. Оно выводит на демонстрируемые в докладе связи генетического кода с ортогональной системой функций Радемахера, со специальным семейством матриц Адамара и ортогональными системами функций Уолша, известными в теории помехоустойчивого кодирования, спектрального анализа и пр. Демонстрируются содержатель-

ные математические свойства возникающих мозаичных геноматриц: инвариантность их связей с названными функциями Радемахера и Уолша при широком множестве перестановок генетических элементов в геноматрицах, кардинально меняющих их мозаичный облик; тетра-размножение матриц при их возведении в квадрат, ассоциируемое с тетра-размножением половых клеток при мейозе; образование циклических групп матриц при возведении нормированных матриц в степени («генетические циферблаты»), используемые для моделирования наследуемых циклических процессов в живых организмах) и др.

Обсуждается применимость этих результатов к развитию так называемых генетических алгоритмов, интенсивно используемых в последние десятилетия в различных областях науки и техники.

Литература

1. Конопельченко Б.Г., Румер Ю.Б. Классификация кодонов в генетическом коде. *ДАН СССР*, 1975, т.223, № 2, с. 471; 2) Петухов С.В. *Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость*. М., РХД, 2008;

2. Petoukhov S.V., He M. *Symmetrical analysis techniques for genetic systems and bioinformatics: Advanced Patterns and Applications*. Hershey, USA: 2009. 4) Stewart, I. *Life's other secret: The new mathematics of the living world*. New-York: Penguin, 1999.

Принцип эволюционной оптимальности в моделях структурированных биосистем*

В.Н. Разжевайкин

Вычислительный центр РАН им. А.А. Дородницына

Направленность естественного отбора в условиях конкуренции приводит к формированию структур, которые могут считаться устойчивыми. На примере простейшей модели конкуренции

конечного числа биологических видов $\frac{dx_i}{dt} = x_i f_i(x)$, $i = 1, \mathbf{K}, n$,

$x = (x_1, \mathbf{K}, x_n)$ находим в качестве необходимого условия устойчивости положения равновесия вида $\bar{x} = (\bar{x}_1, \mathbf{K}, \bar{x}_m, 0, \mathbf{K}, 0)$; $\bar{x}_i > 0$, $i = 1, \mathbf{K}, m$ равенство $f_i(\bar{x}) = \max(f_j(\bar{x}))$, $1 \leq i \leq m$,

* Работа выполнена при поддержке РФФИ. Код проекта 09-07-00398

$1 \leq j \leq n$. Оно имеет характер экстремального соотношения и называется *принципом эволюционной оптимальности*. Его биологический смысл заключается в том, что выжившие в равновесном состоянии виды обязаны иметь максимальные значения мальтузианских коэффициентов среди всех потенциально допустимых, вычисленных в этом состоянии. Эти коэффициенты характеризуют «силу» видов в ее дарвиновском понимании, если иметь в виду формулировку принципа о выживании сильнейших.

Поскольку в положении равновесия виды со старшими номерами отсутствуют, то их можно считать виртуальными, т.е. добавить к их совокупности любые другие виды, имеющие гипотетическую возможность оказаться в исходном наборе. При этом различающие их параметры могут иметь произвольную природу и, в частности, выбираться из некоторой области пространства параметров, так что задача оптимизации будет решаться уже по отношению к ней. Такое расширение позволяет находить изолированные значения параметров, при которых равновесное состояние оказывается устойчивым. На этом пути строится методика вычисления значений параметров (квази)стационарных биологических систем, для определения которых натурные измерения могут оказаться невозможными или затруднительными.

В математических моделях конкретных структурированных биологических систем наибольшую трудность вызывает построение функционалов, исполняющих роль мальтузианских функций в рассмотренном примере. При их обнаружении аналоги изложенных результатов могут быть почерпнуты из общей теории связи устойчивости и оптимальности для случая распределенных квазилинейных систем [1], [2]. В качестве примеров рассматривается ее приложение к системам с *непрерывной возрастной и пространственной структурой*. Последний из них приводит к теории *корреляционной адаптометрии*, позволяющей оценивать степень неблагополучия обследуемой биологической группы по характеру вырожденности распределения ее представителей в области измеряемых параметров [3].

Литература

1. Разжевайкин В.Н. Связь устойчивости и оптимальности в микроэволюционных распределенных системах квазилинейного типа. М., Вычислительный центр РАН, 1991, 47 с.

2. Разжевайкин В.Н. Устойчивость и эволюционная оптимальность приложения квазилинейной теории к конкретным распределенным био-

логическим системам. М., Вычислительный центр РАН, 1994, 34 с.

3. Разжевайкин В.Н., Шпитонков М.И. Модельное обоснование корреляционной адаптометрии с применением методов эволюционной оптимальности. // Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики, т. 43, № 2, с. 318-330, 2003

Современные проблемы исследования операций

В.Р. Хачатуров

ВЦ РАН

Исследование операций как научная дисциплина сформировалась более пятидесяти лет назад. Существуют различные толкования содержания этого научного направления. Приведем одно из них, принадлежащее крупному специалисту в этой области Н.Н. Воробьеву и приведенное в «Математической энциклопедии» (т. 2, 1979 г.): «Исследование операций – построение, разработка и приложения математических моделей принятия решений. Содержанием теоретического аспекта исследования операций является анализ и решение математических задач выбора в заданном множестве допустимых решений элемента, удовлетворяющего тем или иным критериям оптимальности и называемого оптимальным решением задачи».

Существуют и другие определения, уточняющие или расширяющие это понятие, но основная суть в этом определении отражена. За прошедшие годы были разработаны различные методы исследования операций, многие из которых сформировались в самостоятельные научные направления. Перечислим основные методы, хотя есть опасность, что не все из них будут упомянуты. Это целый класс методов математического программирования (линейное, выпуклое, вогнутое, нелинейное, дискретное, параметрическое, стохастическое, динамическое, дробно-линейное и т.п.), многокритериальная оптимизация, задачи нахождения максимума (минимума), теория игр, теория полезности и др. Разработанность этих методов неодинакова: наиболее разработанными из них являются линейное и выпуклое программирование.

Большинство задач исследования операций предъявляет высокие требования как к техническому (hardware), программному (software) и алгоритмическому (brainware) обеспечению ЭВМ и, в свою очередь, влияют на развитие ЭВМ и формирование их парка.

Сфера применения исследования операций включает в себя огромное число задач технических, технико-экономических, социально-экономических, региональных, что способствует улучшению качества принимаемых решений.

Большой вклад в развитие методов исследования операций сделан коллективом сотрудников Вычислительного центра им. А.А.Дородницына РАН. В своих последних работах академик А.А.Дородницын перечислял и анализировал основные трудности, с которыми встречается исследователь при попытках применения методов исследования операций при решении сложных задач. На основании большого опыта решения конкретных задач принятия решений и изучения этих работ нам удалось сгруппировать и сформулировать следующие крупные проблемы, которые сейчас стоят перед специалистами по исследованию операций, назвав их проблемами Дородницына.

Проблема 1. Научные основы формализованного построения математических моделей.

Проблема 2. Опосредованные методы математического моделирования на основе математической обработки накопленной информации.

Проблема 3. Технология совместного использования математического моделирования, статистики и распознавания образов.

Проблема 4. Обоснование полноты системы признаков, описывающих исследуемое явление.

Проблема 5. Теоретические основы построения человеко-машинных систем для плохо формализуемых явлений.

Обсуждается современное состояние изученности этих проблем и пути их решений. Приводятся примеры конкретных человеко-машинных систем.

Литература

1. Дородницын А.А. Информатика: предмет и задачи // Кибернетика. Становление информатики. М.: Наука, 1986. С.22-28.
2. Дородницын А.А. Проблема математического моделирования в описательных науках // Кибернетика, 1983, №4. С. 6-10.
3. Хачатуров В.Р. Человеко-машинные системы – теоретические основы, опыт разработки и перспективы. «Проблемы прикладной математики и информатики. Часть II- Информатика». М.: ВЦ РАН, 1992. С. 31-48.
4. Хачатуров В.Р. Проблемы математического моделирования в описательных науках и пути их решения. «Вычислительная математика и

Корреляционная адаптометрия. Оценка эффективности лечения.*

Шпитонков М.И.
ВЦ РАН, Москва

В последнее время исследователи, работающие с медико-биологической информацией, обнаружили эффект изменения корреляционных характеристик между физиологическими параметрами организмов при возникновении внешнего воздействия на популяцию [1]. Подход к оценке этого воздействия был назван методом корреляционной адаптометрии.

Рассматривается популяция, особи которой отличаются друг от друга значениями индивидуальных параметров. Считается, что число параметров конечно, они непрерывны и ограничены, т.е. $x \in \Omega \subset R^n$.

Далее считается, что изменения параметров описываются уравнением Колмогорова-Фоккера-Планка с постоянными коэффициентами, так что для средней плотности распределения численности популяции $u(x,t)$ выполнено

$$\partial_t u = -(\nabla, \mathbf{b}u) + a\Delta u \quad (1)$$

Здесь $a > 0$ – коэффициент диффузии, $\mathbf{b} = -be_n$, вектор сноса, моделирующий внешнее воздействие на популяцию, $x = (x_1, \dots, x_n) \in \Omega \subset R^n$.

Для граничных условий непроницаемости:

$$(bu - a\nabla u, \mathbf{v})|_{\partial\Omega} = 0,$$

где \mathbf{v} – вектор внешней нормали к границе $\partial\Omega$, существует единственное (с точностью до умножения на константу) стационарное

решение уравнения (1) вида: $u(x) = v(x_n) = v_0 e^{\frac{bx_n}{a}}$.

Математической моделью измеряемых в задачах корреляционной адаптометрии величин являются наборы линейных функций

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-07-00398.

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i x_i, \quad \psi = \sum_{i=1}^n \psi_i x_i$$

с ненулевым набором компонент, а моделью определяющих свойства адаптации статистических характеристик – их коэффициенты корреляции по распределению (2):

$$K(\varphi, \psi) = \frac{M[(\varphi - M\varphi)(\psi - M\psi)]}{(M[(\varphi - M\varphi)^2]M[(\psi - M\psi)^2])^{1/2}}, \quad \text{где}$$

$$M\varphi(x_1, \dots, x_n) = \frac{\int_{\Omega} \varphi(x) u(x) dx}{\int_{\Omega} u(x) dx} - \text{среднее значение функции } \varphi(x)$$

по распределению $u(x)$ в области Ω .

В грубом случае граница области $\partial\Omega$ может быть представлена в виде $\partial\Omega = \{x: x_n = \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i^2 + o(x^2)\}$, где все $a_i > 0$, $i=1, \dots, n-1$.

Положим $\bar{\varphi} = (\frac{\varphi_1}{\sqrt{a_1}}, \dots, \frac{\varphi_{n-1}}{\sqrt{a_{n-1}}}, 0)$.

Основой теории корреляционной адаптометрии является следующее утверждение [2].

Для $\bar{\varphi} \neq 0$, $\bar{\psi} \neq 0$ при $b \rightarrow \infty$ имеет место сходимость

$$K(\varphi, \psi) \rightarrow \frac{(\bar{\varphi}, \bar{\psi})}{\sqrt{(\bar{\varphi}, \bar{\varphi})(\bar{\psi}, \bar{\psi})}}.$$

Медицинский пример

Исследовалась эффективность лечения больных с разной степенью ожирения с помощью метода корреляционной адаптометрии. Все пациенты были разделены на 3 группы. Изучались следующие параметры: масса тела, жировая масса, тощая масса, общая вода, мочевины, креатинин, холестерин и триглицериды.

Далее были вычислены веса корреляционных графов $G = \sum_{|r_{i,j}| \geq 0.5} |r_{i,j}|$ для 3 групп больных ожирением до и после проведенного лечения.

Корреляционный анализ показал уменьшение веса корреляционного графа у всех групп больных после лечения, что показывает эффективность лечения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-07-00398.

Литература

1. Карманова И.В., Разжевайкин В.Н., Шпитонков М.И. Применение методики корреляционной адаптометрии к оценке реакции травянистых видов к стрессовым нагрузкам // ДАН. 1996. Т.346. №3. - С.424-426.
2. Разжевайкин В.Н., Шпитонков М.И. Корреляционная адаптометрия. Модели и приложения к биомедицинским системам // Математическое моделирование. 2008. Т.20. №8. - С. 13-27.

Многокритериальные задачи принятия решений

Multiobjective decision making

1. *R.V. Efremov, A.V. Lotov* Pareto Frontier Visualization in Decision Making with Uncertain Feasible Decision Sets **169**
2. *B.Yatsalo, S.Gritsyuk, V.Didenko, A.Babutski, A.Tkachuk, O.Mirzeabasov, M.Vasilevskaya, O.Mirzeabasov, M.Vasilevskaya* DECERNS: Web-based Multi-Criteria Spatial Decision Support System **172**
3. *B.Yatsalo, S.Gritsyuk, O.Mirzeabasov* New Approach to Multi-Criteria Acceptability Analysis **174**
4. *В.Е. Березкин, Г.К.Каменев* Аппроксимация границы Парето двухфазным адаптивным методом с глобальной оптимизацией **176**
5. *А.Л.Бубер, А.В.Лотов, А.И.Рябиков* Разработка правил управления ГЭС с использованием визуализации границы Парето **178**
6. *В.А. Горелик* Методы коррекции данных в задачах многокритериальной оптимизации **180**
7. *Н.А. Коргин* Блочный метод построения неманипулируемых процедур многокритериального выбора **181**
8. *А.В. Лотов, М.Н.Шерстобитов* Гибридный метод аппроксимации оболочки Эджворта-Парето, основанный на использовании «внешнего» источника решений **183**
9. *В.Д.Ногин* Аксиоматический подход к сужению множества Парето: современное состояние **185**
10. *В.Д. Ногин, А.В.Прасолов* Многокритериальный анализ торговой политики **187**
11. *В.В. Подиновский* Оптимизационные задачи теории важности критериев **189**
12. *Я.И. Рабинович* О построении множества эффективных векторных оценок **191**
13. *Н.В. Радионов* Применение концепции нечеткой I – меры **192**

для решения экономических задач многокритериального оценивания и выбора

14. *А.И. Рябиков* О масштабируемости параллельных многофазных методов нелинейной многокритериальной оптимизации **194**
15. *А.В. Холмов* Метод разумных целей в многокритериальных задачах с вероятностными характеристиками неопределенности **196**
-

Pareto Frontier Visualization in Decision Making with Uncertain Feasible Decision Sets *

R.V. Efremov, A.V. Lotov

Rey Juan Carlos University, Spain,

Dorodnicyn Computing Centre of Russian Academy of Sciences

The paper describes a method for supporting the decision making in the case of uncertain feasible decision sets. In the framework of the method, the decision problem is transformed into a multi-objective optimization (MOO) problem, which is studied by visualization of the Pareto frontier. In contrast to other methods that try to visualize the Pareto frontier, we apply the Pareto frontier visualization based on the interactive decision maps (IDM) technique [1], which offers the display of the objective tradeoffs in a clear way. The decision maker learns information on the influence of uncertainty on the feasibility frontier and on objective tradeoffs between robustness and performance indicators. This information helps to identify the preferred feasible combination of robustness and performance and to construct the associated decision.

*Dr. R.Efremov was supported by the Catalan Water Agency. Prof. A.Lotov was supported by Russian Foundation for Basic Research (grants no 09-01-13534 and 10-01-00199)

In decision problems without uncertainty, the set of feasible decisions X , which belongs to the decision space R^n , is given precisely. In this paper we assume that the feasible set is given by a system of compact sets X_s , $0 \leq s \leq 1$. The parameter s describes the level of certainty of X_s : the decrement of the value of s results in the increment of the uncertainty of the set. Namely, it is assumed that $X_{s'} \supseteq X_s$ while $0 \leq s' < s \leq 1$. It means that the more certain set $X_{s'}$ is comprised by the less certain set X_s . The set X_1 contains the decision vectors $x \in R^n$, which are feasible for sure. The set X_0 is the largest feasible set, the decisions $x \in R^n$ outside of X_0 cannot be feasible in any case. To describe the reliability of a decision $x \in R^n$, we use the membership function $\mu(x) = \sup\{s : x \in X_s, 0 \leq s \leq 1\}$, which values vary between zero and one. Let $f: R^n \rightarrow R^m$ be a mapping from R^n to the objective space R^m : performance of a decision $x \in R^n$ is described by the objective vector $y = f(x)$, with m objectives $y_i, i=1, \dots, m$. The set $Y = f(X)$ is denoted as the feasible objective set. Without loss of generality, we assume that the objectives must be maximized.

To transform the decision problem under uncertainty into a new MOO problem, which, however, does not contain uncertainty, we introduce a new objective $y_{m+1} = \mu(x)$, which describes the robustness of the decisions. Surely, one is interested in high robustness of the chosen decision. Therefore, the value of the objective $y_{m+1} = \mu(x)$ must be maximized. Thus, we have got the new multi-objective maximization problem with $x \in X_0$ and the objective vector $y \in R^{m+1}$, where $y = f(x)$ for $y \in R^m$ and $y_{m+1} = \sup\{s : x \in X_s, 0 \leq s \leq 1\}$.

We illustrate our approach with the linear problems with uncertainty in the right-hand sides of the inequalities $Ax \leq b$ that describe the feasible set. Let us assume that $b \in [b^1, b^0]$, where $b_i, i = 1, \dots, J$, is described by the membership function $\phi_i(b_i)$:

$$\varphi_i(b_i) = \begin{cases} 1 & b_i \leq b_i^1 \\ \frac{b_i^0 - b_i}{b_i^0 - b_i^1} & b_i^1 < b_i \leq b_i^0 \\ 0 & b_i > b_i^0 \end{cases}$$

Then, the robustness of a decision $x \in R^n$ is given by the function

$$\mu(x) = \max\{s : 0 \leq s \leq 1, \langle a_i, x \rangle \leq b_i^0 - (b_i^0 - b_i^1)s, i = 1, \dots, I\},$$

which can be used as the robustness objective.

References

1. A.V. Lotov, V.A. Bushenkov, G.K. Kamenev. Interactive Decision Maps, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004.

DECERNS: Web-based Multi-Criteria Spatial Decision Support System

B.Yatsalo, S.Gritsyuk, V.Didenko, A.Babutski, A.Tkachuk,
O.Mirzeabasov, M.Vasilevskaya

National Research Nuclear University IATE MEPHI

Obninsk, Russia, yatsalo@iate.obninsk.ru

Environmental risk analysis and sustainable land-use planning require implementation of tools for spatial information analysis, problem-oriented models for assessment of risk values, and corresponding methods for decision-making support. As a rule, land-use management problems are complex and involve multiple and often competing objectives/criteria.

DECERNS WebSDSS. *DECERNS (Decision Evaluation in Complex Risk Network Systems)* is a web-based distributed Spatial Decision Support System (SDSS) for multi-criteria analysis of a wide range of spatially-explicit land management alternatives. It integrates all basic GIS functions and implements several Multi-Criteria Decision Analysis (MCDA) methods and tools. *DECERNS* can also be integrated with a model server containing generic and site specific models for environmental risks analysis as well as other decision criteria under consideration.

The Application Programming Interface integrates the three main components of SDSS: GIS-subsystem, MCDA-subsystem, and Models. *DECERNS* is developed upon *open source java technologies*.

GIS Functions. The GIS subsystem is designed to have all of the basic GIS features for handling spatial information, including multi-layered vector/raster map visualizations and coloring; editing legends; zooming/panning; measurements (distance, polygon area); features selection; attributes viewing and analysis, including statistical analysis, buffering; overlays (union, intersection, and subtraction of cartographic layers); rasterization; geostatistics; support of different cartographic projects; and support of all common GIS map formats.

Decision Support Methods and Tools. The following multi-criteria methods are used in the *DECERNS*:

- basic MADM methods such as MAVT (Multi-Attribute Value Theory); AHP (Analytic Hierarchy Process); TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to the Ideal Solution); and PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHOD for Enrichment Evaluations);

- advanced MADM methods such as MAUT (Multi-Attribute Utility Theory); ProMAA (Probabilistic Multi-criteria Acceptability Analysis);

and some extensions of MADM methods based on fuzzy set approaches: F-MAVT (Fuzzy MAVT), and FMAA (Fuzzy MAA).

The following tools are also used within the MCDA-subsystem: *Value Tree* for problem structuring; *Value Path* for source data presentation; *Scatter Plot* for presentation of source data in 2-dimensional criteria space; *weight Sensitivity* analysis; *value/utility function sensitivity analysis*; different graphical and tabular tools for *probabilistic* input/output data presentation, including setting source probability distributions for the criteria (MAUT, ProMAA) and weights (ProMAA) with the use of normal, uniform, log-normal and delta distributions; different graphical and tabular tools for *fuzzy* input/output data presentation, including setting source fuzzy numbers for criteria and weights (F-MAVT, FMAA).

Uncertainties are addressed through sensitivity analysis for weight coefficients, and using random performance (for MAUT), random weights and random performance (ProMAA), and, accordingly, fuzzy weights and fuzzy performance (for F-MAVT and FMAA).

DECERNS has also group decision support capabilities. This tool allows the user to create and process various types of surveys and questionnaires (e.g., voting mechanisms) while interacting with MCDA modules within multi-criteria problem structuring and analyzing.

SDSS. Special tools are used in *DECERNS* for integrating GIS and DMS functions and methods, setting spatial alternatives and criteria specification, including automatically transferring attributes for all the alternatives into the performance table for *map-based criteria*. Tools (*Model Provider*) for integrating *DECERNS* and models within investigation of spatial [multi-criteria] problems have been developed.

The *DECERNS SDSS* has been implemented for investigation of several actual case studies on land-use planning, and risk management. New case studies with implementation of the *DECERNS* features and tools for solving multi-criteria problems are being undertaken.

New Approach to Multi-Criteria Acceptability Analysis

B.Yatsalo, S.Gritsyuk, O.Mirzeabasov
National Research Nuclear University IATE MEPHI
Obninsk, Russia, yatsalo@iate.obninsk.ru

The practice of Multiple Criteria Decision Analysis (MCDA) is faced with uncertainty of objective and subjective values of criteria and preference judgments. For analysis of various internal and external uncertainties within the discrete multicriteria analysis (MADM), including inaccuracy, randomness and vagueness, the appropriate multicriteria approaches and methods are used [1-3].

- Family of SMAA (Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis) methods presents stochastic approaches to realization of multicriteria acceptability methods through estimation of *acceptability* and *rank acceptability indices* based on implementation of Monte Carlo simulation [4].

- Multicriteria methods (extensions of different 'classical/crisp' MCDA methods) for uncertainty treatment with implementation of fuzzy sets have been developed [5].

In this paper we present a method for probabilistic multicriteria acceptability analysis, ProMAA. ProMAA treats both probability distributions of criteria values and weight coefficients and determinates rank acceptability indices through assessing probabilities of events “alternative a_i has the rank k ”, $i, k=1, \dots, n$, based on a pairwise comparison of alternatives in an integrated scale.

The presented (utility based) method, ProMAA-U, is close to SMAA-2 method [4] however, methodological approaches to SMAA and ProMAA implementation (mathematical formalism) and corresponding computational algorithms are completely different.

In ProMAA, the “rank events” $S_{ik}=\{\text{Alternative } a_i \text{ has the rank } k\}$ are constructed based on pairwise comparison of alternatives. Ranking or screening alternatives $\{a_i, i=1, \dots, n\}$ within ProMAA is based on the analysis of rank acceptability indices, i.e., the matrix $\{P_{ik}\}$, $P_{ik}=\text{P}(S_{ik}), i, k=1, \dots, n$.

Implementation of the ProMAA method is based on original software library *RandFunction* for assessing the probability distribution function of a random variable $\xi = f(\xi_1, \dots, \xi_m)$, where ξ_j is a random variable with a given density of distribution, $j=1, \dots, m$, for a wide class of functions $f(\cdot)$. For assessing probability distribution of $f(\xi_1, \dots, \xi_m)$ numerical computing is used without Monte Carlo simulation.

Within ProMAA, the distributions of weights w_j in the given variation intervals $[w_j^{\min}, w_j^{\max}]$ may be used. The recommended approach to setting weight coefficients in ProMAA-U is a natural one and corresponds to the steps for assignment of *scaling factors* as in *swing weighting method* for MAUT.

Analytical expressions can facilitate in development of various extensions and generalizations, and exploring relations and their influence on possible output results. Besides, the basic ProMAA algorithm can be transformed and adjusted for other approaches to uncertainty analysis, e.g., for treatment of vagueness/fuzziness.

ProMAA-U method has been implemented within the spatial decision support system *DECERNS WebSDSS*.

References

1. Belton V, Stewart T. 2002. *Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.
2. Figueira J, Greco S, Ehrgott, M (Eds). 2005. *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys*. Springer Science. Business Media, Inc.: New York.
3. Zimmermann H. 2000. An application-oriented view of modeling uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 122:190–198.
4. Lahdelma R, Salminen P. 2001. SMAA-2: stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making. *Operations Research* 49(3): 444–454.
5. Kahraman C (Ed). 2008. *Fuzzy Multi-Criteria Decision Making. Theory and Applications with Recent Developments*. Series: Springer, Optimization and Its Applications, Vol.16.

Аппроксимация границы Парето двухфазным адаптивным методом с глобальной оптимизацией*

В.Е. Березкин, Г.К.Каменев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Аппроксимация границы Парето в задачах многокритериальной оптимизации является классической проблемой исследования операций и имеет большое прикладное значение. На использовании информации о границе Парето основаны эффективные средства поддержки принятия решений при нескольких критериях. В частности, аппроксимация границы Парето является центральным этапом метода достижимых целей [1, 2]. В этом подходе рассматриваемая проблема решается на основе аппроксимации оболочки Эджворта-Парето, то есть максимального множества, имеющего ту же границу Парето, что и исходное множество достижимых критериальных векторов. В [3] предложены адаптивные многофазные стохастические методы аппроксимации ОЭП, основанные на статистической оценке точности текущей аппроксимации и адаптив-

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-01-00599, 09-01-12098, 09-01-13534 и 10-01-00199), ПФИ Президиума РАН П-2 и ПФИ ОМН РАН №3.

ном пополнении метрической сети, ОЭП которой аппроксимирует искомое множество. В [4, 5] исследованы однофазные, а в [5] и двухфазные адаптивные методы. Доказана сходимость, получены оценки скорости сходимости и исследована их эффективность. Оценка скорости сходимости однофазного метода определяется \square -емкостью множества достижимых критериальных векторов. Двухфазный метод отличается от однофазного тем, что метрическая сеть, ОЭП которой аппроксимирует искомое множество, пополняется локальными экстремумами функционала, выводящего случайные стартовые критериальные точки на границу Парето. Оценка скорости сходимости двухфазного метода определяется \square -емкостью множества локальных экстремумов выводящего функционала.

В докладе рассматривается двухфазный метод с глобальной оптимизацией, при котором используемый функционал выводит случайные стартовые критериальные точки на границу Парето. В этом случае метрическая сеть, ОЭП которой аппроксимирует искомое множество, пополняется глобальными экстремумами выводящего функционала. Для рассматриваемого метода получены оценки скорости сходимости и исследована его эффективность. При этом оценка скорости сходимости двухфазного метода с глобальной оптимизацией определяется \square -емкостью границы Парето множества достижимых критериальных векторов. В частности, в случае отличия от нуля верхней метрической размерности границы Парето скорость сходимости метода определяется этой величиной, что является оптимальным по порядку скорости сходимости. Можно построить пример класса множеств, допускающих сколь угодно большую оптимальную скорость сходимости. В указанном классе множеств двухфазный метод с глобальной оптимизацией всегда обладает положительной асимптотической эффективностью аппроксимации.

Литература

1. *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К. и Черных О.Л.* Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.
2. *Lotov A.V., Bushenkov V.A., and Kamenev G.K.* Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.
3. *Березкин В.Е., Каменев Г.К., Лотов А.В.* Гибридные адаптивные методы аппроксимации невыпуклой многомерной паретовой границы // Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физ., Т. 46, N11 (2006). С. 2009-2023

4. Каменев Г.К. Исследование адаптивного однофазного метода аппроксимации многомерной границы Парето в нелинейных системах // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2009, Т. 49. №12. С. 2103-2113.

5. Березкин В.Е., Каменев Г.К. Исследование скорости сходимости многофазных методов аппроксимации многомерной границы Парето // IV Всероссийская научн. конфер. «Матем. моделирование развивающейся экономики и экологии» ЭКОМОД 2009. Сборник трудов. Киров: ВГУ, 2009. С. 60-73

Разработка правил управления ГЭС с использованием визуализации границы Парето*

А.Л.Бубер¹, А.В.Лотов², А.И.Рябиков²

¹ ВНИИГИМ им. А.Н. Костякова РАН

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

При управлении гидроэлектростанциями используются диспетчерские графики, дающие правило выбора управления (попуск воды через плотину ГЭС в единицу времени) в зависимости от состояния системы (уровня водохранилища) и, может быть, прогнозируемых величин (скажем, приточности водохранилища). Разработка таких правил основывается на использовании математических моделей и методов оптимизации, причем в качестве исходной информации о приточности берутся многолетние гидрологические ряды. Правила управления попусками воды через плотину ГЭС должны быть такими, чтобы удовлетворять противоречивые требования к производству электроэнергии, экологические требования, а также потребности различных водопользователей и водопотребителей. Так, при разработке диспетчерских правил для плотин Ангаро-Енисейского каскада ГЭС требуется не допускать уровни в водохранилищах сверх заданных до полного исчерпания пропускной способности водосбросных сооружений; выдерживать уровни воды в озере Байкал между 456 м и 457 м; не допускать расходов воды, приводящих к ущербам от затопления освоенных пойменных земель; обеспечивать энергетический попуск в требуемых

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-01-12098 и 10-01-00199), ПФИ Президиума РАН П-2 и ПФИ ОМН РАН №3.

объемах; обеспечивать требования водопользователей (санитарный, транспортный, сельскохозяйственный, рыбохозяйственный попуски) в заданных объемах; обеспечивать водопотребителей с согласованной надежностью; обеспечивать наполнение всех русловых водохранилищ до максимального уровня к концу половодья, и т.д. В связи с этим, задача выбора правил пуска является многокритериальной.

Диспетчерский график представляет собой конечное число непрерывных непересекающихся кусочно-линейных кривых, изображенных на координатной плоскости, по оси абсцисс которой отложены названия временных интервалов (периодов), на которые разбит год, а по оси ординат – уровни воды в водохранилище. Пусть T – число расчетных периодов. Обозначим совокупность точек пересечения кривых с вертикальными линиями, соответствующими началу периодов, через L_k . Тогда диспетчерский график задается семейством $\{L_k\}_{k=0}^K$ векторов размерности T , обладающим свойством упорядоченности $L_K > L_{K-1} > \dots > L_0$. Для определения величины пуска в некоторый период времени используется понятие зоны – области между двумя соседними кривыми. Пуск для каждой из зон задан одним из возможных способов использования генераторов ГЭС. Для определения пуска достаточно найти номер зоны, которая соответствует данному уровню воды в водохранилище.

Варьирование диспетчерского графика состоит в таком изменении координат векторов $\{L_k\}_{k=0}^K$, которое сохраняет порядок кривых, заданный некоторым исходным графиком. В качестве критериев эффективности диспетчерского графика берется производство электроэнергии и число нарушений указанных выше ограничений за период в 100 лет при приточности, задаваемой историческими гидрологическими рядами. Все критерии рассчитываются на основе математической модели производства электроэнергии, а также эмпирических функций, позволяющих рассчитать уровни воды при заданных пусках и боковой приточности. Для решения полученной задачи был использован метод достижимых целей [1]: была аппроксимирована и визуализирована граница Парето, на которой была указана достижимая цель, после чего был найден диспетчерский график, реализующий эту цель. Полученное реше-

ние превосходило исходный диспетчерский график, предложенный опытными водохозяйственниками, по всем упомянутым критериям.

Литература

1. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К. и Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.

Методы коррекции данных в задачах многокритериальной оптимизации

В.А. Горелик

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Для задачи многокритериальной оптимизации $\langle X_0, W_0(x) \rangle$ вводится некоторая процедура выбора решения $F(X_0, W_0(x), \alpha)$, зависящая от вектора параметров α . Для определения параметров α ЛППР задает дополнительную информацию – вектор β_0 , который определяет возможные значения α в виде множества $A(\beta_0)$, в идеале одноэлементное, но не исключается и пустое множество.

При $X_0 \neq \emptyset$ и фиксированном α множество решений для данной процедуры будем также обозначать $F(X_0, W_0(x), \alpha)$, а множество решений при всех возможных значениях α как $SF = \bigcup_{\alpha \in A(\beta_0)} F(X_0, W_0(x), \alpha)$.

Будем считать, что $SF \neq \emptyset$, если одновременно $X_0 \neq \emptyset$, $A(\beta_0) \neq \emptyset$ и $F(X_0, W_0(x), \alpha) \neq \emptyset \forall \alpha \in A(\beta_0)$, в противном случае $SF = \emptyset$ и задачу будем называть несобственной. В этом случае погрузим ее в параметрическое семейство задач следующим образом. Будем считать, что множество возможных стратегий X задается ограничениями, которые параметризованы вектором $\mu \in M$, т. е. $X(\mu)$, при этом исходное $X_0 = X(\mu_0)$, $\mu_0 \in M$. Вектор критериев W также параметризован $W(x, \omega)$, $\omega \in \Omega$, при этом $W_0(x) = W(x, \omega_0)$, $\omega_0 \in \Omega$. Для произвольных значений параметров β, μ, ω и фиксированной процедуры $F(X, W(x), \alpha)$ множество решений есть

$$SF(\beta, \mu, \omega) = \bigcup_{\alpha \in A(\beta)} F(X(\mu), W(x, \omega), \alpha).$$

Будем предполагать, что существует совокупность (β, μ, ω) такая, что $SF(\beta, \mu, \omega) \neq \emptyset$. На множестве параметров $\lambda = (\beta, \mu, \omega)$ введем некоторую метрику ρ . Поставим задачу минимальной коррекции несобственной задачи: $\rho(\lambda, \lambda_0) \rightarrow \min_{SF(\lambda) \neq \emptyset}$, где $\lambda_0 = (\beta_0, \mu_0, \omega_0)$. Ее решение λ^* будет определять собственную (разрешимую) задачу, аппроксимирующую исходную несобственную задачу.

Например, задача матричной коррекции пороговых значений линейных критериев и ограничений с минимаксным критерием аппроксимации имеет вид:

$$\min \max \{ \| [-h, H] \|_{\infty}, \| w \|_{\infty} : (A+H)x = b+h, x, h, H, w \\ W_k(x) = (C_k, x) = c_k^0 - w_k, w_k \geq 0, x \geq 0, k=1, \dots, r \},$$

а ее решение сводится к последовательности задач линейного программирования.

Предложенный подход можно распространить на многие методы формализации и решения многокритериальных задач.

Блочный метод построения неманипулируемых процедур многокритериального выбора*

Н.А. Коргин

Институт проблем управления РАН, Москва

Рассматривается задача построения неманипулируемых процедур коллективного выбора обществом, состоящим из n агентов, в условиях, когда множество допустимых альтернатив A является компактным выпуклым подмножеством \mathfrak{X}^m а предпочтения агентов над данным множеством описываются *многомерно-однополюсовыми* функциями предпочтения [1].

В работе [2] доказано, что любая неманипулируемая процедура коллективного выбора для подобной модели является *обобщенной медианной схемой*, удовлетворяющей условию пересече-

* Работа поддерживается грантом РФФИ № 09-07-00093-а

ния. Обобщенная медианная схема [2,3] представляет из себя набор из t независимых *одномерных медианных схем* [4]. Обобщенная медианная схема определяется на минимальном t -мерном параллелепипеде $\hat{B}(A)$, в который вписано A . Поэтому при применении обобщенной медианной схемы результатом выбора может оказаться недопустимая альтернатива из множества $\hat{B}(A) \setminus A$, даже если сообщения всех агентов принадлежат A . Если условие пересечения выполнено для какой-либо обобщенной медианной схемы, то результат выбора при использовании этой схемы гарантированно принадлежит A [2].

Однако, отдельной нетривиальной задачей является проверка – удовлетворяет ли конкретная обобщенная медианная схема условию пересечения или нет для конкретного A [5]. В работе [6] были предложены метод анализа обобщенных медианных схем, позволяющий существенно упростить данную задачу. Кроме того, данный метод позволяет определить для заданной обобщенной медианной схемы необходимые требования к множеству допустимых альтернатив A , при выполнении которых эта обобщенная медианная схема удовлетворяет условию пересечения для данного A .

В рамках данного доклада излагается дальнейшее развитие результатов работы [6] – *блочный метод* проверки свойства пересечения. В основе данного метода лежит тот факт, что любая обобщенная медианная схема разбивает все множество $\hat{B}(A)$ на конечный набор *блоков* - t -мерных параллелепипедов. Все альтернативы, принадлежащие одному блоку обладают одинаковыми свойствами, на анализе которых основывается проверка условия пересечения. Использование данного факта позволяет существенно уменьшить трудоемкость предложенного в [6] метода.

Применение блочного метода к построению неманипулируемых процедур многокритериального выбора иллюстрируется примером решения задачи построения неманипулируемого механизма распределения ресурсов на основе процедур голосования

Литература

1. Barberà, S., Strategy-proof social choice. In: Arrow, K. J., Sen, A. K., Suzumura, K. (Eds.), Handbook of Social Choice and Welfare. 2006 Vol. 2.
2. Barbera S., Masso J., Serizawa S. Strategy-proof voting on compact ranges // Games and Behavior. 1998. Vol. 25.

3. Border K., Jordan J. Straightforward elections, unanimity and phantom voters // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50.

4. Moulin H. On strategy-proofness and single-peakedness // Public Choice. 1980. Vol. 35.

5. Бурков В.Н., Исакаков М.Б., Коргин Н.А. Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемого механизма многокритериальной активной экспертизы // Проблемы управления. - 2008. - №4. - С. 38-47.

6. Коргин Н.А. Анализ реализуемости результатов многокритериальной экспертизы - применение "свойства пересечения" // Проблемы управления, 2009 г. , №6 С. 18-27

Гибридный метод аппроксимации оболочки Эджворта-Парето, основанный на использовании «внешнего» источника решений*

А.В. Лотов, М.Н.Шерстобитов

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН

Методы анализа сложных систем на основе визуализации границы Парето являются одним из наиболее перспективных направлений многокритериальной оптимизации (МКО) [1]. В целях диалогового анализа многомерной границы Парето требуется предварительно аппроксимировать оболочку Эджворта-Парето (ОЭП), которая для задачи МКО представляет собой максимальное (по включению) множество, имеющее ту же границу Парето, что и рассматриваемая задача МКО [2]. В нелинейных задачах МКО для аппроксимации ОЭП были разработаны гибридные методы, основанные на синтезе методов глобального случайного поиска, локальной оптимизации, сжатия области поиска и генетических методов оптимизации [3]. Эти методы показали свою эффективность в прикладных задачах [4]. В то же время, эти методы малоэффективны в случае большого числа локальных экстремумов и зон безразличия критериальных функций. Задача такого типа встрети-лась, например, при многокритериальном анализе проблем управления водохранилищами на основе моделей, описанных в работе

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-01-12098, 09-01-13534 и 10-01-00199), ПФИ Президиума РАН П-2 и ПФИ ОМН РАН №3.

[5]. Для аппроксимации ОЭП в многоэкстремальных задачах было предложено усовершенствовать разработанные ранее методы на основе применения идей, описываемых в данной работе.

Основная трудность, возникающая при анализе задач с большим числом локальных экстремумов и областей нечувствительности, состоит в том, что в этих задачах методы градиентного типа оказываются неэффективными. Использование различных случайных стартовых точек не решает проблемы, если размерность задачи и число локальных экстремумов велики. Таким образом, в рамках гибридных методов остается применять методы случайного поиска и генетические методы, которые, как показывает опыт, сами по себе не дают возможности в обозримое время построить удовлетворительную аппроксимацию.

В предлагаемом здесь подходе методы аппроксимации ОЭП усовершенствуются на основе привлечения «внешнего» источника решений, которые предназначены для ускорения процесса аппроксимации ОЭП генетическим методом. Можно использовать решения, предложенные экспертами, либо решения, найденные с помощью решения задач оптимизации на основе упрощенных моделей, скажем, нейронных сетей, аппроксимирующих исходную модель. В упомянутой задаче управления водохранилищами можно рассмотреть модели с упрощенным описанием неопределенности, а именно, считать белым шумом отклонение объема воды, поступающего в водохранилище, от его среднего значения, благодаря чему удастся применить метод динамического программирования.

В проведенном исследовании, используя всего одно решение, предложенное экспертом, с помощью генетического метода удалось найти достаточно точную аппроксимацию ОЭП в четырехкритериальной задаче МКО, основанной на модели [5].

Литература

1. Lotov, A.V., K.Miettinen. Visualizing the Pareto Frontier // J.Branke, K.Deb, K.Miettinen, R.Slowinski (eds.) Multiobjective Optimization. Interactive and Evolutionary Approaches. Lecture Notes in Computer Science, V. 5252. Berlin-Heidelberg. Springer, 2008. P. 213-244.
2. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Boston: Kluwer, 2004.
3. Березкин В.Е., Каменев Г.К., Лотов А.В. Гибридные адаптивные методы аппроксимации невыпуклой многомерной границы Парето //

ЖВМиМФ. 2006. Т. 46(11). С. 2009-2023.

4. *A.Lotov, V. Berezkin, G. Kamenev, Miettinen K.* Optimal Control of Cooling Process in Continuous Casting of Steel Using a Visualization-Based Multi-Criteria Approach // Applied Mathematical Modelling. V. 29(7). P. 653-672.
5. *Soncini-Sessa R., Cellina F., Pianosi F., Weber E.* Integrated and Participatory Water Resources Management: Practice. Amsterdam. Elsevier, 2007.

Аксиоматический подход к сужению множества Парето: современное состояние*

В.Д.Ногин

Санкт-Петербургский государственный университет

Рассматривается задача (модель) многокритериального выбора $\langle X, f, \mathbf{f}_X \rangle$, где

X – множество возможных вариантов (решений), из которого следует осуществлять выбор;

$f = (f_1, \dots, f_m)$, $m \geq 2$ – векторный критерий, определенный на множестве X и принимающий числовые значения в арифметическом векторном пространстве R^m ;

\mathbf{f}_X – асимметричное бинарное отношение строгого предпочтения ЛПР, определенное на множестве X .

Результатом решения задачи многокритериального выбора является множеством выбираемых вариантов $C(X)$.

Удобно также использовать множество возможных векторов $Y = f(X) \subset R^m$ и множество выбираемых векторов $C(Y) = f(C(X))$. Считается, что на множестве возможных векторов Y задано отношение строгого предпочтения \mathbf{f}_Y (которое на практике обычно полностью не известно), естественным образом согласованное с отношением \mathbf{f}_X .

Модель многокритериального выбора $\langle Y, \mathbf{f}_Y \rangle$ в терминах векторов включает множество возможных векторов Y и отношение строгого предпочтения \mathbf{f}_Y , заданное на множестве Y , а ре-

* Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 08-01-00301а).

шением задачи многокритериального выбора в таком случае является множество выбираемых векторов $C(Y)$.

Принимаются следующие четыре «разумные» аксиомы.

Аксиома 1. Для любой пары векторов $y', y'' \in Y$, удовлетворяющих соотношению $y' f_Y y''$, выполнено $y'' \notin C(Y)$.

Аксиома 2. Для отношения f_Y существует иррефлексивное и транзитивное продолжение f на всё критериальное пространство R^m .

Аксиома 3. Каждый из критериев f_1, f_2, \dots, f_m согласован с отношением предпочтения f .

Аксиома 4. Отношение предпочтения f является инвариантным относительно линейного положительного преобразования.

В условиях аксиом 2–4 отношение f является конусным с острым выпуклым конусом, не содержащим начала координат (см. [1]), что позволяет для развития теории активно использовать аппарат выпуклого анализа.

Решение проблемы сужения множества Парето осуществляется на основе так называемых «квантов информации» об отношении предпочтения [2], которые характеризуют готовность ЛПР проявлять определенную гибкость в процессе принятия решений – уступать по одним критериям ради получения выигрыша по какому-то другим критериям. Заметим, что наличие «кванта информации» может быть охарактеризовано и в терминах относительной важности критериев.

Основные положения и результаты аксиоматического подхода изложены в книге [1]. Со времени её выхода прошло 5 лет и за это время удалось существенно продвинуться в развитии данного подхода. В частности, установлены результаты, которые содержат оценки сверху для неизвестного множества выбираемых векторов (вариантов) в виде определенных подмножеств множества Парето, полученные на основе различного рода непротиворечивых конечных наборов «квантов информации». Эти новые результаты предполагается подробно обсудить в докладе.

Литература

1. Ногин В.Д. *Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход* (2-е изд. испр. и доп.) . М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

2. Ногин В.Д. *Проблема сужения множества Парето: подходы к решению*// Искусственный интеллект и принятие решений. – 2008, № 1, С. 98-112.

Многокритериальный анализ торговой политики*

В.Д. Ногин, А.В.Прасолов

Санкт-Петербургский государственный университет

Пусть некоторое государство (например, Россия) на своем внутреннем рынке торгует продуктом, который производится как внутри страны, так и другими странами за рубежом. Вследствие торговли государство получает доход

$$S = txp + \tau qy \quad (1)$$

где t – налог на добавленную стоимость (в настоящее время в России $t=18\%$),

x – объем производства данного продукта в России,
 p – рыночная цена продукта на внутреннем рынке России,
 τ – ввозная пошлина на импорт продукта,
 q – цена продукта за рубежом,
 y – объем импорта.

Импортер (здесь имеются в виду все участвующие импортеры, если их несколько) данного продукта располагает прибылью

$$D = y[p - (1 + \tau)q] \quad (2)$$

Страна-потребитель продукта стоит перед выбором регулирования импорта в зависимости от ситуации с помощью величины ввозной пошлины. Целью такого регулирования может быть максимизация дохода (1) или же рост доли отечественного производителя в объемах продаж. Целью импортера, которой он добивается варьированием объема импорта, является либо прибыль (2), либо число рабочих мест в странах, производящих импортируемый продукт, которое далее принимается прямо пропорциональным объему импорта.

При дополнительных предположениях о спросе на продукт внутри страны рассматриваются следующие три задачи.

* Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 08-01-00301а).

Задача А: найти множество Парето для двух целевых функций S и D при $y \geq 0, \tau \geq 0, D \geq 0$. Внутреннее производство в этой задаче считаем постоянным. Результат решения задачи А определяет возможности взаимных стратегий государства и импортера. Множество Парето (или эффективное множество) задает область компромиссов в торговой политике и выбор внутри него позволяет за столом переговоров (или же методом «проб и ошибок») установить взаимовыгодную стратегию.

Задача Б: найти множество Парето для трех целевых функций S, D и $Y = y$ при $y \geq 0, \tau \geq 0, D \geq 0$. Внутреннее производство x в этой задаче также считаем постоянным. Результат решения задачи Б определяет возможности взаимных стратегий государства-потребителя, импортирующих компаний и государств, производящих импорт, так как дополнительной целью оптимизации является увеличение (или не уменьшение) число рабочих мест. Актуальность такого исследования появляется, если импорт в страну-потребителя достаточно велик, чтобы профсоюзы страны-производителя или органы, контролирурующие экспорт, потребовали от правительства ответных мер на установление ввозных пошлин.

Задача В: найти множество Парето для трех целевых функций S, D и $X = x$ при $y \geq 0, \tau \geq 0, D \geq 0$. Считается, что внутреннее производство x в этой задаче является переменным и соответствует функции предложения отечественного производства. В такой постановке задача анализирует возможности протекционистского поведения с целью сделать собственное производство более конкурентно-способным или просто увеличить объем собственного производства, что отвечает заботе правительства страны-потребителя о числе рабочих местах в своей стране.

Для каждой задачи находится соответствующее множество Парето. Поскольку это множество является достаточно широким, для его сужения предлагается использовать аксиоматический подход, развиваемый одним из авторов и основанный на использовании количественной информации о готовности участвующих в торговле сторон идти на определенный компромисс. Анализируется результат сужения множества Парето в зависимости от гибкости поведения сторон на рынке.

Оптимизационные задачи теории важности критериев*

В.В. Подиновский

Государственный университет – Высшая школа экономики

В теории важности критериев [1, 2] многие решающие правила, задающие на множестве векторных оценок Z отношение нестрогого предпочтения R с использованием накопленной информации о предпочтениях лица, принимающего решение, в которую включаются сведения об относительной важности критериев, ценности шкальных оценок критериев и др., являются параметрическими. Если величина (векторного) параметра λ , характеризующего предпочтение, известна точно, то решающее правило формулируется при помощи нестрогих неравенств для одной или нескольких числовых функций η_t и имеет вид: $yRz \Leftrightarrow \eta_t(y|\lambda) \geq \eta_t(z|\lambda)$, $t = 1, \dots, \tau$, где y, z – сравниваемые по предпочтительности векторные оценки, $\tau \geq 1$. Если же информация о предпочтениях неточна в том смысле, что определяет лишь множество Λ возможных значений параметра λ , то полагается, что векторная оценка y не менее предпочтительна, чем z , когда все указанные выше неравенства выполняются при любом $\lambda \in \Lambda$, или, что равносильно, когда

$$\min_{\lambda \in \Lambda} \eta_t(y|\lambda) - \eta_t(z|\lambda) \geq 0, \quad t=1, \dots, \tau. \quad (*)$$

Оптимизационные задачи для (*) отличаются следующими существенными особенностями: 1) отыскания минимумов не требуется, но нужно точно выяснить: верно ли, что они не меньше нуля; 2) задачи имеют относительно небольшую размерность (до десятка переменных и нескольких десятков ограничений).

При линейных ограничениях на величины коэффициентов важности критериев и скорость роста предпочтений вдоль их шкалы задача минимизации для проверки выполнения (*) оказывается билинейной ($\tau = 1$). Поскольку общие численные методы билинейного программирования являются приближенными [3], то актуальной является проблема разработки точных и экономных методов решения таких оптимизационных задач.

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Лаборатории анализа и выбора решений ГУ-ВШЭ.

Для случая, когда имеются интервальные ограничения для отдельных значений ценности шкальных оценок, билинейная задача сводится к нескольким задачам линейного программирования [4, 5]. Для общего случая линейных ограничений в работах [6, 7] было предложено сводить билинейные задачи к задачам линейного программирования путем специальной замены переменных. Однако исследования, проведенные совместно с Подиновским Вик. В., показали, что этот подход ошибочен!

Для решения билинейных задач из (*), в которых имеются интервальные ограничения на степени превосходства в важности одних критериев над другими и скорость роста предпочтений вдоль их шкалы, разработан (совместно с Нелюбиным А.П.) точный, свободный от ошибок округления, эффективный вычислительный метод, использующий аналитические выражения для координат крайних точек (вершин) многомерных многогранников ограничений. Этот метод реализован в компьютерной системе поддержки принятия многокритериальных решений DASS.

Литература

1. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений: Учебное пособие. – М.: Физматлит, 2007.
2. Podinovski V.V. On the use of importance information in MCDA problems with criteria measured on the first ordered metric scale // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. 2009. V. 15. P. 163 – 174.
3. Стрекаловский А.С., Орлов А.В. Биматричные игры и билинейное программирование. – М.: Физматлит, 2007.
4. Salo A.A., Hämäläinen R.P. Preference assessment by imprecise ratio statements // Operations Research. 1992. V. 40. P. 1053 – 1061.
5. Mateos A., Jiménez A., Ríos-Insua S. Solving dominance and potential optimality in imprecise multi-attribute additive problems // Reliability engineering and system safety. 2003. V. 79. P. 253 – 262.
6. Eum Y.S., Park K.S., Kim S.H. Establishing dominance and potential optimality in multi-criteria analysis with imprecise weight and value // Computer and Operation Research. 2001. V. 28. P. 397 – 409.
7. Lee K.S., Park K.S., Kim S.H., Lee K.S. Extended methods for identifying dominance and potential optimality in multi-criteria analysis with imprecise information // European journal of operational research. 2001. V. 134. P. 557 – 563.

О построении множества эффективных векторных оценок

Я.И. Рабинович

Вычислительный Центр им. А.А. Дородницына РАН

Решение важных с практической точки зрения экстремальных задач методами исследования операций протекает, как правило, в условиях неопределенности, вызванной воздействием неконтролируемых природных факторов либо прямым противодействием противника; возникает неопределенность и тогда, когда адекватно оценить эффективность принимаемых решений можно лишь с помощью нескольких частных критериев эффективности, а не одного (скалярного) критерия.

В качестве решения задачи многокритериальной оптимизации рассматривается процедура построения удовлетворительной аппроксимации множества эффективных векторов (т.е. множества векторных оценок, каждую из которых нельзя улучшить по любому из частных критериев, не ухудшив по одному из оставшихся). Генерирование множества эффективных векторов может быть сведено к отысканию всевозможных экстремумов параметрической функции (функции минимума взвешенных частных критериев), что, вообще говоря, требует решения континуума оптимизационных задач. Приходится ограничиваться некоторой сетью на многомерном множестве параметров, и хотя подобные эвристические методы на практике иногда дают хорошие результаты, они не могут гарантировать получения удовлетворительной аппроксимации.

В настоящем докладе рассматривается численный метод построения последовательности аппроксимаций множества эффективных векторов, не требующий решения континуума оптимизационных задач; дается теоретическое обоснование метода и формулируется теорема о сходимости (в метрике Хаусдорфа) аппроксимирующей последовательности к множеству эффективных векторов. Если при решении многокритериальной задачи удается получить несколько отличающихся друг от друга аппроксимаций одного и того же множества эффективных векторов (например, с помощью различных численных методов), возникает непростая проблема сравнения их по качеству: одна аппроксимация может оказаться лучшим приближением некоторого подмножества эф-

фактивных векторов, а другая – его дополнения. Для решения этой проблемы предложена интегральная функция сравнения, устанавливающая на множестве аппроксимаций такое бинарное отношение предпочтения, что аппроксимации, от которых множество эффективных векторов отклоняется незначительно, оказываются предпочтительнее любых других. Для вычисления функции сравнения методами численного интегрирования решена задача разбиения области интегрирования (стандартного симплекса) равномерной кубической сеткой, что позволяет рассматривать введенную функцию сравнения в качестве подходящего инструмента оценки качества аппроксимирующих множеств.

Применение концепции нечеткой λ – меры для решения экономических задач многокритериального оценивания и выбора

Н.В. Радионов

Институт ИНТР при Санкт-Петербургской Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского

1 Представление пространства нечетких экономических данных, обусловленных преимущественным влиянием possibilического фактора неопределенности.

Вводится понятие пространства экономического параметра с нечеткой λ -мерой как тройка

$$\{\Omega, \Sigma, \mu_\lambda\},$$

где Ω – множество-носитель значений экономического параметра

Σ – известное теоретико-множественное понятие s – алгебры (замкнутое относительно Ω семейство подмножеств);

μ_λ – нечеткая λ – мера

Введенная λ -мера сама по себе не только характеризует в целом уровень неопределенности в нечетком множестве экономических данных (меру правдоподобия, меру доверия или меру согласия), но также может использоваться и для расчета нечеткой меры любой совокупности экономических данных, составляющих поле финансового или инвестиционного анализа по экспертным заключениям:

$$\mu_\lambda \left(\bigcup_i \omega_i \right) = \frac{I}{\lambda} \cdot \left[\prod_{i=1}^N (I + \lambda \cdot \mu_\lambda(\omega_i)) - I \right]. \quad (1)$$

2 Использование нечеткого интеграла в пространстве нечетких экономических данных с λ – мерой для решения задачи выбора, обусловленного влиянием как POSSIBILITY, так и аксиологического фактора неопределенности.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Нечетким интегралом (нечетким ожиданием) от нечеткого подмножества A с урвневой функцией $\mu_A(\omega)$, $\omega \in X_A$ ($X_A \in \Omega$ – носитель подмножества) по нечеткой λ -мере μ_λ , заданной в пространстве $\{\Omega, \Sigma, \mu_\lambda\}$, называется математическая конструкция вида:

$$FEV[A] = \sup_{\alpha \in [0, I]} \{ \min(\alpha, \mu_\lambda(\Psi_\alpha)) \}, \quad (2)$$

где $\Psi_\alpha = \{ \omega \in X_A \mid \mu_A(\omega) \geq \alpha \}$.

Нечеткий интеграл имеет явно выраженный смысл – значение урвневой функции $\mu_A(\omega)$. Это обстоятельство может быть использовано в задаче экономического выбора.

3 Применение нечеткой свертки в пространстве нечетких экономических данных с I – мерой для решения задачи многокритериального оценивания и выбора, обусловленного влиянием различных факторов неопределенности.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Пусть

$\Omega = \{ \omega_I, \dots, \omega_N \}$ – конечное множество финансовых коэффициентов, характеризующих финансовое положение фирмы;

$\beta_I^P(\omega_I), \mathbf{K}, \beta_N^P(\omega_N)$ – соответствующее множество относительных значений (оценок) этих финансовых коэффициентов, полученных методом экспертного опроса и характеризующих близость (сопоставимость, похожесть и проч.) положения фирмы к некоторому понятию P .

$\mu_\lambda(\omega_I), \mathbf{K}, \mu_\lambda(\omega_N)$ – значения нечеткой λ -меры для соответствующих финансовых коэффициентов.

В качестве альтернативы многокритериальной оценки финансового положения предприятия может служить нечеткая свертка, "взвешенная" по экспертной POSSIBILITY λ -мере, соответствующая понятию P и вычисленная по математической конструк-

ции вида:

$$EST_P = \max_{i=1, K, N} \left\{ \min \left(\beta_i^P(\omega_i), \mu_\lambda \left(\Psi_{\beta_i^P(\omega_i)} \right) \right) \right\}, \quad (3)$$

где $\Psi_{\beta_i^P(\omega_i)} = \{\omega_j \mid \beta_j^P(\omega_j) \geq \beta_i^P(\omega_i)\}$, а $\mu_\lambda \left(\Psi_{\beta_i^P(\omega_i)} \right)$ определяется так же, как и в случае с нечетким интегралом.

Значение EST_P имеет вполне определенный смысл и представляет собой **ожидаемый уровень относительных значений финансовых коэффициентов**, общий для всей их совокупности.

О масштабируемости параллельных многофазных методов нелинейной многокритериальной оптимизации*

А.И. Рябиков

Вычислительный центр им А.А. Дородницына РАН

В нелинейных задачах многокритериальной оптимизации для аппроксимации оболочки Эджворта-Парето (ОЭП) применяются многофазные методы, основанные на синтезе методов глобального случайного поиска, локальной оптимизации и сжатия области поиска. Основные идеи такого синтеза были предложены в [1, 2]. Аппроксимация ОЭП является трудоемкой задачей в случае значительной размерности пространства решений и сложных критериальных функций, поэтому были разработаны параллельные алгоритмы аппроксимации ОЭП [4]. В связи с ростом вычислительных ресурсов представляет интерес анализ эффективности работы этих алгоритмов в случае большого числа используемых процессоров.

В качестве объекта для экспериментов рассматривалась многокритериальная модель, которая строилась на основе многоэкстремальной функции пиков. Имеются две переменные x_1 и x_2 , которые удовлетворяют ограничениям

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-01-12098, 09-01-13534 и 10-01-00199), ПФИ Президиума РАН П-2 и ПФИ ОМН РАН №3.

$$x_1 \in [-4.9; 3.2], \quad x_2 \in [-3.5; 6].$$

Функция пиков имеет вид:

$$f(x_1, x_2) = u_1(x_1, x_2) + u_2(x_1, x_2) + u_3(x_1, x_2) + 10,$$

где

$$u_1(x_1, x_2) = 3(1 - x_1)^2 e^{-x_1^2 - (x_2 + 1)^2},$$

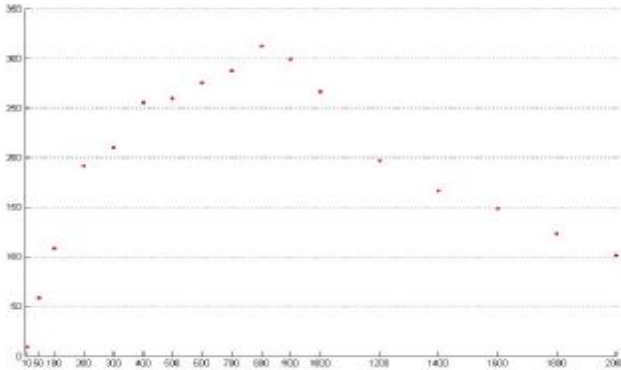
$$u_2(x_1, x_2) = -10 \left(\frac{1}{4} x_1 - x_1^3 - x_2^5 \right) e^{-x_1^2 - x_2^2},$$

$$u_3(x_1, x_2) = -\frac{1}{3} e^{-(x_1 + 1)^2 - x_2^2}.$$

Критерии генерируются следующим образом:

$$f_i(x_1, x_2) = f(x_1 + \alpha_i, x_2 + \beta_i), \quad i = 1, \dots, 5.$$

Алгоритм двухфазного метода тестировался при разных вариантах многопроцессорной системы, отличающихся числом процессоров, используемых для выполнения программы.



Как видно из данного графика, алгоритм хорошо масштабируется для относительно небольшого числа процессоров $p \leq 800$, но не вполне подходит для систем с тысячами процессоров. Это можно объяснить тем, что время, затраченное на коммуникацию между процессорами и на выделение паретовского подмножества множества найденных критериальных точек, начинает превышать время, затраченное на решение задач оптимизации. Дальнейший рост числа процессоров может только ухудшать результат, так как будут возрастать расходы на коммуникацию процессоров.

Литература

1. Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K. Interactive Decision Maps. Boston: Kluwer, 2004.
2. Лотов А.В., Каменев Г.К., Березкин В.Е. Аппроксимация и визуализация паретовой границы для невыпуклых многокритериальных задач// ДАН, 2002 Т. 386. № 6. С.
3. Березкин В.Е., Каменев Г.К., Лотов А.В. Гибридные адаптивные методы аппроксимации невыпуклой многомерной границы Парето// ЖВМиМФ. 2006. Т. 46(11). С. 2009-2023.
4. Каменев Г.К., Лотов А.В., Рябиков А.И. Реализация гибридных методов нелинейной многокритериальной оптимизации на многопроцессорных системах. М.: ВЦ РАН, 2006. 44 с.

Метод разумных целей в многокритериальных задачах с вероятностными характеристиками неопределенности*

А.В. Холмов

МГУ им. М.В. Ломоносова

В работе описывается метод решения многокритериальной задачи выбора из конечного числа альтернатив $X = (x^1, \dots, x^N)$, в которой соответствующие альтернативам критериальные точки $Y = (y^1, \dots, y^N)$, принадлежащие R^m , заданы неточно: величина i -го критерия для j -й альтернативы задана случайной величиной ξ_i^j , значение которой принадлежит ограниченному отрезку. Таким образом, альтернативе x^k соответствует m -мерный случайный вектор $\xi^k = (\xi_1^k, \dots, \xi_m^k)$. Предполагается, что случайные величины ξ_i^k независимы попарно и в совокупности.

Предлагаемый метод решения этой задачи основан на идеях метода разумных целей (МРЦ), предложенного в [1] для решения задач без неопределенности. В МРЦ, используя адаптивные методы полиэдральной аппроксимации выпуклых тел (см. [2]), аппроксимируется оболочка Эджворта-Парето (ОЭП) выпуклой оболочки

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-01-13534 и 10-01-00199).

множества Y , которая для задач $y \rightarrow \max$ определяется как $Y_P^C = \{y \in R^m \mid y \leq y', y' \in \text{conv}Y\}$. В МРЦ используется визуализация границы Парето множества Y_P^C на основе диалогового изображения на дисплее наборов двухкритериальных сечений Y_P^C [2]. Изучив границу Парето, пользователь указывает на ней предпочтительную точку (разумную цель) и получает несколько альтернатив, близких к разумной цели в определенном смысле. В работах [3] МРЦ был перенесен на задачи с неточной информацией о значениях критериев, в которых неопределенность задавалась в виде ограниченного отрезка, которому принадлежит значение критерия. В данной работе значение критерия задается случайной величиной с ограниченным носителем.

В предлагаемом нами методе аппроксимируется ОЭП $\text{conv } \bar{Y} = \text{conv } \bigcup_{k=1}^N \bar{y}^k$, где $\bar{y}^k = (\text{ess sup } \xi_1^k, \dots, \text{ess sup } \xi_m^k)$.

Пусть пользователь выбрал целевую точку y^* на границе Парето этой ОЭП. В качестве близких в целевой точке альтернатив предлагается брать решения x' всех задач

$$x' \in X : P(U'(\xi') > U(\xi)) \geq 1 - \alpha, \forall x \in X,$$

где $\alpha \in [0, 0.5)$ - некоторое фиксированное число, для функций $U(\cdot)$ некоторого подкласса K класса строго многотонных функций, имеющих максимум на $S \cup y^*$ в точке y^* , где

$S = \bigcup_{k=1}^N \text{Supp } \xi^k$. Сложность заключается в том, что число функций

$U(\cdot)$ в множестве K может быть сколь угодно большим, вплоть до бесконечности. Чтобы не решать бесконечное число задач на X , строится такое бинарное отношение R , что поиск решения задач для всех $U(\cdot)$ из K сводится к выделению ядра этого отношения на X . В частности, удалось показать, что для

$$K_{Ch} = \{U(y) = -\max_i \lambda_i (y_i^* - y_i), \lambda_i > 0, \forall i\}$$

соответствующее ему бинарное отношение R_0 имеет вид

$$x' R_0 x \Leftrightarrow P(\{\omega \mid \forall i \xi_i'(\omega) \leq y_i^* \Rightarrow \xi_i'(\omega) > \xi_i(\omega)\}) \geq 1 - \alpha.$$

Литература

1. Гусев Д.В., Лотов А.В. Методы поддержки принятия решений в задаче конечного выбора. В сб.: «Исследование операций (под ред. Ю.П.Иванилова)». М.: ВЦ РАН, 1994, с. 15-43.
2. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К. и Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.
3. Лотов А.В., Холмов А.В. Метод разумных целей в задаче многокритериального выбора с неточной информацией. Доклады Академии Наук. Том 429, №1 (2009), 28-30.

Методы оптимизации Optimization

1. *A.N. Daryina, A.F. Izmailov* On a Semismooth Newton Method for Quadratic Programs with Bound Constraints **201**
2. *A.F. Izmailov* Dual Behavior of Multiplier Methods for Problems with Nonunique Lagrange Multipliers **203**
3. *M. Jaćimović, I. Krnić and O. Obradović* Source Conditions for Ill-posed Constrained Quadratic Optimization Problem **204**
4. *S. Ketabchi, H. Moosaei* On the minimum norm solution of AVE **206**
5. *V.G. Malinov* On the Extragradient projection method for saddle-point problems **207**
6. *S. Scheimberg, P. S. M. Santos* A Subgradient Method for an Equilibrium Problem **209**
7. *Gerhard-Wilhelm Weber, Ayse Özmen and Inci Batmaz* RCMARS - The New Robust CMARS Method **211**
8. *А.В. Арутюнов, Д.Ю. Карамзин, Ф. Переїра* О принципе максимума в задачах оптимального импульсного управления **212**
9. *И.П. Богданов, М.Р. Давидсон* Оптимизационная задача определения границ допустимого изменения активной мощности узлов системы переменного тока **213**
10. *А.М. Валуев* О построении декомпозиционных методов оптимизации для квазидинамических моделей **215**
11. *Ф.П. Васильев, А.С. Антипин, Л.А. Артемьева* Регуляризованный непрерывный экстраградиентный метод решения параметрической многокритериальной задачи равновесного программирования **217**
12. *З.Р. Габидуллина* Об одном дифференциальном неравенстве для невыпуклых функций **218**
13. *В.М. Гордуновский* Метод экспоненциальной аппроксимации для решения задач большой размерности **220**
14. *Г.Б. Диго, Н.Б. Диго* Многовариантный анализ в задачах оптимального параметрического синтеза **222**
15. *В.В. Дикусар* Задачи выбора коллектива оптимальной структуры **224**

16. <i>А.В. Дмитрук</i> Квадратичные условия оптимальности для бэнг-особых управлений	225
17. <i>Ю.Г. Евтушенко, М.А. Посыпкин, И.Х. Сигал</i> Методы и программное обеспечение для решения задач исследования операций на многопроцессорных системах	227
18. <i>С. М. Елсаков, В. И. Ширяев</i> Однородный алгоритм глобальной оптимизации с использованием вспомогательной модели для целевой функции	230
19. <i>В.Г.Жадан, А.А.Орлов</i> Двойственный метод Ньютона для задачи полуопределенного программирования	232
20. <i>Зотов А.В.</i> Оптимизационные методы решения задачи планирования производства, хранения, транспортировки и распределения нефтепродуктов	234
21. <i>А.В. Зыкина, Н.В. Меленьчук</i> Двухшаговый экстраградиентный метод решения вариационных неравенств со связанными ограничениями	236
22. <i>А.Ф. Измаилов, А.Л. Погосян, М.В. Солодов</i> Полугладкие ньютоновские методы для задач оптимизации с комплементарными ограничениями	237
23. <i>А.В. Малышев</i> Поиск гарантированного решения одного класса задач двухуровневого программирования	239
24. <i>А.Д. Мижидон</i> Методика аналитического конструирования оптимального регулятора в оптимизационных задачах теории виброзащиты	241
25. <i>В.В. Михайлов, В.М. Умывакин, А.В. Швец</i> Статистический подход к построению поисковых процедур оптимизации параметров сложных объектов	242
26. <i>А.В. Орлов</i> Глобальный поиск оптимистических решений в задачах двухуровневого программирования	244
27. <i>Е.Г. Петрова</i> Один подход к решению двухуровневой квадратично-линейной задачи	246
28. <i>О.В. Пинягина</i> Метод решения негладких монотонных равновесных задач	248
29. <i>В.Е. Подобедов</i> Детерминированный хаос, порожденный алгоритмами локальной оптимизации	249
30. <i>А.С. Стрекаловский</i> О решении невыпуклых задач оптимизации	251
31. <i>Н.Ю. Ульянова, О.В. Хамисов</i> Глобальная минимизация произведения выпуклых функций	253

32.	<i>Р.В. Хачатуров</i> Алгоритмы построения решёток кубов и их применение в дискретной оптимизации	254
33.	<i>Е.В. Хорошилова, А.С. Антипин</i> Экстраградиентный подход для решения задачи оптимального управления	256
34.	<i>С.В. Чуканов</i> Исследование хаотической динамики решений выпуклых вариационных задач	258
35.	<i>К.Д. Шалбузов</i> Модификация метода Гомори для решения задач целочисленного программирования	260

On a Semismooth Newton Method for Quadratic Programs with Bound Constraints*

A.N. Daryina, A.F. Izmailov

*Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Moscow
Moscow State University, Russia*

Consider the quadratic program with bound constraints given by

$$f(x) = \frac{1}{2} \langle Hx, x \rangle + \langle g, x \rangle \rightarrow \min, \quad x \in [l, u]. \quad (1)$$

Here H is a symmetric $n \times n$ matrix, $g \in R^n$, $l = (l_1, l_2, \mathbf{K}, l_n)$, $u = (u_1, u_2, \mathbf{K}, u_n)$, $l_i \in R \cup \{-\infty\}$, $u_i \in R \cup \{+\infty\}$, $l_i < u_i$, $i = 1, 2, \mathbf{K}, n$, $[l, u] = \{x \in R^n \mid l_i \leq x_i \leq u_i, i = 1, 2, \mathbf{K}, n\}$ is a parallelepiped in R^n . This problem setting is of interesting by itself, since it has numerous applications (see [1], [2]), and also because symmetric linear complementarity problems and quadratic programs with strongly convex objective functions and general linear constraints can be reduced to this problem setting.

In [3], it was proposed to employ a semismooth Newton method to primal-dual optimality systems of general quadratic programs, without any globalization strategies. The numerical results presented in [3] demonstrate the extraordinary efficiency of this approach for strongly

* This research is supported by Russian Foundation for Basic Research (grants 10-01-00251, 09-01-90425-Ukr_f), and by RF President's Grant MK-119.2009.1 for the state support of young candidates of science.

convex quadratic programs with general linear constraints provided that the number of constraints does not exceed the number of variables.

On the other hand, if the number of constraints is greater than the number of variables (as in problem (1)), then, as mentioned in [3], this primal-dual approach usually fails. Therefore, we propose a different (completely primal) way of using a semismooth Newton method for problem (1): in the case of positive semidefinite H , problem (1) is replaced by equivalent mixed complementarity problem, which, in its turn, is replaced by the equivalent non-smooth system of equation. The latter is solved by the semismooth Newton method. In order to obtain a fully justified finite global algorithm, we propose to combine the semismooth Newton method with a certain traditional finite method for problem (1). This traditional method may be one of the active-set methods designed for general quadratic programs, or certain versions of the projected gradient method designed specially for problems with bound constraints (the latter approach is more efficient for such problems).

The numerical results presented in [4] clearly demonstrate that the semismooth Newton method is advantageous for dense strongly convex problems and convex problems with matrices H having low rank deficiencies. Unfortunately, the robustness and efficiency of the semismooth Newton method significantly degrade for convex problems with H having a higher rank deficiency. This can already be seen for $r = 0.9n$. The method becomes useless as r is decreased further. The same is true of non-convex problems.

References

1. Friedlander A., Martinez J.M. On the maximization of a concave quadratic function with box constraints // *SIAM J. Optim.* 1994. V. 4. P. 204–212.
2. Dostál Z., Schöberl J. Minimizing quadratic function subject to bound constraints with the rate of convergence and finite termination // *Comput. Optim. Appl.* 2005. V. 30. P. 23–43.
3. Izmailov A.F. Semismooth Newton Method for Quadratic Programs // *Theoretical and applied problems of nonlinear analysis.* CCAS. Moscow. 2007. P. 62–71. In Russian.
4. Daryina A.N., Izmailov A.F. Semismooth Newton Method for Quadratic Programs with Bound Constraints // *Computational Mathematics and Mathematical Physics.* 2009. V. 49. № 10. P. 1706–1716.

Dual Behavior of Multiplier Methods for Problems with Nonunique Lagrange Multipliers^{*}

A.F. Izmailov

Moscow State University, Moscow, Russia

According to some recently obtained results [1], multiplier methods [2] appear to have very nice local convergence properties even for optimization problems with nonunique Lagrange multipliers associated to a solution. Specifically, employing the special (but very natural) residual-based rule to control the penalty parameter in the augmented Lagrangian, local superlinear convergence can be established without any constraint qualifications provided the primal-dual starting point is close enough to a primal-dual solution satisfying the standard second-order sufficient optimality condition.

These results put into the foreground the question about possible and typical scenarios of dual behavior of multiplier methods. One relevant statement of the question is the following: assuming convergence of the primal sequence, what are the possible accumulation points of the dual trajectory? In this work, we attempt to answer this question: we demonstrate that dual accumulation points possess some very special properties. This analysis is strongly related to the theory of critical Lagrange multipliers which turn out to play a crucial role for the dual behavior of the Newton-type methods for optimization problems with degenerate constraints [3-6]. We demonstrate that accumulation points of dual sequences of multiplier methods must satisfy the second-order necessary optimality conditions, or be critical, or both. We also study how different scenarios of dual behavior affect the convergence rate. Special attention is paid to the cases of finite termination, which are quite typical when full degeneracy occurs, and which also lead to some special properties of dual termination points.

Theoretical analysis presented in this work is supported by examples and numerical results for randomly generated test problems and for test problems from DEGEN test collection [7].

References

1. Fernández D. and Solodov M.V. Private communication.

^{*} This research is supported by the Russian Foundation for Basic Research Grant 10-01-00251.

2. Bertsekas D.P. Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods. Academic Press, New York, 1982.
3. Izmailov A.F. On the analytical and numerical stability of critical Lagrange multipliers // Comput. Math. Math. Phys. 2005. V. 45. P. 930-946,
4. Izmailov A.F. and Solodov M.V. On attraction of Newton-type iterates to multipliers violating second-order sufficiency conditions // Math. Program. 2009. V. 117. P. 271-304.
5. Izmailov A.F. and Solodov M.V. Examples of dual behaviour of Newton-type methods on optimization problems with degenerate constraints. Comput. Optim. Appl. 2009. V. 42. P. 231-264.
6. Izmailov A.F. and Solodov M.V. Stabilized SQP revisited. Submitted.
7. http://w3.impa.br/~optim/DEGEN_collection.zip

Source Conditions for Ill-posed Constrained Quadratic Optimization Problem

M. Jaćimović, I. Krnić and O. Obradović
University of Montenegro

Ill-posedness of a minimization problem means that small perturbations of initial data of the problem may produce big changes in its set of solutions. One of the important moments related to studying of an ill-posed problem is a construction of the regularizing methods for its solving. In our talk we will consider ill-posed problems of minimization of quadratic function in Hilbert space,

$$J(u) = \frac{1}{2} \|Au - f\|^2, u \in U \quad (1)$$

which is, in case of absence of the constraints ($U = H$), equivalent to linear operator equation. But, the presence of the constraints significantly complicates the procedure of regularization.

In this problem H and F are real Hilbert space, $A: H \rightarrow F$ is a linear bounded operator from H to F , $f \in F$ - a fixed element, and $U \subseteq H$ - a closed convex set.

Ill-posedness of the problem generates the necessity to apply some methods of regularization [4], that will give satisfying approximation of solution. We will consider the regularization method based on solving of the minimization problem (see [1])

$$T_\alpha(u) = \|g_\alpha^{-1/2} (A_\eta^* A_\eta) u - g_\alpha^{1/2} (A_\eta^* A_\eta) A_\eta f_\delta\| \rightarrow \inf, u \in U. \quad (2)$$

Here $A_\eta \in L(H; F)$ and $f_\delta \in F$ are such that

$$\|A_\eta - A\| \leq \eta, \|f_\delta - f\| \leq \delta, \|A_\eta\| \leq a, a > 0.$$

Let us note that the previous problem has a unique solution for $\alpha > 0$ because the function T_α is strongly convex on U .

Suppose that the functions g_α defined on $[0, a]$ satisfy the following conditions

$$1 - tg_\alpha(t) \geq 0, 1/(1 + \alpha\beta) \leq g_\alpha(t) \leq 1/(\alpha\beta), \sup t^p(1 - tg_\alpha(t)) \leq \lambda_p \alpha^p$$

$$t \in [0, a], \alpha > 0, \lambda_p = \text{const}, 0 \leq p \leq p_0, p_0 > 0.$$

Theorem 1. *If the parameter $\alpha = \alpha(\eta, \delta)$ is chosen such that $\alpha \rightarrow 0$ and $(\eta + \delta^2)/\alpha \rightarrow 0$ as $\eta, \delta \rightarrow 0$, then $u_\alpha \rightarrow u_*$ as $\eta, \delta \rightarrow 0$, where u_* is a solution with minimal norm of (1).*

In our talk we will discuss the possible methods for solving (2) when the set U is defined by linear and quadratic constraints.

The second question is related to the estimation of the rate of convergence of the regularization methods based on solving of (2). These estimations are connected with the source conditions of the type

$$u_* = Q((A^* A)^{p/2} h_*), h_* \in H, p > 0, \quad (3)$$

where Q is the operator of the metric projecting on the closed convex set U (see [2], [3]).

Theorem 2. *If the conditions (3) is satisfied and the parameter $\alpha = \alpha(\eta, \delta)$ is chosen such that $\alpha = d(\eta + \delta)^{p/(p+2)}$, $d = \text{const}$,*

$$\text{then } \|u_\alpha - u_*\| \leq \text{const}(\eta + \delta)^{p/(p+2)}, 0 \leq p \leq 2p_0 - 1.$$

In our talk we will also discuss *general source condition and projective general source condition* of the form (see [4])

$$u_* = \phi(A^* A)h_* \text{ and } u_\alpha = Q(\phi(A^* A)h_*), h_* \in H,$$

where the function $\phi: [0, \|A\|] \rightarrow (0, +\infty)$ is an *index function* i.e. it is continuous, strictly increasing and obeys $\phi(0) = 0$.

References

1. M. Jaćimović, I. Krnić, O. Obradović: Accuracy of the regularization methods on constrained ill-posed quadratic minimization problem (appear)
2. I. Krnić and M. M. Potapov, Projective sourcewise representability of normal solutions to linear equations on convex sets, *Computat. math. and math. physics* 41, No9, 1251-1258, (2001).
3. Mathe P. and Hofmann B., How general are general source conditions, *Inverse problems* 24. (2008)

On the minimum norm solution of AVE

S. Ketabchi, H. Moosaei

Department of Mathematics, University of Guilan

As was shown in [4], many mathematical programming problems can be reduced to LCP which is equivalent to absolute value equation as follows (AVE):

$$Ax - |x| = b. \quad (1)$$

In [4], O.L. Mangasarian considers (1) in the case where all singular values of matrix A are exceeding 1. This means that (1) has unique solution for any right-hand side b . In this paper, unlike [4], we suppose that (1) has a finite number of solutions (at most $2n$) or infinitely many solutions, and we try to compute its minimum norm solution. In fact, we would like to study the following problem under certain special assumptions on A :

$$\begin{aligned} \min \|x\|^2 \quad (2) \\ Ax - |x| = b. \end{aligned}$$

Now we give an algorithm to compute the minimum norm solution of absolute value equation (AVE) in the special case.

Lemma 1. The AVE (1) is equivalent to the bilinear program:

$$\begin{aligned} 0 = \min_{x \in \mathbb{R}^n} ((A+I)x - b)^T ((A-I)x - b), \\ (A+I)x - b \geq 0, \quad (A-I)x - b \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Proof: see[4].

We note that under certain assumptions on matrix A , the bilinear quadratic program (3) is a convex problem (see [4]). The following theorem gives us a precise characterization of the solution set of absolute value equation in this case (see [3]).

Theorem 1. Let X^* be the solution set of problem (3), and the singular values of matrix A are greater or equal to 1, and $x^* \in X^*$, then $x \in X^*$ if and only if x satisfies

$$\begin{aligned} (A+I)x - b \geq 0, \quad (A-I)x - b \geq 0, \quad (A^T A - I)x = (A^T A - I)x^*, \\ b^T Ax = b^T Ax^*, \quad x \in \mathbb{R}^n. \end{aligned} \quad (4)$$

The following system of linear equations is alternative to (4)

$$S_1^T u + S_2^T v = 0, \quad S_3^T u + S_4^T v = \rho, \quad u \geq 0. \quad 206$$

for any positive value of ρ , where

$$S_1 = \begin{bmatrix} A+I \\ A-I \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} A^T A - I \\ b^T A \end{bmatrix}, \quad S_3 = \begin{bmatrix} b \\ b \end{bmatrix}, \quad S_4 = \begin{bmatrix} (A^T A - I)^T x^* \\ b^T A x^* \end{bmatrix},$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}.$$

which means that exactly one of them is consistent (see [1]).

Now we introduce the unconstrained minimization problem for the residual vector of this system (see [2]):

$$\min_{u \geq 0, v \in R^{2n}} \|S_1^T u + S_2^T v\|^2 + \|\rho - S_3^T u - S_4^T v\|. \quad (5)$$

Suppose that X^* is the same as in Theorem 1, and \bar{x}^* denotes the minimum norm solution to the system (1). Then we have

Theorem 2. Let $\begin{bmatrix} u^* \\ v^* \end{bmatrix}$ be solution of (5) then $\bar{x}^* = \begin{pmatrix} w_1^* \\ w_2^* \end{pmatrix}$

where $w_1^* = (S_1^T u^* + S_2^T v^*)$ and $w_2^* = \rho - S_3^T u^* + S_4^T v^*$.

References

1. Golikov A. I., Evtushenko Yu. G., Theorems of the Alternative and Their Applications in Numerical Methods, *Comput. Maths. and Math. Phys.*, 43, 338-358 (2003).
2. Ketabchi S., Ansari-Piri E., On the solution set of convex problems and its numerical application, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 206, 288-292(2007).
3. Magasarian O.L., A simple characterization of solution sets of convex programs, *Oper. Res. Lett.*, 7, 21-26 (1988).
4. Mangasarian O.L., Meyer R. R., Absolute value equations, *Linear Algebra and Its Applications*, 419, 359-367 (2006).

On the Extragradient projection method for saddle-point problems

V.G. Malinov

Ulyanovsk State University

1. On the convex closed set $Q \times U \subset E^n \times E^m$ we consider the saddle-point problem for convex-concave function $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})$,

$$\varphi(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}) \leq \varphi(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \leq \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*) \quad \forall \mathbf{x} \in Q, \mathbf{u} \in U, \quad (1)$$

where function $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ defined on the some neighborhood of subset $W \in Q \times U \subset E^{n+m}$, convex with respect to $\mathbf{x} \in Q \subset E^n$ and concave with respect $\mathbf{u} \in U \subset E^m$; $Q \subset E^n$ and $U \subset E^m$ are non-empty convex closed sets on associate Euclidean spaces, normed by scalar products. Assumed that, in view of the function $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ has "ravine" level surfaces, for solving of problem have advantage multi-step projection methods.

This problem connected with difficult extremum problems of mathematical physic, optimal control, theory of games, mathematical economy. The goal of this work is construction new method for solving the problem here is used; his rate of convergence will exceed the rate of gradient-projection method. For solving the problem here is used saddle-point method based on the two-step two-stage first order four-parameter projection method, constructed by the idea from [1], [2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^k &= P_Q \left[\mathbf{x}^k + \alpha_k \mathbf{y}^k \right], \\ \mathbf{x}^{k+1} &= P_Q \left[\mathbf{z}^k + \beta_k \left(\gamma_{1k} \mathbf{y}^k - \gamma_{2k} \nabla \varphi_x(\mathbf{z}^k, \mathbf{u}^k) \right) \right], \\ \mathbf{u}^{k+1} &= P_U \left[\mathbf{u}^k + \lambda_k \nabla \varphi_u(\mathbf{x}^{k+1}, \mathbf{u}^k) \right], \quad k \geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

where $\mathbf{y}^k = \mathbf{x}^k - \mathbf{x}^{k-1}$, parameters of the method $\alpha_k > 0$, $\lambda_k > 0$, $\beta_k > 0$, $\gamma_{1k} > 0, \gamma_{2k} > 0$. Here on the step by first variable extrapolated point \mathbf{z}^k such as $\|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k\| = \|\mathbf{z}^k - \mathbf{x}^k\| + \|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{z}^k\| \geq \|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k\|$, and $\|\mathbf{z}^k - \mathbf{x}^*\| \leq \|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^*\|$ when $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^*$.

2. We formulate the conditions for the convergence on $W \subset E^{n+m}$ of the iterative sequence $\{\mathbf{x}^k; \mathbf{u}^k\}$ of the method (2) to solution of problem (1).

Theorem. Let $Q \subset E^n$ and $U \subset E^m$ are non-empty convex closed sets, function $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ convex- concave with Lipschitz partial gradients; set of saddle-points $(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)$ of function $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ on

$W \subset E^{n+m}$ is non-empty, $W_* = Q_* \times U_* \neq \emptyset$; $(\mathbf{u}^k) \subseteq C$; parameters of the method (2) such that

$$0 < \alpha < \alpha^0, 0 < \gamma_1 < \gamma_1^0, 0 < \gamma_2 < \gamma_2^0, 0 < \lambda < 1/L, \quad (3)$$

$$0 < \beta < \min \left\{ 3 / (20L\gamma_2); \left\{ \left[(5L^2\gamma_2^2 + 12\gamma_1^2) / 5 \right]^{1/2} - L\gamma_2 \right\} / (8\gamma_1^2) \right\}.$$

Then exist saddle point $(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \in Q_* \times U_*$ such that process (2)–(3) by the norm of space $E^n \times E^m$ converges to saddle point, $\mathbf{x}^k \rightarrow \mathbf{x}^* \in Q_*$, $\mathbf{u}^k \rightarrow \mathbf{u}^* \in U_*$ when $k \rightarrow \infty$, for all initial points $(\mathbf{x}^0, \mathbf{u}^0) \in E^{n+m}$.

References

1. Antipin A.S. Iterative gradient prediction-type methods for computing fixed points of extremal mapping / In book: Parametric optimization and related topics IV. Verlag Peter Lang, 1997. Pp. 11-24.
2. Malinov V.G. Projection four-parameter two-step first order methods // J. of Comp. Math. and Math. Phys. 1996. V. 36. No. 12. Pp. 48-58.

A Subgradient Method for an Equilibrium Problem

S. Scheimberg, P. S. M. Santos

Federal University of Rio de Janeiro, Brazil,

Federal University of Piauí, Brazil

In this work we present an algorithm to solve the following Equilibrium Problem, denoted by $EP(f, C)$: find a point $x^* \in C$ such that

$$f(x^*, y) \geq 0 \forall y \in C \quad (0.1)$$

where C is a nonempty closed convex subset of R^n , the bifunction $f: R^n \times R^n \rightarrow (-\infty, +\infty]$ verifies $f(x, x) = 0$ for all $x \in C$, $C \times C$ is contained in the domain of f and for all $x \in C$ the function $f(x, \cdot): R^n \rightarrow (-\infty, +\infty]$ is convex and subdifferentiable at x . We denote by S^* the solution set of $EP(f, C)$.

This problem provides a unified framework for a wide class of problems. For example, Nash equilibrium problems, variational inequality problems and optimization problems are special cases of $EP(f, C)$.

We develop an inexact subgradient projection method. The scheme is based on the noninterior projected-like map $p : R^n \times C \rightarrow C$ given by Auslender and Teboulle and defined by

$$p(v, x) := \arg \min_{y \in C} \{ \langle v, y \rangle + D_h(y, x) \}$$

where $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denotes the standard inner product, $D_h(y, x) = h(y) - h(x) - \langle \nabla h(x), y - x \rangle$ is a Bregman distance defined by a function $h : R^n \rightarrow R$ which is strongly convex and differentiable on C . The algorithm allows to consider inexact evaluations of the subgradients of the function $f(x, \cdot)$ at x for all $x \in C$.

The scheme is summarized as follows: Let $\gamma > 0$ and let $\{\beta_k\}, \{\varepsilon_k\}, \{\xi_k\}$ be sequences of nonnegative parameters such that $\sum \beta_k = +\infty$, $\sum \beta_k^2 < +\infty$, $\sum \beta_k \varepsilon_k < +\infty$, $\sum \xi_k < +\infty$.

Step 0: Choose $x^0 \in C$. Set $k = 0$.

Step 1: Let $x^k \in C$. Obtain

$$g^k \in \partial_2^{\varepsilon_k}(x^k, x^k) := \{g \in R^n : f(x^k, y) + \varepsilon_k \geq \langle g^k, y - x^k \rangle \forall y \in C\}.$$

Define $\gamma_k = \max\{\gamma, \|g^k\|\}$ and $\alpha_k = \frac{\beta_k}{\gamma_k}$.

Step 2: Compute $x^{k+1} \in C$ such that:

$$\langle \alpha_k g^k + \nabla h(x^{k+1}) - \nabla h(x^k), x - x^{k+1} \rangle \geq -\xi_k \forall x \in C$$

Notice that x^{k+1} is a ξ_k -approximation of $p(\alpha_k g^k, x^k)$.

In an exact version of this scheme ($\varepsilon_k = \xi_k = 0$) we include the stopping criteria at step 1 given by $g^k = 0$ and at step 2, $x^k = x^{k+1}$. In this case, if the algorithm generates a finite sequence, we conclude that the last point is a solution of the equilibrium problem $EP(f, C)$.

We obtain that the whole sequence generated by the algorithm converges to a solution of $EP(f, C)$ under the following conditions which appear in the literature for equilibrium problems:

A1. The solution set of $EP(f, C)$ is nonempty and it is equal to the solution set of its dual problem (find $x^* \in C$ such that $f(y, x^*) \leq 0$ for all $y \in C$).

- A2. $\partial_2^\varepsilon f(\cdot, \cdot)$ is bounded on bounded sets.
- A3. Let $x^* \in S^*$ and $x \in C$. If $f(x, x^*) = f(x^*, x) = 0$, then $x \in S^*$.
- A4. $f(\cdot, y)$ is upper semi-continuous for all $y \in C$.

RCMARS - The New Robust CMARS Method

Gerhard-Wilhelm Weber, Ayse Özmen and Inci Batmaz
Middle East Technical University, Ankara – Turkey

Our recently developed *CMARS* method is powerful in handling complex and heterogeneous data. This method, an alternative approach to *MARS*, a well-known regression tool from data mining and estimation theory, is based on a penalized residual sum of squares (PRSS) for *MARS* as a *Tikhonov regularization* (TR) problem. *CMARS* treats this problem by a continuous optimization technique called *Conic Quadratic Programming* (CQP) which is permitting to use interior point methods. In this study, we include the existence of uncertainty in the future scenarios into *CMARS*. Indeed, data include noise in both output and input variables. This means that the data of the regression problem are not exactly known or may not be exactly measured, or the exact solution of the problem may not be carried out because of intrinsic inaccuracy of the devices. Furthermore, the data may undergo small changes by variations in the optimal experimental design. This altogether leads to uncertainty in the objective function and in possible constraints. Therefore, solutions of the optimization problem may present a remarkable sensitivity to perturbations in parameters of the problem. The data uncertainty results in uncertain constraints and objective function. To overcome this difficulty, we refine our *CMARS* model and algorithm by a *robust optimization* technique proposed to deal with data uncertainty. Robust optimization is a modeling methodology to process optimization problems in which the data are uncertain and are only known to belong to some uncertainty set, except of outliers. We analyze how uncertainty enters the *CMARS* model, firstly, with complexity terms in the form of integrals of squared first and second order derivatives of the model functions and, then, the discretized TR and, finally, the CQP form of the problem. Then, we introduce a *robustification* of *CMARS* with robust optimization, as developed by Aharon Ben-Tal, Laurent El Ghaoui et al., under both polyhedral and ellipsoidal uncer-

tainty. Because of the computational effort which our robustification of CMARS will easily need, we also present the concept of a *weak robustification*. In this study, we present both our new Robust CMARS (RCMARS) and its modification Weak Robust CMARS (WRCMARS) in theory, method and applied to real life problems, we discuss structural frontiers and give and an outlook to future research.

О принципе максимума в задачах оптимального импульсного управления*

А.В. Аругюнов, Д.Ю. Карамзин, Ф. Перейра
*Российский университет дружбы народов,
Вычислительный центр РАН,
Университет г. Порту, Португалия*

Исследуется задача оптимального импульсного управления со смешанными ограничениями. Наличие импульсных управлений приводит к возможным разрывам фазовой траектории системы. Основным отличительным свойством изученной задачи является возможность управления динамической системой на разрывах фазовой траектории, обусловленных наличием импульсов. Было предложено новое понятие импульсного управления, которое обобщает известные ранее и позволяет осуществлять такое управление траекторией на ее разрывах. Подобного рода импульсные управления возникают, например, в космическом маневрировании, где масса корабля изменяется скачкообразно из-за расхода топлива на каждое действие ракетных двигателей (что и считается импульсом). Поскольку масса корабля изменяется, то и центр масс и распределение масс корабля изменяется скачкообразно. Однако это стремительное изменение параметров системы подразумевает коррекцию в управлении в момент действия импульса. Поэтому на разрывах динамической системы возникают дополнительные управления. Обобщенное импульсное управление – это обычное импульсное управление плюс указанное семейство управлений на разрывах системы. Для этой задачи оптимального импульсного

* Работа осуществлена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 09-01-00619, гранта Президента РФ, № МК-119.2009.1 и также при финансовой поддержке ФСТ (Португалия), проекты PTDC/EEA-ACR/75242/2006, SFRH/BPD/26231/2006.

управления были получены необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Л.С. Понтрягина. Сопряженная функция в этом принципе максимума, как и траектория исходной динамической системы, определяется с помощью решения так называемых присоединенных систем, которые возникают в момент импульса. Присоединенная система позволяет вести траекторию и соответствующую сопряженную функцию из принципа максимума на разрыве исходной дифференциальной системы. Общая теорема состоит из целого набора принципов максимума: а) основного принципа максимума, в глобальном времени t исходной динамической системы, и б) принципов максимума для присоединенных систем, рассмотренных для каждого момента импульса τ в своем локальном времени s присоединенной системы. Все указанные принципы максимума не являются независимыми, но связаны специальными условиями сопряжения, объединяясь тем самым в одну единую теорему – в принцип максимума Понтрягина для задачи импульсного управления. Этот принцип максимума был получен при ослабленных предположениях регулярности смешанных ограничений.

С результатами можно ознакомиться в [1].

Литература

1. А.В. Арутюнов, Д.Ю. Карамзин, Ф. Перейра. Об импульсных задачах управления с ограничениями: управление скачками систем. Современная математика и ее приложения. Том 65 (2009), с. 48-81.

Оптимизационная задача определения границ допустимого изменения активной мощности узлов системы переменного тока

И.П. Богданов, М.Р. Давидсон

Московский государственный университет

им. М.В. Ломоносова

В связи с возрастающей нагрузкой на современные электроэнергетические системы все большее значение приобретает исследование задач, связанных с вычислением пределов области допустимого изменения значений параметров режима систем переменного тока. Энергосистема представляет собой сеть, состоящую из узлов (в которых могут находиться потребители и (или) генераторы мощности), соединенных между собой ветвями. Режим работы энергосистемы переменного тока определяется набором ком-

плексных значений параметров режима (мощностей потребления и генерации, напряжений узлов, токов ветвей и т.д.), связанных между собой системой нелинейных соотношений [1]. Одним из направлений исследований, играющих существенную роль при решении задач, связанных с исследованием надежности функционирования энергосистем, задач оптимального распределения объемов генерации и потребления мощности между электростанциями и задач, связанных с ценообразованием на рынках электроэнергии, является изучение предельных значений допустимого изменения мощности узлов.

В литературе, как правило [2], рассматривается изменение мощностей узлов сети в соответствии с некоторой траекторией, параметризованной с помощью скалярного параметра, и исследуются предельные значения данного параметра, при которых существует решение системы уравнений расчета установившегося режима сети. Для решения поставленной задачи в случае схем, состоящих из произвольного числа узлов, применяются численные методы оптимизации, методы утяжеления, методы анализа чувствительности, либо комбинации данных подходов [3].

В настоящем докладе рассмотрена задача определения предельных значений активной мощности (действительной части мощности) произвольно заданного узла сети переменного тока при условии, что мощности всех узлов пропорциональны квадратам модулей напряжений данных узлов (рассматриваемые коэффициенты пропорциональности зафиксированы для всех узлов, кроме исследуемого). Данная задача формализована как задача условной оптимизации (целевая функция соответствует активной мощности узла, а ограничения соответствуют уравнениям расчета режима). Показано, что для рассматриваемой модели система уравнений расчета режима эквивалентна системе, являющейся линейной относительно напряжений узлов и, таким образом, является разрешимой в явном виде. Приведены достаточные условия, при выполнении которых сформулированная оптимизационная задача эквивалентна задаче безусловной оптимизации функции одной переменной. Доказано, что при выполнении приведенных условий данная функция непрерывна на всей числовой прямой и имеет два экстремума (максимум и минимум), определяемые в явном виде. Значения функции в точках экстремума являются максимальными объемами мощности, которая, при сделанных предположениях, может быть произведена (соответственно, потреблена) в рассмат-

риваемом узле.

Литература

1. Горнштейн В.М., Мирошниченко Б.П., Пономарёв А.В. и др. Методы оптимизации режимов энергосистем. М.: Энергия, 1981.
2. Van Cutsem T., Vournas C. Voltage stability of electric power systems. Kluwer Academic Publishers, 1998.
3. Zarate L.A.Ll., Castro C.A., Ramos J.L.M., Ramos E.R. Fast computation of voltage stability security margins using nonlinear programming techniques // IEEE Transactions on Power Systems. 2006. Vol. 21. N 1. P. 19-27.

О построении декомпозиционных методов оптимизации для квазидинамических моделей

А.М. Валуев

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
Московский физико-технический институт*

Задачи исследования операций для целого ряда природно-технологических комплексов приводят к моделям, структура ограничений в которых подобна структуре зависимостей для динамических систем. Одним из возможных источников таких задач является выбор формы линий и поверхностей, представляемых набором линий. Такого рода модели естественным образом возникают в проектировании открытых горных работ и могут встречаться при строительстве железнодорожных и автомобильных трасс и гидротехнических сооружений. Рассмотрим как образец конечномерное приближение обобщенной «задачи Дидоны» о максимизации цен-

ности $\iint_S f(x, y) dx dy$ участка S с границей ∂S заданной длины:

$$\sum_{i=1}^N (F(y_{i+1}, x_{i+1}) + F(y_i, x_i))(x_{i+1} - x_i) \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$x_{N+1} = x_1, y_{N+1} = y_1,$$

$$\rho(x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) = ((x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2)^{1/2} = L/N$$

где $F(Y, x) = \int_0^Y f(y, x) dy$. В общем случае набор управляемых пе-

ременных задачи представляется в виде вектора $y = \{y_{11}, \dots, y_{1N(1)}, \dots, y_{m1}, \dots, y_{mN(m)}\} \equiv \{y_1, \dots, y_m\}$ и структура ограничений имеет вид

$$G_i(y_1) \leq 0, i \in J_{11}, G_i(y_1) = 0, i \in J_{21}; G_i(y_1, y_2) \leq 0, i \in J_{12}, G_i(y_1, y_2) = 0, i \in J_{22}; \dots, G_i(y_1, \dots, y_m) = 0, G_i(y_1, \dots, y_m) \leq 0, i \in J_{1m}, i \in J_{2m}, (2)$$

а целевую функцию можно представить в виде $G_0(y_1, \dots, y_m)$, причем большинство соотношений сводится к виду $G_f(y_{i+1}, y_i) \leq 0$ или $G_f(y_{i+1}, y_i) = 0$. Модели динамических систем в дискретном времени (в т.ч. и с запаздыванием) являются частным случаем таких моделей, если объединить переменные состояния $x_i(k+1)$ и переменные управления $u_i(k)$ в вектор переменных k -го этапа y_k .

Применение методов оптимизации к моделям рассматриваемого типа зачастую ограничивается тем обстоятельством, что система ограничений описывает модель лишь в некоторой окрестности множества допустимых векторов и теряет смысл или становится неудобной для выполнения расчетов вне ее. Примером этого служит усиленное условия несамопересечения линий: ограничение на минимальное расстояние между ее «противоположными сторонами». В связи с этим преимущество имеют прямые методы (возможных направлений, проекции градиента или их комбинации), с некоторыми оговорками также метод линеаризации Б.Н. Пшеничного. Их трудоемкость определяется задачей построения вариации допустимого по вектору y , обеспечивающей убывание целевой функции, которую можно эффективно разбить на набор задач размерности порядка размерности y_k , с применением ряда декомпозиционных схем. Они основаны на разбиении набора ϵ -активных ограничений $I_\epsilon(y) = \{i \in J_1; G_i(y) \geq -\epsilon\} \cup J_2$ на подмножества J_1, \dots, J_S и представлении произвольного возможного направления в виде

$$w = H_1 v_1 + \dots + H_S v_S, \quad (3)$$

где матрицы H_1, \dots, H_S вычисляются из условия, что для любого вектора w

$$(G_{iu}(y), w) = (G_{iu}(y), H_S v_S), \quad i \in J_S. \quad (4)$$

Для известных декомпозиционных схем вычисление матриц H_S и расчет линейных соотношений (3) выполняется по рекуррентным формулам от одного этапа к другому. В задачах определения направления спуска минимизируются $(G_{0iu}(y), H_S v_S)$ при ограничениях $(G_{iu}(y), H_S v_S) \leq 0, i \in J_{1s}, (G_{iu}(y), H_S v_S) = 0, i \in J_{2s}$. Стандартные алгоритмы при надлежащем выборе параметров обладают линейной скоростью сходимости, построен также алгоритм со сверхлинейной сходимостью.

**Регуляризованный непрерывный
экстраградиентный метод решения
параметрической многокритериальной задачи
равновесного программирования***

Ф.П. Васильев, А.С. Антипин, Л.А. Артемьева
*Московский Государственный Университет
им. М.В. Ломоносова,
Вычислительный центр
им. А.А. Дородницына РАН*

Рассматривается многокритериальная задача равновесного программирования, включающая в себя как частный случай задачу математического программирования, задачу поиска седловой точки, многокритериальную задачу поиска точки Парето, задачу минимизации с равновесным выбором допустимого множества и др. Задача рассматривается при условии, что входные данные заданы неточно. Для ее решения предлагается регуляризованный непрерывный вариант экстраградиентного метода.

Пусть E^m - евклидово пространство векторов-столбцов $a = (a_1, \dots, a_m)^T$, (T - знак транспонирования) с обычным скалярным

произведением $\langle a, b \rangle_{E^m} = \sum_{i=1}^m a^i b^i$ и нормой

$|a|_{E^m} = \left(\langle a, a \rangle_{E^m} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sum_{i=1}^m (a^i)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$, $E_+^m = \{a \in E^m : a \geq 0\}$ - неотрица-

тельный гиперортант в E^m . Пусть W_0 - заданное выпуклое замкнутое множество из евклидова пространства E^{m_1} , вектор-функции $f(w) = (f^1(w), \dots, f^{m_2}(w))^T$, $g(w) = (g^1(w), \dots, g^{m_3}(w))^T$ - непрерывно дифференцируемы на W_0 и принимают конечные значения; переменные $\lambda = (\lambda^1, \dots, \lambda^{m_2})^T \in E^{m_2}$, $p = (p^1, \dots, p^{m_3})^T \in E^{m_3}$, T_1 , T_2 - квадратные матрицы порядка m_2 , m_3 соответственно.

Рассматривается следующая задача: найти точку

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 09-01-00388.

$u_* = (w_*, \lambda_*, p_*) \in \Omega \stackrel{\text{def}}{=} W_0 \times E_+^{m_2} \times E_+^{m_3}$, удовлетворяющую условиям:

$$w_* \in \text{Arg min} \left\{ \langle \lambda_*, f(w) \rangle_{E^{m_2}} \mid g(w) \leq T_2 p_*, w \in W_0 \right\} \quad (1)$$

$$\langle \lambda - \lambda_*, f(w_*) - T_1 \lambda_* \rangle \leq 0, \quad \forall \lambda \in E_+^{m_2}, \quad (2)$$

$$\langle p - p_*, g(w) - T_2 p_* \rangle \leq 0, \quad \forall p \in E_+^{m_3}. \quad (3)$$

Задача (1)-(3) охватывает как частный случай задачу математического программирования, задачу многокритериального программирования в смысле Парето, задачу минимизации с равновесным выбором допустимого множества. На практике вместо точных входных данных $f(w)$, $g(w)$ обычно имеют дело с некоторыми их приближениями $f_\delta(w)$, $g_\delta(w)$. Допустим, что известно, что: $\lim_{\delta \rightarrow 0} \|f_\delta(w) - f(w)\|_{E^{m_2}} = 0$, $\lim_{\delta \rightarrow 0} \|g_\delta(w) - g(w)\|_{E^{m_3}} = 0$, $\forall w \in W_0$. В этом случае кажется естественным, что можно воспользоваться теми же методами что и при точных входных данных, заменив в них $f(w)$, $g(w)$ их приближениями $f_\delta(w)$, $g_\delta(w)$. Однако на этом пути не всегда можно получить нужное приближение к решению задачи (1)-(3), так как, вообще говоря, задача неустойчива к возмущениям входных данных. Поэтому для решения задачи (1)-(3) нужно привлекать идеи и методы регуляризации. В докладе будет предложен регуляризованный вариант экстраградиентного метода решения многокритериальной параметрической задачи равновесного программирования.

Об одном дифференциальном неравенстве для невыпуклых функций

З.Р. Габидуллина

Казанский государственный университет

Требование выпуклости функций представляет собой довольно серьезное ограничение, которое в встречающихся на практике технических и экономических задачах, не всегда выполняется. Поэтому обобщения понятия выпуклости функции всегда представляют исключительный интерес, как с точки зрения теории, так и приложений методов математического программирования. Установление важных априорных характеристик методов невыпуклого программирования таких, как область применимости,

факт сходимости определяются дифференциальными свойствами минимизируемых функций, а также возможностями современных методик исследования сходимости и устойчивости изучаемых методов. Главным для приложений невыпуклых функций оказывается выявление дифференциальных свойств, подобных следующему свойству выпуклых функций:

$$f(x) - f(y) \leq \langle f'(x), x - y \rangle; x, y \in D(f),$$

где $D(f)$ - область определения функции $f(x)$, $f'(x)$ - градиент функции $f(x)$. Изучению этого вопроса посвящается данный доклад.

Примем следующие обозначения:

$$E(f, y) = \{x \in R_n : f(x) < f(y)\}; M(f, y) = \{x \in R_n : f(x) \leq f(y)\};$$

$$W(f, y) = \{t \in R_n : \langle t, x - y \rangle \geq 0, \forall x \in E(f, y)\}.$$

В работе [2] установлено следующее свойство элементов конуса $W(f, y)$, подобное свойству субградиентов выпуклой функции.

Если функция $f(x)$ является квазивыпуклой липшицевой с константой L на R_n , то для $\forall y \in R_n, \forall x \in E(f, y)$ и всех ненулевых $t \in W(f, y)$ выполняется неравенство:

$$f(x) - f(y) \leq L \left\langle \frac{t}{\|t\|}, y - x \right\rangle. \quad (1)$$

Аналогичный результат доказан для снизу субдифференцируемых функций в работе [3]. В работе [1] доказано, что для непрерывно дифференцируемой липшицевой квазивыпуклой функции неравенство (1) выполняется для всех $\forall x \in M(f, y)$ при $t = f'(y), \|f'(y)\| \neq 0$.

Теорема. Если: $f(x)$ - непрерывно дифференцируемая квазивыпуклая функция, удовлетворяющая на R_n условию Липшица с константой L , то для $\forall y \in R_n$, таких, что $\|f'(y)\| \neq 0$, выполняется неравенство:

$$f(x) - f(y) \leq L \left\langle \frac{f'(y)}{\|f'(y)\|}, y - x \right\rangle,$$

для всех $\forall x \in M(f, y)$.

Отметим, что необходимость в подобных неравенствах возникает при обосновании сходимости нестрого релаксационных методов дифференцируемой невыпуклой оптимизации.

Литература

1. Габидуллина З.Р. О некоторых дифференциальных неравенствах для невыпуклых функций. Исследования по прикладной математике. Казань: Изд-во КГУ. 2010. Вып.27. С. 50-56.

2. Заботин Я.И., Кораблев А.И., Хабибуллин Р.Ф. О минимизации квазивыпуклых функционалов // Изв. вузов. Математика. 1972. N10, С. 27-33.

2. Коннов И.В. О свойствах опорных и квазиопорных векторов Исследования по прикладной математике. Казань: Изд-во КГУ. 1990. Вып.17. С. 50-57.

3. Plastria F. Lower subdifferentiable functions and their minimization by cutting planes // Journal of optimization theory and applications. 1985. V.46. N1. P. 37-53.

4. Ponstein J. Seven kinds of convexity // SIAM Review. 1967. V.9. N1. P. 115-119.

Метод экспоненциальной аппроксимации для решения задач большой размерности

В.М. Гордуновский

МГИМО (Университет) МИД России

Идея метода состоит в том, что исходная линейная задача заменяется нелинейной задачей с экспоненциальной целевой функцией и малым параметром, решение которой является приближением с заданной точностью решений исходной и двойственной линейных задач. Полученная задача имеет простые ограничения, выражающие условия неотрицательности для двойственных переменных, которые связаны с ограничениями типа неравенств в прямой задаче и не имеет ограничений двойственных переменных, связанных с ограничениями типа равенств. Рассмотрим задачу линейного программирования в следующей форме:

$$CX \rightarrow \min, AX \geq B^T, X \geq 0,$$

где $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - вектор переменных исходной задачи, $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ - вектор коэффициентов линейной формы, $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ - вектор ограничений, $A = (a_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$ - матрица коэффициентов. Исходная задача заменяется

аппроксимирующей:

$$CX + \varepsilon \vartheta(X) \rightarrow \min, \quad AX \geq B^T, \quad X > 0,$$

где $\vartheta(X) = \sum_{j=1}^n x_j \ln(x_j)$, ε - малый параметр, $\varepsilon > 0$. Для этой задачи

двойственная имеет вид:

$$B\lambda - \varepsilon \sum_{j=1}^n e^{((\sum_{i=1}^m a_{ij}\lambda_i - c_j - \varepsilon)/\varepsilon)} \rightarrow \max, \quad \lambda \geq 0,$$

$$x_j = e^{((\sum_{i=1}^m a_{ij}\lambda_i - c_j - \varepsilon)/\varepsilon)}, \quad j = 1, \dots, n.$$

Целевая функция имеет непрерывные производные любого порядка. Это свойство позволяет эффективно применять для поиска решения градиентные методы. Приводятся теоремы сходимости по параметру ε к оптимальным значениям целевых функций исходной и двойственной линейных задач, а также к оптимальным значениям соответствующих прямых и двойственных переменных. Следствием теорем сходимости является определение диапазона значений параметра ε , который обеспечивает заданную погрешность δ вычисления оптимальных значений целевых функций прямой и двойственной исходных линейных задач: $0 < \varepsilon \leq e^2 n^{-1} \delta$.

Для решения задачи большой размерности методом экспоненциальной аппроксимации, матрица коэффициентов которой имеет блочно-диагональную структуру, вместо исходной, решается двойственная аппроксимирующая задача следующего вида:

$$\max_{\lambda_i \in s} \max_{\lambda_{i \in d_k}, k=1, \dots, q} \left(\sum_{i \in s} b_i \lambda_i + \sum_{i \in d_k, k=1, \dots, q} b_i \lambda_i - \varepsilon \sum_{j \in p_k, k=1, \dots, q} e^{((\sum_{i \in s} a_{ij}\lambda_i + \sum_{i \in d_k} a_{ij}\lambda_i - c_j - \varepsilon)/\varepsilon)} \right)$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad i \in s, \quad i \in d_k, \quad k = 1, \dots, q, \quad \varepsilon > 0,$$

$$x_j = e^{((\sum_{i=1}^m a_{ij}\lambda_i - c_j - \varepsilon)/\varepsilon)}, \quad j = 1, \dots, n.$$

где s - множество связывающих ограничений; d_k - множество ограничений k -го блока, p_k - множество переменных k -го блока, q - количество блоков.

Вычислительный алгоритм представляет собой покоординатный подъём по группам двойственных переменных связывающих и блочных ограничений. Сначала фиксируем связывающие

переменные $\lambda_i \geq 0$, $i \in s$, затем по блочным переменным $\lambda_i \geq 0$, $i \in d_k$, $k=1, \dots, q$ находим максимум целевой функции, после этого фиксируем полученные оптимальные значения блочных переменных и находим максимум по связывающим, и так продолжаем до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность. Приводятся решения конкретных вычислительных задач.

Многовариантный анализ в задачах оптимального параметрического синтеза*

Г.Б. Диго, Н.Б. Диго

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН

Проектирование технических систем с учетом случайности процессов изменения их параметров связано с необходимостью решения ряда сложных и трудоемких задач, среди которых важное место занимает оптимальный параметрический синтез. Основные трудности их решения обусловлены наличием таких свойств как многомерность, нелинейность, неопределенность (вероятностный характер критерия оптимальности, дефицит информации о случайных закономерностях процессов изменения параметров, отсутствие достаточной априорной информации о целевой функции или ее задание в алгоритмической форме). В зависимости от вида неопределенности и способов ее преодоления должны использоваться разные методы нахождения экстремума целевой функции в условиях, когда она и ограничения на нее являются нелинейными функциями управляемых параметров. При этом не всегда очевидно, какой из них предпочтительнее в данной конкретной ситуации, а их последовательное применение требует больших временных и вычислительных затрат. Для преодоления возникающих трудностей можно использовать многометодную технологию и многовариантный анализ на основе распараллеливания вычислительного процесса.

Важным этапом решения задачи оптимального параметрического синтеза в условиях неполноты и недостаточной достоверности исходной информации является нахождение экстремума алго-

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта ДВО РАН 09-1-П2-03 Программы фундаментальных исследований Президиума РАН №2.

ритмически заданной целевой функции. На этом этапе основная трудность возникает с увеличением размерности, поскольку достижение гарантированного экстремума с заданной точностью простым перебором на равномерной сетке в области поиска приводит к экспоненциальному возрастанию необходимого числа испытаний оптимизируемой функции относительно роста размерности. В связи с этим возникает необходимость решения поставленной задачи с меньшим числом испытаний (проблема уменьшения числа пробных точек) при сохранении тех же требований к точности решения. Такую возможность обеспечивает переход к адаптивным последовательным методам оптимизации за счет более полного учета априорной информации об оптимизируемой функции. Среди них методы неравномерных покрытий допустимого множества, редукция многомерной задачи к последовательности одномерных задач с последующим применением эффективных одномерных алгоритмов глобальной оптимизации, многомерный метод ломаных и т.д. Подобные методы, являясь итеративными процессами, порождают последовательность точек в соответствии с предписанным набором правил, включающим критерий окончания счета.

Одной из стратегий поиска экстремальных значений целевой функции в условиях неопределенности может быть использование набора (веера) перечисленных методов, адекватных имеющейся априорной информации, на основе технологии распараллеливания вычислений. Это дает возможность просчитывать различные варианты на каждом шаге поиска и выбирать лучший результат по заданным критериям, предусматривая автоматический анализ различных вариантов получаемых результатов.

Важным шагом при нахождении глобального экстремума в условиях неопределенности является задание начальной точки поиска, поскольку выбор ее далеко от области глобального экстремума приводит к увеличению вычислительных затрат. Применение многовариантной технологии с использованием параллельных вычислений позволяет выбирать ее обоснованно, сокращая процесс поиска.

В докладе анализируется эффективность различных вариантов разбиения области поиска, обеспечивающих упрощение выбора новых точек на каждом шаге адаптации, уточнение границ значений целевой функции и сокращение пространства памяти для хранения необходимой информации. Используются методы, позволяющие сокращать время вычислительного процесса путем от-

каза от повторного получения значений целевой функции в уже использованных пробных точках.

Задачи выбора коллектива оптимальной структуры

В.В. Дикусар

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Пусть P_i – потенциал элемента системы, который зависит от набора признаков элемента и взаимодействия с другими элементами системы. Для оценки эффективности элементов системы из K элементов используется феномен логистического уравнения. Логистическое уравнение может быть применено для описания самых различных процессов. С его помощью моделируются рост колонии дрожжевых грибов и сложные процессы развития человеческого общества.

1.1. Детерминированная задача оптимального управления.

ЗАДАЧА А. Определить $\max_{i,U} J(P)$, если $U = \{u_{j,k}\}$

$$J(P) = \sum_{r=1}^{N_1} C_{ir} P_{ir}^2(T), \quad P = \{P_i\}, r = 1, \dots, N_1, \quad N_1 < N$$

$$C_{ir} > 0, \quad \sum_{r=1}^{N_1} C_{ir} = 1, \quad (1.1)$$

$$\dot{P}_j = k_j P_j - \beta_j P_j^2 + \alpha \sum_{k=1}^N u_{jk}(t) P_j P_k, \quad j = 1, \dots, N, j \neq k, \quad (1.2)$$

$$t \in [0, T], \quad P_j(0) = P_{j0}, \quad k_j > 0, \quad \beta_j > 0, \quad \alpha > 0, \quad P_{j0} > 0, \quad (1.3)$$

$$0 \leq u_{j,k} \leq 1, \quad (1.4)$$

где последние неравенства, являются ограничениями на управления, а $P_i(t)$ представляют собой эффективность (потенциал, профессиональные навыки и т.д.), величины k_j характеризуют индивидуальные признаки элементов, β_j – коэффициенты диссипации, параметр α выбирается из условия ограниченности решения $P_i(t)$ на отрезке $t \in [0, T]$.

1.2. СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

ЗАДАЧА В. Определить $\max_{i,U} M[J(P)]$, если $U = \{u_{j,k}\}$

$$J(P) = \sum_{r=1}^{N_1} C_{ir} P_{ir}^2(T), P = \{P_i\}, r = 1, \dots, N_1, N_1 < N, C_{ir} > 0, \sum_{r=1}^{N_1} C_{ir} = 1 \quad (1.5)$$

$$\dot{P}_j = k_j P_j - \beta_j P_j^2 + \alpha \sum_{k=1}^N u_{jk} P_j P_k + \mu_j P_j dW_j / dt, j = 1, \dots, N, j \neq k, \quad (1.6)$$

где W_j - винеровский процесс, $\mu_j > 0$, M - математическое ожидание

$$t \in [0, T], P_j(0) = P_{jo}, \beta_j > 0, \alpha > 0, P_{jo} > 0 \quad (1.7)$$

$$0 \leq u_{j,k} \leq 1 \quad (1.8)$$

где последние неравенства, являются ограничениями на управление.

В качестве первого приближения для решения дискретно-непрерывных задач оптимального управления используются методы решения несобственных задач линейного программирования и алгоритмы кластерного анализа (из группы интуитивно-геометрических), наиболее пригодные для решения задачи формирования целевого коллектива оптимальной структуры. К таким алгоритмам относятся FOREL, алгоритмы Мак-Клина, Себастиана, Дженси, KRAB[1].

Литература

1. Дикусар В.В., Нечеухин О.В. Использование кластерного анализа в формировании научных коллективов. Журнал «Исследование операций», М., ВЦ РАН, 2005, стр. 36–42.

Квадратичные условия оптимальности для бэнг-особых управлений

А.В. Дмитрук

*Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова*

На фиксированном отрезке $[0, T]$ рассматривается задача оптимального управления $\dot{x} = f(t, x) + u g(t, x), |u| \leq 1$,

$$\eta(x(0), x(T)) = 0, \quad \phi(x(0), x(T)) \leq 0,$$

$$J = \phi_0(x(0), x(T)) \rightarrow \min,$$

линейная по скалярному управлению. Пусть процесс $(x^0(t), u^0(t))$ удовлетворяет принципу максимума с единственным набором множителей Лагранжа, причем на первой части отрезка $(0, \theta)$ управление граничное $u^0(t) = 1$ (бэнг), а на второй части (θ, T) осо-

бое $u^0(t) = 0$. Пусть Ω есть вторая вариация функции Лагранжа, а K есть конус критических вариаций (\bar{x}, \bar{u}) , заданный линеаризацией всех ограничений задачи. Введем квадратичный порядок

$$\gamma(\bar{x}, \bar{u}) = |\bar{x}(0)| + \int_0^T |\bar{y}|^2 dt + |\bar{y}(T)|^2, \quad \text{где } \bar{x} = \bar{u}, \quad \bar{y}(0) = 0,$$

$\bar{x} = A\bar{x} + B\bar{u}$. Переписав Ω с помощью т.н. преобразования Гоха $(\bar{x} = \bar{\xi} + B\bar{y})$, приходим к квадратичной форме вида

$$\Omega = q(\bar{\xi}(0), \bar{\xi}(T), \bar{y}(T)) + \int_0^T (G\bar{\xi}, \bar{\xi}) + (P\bar{\xi}, \bar{y}) + (Q\bar{y}, \bar{y}) dt,$$

где $\bar{x} = A\bar{\xi} + C\bar{y}$, $\bar{\xi}(0) = \bar{x}(0)$, которая рассматривается для $\bar{y} \in L_2[0, T]$, причем $\bar{y}(t) = 0$ на $(0, \theta)$. Пусть $\pi(K)$ есть вложение всех троек $(\bar{\xi}, \bar{y}, \bar{y}(T))$ из K при $\bar{y}(t) = 0$ на $(0, \theta)$ в пространство $C^n[0, T] \times L_2[0, T] \times R^r$ и пусть $H(K)$ есть замыкание $\pi(K)$ в этом пространстве. Тогда $H(K)$ состоит из всех троек $(\bar{\xi}, \bar{y}, \bar{h})$, удовлетворяющих уравнению $\dot{\bar{x}} = A\bar{\xi} + C\bar{y}$ при $\bar{y}(t) = 0$ на $(0, \theta)$, и некоторым линейным ограничениям на $(\bar{\xi}(0), \bar{\xi}(T), \bar{y}(T))$.

Теорема. а) Если процесс $(x^0(t), u^0(t))$ доставляет слабый минимум, то $\Omega \geq 0$ на $H(K)$.

б) Если существует $a > 0$ такое, что $\Omega \geq a\gamma$ на $H(K)$, то (x^0, u^0) доставляет строгий сильный минимум.

При некоторых дополнительных предположениях можно заменить γ на более слабый порядок

$$\gamma'(\bar{x}, \bar{u}) = |\bar{x}(0)| + \int_0^T |\bar{y}|^2 dt, \quad \text{где } \bar{x} = \bar{u}, \quad \bar{y}(0) = 0.$$

Полученные результаты применяются к задачам быстродействия, в частности, к задаче Маркова—Дубинса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 08-01-00685.

Литература

1. A.V. Dmitruk, *Quadratic order conditions of a local minimum for singular extremals in a general optimal control problem* // Proc. of Symposia in Pure Mathematics, v.64 "Diff. Geometry and Control" (G.Ferreira et al., eds.), American Math. Society, 1999, p.163-198.

Методы и программное обеспечение для решения задач исследования операций на многопроцессорных системах*

Ю.Г. Евтушенко, М.А. Посыпкин, И.Х. Сигал
ВЦ РАН, ИСА РАН

Задача поиска глобального минимума (максимума) функции на допустимом множестве X состоит в отыскании такой точки $x_* \in X$, что $f(x_*) \leq f(x)$ ($f(x_*) \geq f(x)$) для всех $x \in X$. Далее будем предполагать, что решается задач минимизации функции целевой функции f . Ограничения, связанные с вычислительной погрешностью или недостатком ресурсов, часто не позволяют найти точное решение данной задачи. В этом случае переходят к поиску приближенного решения, т.е. точки из множества ε -оптимальных решений $X_*^\varepsilon = \{x \in X : f(x) \leq f(x_*) + \varepsilon\}$. Поиск точного решения можно рассматривать как частный случай поиска приближенного решения с $\varepsilon = 0$.

Многие из методов решения задач глобальной оптимизации основаны на идее постепенного сокращения множества, в котором может находиться точка минимума с помощью правил редукции и условий отсева. Несмотря на существенные различия, обусловленные спецификой решаемых задач, можно выделить общую схему организации вычислений. В процессе работы алгоритма поддерживается текущий список подмножеств, который в начальный момент совпадает с множеством P , содержащим допустимое множество. Также периодически происходит обновление наименьшего из вычисленных значений целевой функции, называемого рекордом.

Общая схема:

1. Инициализировать список подмножеств $L = \{P\}$.
2. Выбрать элемент $P_i \in L$.
3. Применить правила отсева и редукции к множеству P_i и по-

* Работа выполнена при поддержке программы П-14 президиума РАН, грантов РФФИ № 08-01-00619-а, 08-07-00072-а, 10-07-00301-а

лучить множество P_i' .

4. Если множество P_i' не пусто, то выбрать точку $x_i \in X \cap P_i'$ и модифицировать рекордное решение: если $f(x_i) < f_r$, то положить $x_r = x_i, f_r = f(x_i)$. В случае $P_i' = \emptyset$, то перейти к шагу 6.

5. Разбить множество P_i' на несколько подмножеств и добавить полученные подмножества к списку L .

6. Если список L пуст, то завершить алгоритм, в противном случае перейти к шагу 2.

Наличие общей схемы работы различных методов позволяет разработать универсальную программную инфраструктуру для решения задач оптимизации на многопроцессорных системах. Инфраструктура содержит каркасные модули, реализующие приведенную схему для трех типовых архитектур: классической последовательной архитектуры, многопроцессорных систем с общей памятью и многопроцессорных систем с распределенной памятью. Программа для решения конкретной задачи на заданной платформе получается объединением проблемно-зависимых модулей для этой задачи и каркасных модулей, реализующих общую схему для выбранной платформы. Разработанная программная инфраструктура реализована в виде библиотеки классов Си++. Для реализации каркасных модулей применяется механизм шаблонов, технологии параллельных вычислений MPI и POSIX Threads.

На системах с общей памятью несколько потоков независимо выполняют итерации 1-6, обращаясь к общему списку L . Для предотвращения неизбежных потерь, связанных с частой синхронизацией при доступе к общему списку, каждый процесс также поддерживает локальный список подмножеств. Часть подмножеств из этого списка периодически копируется в общий. В момент, когда локальный список исчерпывается, поток берет новое подмножество для обработки из общего списка. Реализация для систем с распределенной памятью следует той же самой схеме, но вместо копирования применяется передача сообщений по сети. Ключевым для управления процессом вычислений является выбор параметров, определяющих частоту обменов и число передаваемых данных.

Для уменьшения числа итераций применяются эвристические алгоритмы, позволяющие быстро находить рекордное значение

ние, близкое к оптимальному. Тем самым усиливается отсев подмножеств, заведомо не содержащих оптимальных решений. Вычислительные ресурсы распределяются между процессами, выполняющими приведенную выше общую схему алгоритма, и процессами, выполняющими эвристики. Важнейшим фактором, влияющим на производительность, является соотношение количества процессоров, реализующих эти два подхода.

Технология параметризованных классов, применяемая в библиотеке, делает ее легко расширяемой за счет добавления проблемно-зависимых модулей для конкретных оптимизационных задач. На данный момент с помощью библиотеки реализованы программы для решения задач непрерывной безусловной и условной оптимизации, частично-целочисленных задач с функциональными ограничениями и некоторых задач дискретной оптимизации. Также реализован метод неравномерных покрытий решения многокритериальных задач.

Реализованные в рамках библиотеки алгоритмы для задач непрерывной и частично-целочисленной оптимизации основаны на методе неравномерных покрытий[1]. Добавлены дополнительные правила отсева, основанные на необходимых условиях оптимальности первого порядка. Введены методы редукции параллелепипеда, учитывающие целочисленность переменных, а также, выпуклость функциональных ограничений. С помощью разработанной программы решения задач частично-целочисленного программирования удалось существенно улучшить известные результаты для тестовой задачи минимизации затрат при изготовлении парового котла.

В рамках библиотеки реализован комбинированный метод ветвей и границ для решения задачи об одномерном булевом ранце. Применяется комбинирование метода ветвей и границ с эвристическими алгоритмами улучшения решения в соответствии с приведенной выше схемой. Также используется комбинирование фронтального и одностороннего метода обхода дерева ветвлений. При этом, одностороннее ветвление реализуется по методу Горовица-Сахни на базе булевого вектора, что позволяет добиться высокой скорости работы алгоритмах[2]. В работе [3] приводится описание реализации метода ветвей и границ для задачи коммивояжера с использованием средств библиотеки.

Были проведены серии вычислительных экспериментов для различных наборов входных данных на параллельных системах с

общей и распределенной памятью для различных задач дискретной и непрерывной оптимизации. Результаты экспериментов показывают, что разработанное программное обеспечение позволяет получать высокие показатели параллельного ускорения, эффективности и масштабируемости[4].

Литература

1. Евтушенко Ю.Г. Численный метод поиска глобального экстремума функций (перебор на неравномерной сетке) // ЖВМ и МФ, 1971, Т. 11, № 6, С. 1390-1403.
2. Посыпкин М. А., Сигал И. Х. Комбинированный параллельный алгоритм решения задачи о ранце, Известия РАН, Теория и системы управления, № 4, 2008, С. 50-58.
3. Игнатъев А.Л. Решение задачи коммивояжера на многопроцессорных системах с общей и распределенной памятью// Научный сервис в сети Интернет: масштабируемость, параллельность, эффективность: Труды Всероссийской суперкомпьютерной конференции (21-26 сентября 2009 г., г. Новороссийск). М.: Изд-во МГУ, 2009, С. 134-137.
4. Y. Evtushenko, M. Posypkin, I. Sigal, A framework for parallel large-scale global optimization // Computer Science - Research and Development 23(3), 2009, pp. 211-215.

Однородный алгоритм глобальной оптимизации с использованием вспомогательной модели для целевой функции

С.М. Елсаков, В.И. Ширяев

Южно-Уральский государственный университет

Рассматриваются алгоритмы для решения задачи

$$\underset{x \in X}{\text{abs min}} f(x) \quad (1)$$

где $f(x): R^d \rightarrow R$ – функция удовлетворяющая условию Липшица $|f(x_1) - f(x_2)| \leq L\|x_1 - x_2\|$, а $X \subset R^d$ – допустимое множество, которое является компактом. К особенностям задачи (1) можно отнести длительное время вычисления значения целевой функции, а также, как правило, отсутствие аналитического описания функции $f(x)$. Задачи вида (1) часто встречаются на практике [1, 2].

Пусть $\{x_i\}_{i=1}^k$ – последовательность точек допустимого мно-

жества, в которых осуществляется вычисление значений целевой функции. Будем говорить, что алгоритм относится к классу однородных алгоритмов глобальной оптимизации [2], если одновременно выполнены три условия:

1. Алгоритм является однородным, т. е. для любых двух целевых функций различающихся на константу последовательности точек испытаний совпадают.

2. Результаты уже проведенных вычислений представляются не в виде таблицы наборов $\{(x_i; f(x_i))\}_{i=1}^k$, а в виде пары функций

$$m_k(x) = m(x, x_1, f(x_1), \dots, x_k, f(x_k)) \quad \text{и}$$

$s_k(x) = s(x, x_1, f(x_1), \dots, x_k, f(x_k))$, которые удовлетворяют следующим условиям: **A1.** $m_k(x_i) = f(x_i), i = \overline{1, k}$; **A2.**

$$s_k(x_i) = 0, i = \overline{1, k}; \quad \text{A3.} \quad s_k(x) > 0, x \neq x_i, i = \overline{1, k}; \quad \text{A4.}$$

$m_k(x), s_k(x)$ - липшицевы.

3. Потребуем, чтобы алгоритм мог быть предствален в виде Алгоритма:

Шаг 1. Выбрать начальные точки $x_i \in R^d, i = \overline{1, M}$. Положить $k = M$.

Шаг 2. Вычислить $x_{k+1} = \arg \min_{x \in X} P(m_k(x), s_k(x))$, где

$P(m_k(x), s_k(x)) : R^2 \rightarrow R$ - функция выбора, которая единственна для алгоритма, $m_k(x), s_k(x)$ - функции, которые перестраиваются после каждой итерации алгоритма и удовлетворяют условиям A1-A4.

Шаг 3. Вычислить значения $f(x_{k+1})$, положить $k = k + 1$.

Шаг 4. Если выполнено условие выхода φ , то выйти, иначе вернуться на Шаг 2.

Для однородных алгоритмов [2] доказаны теорема о структуре алгоритма, о достаточных условиях для сходимости последовательности $\{x_i\}_{i=1}^k$ к точкам глобального минимума целевой функции. С учетом этих теорем задача построению алгоритма глобальной оптимизации сводится к выбору функций $m_k(x), s_k(x)$ удовлетворяющих определенным условиям. Также доказаны теоремы, позволяющие достаточно быстро выполнять операции по-

строению функций $m_k(x), s_k(x)$ и быстро решать вспомогательную задачу на Шаге 2. Приводятся результаты численных экспериментов по сравнению построенного алгоритма с аналогичными алгоритмами и выясняется насколько должно быть трудозатратно вычисление целевой функции, чтобы предложенный алгоритм был эффективен.

Литература

1. Антонов, М. О., Елсаков С. М., Ширяев В. И. Нахождение оптимального расположения радиомаяков в разностно-дальномерной системе посадки летательного аппарата/ М. О. Антонов, С. М. Елсаков, В. И. Ширяев // Авиакосмическое приборостроение. – 2005. – №11. – С. 41-45.

2. Elsakov, S. M. Linear homogeneous algorithms of global optimization / S. M. Elsakov, V. I. Shiryayev// The 1st World Congress on Global Optimization in Engineering & Science (WCGO2009) – 2009.

Двойственный метод Ньютона для задачи полуопределенного программирования*

В.Г.Жадан, А.А.Орлов

*Вычислительный центр им. Дородницына РАН
Московский физико-технический институт (ГУ)*

Рассматривается линейная задача полуопределенного программирования

$$\begin{aligned} \min_x C \bullet X, \\ A_i \bullet X = b^i, \quad 1 \leq i \leq m, \\ X \underline{f} 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь X, C и A_i - симметричные матрицы порядка n , неравенство $X \underline{f} 0$ означает, что матрица X положительно полуопределена. Точка между двумя матрицами A_i и X указывает на их скалярное произведение, определяемое как след матрицы $A_i^T X$. Двойственной к (1) является задача

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 08-01-00608, а также при содействии Программы поддержки ведущих научных школ НШ-4096.2010.1 и Программы № 3 фундаментальных исследований ОМН РАН.

$$\begin{aligned} & \max_{u, V} b^T u, \\ & \sum_{i=1}^m u^i A_i + V = C, \\ & V \underline{f} 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Предполагается что обе задачи (1) и (2) имеют решения и что матрицы $A_i, 1 \leq i \leq m$, линейно независимы.

В [1] для решения задачи (2) был предложен двойственный мультипликативно-барьерный метод, в котором итерации велись по двойственным переменным, а прямая переменная X определялась по двойственным переменным, исходя из специальных зависимостей. В настоящем сообщении используется одна из таких зависимостей $X(u)$, причем предлагается решать методом Ньютона систему линейных уравнений

$$A_i \bullet X(u) - b^i = 0, \quad 1 \leq i \leq m. \quad (3)$$

Пусть $\text{vec} M$ обозначает прямую сумму столбцов квадратной матрицы M . В векторной форме система (3) запишется как

$$A_{\text{vec}} \text{vec} X(u) - b = 0_m,$$

где $A_{\text{vec}} - m \times n^2$ матрица, строками которой являются векторы $\text{vec} A_i, 1 \leq i \leq m$. Возьмем

$$\text{vec} X(u) = D_n \Phi^{-1}(V(u)) L_n A_{\text{vec}}^T b, \quad \Phi(V) = L_n [A_{\text{vec}}^T A_{\text{vec}} + V^{\otimes}] D_n.$$

Здесь L_n и D_n - элиминационная и дублицирующие матрицы. Через V^{\otimes} обозначена кронекеровская полусумма матрицы V , т.е. матрица $V^{\otimes} = [V \otimes I_n + I_n \otimes V]/2$. Матрица $\Phi(V(u))$ является неособой, если точка $[u, V(u)]$ невырожденная. Итерации в методе проводятся по следующей рекуррентной схеме:

$$u_{k+1} = u_k + \left[A_{\text{vec}} \left(A_{\text{vec}}^T A_{\text{vec}} + V_k^{\otimes} \right)^{-1} X_k^{\otimes} A_{\text{vec}}^T \right]^{-1} (b - A_{\text{vec}} \text{vec} X_k), \quad (4)$$

где $X_k = X(u_k), V_k = V(u_k)$.

Теорема. Пусть для прямой и двойственной задач имеет место строгая двойственность, причем их решения X_* и V_* строго комплементарны. Пусть, кроме того, точка V_* является вершиной допустимого множества в V -пространстве. Тогда метод (4) ло-

кально сходится к соответствующему решению двойственной задачи u_* со сверхлинейной скоростью.

Литература

1. В.Г.Жадан. Двойственный мультипликативно-барьерный метод для полуопределенного программирования. Сообщения по прикладной математике. М. ВЦ РАН, 2009, 56 стр.

Оптимизационные методы решения задачи планирования производства, хранения, транспортировки и распределения нефтепродуктов

Злотов А.В.

ВЦ РАН

В докладе рассматриваются экономико-математическая модель, методы и алгоритмы для решения задачи оптимизационного планирования производства, хранения и распределения нефти и нефтепродуктов (н/п) в торгово-транспортной сети (ТТС). Критерием является максимизация прибыли от продаж нефти и нефтепродуктов по различным каналам.

Узлами ТТС являются:

- Узлы-истоки – пункты добычи или покупки нефти.
- Целевые узлы – терминалы (при продаже нефти) или нефтеперерабатывающие заводы (НПЗ) (при переработке нефти).
- Промежуточные узлы, в которых может осуществляться перевалка нефти с одного вида транспорта на другой, временное складирование нефти и разукрупнение (или укрупнение) поставляемых партий нефти.

По каждому из видов н/п узлами ТТС являются:

- Узлы-истоки – пункты выработки (НПЗ) или покупки н/п.
- Целевые узлы – терминалы, с которых осуществляется продажа п/п.
- Промежуточные узлы (нефтебазы), в которых может осуществляться перевалка н/п с одного вида транспорта на другой, временное складирование н/п, разукрупнение поставляемых партий н/п.

Дугами ТПС являются: нефте- и продуктопроводы, автодороги, железные дороги, речные перевозки и др.

Данная задача принадлежит к классу многопродуктовых динамических комбинаторных задач потокораспределения на сетях. Для ее описания сформулирована система экономико-математических моделей и разработан набор алгоритмов, основанных на совокупности методов дискретной оптимизации и решении задачи потокораспределения в транспортной сети.

Перечислим основные модели, применяемые для описания задач.

- Модель поставки сырья от нефтяных месторождений к пунктам переработки (НПЗ).
- Модель переработки сырья в фиксированный набор нефтепродуктов. Эта модель обуславливает дискретность исходной задачи за счет необходимости выбора из множества возможных технологических процессов того, который дает наибольшую прибыль в данный момент времени.
- Модель транспортировки нефти и нефтепродуктов.
- Модель емкости и взаимосвязи периодов.

Для решения задачи разработан ряд алгоритмов дезагрегирования и агрегирования задачи, формирования «виртуальной сети», решения задачи потокораспределения с учетом потерь, направленного перебора технологических процессов и ряд других алгоритмов.

Эти алгоритмы реализованы в Системе планирования производства, хранения, транспортировки и распределения нефтепродуктов, которая использовалась при решении конкретных задач, таких как задача оптимизации транспортной сети нефтепродуктообеспечения Вьетнама, оптимизации системы производства, хранения и распределения продукции крупной нефтяной компании и в ряде других задач.

Двухшаговый экстраградиентный метод решения вариационных неравенств со связанными ограничениями*

А.В. Зыкина, Н.В. Меленьчук

Омский государственный технический университет

Вариационное неравенство со связанными ограничениями:
найти вектор $v^* \in \Omega$ такой, что

$$(F(v^*), w - v^*) \geq 0 \quad \forall w \in \Omega, \quad g(v^*, w) \leq 0, \quad (1)$$

где $F(v): R^n \rightarrow R^n$, $g(v, w): R^n \times R^n \rightarrow R^m$, $\Omega \subset R^n$ будем рассматривать как задачу отыскания седловой точки функции Лагранжа $L(v^*, w, p) = (F(v^*), w - v^*) + (p, g(v^*, w)) \quad \forall w \in \Omega_0, \quad \forall p \geq 0$, где v^* – решение задачи (1), а w и p – прямые и двойственные переменные, $\Omega_0 = \{w \in \Omega | g(v^*, w) \leq 0\}$.

Для решения задачи (1) предлагается итеративная схема, использующая идею двухшагового экстраградиентного метода [1] решения седловых задач как по прямым так и по двойственным переменным:

$$\begin{aligned} \bar{p}^n &= (p^n + \alpha_n g(v^n, v^n))^T, \\ \bar{v}^n &= P_{\Omega} (v^n - \alpha_n (F(v^n) + \nabla_w^T g(v^n, v^n) \bar{p}^n)), \\ \bar{p}^n &= (\bar{p}^n + \alpha_n g(\bar{v}^n, \bar{v}^n))^T, \\ \bar{v}^n &= P_{\Omega} (\bar{v}^n - \alpha_n (F(\bar{v}^n) + \nabla_w^T g(\bar{v}^n, \bar{v}^n) \bar{p}^n)), \\ p^{n+1} &= (p^n + \alpha_n g(\bar{v}^n, \bar{v}^n))^T, \\ v^{n+1} &= P_{\Omega} (v^n - \alpha_n (F(\bar{v}^n) + \nabla_w^T g(\bar{v}^n, \bar{v}^n) \bar{p}^n)). \end{aligned} \quad (2)$$

Сходимость итерационного процесса (2) доказана в теореме 1.

Теорема 1. Пусть выполняются условия:

- 1) Ω – замкнутое, выпуклое множество;
- 2) множество решений задачи (1) на Ω не пусто;
- 3) оператор $F(v)$ – монотонный, удовлетворяющий условию Липшица с константой $|F|$;
- 4) вектор-функция $g(v, w)$ симметричная, удовлетворяющая условию Липшица с константой $|g|$, дифференцируемая и выпуклая по w для любого v , сужение $g(v, w)|_{v=w}$ на диагонали квадрата – выпуклая функция;

* Работа поддержана аналитической ведомственной целевой программой «Развитие научного потенциала высшей школы», код проекта 2.1.1/2763

- 5) вектор-функция $\nabla_w^T g(v, w)$ удовлетворяет условию Липшица с константой $|\nabla|$;
 6) $\|p^n\| \leq C$ для всех n ;
 7) параметр α_n выбирается из условия:

$$0 < \varepsilon \leq \alpha_n < 1 / \sqrt{2(|F|^2 + |C|^2|\nabla|^2) + \frac{2}{3}|g|^2}, \quad \varepsilon > 0.$$

Тогда последовательность v^n , определяемая рекуррентными соотношениями (2), сходится монотонно по норме к одному из решений задачи (1).

Следует отметить, что условия сходимости в теореме 1 такие же, как и в стандартных экстраполяционных методах [2], более того, каждая итерация предложенного двухшагового метода в полтора раза больше по вычислениям в сравнении со стандартными. Однако два пробных шага вместо одного дают на каждой итерации более точное направление движения из исходной точки, что в несколько раз уменьшает количество итераций предложенного нового метода.

Литература

1. Меленьчук Н.В. Двухшаговый экстраградиентный метод для решения седловых задач // Омский научный вестник. Серия «Приборы, машины, технологии» – 2009. – №3(83). – С. 33-36.
2. Корпелевич Г.М. Экстраградиентный метод для отыскания седловых точек и других задач// Экономика и математические методы. - 1976. - Т. 12. - №4. - С. 747-756.

Полугладкие ньютоновские методы для задач оптимизации с комплементарными ограничениями*

А.Ф. Измаилов¹, А.Л. Погосян¹, М.В. Солодов²

¹ *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

² *Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, Brazil*

Задачи оптимизации с комплементарными ограничениями (ЗОКО) – важный класс задач, привлекающий в настоящее время

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 10-01-00251).

большое внимание специалистов. Многочисленные примеры возникновения таких задач в приложениях можно найти в [1] и цитированной там литературе. ЗОКО трудны для анализа и численного решения из-за неизбежной нерегулярности их ограничений в любой точке допустимого множества.

Методы, излагаемые в данной работе, основаны на специальной переформулировке ЗОКО, впервые предложенной в [2]. Путем введения дополнительной переменной исходная задача сводится к задаче оптимизации с гладкими ограничениями-равенствами. В [2] использовалась переформулировка, обеспечивающая гладкость системы Лагранжа такой задачи. К сожалению, платой за эту гладкость является то, что при нарушении весьма обременительного условия строгой дополнительной нижнего уровня матрица Якоби этой системы в решении неизбежно оказывается вырожденной. Данная работа использует переформулировку, которая приводит к негладкой системе Лагранжа. Однако, эта негладкость имеет весьма структурированный характер и допускает эффективное применение аппарата современного негладкого анализа и обобщенных версий метода Ньютона. В частности, обобщенные матрицы Якоби такой системы в естественных предположениях являются невырожденными. В сочетании со свойством полугладкости этой системы, указанное свойство гарантирует локальную сверхлинейную сходимость полугладкого метода Ньютона. Более того, квадрат невязки системы Лагранжа при этом оказывается гладкой функцией, что позволяет естественным образом глобализовать сходимость данного алгоритма, организовав на его основе метод спуска для указанной гладкой оценочной функции. Однако, с практической точки зрения, более перспективной представляется глобализация сходимости с использованием негладких точных штрафных функций на основе полугладкого метода последовательного квадратичного программирования, который также изучается в работе.

Приводимые численные результаты для задач из тестовой коллекции MacMPEC [3] позволяют оценить сильные и слабые стороны предлагаемых алгоритмов. В целом, эти результаты показывают, что предложенный подход является весьма многообещающим.

Литература

1. Luo Z.-Q., Pang J.-S., Ralph D. Mathematical programs with equilibrium constraints. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996.

2. Stein O. Lifting mathematical programs with complementarity constraints // AOR-Preprint 2008. No. 3. University of Karlsruhe.

3. <http://wiki.mcs.anl.gov/leyffer/index.php/MacMPEC>

Поиск гарантированного решения одного класса задач двухуровневого программирования

А.В. Малышев

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

В последнее время популярным объектом в исследовании операций являются задачи с иерархической структурой, которые нередко возникают на практике при исследовании сложноорганизованных систем управления (социальных, экономических, эколого-экономических) [1]. В данной работе рассматривается задача поиска гарантированного решения квадратично-линейной двухуровневой задачи:

$$\left. \begin{array}{l} \sup_y \{F(x, y) \mid y \in Y_*(x)\} \downarrow \min_x, \\ x \in X, Y_*(x) = \underset{y}{\text{Arg min}} \{G(y) \mid y \in Y(x)\}, \end{array} \right\} \quad (BP)$$

$$\text{где } F(x, y) = \frac{1}{2} \langle x, Cx \rangle + \langle c, x \rangle - \frac{1}{2} \langle y, C_1 y \rangle + \langle c_1, y \rangle,$$

$$G(y) = \langle d, y \rangle,$$

$$X = \{x \in R^m \mid Ax \leq a, x \geq 0\}, Y(x) = \{y \in R^n \mid A_1 x + B_1 y \leq b, y \geq 0\},$$

$$A \in R^{p \times m}, A_1 \in R^{q \times m}, B_1 \in R^{q \times n}, C = C^T \geq 0, C_1 = C_1^T \geq 0.$$

Также рассматривается задача поиска оптимистического решения следующей двухуровневой задачи:

$$\left. \begin{array}{l} F(x, y) \downarrow \min_{x, y}, \\ x \in X, y \in \underset{y}{\text{Arg min}} \{G(y) - \nu F(x, y) \mid y \in Y(x)\}, \end{array} \right\} \quad (BP_\nu(\nu))$$

где $\nu > 0$ – штрафной параметр.

Предположим, что множество X ограничено и множество $Y(x)$ ограничено при $\forall x \in X$, так что $\exists Y: Y(x) \subseteq Y \forall x \in X, Y$ – компакт. Следующая теорема развивает соответствующее утверждение из [2].

Теорема. Пусть выполнены предположения об ограниченности $X, Y(x)$ и последовательности $\{\nu_k\}, \{\tau_k\}$ таковы, что

$v_k \downarrow 0, \tau_k \downarrow 0$. Тогда любая предельная точка последовательности $\{(x^k, y^k)\}$ τ_k -решений задач $(BP_o(v_k))$ является гарантированным решением задачи (BP) .

Далее задача $(BP_o(v))$ при фиксированном значении параметра v сводится к семейству одноуровневых задач оптимизации:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x, y, v) = \frac{1}{2} \langle x, Cx \rangle + \langle c, x \rangle - \frac{1}{2} \langle y, C_1 y \rangle + \langle c_1, y \rangle + \\ + \mu (\langle d - v c_1, y \rangle + v \langle y, C_1 y \rangle + \langle b - A_1 x, v \rangle) \downarrow \min_{x, y, v}, \\ (x, y, v) \in D, \end{aligned} \right\} (P(\mu, v))$$

где $D = \{(x, y, v) \mid x \in X, y \in Y(x), d - v c_1 + v C_1 y + v B_1 \geq 0, v \geq 0\}$, $\mu > 0$ – параметр штрафа.

Для решения задачи $(P(\mu, v))$ используется стратегия глобального поиска в задачах d.c. программирования, основанная на условиях глобальной оптимальности [3]. Основными этапами этой стратегии являются: локальный поиск, приводящий в критическую точку, и процедуры выхода из текущей критической точки. Разработаны два варианта алгоритма локального поиска, развивающих идею последовательной минимизации по группам переменных [4,5] на случай связанных переменных.

Тестирование первых вариантов программ локального и глобального поиска продемонстрировало эффективность предложенного метода численного решения задачи (BP) .

Литература

1. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976.
2. Молодцов Д.А. О решении одного класса неантагонистических игр // ЖВМ и МФ, 1976, Т. 16, № 6. С.1469-1484.
3. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. – Новосибирск: Наука, 2003.
4. Стрекаловский А.С., Орлов А.В. Биматричные игры и билинейное программирование. – М.: Физматлит, 2007.
5. Стрекаловский А.С., Орлов А.В., Малышев А.В. Локальный поиск в квадратично-линейной задаче двухуровневого программирования // СибЖВМ, 2010. Т.13, №1. С.75-88.

Методика аналитического конструирования оптимального регулятора в оптимизационных задачах теории виброзащиты*

А.Д. Мижидон

Восточно-Сибирский государственный технологический университет

Теория оптимального управления в настоящее время получила интенсивное развитие, охватив при этом широкий круг проблем прикладного характера. К числу таких проблем относится проблема аналитического конструирования оптимальных регуляторов, поставленная А.М. Летовым. Большинство разработанных в настоящее время методов аналитического конструирования охватывают главным образом задачи управления, в которых отсутствуют внешние возмущения или предусматривается действие частных видов возмущений.

В данной работе развивается подход к синтезу виброзащитных систем, основанный на методике аналитического конструирования оптимальных регуляторов. При этом в качестве оптимизируемого критерия выбирается в случае детерминированных возмущений функционал

$$J(u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x'Qx + u'Ru) dt, \quad (1)$$

а в случае стохастических возмущений функционал

$$J(u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} M \left\{ \int_0^T (x'Qx + u'Ru) dt \right\}, \quad (2)$$

где Q - неотрицательно определенная постоянная $n \times n$ - матрица; R - положительно определенная постоянная $r \times r$ -матрица; $M\{\cdot\}$ - математическое ожидание.

Обсуждаются вопросы выбора матриц Q и R обеспечивающих выполнение следующих требований:

1) минимизация функционала соответствует уменьшению максимальных относительных смещений объекта виброзащиты;

* Работа выполнена при поддержке аналитической ведомственной целевой программы Министерства образования и науки Российской Федерации «Развитие научного потенциала высшей школы» (2009-2010 годы), регистрационный номер: 2.1.1/1533.

2) условие минимума функционала обеспечивает снижение динамических воздействий, передаваемых с основания на объект, до заданного уровня.

Рассматриваемый подход к синтезу виброзащитных систем основан на обобщениях методики аналитического конструирования оптимального регулятора на случай постоянно действующих внешних возмущений как детерминированных [1], так и для стохастических [2]. При этом задача синтеза виброзащитной системы формулируется как вспомогательная задача аналитического конструирования оптимального регулятора в случае детерминированных возмущений с критерием (1), или в случае стохастических возмущений с критерием (2).

В работе [3] предложен подход к нахождению оценки снизу оптимального значения критерия качества в задаче оптимального управления о предельных возможностях пространственной виброзащитной системы. Для рассмотренной задачи оптимального управления [3] в докладе на основе обобщений аналитического конструирования оптимальных регуляторов предлагается методика нахождения оценки сверху оптимального значения критерия качества.

Рассмотрены решения ряда модельных примеров.

Литература

1. Мижидон А.Д. Аналитический синтез оптимального управления при постоянно действующих возмущениях. //Роботы и робототехнические системы. Иркутск, 1981. – С.108-111
2. Мижидон А.Д. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов при постоянно действующих стохастических возмущениях в приложении к синтезу виброзащитных систем. //Автоматика и телемеханика. 2008. №4. С.81-93
3. Мижидон А.Д. Об оценке предельных возможностей виброзащитных систем. // Автоматика и телемеханика. 2009. №4. С.149-162

Статистический подход к построению поисковых процедур оптимизации параметров сложных объектов

В.В. Михайлов, В.М. Умывакин, А.В. Швец

Военный авиационный инженерный университет, Воронеж

Предполагается, что задача оптимизации параметров сложного объекта сведена к поиску минимума некоторой целевой

функции многих переменных:

$$f_0(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min.$$

Данная функция может быть многоэкстремальной, негладкой, иметь «овраги» и т.д. Кроме того, по заданной точке (варианту объекта) x^i возможно только вычисление значений функции $f_0(x^i)$, т.е. целевая функция задана алгоритмически. В такой нестандартной ситуации необходимо использовать поисковые процедуры, в которых нет предсказания поведения целевой функции с помощью ее дифференциальных характеристик.

При исследовании поведения целевой функции с помощью некоторого алгоритма поиска могут быть измерены лишь переменные x_1, x_2, \dots, x_n . Предполагается, что значения этих переменных, а, значит, и значения самой функции $f_0(x)$ в процессе поиска (генерирования статистической информации) определяются действием скрытых существенных факторов.

Для определения скрытых факторов, которые являются случайными величинами, применяются различные методы анализа данных, в частности метод главных компонент. В этих методах в качестве исходной информации используются матрицы статистических связей (например, матрицы коэффициентов ковариации) между переменными. Отметим, что влияние фактора - первой главной компоненты, соответствующей направлению наибольшей вытянутости линий уровня целевой функции, неодинаково сказывается на группах существенных и несущественных переменных.

В настоящее время на практике широко применяются алгоритмы, реализующие различные модификации метода покоординатного спуска и устойчивые к ошибкам вычислений.

Эти алгоритмы эффективнее градиентных процедур в ситуации, когда линии уровня целевой функции сильно вытянуты, но расположены вдоль координатных осей. Однако работоспособность процедур покоординатной оптимизации резко снижается в овражных ситуациях (при наличии статистических связей между переменными).

Для повышения эффективности метода покоординатного спуска используется замена переменных (переход к новым переменным z_1, z_2, \dots, z_n), исправляющая линии уровня целевой функции. В новых переменных она уже не является овражной.

Предлагаемый статистический (адаптивный) подход к поиску оптимальных параметров сложных объектов базируется на построении матрицы B замены переменных $x=Bz$ в результате обра-

ботки текущей информации, снимаемой с траектории спуска типового алгоритма покоординатной оптимизации (возможно, неэффективно работающего). Таким образом, генерируемая в процессе поиска информация носит статистический характер. Причем, точки, лежащие на траектории спуска, осциллируют вдоль направления наибольшей вытянутости линий уровня целевой функции. Можно показать, что в этом случае совпадают собственные векторы (в порядке убывания соответствующих им собственных значений) ковариационной матрицы H и обратной матрицы вторых частных производных квадратичной аппроксимации целевой функции G_i^{-1} . Поэтому с точки зрения выявления перспективных направлений поиска можно заменить матрицу G_i^{-1} статистической оценкой ковариационной матрицей H , а формирование матрицы замены переменных B осуществлять в рамках метода главных компонент.

Проведение компьютерных экспериментов показывает, что предлагаемая вычислительная схема алгоритмов покоординатной оптимизации может рассматриваться как адаптивное расширение процедур параметрического синтеза сложных объектов.

Глобальный поиск оптимистических решений в задачах двухуровневого программирования

А.В. Орлов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Задачи, которые возникают в рамках исследования экономических, экологических и финансовых систем, обладающих, как правило, иерархической структурой [1],[2], могут быть представлены в виде иерархических игр (игр с фиксированной последовательностью ходов) [3] или, например, задач двухуровневого программирования [4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} F(x,y) \downarrow \text{"min"}, \quad (x,y) \in D, \\ y \in Y_*(x) = \text{Arg min}_y \{f(x,y) \mid (x,y) \in D_1\}. \end{array} \right. \quad (P)$$

Сложность при изучении двухуровневых задач возникает уже на стадии определения понятия решения. Наиболее известны оптимистический и пессимистический (гарантированный) подходы к решению [3], [4]. В первом случае предполагается, что инте-

ресы верхнего уровня могут быть согласованы с действиями нижнего уровня. Во втором – верхний уровень вынужден действовать независимо, что значительно усложняет поставленную задачу.

Поскольку разработка численных методов решения задач двухуровневого программирования в общей постановке представляется на данном этапе практически безнадежной задачей, естественно пойти по пути построения численных методов для отдельных классов двухуровневых задач с использованием их специфики.

В настоящее время неизвестны эффективные численные методы поиска даже оптимистических решений в простейших задачах двухуровневого программирования большой размерности, поэтому разработка новых подходов к решению этой проблемы является актуальной задачей исследования операций [4].

В работе предлагается новый подход к разработке численных методов поиска оптимистических решений для ряда классов двухуровневых задач, базирующийся, с одной стороны, на возможности эквивалентного представления задачи двухуровневого программирования в виде невыпуклой задачи оптимизации [4] путем замены задачи нижнего уровня ее условиями оптимальности типа Каруша-Куна-Таккера. С другой – на теории глобальности поиска, разработанной в [5] для ряда невыпуклых задач математического программирования, которая позволяет строить эффективные численные методы для отыскания в них глобальных решений.

С этой точки зрения в работе исследуются линейно-линейные (с линейными целевыми функциями на обоих уровнях) [6], квадратично-линейные [7], квадратично-квадратичные и d.c.-квадратичные двухуровневые задачи [8] (целевая функция верхнего уровня последних представима в виде разности двух выпуклых функций).

Литература

1. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1975.
2. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. – М.: Радио и связь, 1982.
3. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. – М.:Наука, 1976.
4. Dempe S. Foundations of Bilevel Programming. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
5. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. – Ново-

сибирск: Наука, 2003.

6. Орлов А.В. Алгоритмы локального и глобального поиска в линейных двухуровневых задачах // Труды XIV Байкальской международной школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения». (2 июля-8 июля 2008 г., Иркутск, Байкал), Том 1. Математическое программирование. Иркутск, 2008, с.586-595.

7. Стрекаловский А.С., Орлов А.В., Малышев А.В. Численное решение одного класса задач двухуровневого программирования // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2010. – Т.13, №2. – С. 201-212.

8. Орлов А.В. Алгоритмы локального и глобального поиска в нелинейных двухуровневых задачах // Труды Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Информатика, 9, Новосибирск, 2009. – С. 183-189.

Один подход к решению двухуровневой квадратично-линейной задачи

Е.Г. Петрова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

В работе рассматривается актуальная задача исследования операций – задача двухуровневого программирования, используемая, например, при моделировании иерархических систем управления (центр – регионы, корпорация – филиалы и т.п.) [1,2] в оптимистической постановке [3]:

$$\left. \begin{aligned} F(x, y) &= \frac{1}{2} \langle x, Cx \rangle + \langle c, x \rangle + \frac{1}{2} \langle y, C_1 y \rangle + \langle c_1, y \rangle \downarrow \min_{x, y}, \\ (x, y) &\in X = \{R^m \times R^n \mid Ax \leq a\}, \\ y &\in Y_*(x) = \operatorname{Arg} \min_y \{ \langle d, y \rangle \mid y \in Y(x) \}, \\ Y(x) &= \{y \in R^n \mid A_1 x + B_1 y \leq b\}, \end{aligned} \right\} (BP)$$

где $A \in R^{p \times m}$, $A_1 \in R^{q \times m}$, $B_1 \in R^{q \times n}$, $C \in R^{m \times m}$, $C_1 \in R^{n \times n}$, $c \in R^m$, $c_1, d \in R^n$, $a \in R^p$, $b \in R^q$, при этом $C = C^T \geq 0$, $C_1 = C_1^T \geq 0$.

Отметим, что целевая функция верхнего уровня $F(x, y)$ является выпуклой квадратичной, с разделенными переменными. Целевая функция нижнего уровня является линейной.

Используя условия Каруша-Куна-Таккера для задачи нижнего уровня в (BP), можно получить следующую равносильную

(BP) задачу:

$$\left. \begin{array}{l} F(x, y) \downarrow \min_{x, y, v}, \\ Ax \leq b, \quad A_1x + B_1y \leq b, \quad d + vB_1 \geq 0, \\ \Phi(x, y, v) = \langle d, y \rangle - \langle A_1x - b, v \rangle = 0, \quad v \geq 0. \end{array} \right\} \quad (P)$$

Отметим, что наличие билинейного ограничения-неравенства $\Phi(x, y, v) = 0$, порождает невыпуклость в задаче (P).

Таким образом, поиск оптимистического решения исходной квадратично-линейной двухуровневой задачи эквивалентен решению невыпуклой задачи оптимизации. Одним из стандартных подходов к решению задачи (P) является применение метода штрафов [1,2]. В этом случае невыпуклость из ограничения задачи переходит в целевую функцию и появляется дополнительный штрафной параметр.

В данной работе предлагается решать задачу (P) напрямую, используя теорию глобального поиска для задач с д.с. ограничением [3], поскольку функцию Φ , задающую билинейное ограничение можно представить в виде разности двух выпуклых функций: $\Phi(x, y, v) = h(x, y, v) - g(x, v)$. Подобный подход уже был успешно применен ранее для линейно-линейных задач двухуровневого программирования [4].

Основными этапами предлагаемой стратегии глобального поиска [3] являются локальный поиск (построение критической точки в задаче (P)) и процедура глобального поиска, позволяющая выйти из текущей критической точки.

Литература

1. Dempe S. Foundations of bilevel programming. – Dordrecht/ Boston/ London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
2. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем.. – М.: Наука, 1975.
3. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. – М.: Радио и связь, 1982.
4. Стрекаловский А.С., Орлов А.В., Малышев А.В. Локальный поиск в квадратично-линейной задаче двухуровневого программирования // СибЖВМ. 2010. Т.13, №1, с. 75-88.
5. Стрекаловский А.С., Орлов А.В., Малышев А.В. Численное решение одного класса задач двухуровневого программирования // СибЖВМ. 2010. Т.13, №2, с. 201-212.
6. Стрекаловский А.С. Минимизирующие последовательности в задачах с

д.с. ограничениями // ЖВМ и МФ. 2005. Т. 45, № 3, с. 435-447.

7. Петрова Е.Г., Груздева Т.В. Линейные двухуровневые задачи как задачи оптимизации с невыпуклым ограничением // Труды XIV Байкальской международной школы-семинара. Том 1. - Иркутск: Изд-во ИСЭМ СО РАН, 2008. с. 596-601.

Метод решения негладких монотонных равновесных задач

О.В. Пинягина

*Казанский государственный университет,
факультет вычислительной математики и кибернетики*

Рассматривается негладкая равновесная задача вида: найти точку $u^* \in U$ такую, что

$$h(u^*, u) + f(u) - f(u^*) \geq 0 \quad \forall u \in U, \quad (1)$$

где U – непустое, замкнутое и выпуклое множество в вещественном пространстве R^n , $h: R^n \times R^n \rightarrow R$ – дифференцируемая монотонная равновесная функция, $h(u, \cdot)$ выпукла для всех $u \in R^n$, $f: R^n \rightarrow R$ – выпуклая, но необязательно дифференцируемая функция.

Для решения задачи (1) предлагается комбинированный метод регуляризации и спуска по интервальной (оценочной) функции. В предложенном методе и для построения регуляризованных задач, и для конструирования интервальной функции используется *одна и та же* вспомогательная функция (см. [1]).

Выберем вспомогательную дифференцируемую *равномерно выпуклую* функцию $\varphi: R^n \times R^n \rightarrow R$ и построим модифицированную равновесную задачу: найти точку $\forall u_\varepsilon \in U$ такую, что

$$h(u_\varepsilon, u) + \varepsilon \langle \nabla \varphi(u_\varepsilon, u - u_\varepsilon) \rangle + f(u) - f(u_\varepsilon) \geq 0 \quad \forall u \in U \quad (2)$$

где $\varepsilon > 0$ – параметр регуляризации. Если множество решений задачи (1) непусто, то последовательность $\{u_\varepsilon\}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ сходится к решению задачи (1).

Метод решения задачи (1) имеет следующую двухуровневую схему. Выберем последовательность $\{\varepsilon_l\} \rightarrow 0$ при $l \rightarrow \infty$ и точку $\forall z^0 \in U$. Для любого $l = 1, 2, \dots, K$ полагаем $u^0 = z^{l-1}$ и решаем задачу

(2) при $\varepsilon = \varepsilon_l$ с точностью, зависящей от ε . Обозначим точку, в которой достигнута эта точность, через z^l . Тогда последовательность $\{z^l\}$ сходится к решению задачи (1).

При этом для решения регуляризованной задачи (2) применяется метод спуска по интервальной (оценочной) функции μ_ε , которая определена следующим образом:

$$\mu_\varepsilon(u) = \sup_{v \in U} L_\varepsilon(u, v),$$

где

$$L_\varepsilon(u, v) = -h(u, v) - f(v) + f(u) - \varepsilon [\varphi(v) - \varphi(u)].$$

Литература

1. Коннов, И.В. Приближенные методы для прямо-двойственных вариационных неравенств смешанного типа // Изв. вузов. Математика. – 2000. – № 12. – С. 55-65.

Детерминированный хаос, порожденный алгоритмами локальной оптимизации

В.Е. Подобедов

*Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова*

Многие алгоритмы глобальной оптимизации сочетают глобальное исследование области определения целевой функции с рядом локальных оптимизационных поисков: например, в алгоритмах мультистарта точки глобального покрытия используются как начальные точки для алгоритмов локальной оптимизации. Многочисленные локальные поиски, однако, часто дублируют друг друга, стартуя из разных точек, но сходясь к одному и тому же локальному оптимуму. Таких дублирований может быть немало, поэтому количество локальных поисков должно быть минимизировано. Для этой цели часто используются специальные методы кластеризации, создающие кластеры потенциальных начальных точек для локальных поисков. Процесс формирования таких кластеров может быть основан, например, на расстояниях между точками: точки внутри одного кластера «близки» друг к другу, а разные кластеры «далеки» друг от друга. Фактически, кластеры используются здесь для моделирования некоторых реальных сущно-

стей, именно областей притяжения локальных оптимумов.

Определение. Область притяжения (ОП) локального оптимума x есть множество точек, таких, что локальный поиск, стартовый из любой из этих точек, сходится к x .

Будучи моделями ОП, кластеры используются вместо них в алгоритмах глобальной оптимизации. Поскольку только один локальный поиск должен быть в идеале выполнен для одной ОП, то желательно запускать только один локальный поиск из каждого кластера. В общем случае, если новая точка добавляется к кластеру, для которого локальный поиск уже выполнялся для некоторых его точек, то нет необходимости в запуске локального поиска из этой точки.

Тем не менее, понятия кластера и ОП не являются эквивалентными и взаимозаменяемыми. В общем случае, ОП могут иметь очень сложную форму, при этом бывает трудно и даже невозможно получить какую-либо близкую аппроксимацию к ОП с помощью кластеризационных подходов. Как следствие, в подобных случаях не может быть большого смысла в проведении кластеризации.

В данной работе рассматриваются ситуации детерминированного хаоса, порождаемого алгоритмами локальной оптимизации. Предлагается семейство тестовых функций, позволяющее получать наборы функций с фиксированным количеством локальных оптимумов. Разработано программное обеспечение для генерации тестовых функций из этого семейства, многократного запуска того или иного метода локальной оптимизации из различных начальных точек и визуализации полученных областей притяжения. Демонстрируется явление детерминированного хаоса для соответствующих ОП.

Проведенные эксперименты обнаруживают следующие свойства ОП: 1) в общем случае, ОП не являются ни выпуклыми, ни даже связными множествами; 2) точки разных ОП могут чередоваться, формируя картину детерминированного хаоса; 3) размер ОП (ее диаметр или мера Лебега) не отражает значимости соответствующего локального оптимума (в частности, глобальный оптимум не обязательно имеет наибольшую ОП); 4) формы и размеры ОП зависят от алгоритма локальной оптимизации; 5) ОП зависят скорее от расстояния между локальными оптимумами, нежели от значений этих оптимумов; 6) кластеризация, основывающаяся на расстоянии между точками, не является адекватным методом для

формирования ОП; 7) концепция ОП может быть непродуктивной и неэффективной даже для простых алгоритмов локальной оптимизации, таких как метод приближительного градиента и симплексный метод Нелдера-Мида.

Таким образом, алгоритмы локальной оптимизации следует проверять на хаотический характер генерируемых ими ОП локальных оптимумов. Регулярность ОП должна быть специальной характеристикой таких алгоритмов.

О решении невыпуклых задач оптимизации

А.С. Стрекаловский

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Рассматриваются задачи оптимизации стандартного вида:

$$\left. \begin{aligned} f_0(x) \downarrow \min, x \in S \subset R^n, \\ f_i(x) \leq 0, i = 1, \mathbf{K}, m, \end{aligned} \right\} \quad (P)$$

где функции f_i представимы в виде разности двух выпуклых функций

$$f_i(x) = g_i(x) - h_i(x), i = 0, \mathbf{K}, m.$$

Как известно [4,7], класс $DC(R^n)$ таких (d.c.) функций является достаточно широким. Например, дважды непрерывно дифференцируемая функция является d.c. функцией, и любой степенной полином также принадлежит этому классу. Как следствие, любая непрерывная функция на заданном компакте может быть приближена с любой точностью некоторой d.c. функцией. Поэтому любая задача вида (P) с непрерывными $F_i, i = 0, \mathbf{K}, m$, может быть аппроксимирована некоторой задачей вида (P) с d.c. функциями $f_i, i = 0, \mathbf{K}, m$. Известно [4,5,6,7], что задача d.c. оптимизации (P) может обладать большим количеством локальных решений и критических точек Каруша-Куна-Таккера (ККТ), весьма далеких от искомого глобального решения, которое и интересует практиков. Прямое применение классических методов выпуклой оптимизации в зависимости от стартового приближения чаще всего не приводит к успеху – отысканию именно глобального минимума в (P) [1,2,3].

Как следствие, в «глобальной» оптимизации [7] считается общим местом отторжение и невозможность применения класси-

ческих методов оптимизации в задачах, скажем, типа (P) . В то же время, разработка методов решения задач невыпуклой оптимизации характеризуется доминированием схем ветвей и границ, отсечений и т.п., страдающих, как известно, «проклятием размерности», когда объем вычислений растет экспоненциально по отношению к размерности задачи.

В работе разрабатывается другой подход, представляющий собой комбинацию двух процедур [4]:

- a) специальных методов локального поиска (СМЛП);
- b) процедур выхода из критических точек, основанных на условиях глобальной оптимальности (УГО).

Отметим, что внутри методов локального поиска используются методы выпуклой оптимизации, что открывает возможность для использования таких пакетов программ как CPLEX, Xpress, IGOPT и др.

Процедуры выхода из критических точек, основанных на УГО [4], доказали свою эффективность на широком поле задач, имеющих прикладное значение, от дискретных задач, сводимых к непрерывным, таких как задача о максимальной клике, до биматричных игр, являющимися невыпуклыми структурами [5]. Так же были исследованы иерархические задачи оптимизации, в которых удалось численно отыскать глобальное решение как в оптимистическом смысле [6], так и в гарантированном. В последнее время начаты исследования динамических экстремальных задач с d.c. структурами.

Литература

1. Васильев Ф. П. Численные методы исследования экстремальных задач. – М.: Наука, 1988г.
2. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. – М.: Наука, 1982.
3. Измаилов А. Ф., Солодов М. В. Численные методы оптимизации. – М.: Физматлит, 2008.
4. Стрекаловский А. С. Элементы невыпуклой оптимизации. – Новосибирск: Наука, 2003г.
5. Стрекаловский А. С., Орлов А. В. Биматричные игры и билинейное программирование. – М.: Физматлит, 2007 г.
6. Стрекаловский А.С., Орлов А.В., Малышев А.В. Локальный поиск в квадратично-линейной задаче двухуровневого программирования // СибЖВМ. 2010. Т.13, №1, с. 75-88.
7. Horst R., Tuy H. Global Optimization. Deterministic Approaches. Berlin: Springer-Verlag, 1993.

Глобальная минимизация произведения выпуклых функций

Н.Ю. Ульянова, О.В. Хамисов

Иркутский государственный университет

В докладе исследуется следующая задача математического программирования:

$$f(x) \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$x \in X \subset \mathbf{R}^n, \quad (2)$$

где

$$f(x) = f_1(x)f_2(x)\dots f_k(x), \quad (3)$$

$$X = \{x \in \mathbf{R}^n : Ax \leq b\}, \quad (4)$$

$f_i(x)$ – выпуклые непрерывно дифференцируемые функции, множество X ограничено.

Рассматриваемая задача в общем случае является многоэкстремальной и имеет широкое практическое применение [1]. В [1] предложен ряд методов решения в предположении неотрицательности функций $f_i(x)$, $f_i(x) \geq 0$ при $x \in X$. В предлагаемом докладе данное предположение снимается.

Доклад состоит из двух частей. В первой части исследуются методы локального поиска в задаче (1)-(2), существенным образом использующие структуру целевой функции (3). Основу методов составляют метод сопряженных градиентов в сочетании с глобальной одномерной минимизацией. Обосновывается сходимость к стационарным точкам задачи (1)-(2), приводятся результаты численных экспериментов.

Вторая часть доклада посвящена нахождению глобального минимума задачи (1)-(2). Предлагается использовать метод ветвей и границ, в котором для получения оценок глобального минимума снизу используются нелинейные опорные функции. Приводятся правила построения опорных функций, исследуется сложность задачи минимизации на множестве (4), обосновывается сходимость к глобальному минимуму и приводятся результаты численного эксперимента.

Литература

1. Konno H. Multiplicative programming problems // Handbook of Global Optimization. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1995. P. 369-406.

Алгоритмы построения решёток кубов и их применение в дискретной оптимизации

Р.В. Хачатуров
ВЦ РАН

Рассматривается новый тип решёток – решётка кубов. Число вершин всех субкубов гиперкуба размерности N равно 3^N . Множество всех таких субкубов при соответствующем выборе для них операций объединения и пересечения образует решётку, названную решёткой кубов [1, 2]. Число узлов этой решётки равно $(3^N + 1)$. Описывается два алгоритма построения такой решётки.

Обозначим буквой K множество всех субкубов куба C^m . Обозначим через C , $C \in K$ любой элемент множества K . Элемент C размерности r , обозначим через C^r ($r = 0, 1, 2, \dots, m$). Каждый $C \in K$ описывается двумя подмножествами $\omega_1, \omega_2 \subset I$, где $\omega_1 \subset \omega_2$, $I = \{1, 2, \dots, m\}$, ω_1 – нижнее, ω_2 – верхнее, множества вершин куба C . Поэтому, для каждого конкретного куба можно определить $C = (\omega_1; \omega_2)$. Тогда куб $C^m = (\emptyset; \{1, 2, \dots, m\}) = (\emptyset; I)$. Количество вершин в кубе $C = (\omega_1; \omega_2)$ равно $2^{|\omega_2 \setminus \omega_1|}$, и количество всех субкубов равно $3^{|\omega_2 \setminus \omega_1|}$.

Для любых двух элементов решетки специальным образом водятся операции объединения (\vee) и пересечения (\wedge). Пусть $C_1 = (\omega_1^1; \omega_2^1)$, $C_2 = (\omega_1^2; \omega_2^2)$, $\omega_1^1 \subset \omega_2^1$; $\omega_1^2 \subset \omega_2^2$, тогда

$$C_1 \vee C_2 = C = (\omega_1^1 \cap \omega_1^2; \omega_2^1 \cup \omega_2^2),$$

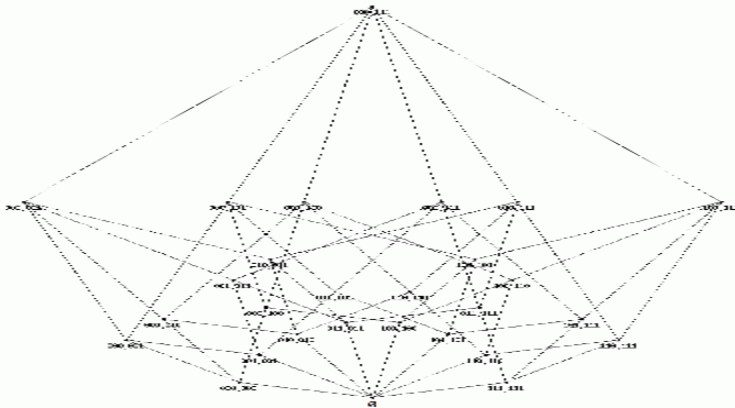
$$C_1 \wedge C_2 = \begin{cases} C(\omega_1^1 \cup \omega_1^2; \omega_2^1 \cap \omega_2^2), & \text{если } (\omega_1^1 \cup \omega_1^2) \subset (\omega_2^1 \cap \omega_2^2) \\ \emptyset, & \text{если } (\omega_1^1 \cup \omega_1^2) \not\subset (\omega_2^1 \cap \omega_2^2) \end{cases}$$

На всем множестве K выполняются 2 операции \vee и \wedge , поэтому, при этих условиях, K - решетка.

Эти операции позволяют ввести частичный порядок между элементами $C \in K$. Первый алгоритм построения всех вершин решетки кубов основан на последовательном получении их в со-

ответствии с частичным порядком. Такое построение вершин позволяет эффективно организовать процесс отбраковки неоптимальных решений в алгоритмах оптимизации.

Второй алгоритм заключается в том, что сначала фиксируется минимальное ω_1 , перебираются по порядку возрастания в двоичной системе исчисления все $\omega_2 \supset \omega_1$ от $\omega_2 = \omega_1$ до $\omega_2 = I$, и строятся соответствующие узлы решётки. Затем к множеству ω_1 добавляется единица в двоичной системе исчисления, и перебираются все $\omega_2 \supset \omega_1$ от $\omega_2 = \omega_1$ до $\omega_2 = I$. Это повторяется до тех пор, пока не станет $\omega_1 = I$. Таким образом, мы получаем все элементы решётки кубов, пройдя всего 2^m независимых путей, что позволяет существенно быстрее решать некоторые классы задач дискретной оптимизации. На рисунке изображена решетка кубов при $m=3$ с ребрами, полученными в результате работы двух алгоритмов.



Литература

1. Хачатуров В.Р., Хачатуров Р.В. Решётка кубов // Известия РАН. Теория и системы управления, 2008, № 1. С. 45-51.
2. Vladimir R. Khachaturov, Roman V. Khachaturov, Ruben R. Khachaturov. Supermodular programming on finite lattices. Communications on applied mathematics. Dorodnicyn computing centre of RAS, 2009. 60 p.

Экстраградиентный подход для решения задачи оптимального управления*

Е.В. Хорошилова, А.С. Антипин

МГУ, ВМК, ВЦ РАН

e-mail: khorelena@gmail.com, antipin@ccas.ru

Рассматривается задача оптимального управления со свободным правым концом на фиксированном промежутке времени. Требуется минимизировать терминальный квадратичный функционал

$$f(u) = \frac{1}{2} \langle x(T) - c, C(x(T) - c) \rangle \quad (1)$$

с симметричной положительно полуопределенной матрицей C на множестве достижимости $X(T)$, задаваемом линейными ограничениями

$$\dot{x}(t) = D(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(0) = 0, \quad t \in [0, T]$$

с непрерывными матричными функциями $D(t), B(t)$ и множеством допустимых управлений интервального типа

$$U = \left\{ u \in C_n^0[0, T]: u_j(t) \in [u_j^-, u_j^+], j = 1, \dots, n; t \in [0, T] \right\},$$

где $C_n^0[0, T]$ – линейное подпространство кусочно-непрерывных функций из $L_n^2[0, T]$. Траектории $x(t)$ принадлежат линейному подпространству $\hat{C}_n^1[0, T]$ ограниченных непрерывных кусочно-дифференцируемых функций из $L_n^2[0, T]$. Каждой точке минимума однозначно соответствует опорная плоскость. Пара – точка минимума и нормаль опорной плоскости – образует седловую точку функции Лагранжа:

$$\begin{aligned} & L((x(t), u(t)), \psi(t)) = \\ & = \frac{1}{2} \langle x(T) - c, C(x(T) - c) \rangle + \int_0^T \langle \psi(t), D(t)x(t) + B(t)u(t) - \dot{x}(t) \rangle dt \end{aligned}$$

для всех $x(t) \in \hat{C}_n^1[0, T]$, $u(t) \in U$, $\psi(t) \in \hat{C}_n^1[0, T]$.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-01-00388) и по Программе поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-4096.2010.1)

При естественных условиях регулярности задачи (1) седловая точка $(x^*(t), u^*(t), \psi^*(t))$ функции $L((x(t), u(t)), \psi(t))$, удовлетворяющая системе неравенств

$$L((x^*(t), u^*(t)), \psi^*(t)) \leq L((x(t), u(t)), \psi^*(t)) \leq L((x(t), u(t)), \psi^*(t))$$

для всех $x(t) \in \hat{C}_n^1[0, T]$, $u(t) \in U$, $\psi(t) \in \hat{C}_n^1[0, T]$, является решением исходной задачи оптимального управления. Линейность исходной задачи позволяет свести седловую систему неравенств к системе дифференциальных уравнений и одного вариационного неравенства:

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= D(t)x^*(t) + B(t)u^*(t), \quad x^*(0) = 0, \\ \dot{\psi}^*(t) &= -D^T(t)\psi^*(t), \quad \psi^*(T) = C^T(x^*(T) - c), \\ \int_0^T \langle B^T \psi^*(t), u(t) - u^*(t) \rangle dt &\geq 0, \quad u(t) \in U. \end{aligned}$$

Для решения полученной системы предлагается использовать экстраградиентный (экстрапроксимальный) подход [1] в форме:

1) *прогнозный полушаг*

$$\begin{aligned} \bar{\psi}^n(t) &= \psi^n(t) + \alpha \left(D(t)x^n(t) + B(t)u^n(t) - \frac{d}{dt}x^n(t) \right), \quad x(0) = 0, \\ \bar{x}^n(T) &= x^n(T) - \alpha \left(C^T(x^n(T) - c) - \bar{\psi}^n(T) \right), \\ \bar{x}^n(t) &= x^n(t) - \alpha \left(D^T(t)\psi^n(t) + \frac{d}{dt}\bar{\psi}^n(t) \right), \\ \bar{u}^n(t) &= \pi_U(u^n(t) - \alpha B^T(t)\psi^n(t)); \end{aligned}$$

2) *основной полушаг*

$$\begin{aligned} \psi^{n+1}(t) &= \psi^n(t) + \alpha \left(D(t)\bar{x}^n(t) + B(t)\bar{u}^n(t) - \frac{d}{dt}\bar{x}^n(t) \right), \\ x^{n+1}(T) &= x^n(T) - \alpha \left(C^T(\bar{x}^n(T) - c) - \bar{\psi}^n(T) \right), \\ x^{n+1}(t) &= x^n(t) - \alpha \left(D^T(t)\bar{\psi}^n(t) + \frac{d}{dt}\bar{\psi}^n(t) \right), \\ u^{n+1}(t) &= \pi_U(u^n(t) - \alpha B^T(t)\bar{\psi}^n(t)). \end{aligned}$$

Представленная итеративная система сходится к решению задачи: на множестве достижимости – по норме пространства; траектории сходятся равномерно, управления – в слабой топологии. Предложенный подход отличается тем, что на каждой итерации не

решаются диф. уравнения, а только вычисляются их невязки.

Литература

1. Антипин А.С. Равновесное программирование: методы градиентного типа // Автоматика и телемеханика. 1997. №8. 1337–1347.

Исследование хаотической динамики решений выпуклых вариационных задач.

С.В. Чуканов
ВЦ РАН, Москва

При $\delta > 0$ рассмотрим «простейшую» задачу вариационного исчисления (со свободным правым концом) следующего вида

$$\int_0^1 L(x(\tau), \delta(1-\tau)x'(\tau)) d\tau \rightarrow \inf, x(0) = \xi \in \mathbb{R}^n,$$

где функция L удовлетворяет стандартным условиям гладкости и дополнительным требованиям сильной выпуклости по паре своих (векторных) аргументов. Значение функции L и ее первых производных в нуле без ограничения общности можно считать нулевыми. Задача обладает единственной особенностью – нарушением усиленного условия Лежандра в точке $\tau = 0$. Это приводит к ряду технических трудностей. Перестают работать теоремы существования типа теоремы Тонелли. Отсутствие гарантий кусочной непрерывности оптимального решения делает некорректной стандартную схему вывода уравнения Эйлера. «Пропадают» условия трансверсальности на правом конце. Отметим, что даже в ситуации с квадратичной функцией L задача представляет нетривиальный предмет для исследования.

Сделав замену времени $\tau = (1 - \exp(-\delta t))$ ту же задачу и, соответственно, сходные проблемы можно увидеть в форме задачи минимизации «дисконтированного» интегрального функционала на полуоси $\int_{0,\xi}^{\infty} L(x, \dot{x}) e^{-\delta t} dt$. Такого рода постановки в несколько более сложной форме задач оптимального управления характерны для моделей оптимальной экономической динамики. В свое время асимптотические свойства траекторий таких моделей исследовались достаточно подробно. При малых значениях δ для разных классов моделей доказывалась сходимости оптимальных траекторий к «магистральной» – аналогу стационарного решения уравнения Эйлера вариационной задачи. Позднее была обнаружена возмож-

ность существования устойчивых периодических (Бенхабиб и Нишимура, 1982) и даже хаотических режимов (Болдрин и Монтруччио, 1986). Для моделей с дискретным временем были построены иллюстративные одномерные примеры «сложной» (в том числе хаотической) динамики. Для иллюстрации и анализа хаотической динамики в непрерывном времени необходимо изучать задачи как минимум с трех-, четырехмерным фазовым пространством. Одной из основных трудностей на этом пути является необходимость предварительного сведения вариационной задачи к динамической системе оптимального синтеза, то есть решения уравнения Беллмана. В настоящей работе использовался паллиативный подход построения и исследования достаточно богатого множества выпуклых вариационных задач с заранее известным решением уравнения Беллмана. В частности, детально исследовалось семейство задач с функцией L параметризованной двумя параметрами ϵ, δ . В этом случае динамические системы оптимального синтеза оказываются системами связанных осцилляторов Ван дер Поля. Параметр дисконтирования δ здесь играет роль интенсивности подкачки энергии, а ϵ характеризует силу связей взаимодействия. При нулевом значении ϵ осцилляторы не взаимодействуют и по мере увеличения подкачки энергии последовательно «возбуждаются», демонстрируя рождения устойчивых инвариантных торов в пространстве решений. Более сложный процесс деформации и разрушения инвариантных торов по мере усиления связей в системе приходится исследовать численно. Детально исследовались процессы разрушения четырехмерных торов в девятимерном фазовом пространстве. Отслеживалась экспоненциальная неустойчивость траекторий на аттракторах, появление широкополосных спектров, изменения («корреляционной») размерности аттракторов, строились инвариантные меры на аттракторах (в частотном приближении). По мере увеличения параметра взаимодействий наблюдались процессы синхронизации-десинхронизации колебаний, характеризующиеся изменениями размерности аттрактора, проходящего различные фазы странного, хаотического и нехаотического характера.

Модификация метода Гомори для решения задач целочисленного программирования

К.Д. Шалбузов

МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМиК МГУ

Рассмотрим задачу ЦЛП (задача целочисленного линейного программирования)

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x_{n+1} &= b_i, i=1, \dots, m \\ x_j &\geq 0, x_j \in Z, j=1, \dots, n+m. \\ X_0 &= \{x \in X \mid x = (x_1, \dots, x_n) \in Z\} \end{aligned} \quad (1)$$

Метод Гомори решения задачи (1) основан на использовании симплекс-метода (прямого и двойственного) и последовательном введении дополнительных ограничений-неравенств (будем называть отсечениями Гомори).

Покажем, как строится отсечение Гомори. Предположим, что мы решали непрерывную задачу ЛП (1) симплекс-методом и получили на некотором шаге текущее множество базисных номеров (МБН) $J = \{B(1), \dots, B(m)\}$. Пусть

$$x_{B(i)} + \sum_{j \in J} a'_{ij} x_j = b'_i$$

-уравнение, соответствующее i -й строке симплекс-таблицы, в которой число b'_i нецелое. Эту строку будем называть производящей.

Отсюда вытекает сравнение

$$x_{B(i)} + \sum_{j \in J} a'_{ij} x_j \equiv b'_i \quad (2)$$

Поскольку, $x_j \in Z, x_j \equiv 0, j=1, \dots, n+m, 0 \equiv 1$, из (2) следует

$$\sum_{j \in J} f_{ij} x_j \equiv f_i$$

где $f_{ij} = a'_{ij} - [a'_{ij}]$, $f_i = b'_i - [b'_i]$ - дробные части чисел a'_{ij} и b'_i .

Поскольку мы считаем все коэффициенты a'_{ij}, c'_j, b_i исходной задачи (1) целыми, то все дробные части f'_{ij}, f'_i будут рациональными числами.

Рассмотрим оптимизационную задачу

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} f'_{ij} \cdot x_j &\rightarrow \min \\ \sum_{j \in J} f'_{ij} \cdot x_j &\equiv f'_i, x_j \geq 0, x_j \in Z, j \notin J. \end{aligned} \quad (3)$$

Можно заметить, что минимальное значение целевой функции в задаче (3) равно $f'_i + k$, где k – некоторое целое число. Для любого решения $x \in X_0$ справедливо неравенство

$$\sum_{j \in J} f'_{ij} \cdot x_j \geq f'_i + k \quad (4)$$

Классическое отсечение Гомори соответствует более слабому неравенству (4) при $k = 0$. Отметим, что в качестве производящей строки можно взять и нулевую строку симплекс-таблицы.

Задачи на графах и сетях Network problems

1. *M.B. Ahmadi* Evaluation of survivability of symmetrical hierarchical networks with radial reserve **264**
2. *A. Bareche, D. Aïssani* Non Parametric Estimation for the Study of the Strong Stability of the G/M/1 Queueing System **266**
3. *Daniel Aloise, Sonia Cafieri, Gilles Caporossi, Pierre Hansen, Leo Liberti and Sylvain Perron* Algorithms for Exact Modularity Maximization in Networks **269**
4. *Dmitriy Borodin, Pieter Caluwaerts, Viktor Gorelik and Alexander Rodyukov* Optimal resequencing using Genetic algorithm **271**
5. *A.Ilić, N. Mladenović, D. Urošević* A general variable neighborhood search for one commodity pickup-and-delivery traveling salesman **273**
6. *Sergey Kokovin, Babu Nahata, Evgeny Zhelobodko* Graph Structures And Algorithms in Multidimensional Screening **275**
7. *I.V. Konnov, O.A. Kashina, and E. Laitinen* Optimization of distributed resources in communication networks with moving nodes **276**
8. *M. Afshari Rad, H. T. Kakhki* Solving the Maximum Flow Interdiction Problem by the Ellipsoid Method **278**
9. *Л.Г. Афраймович* Многоиндексные задачи линейного программирования с декомпозиционной структурой **280**
10. *В.Н. Бобылев* О связности сети городов **281**
11. *А.П. Буслаев, А.В. Гасников, И.И. Морозов, Я.А. Холодов, М.В. Яшина* О моделировании потоков сетей. Математические и вычислительные аспекты. **283**
12. *И.А. Бычков, В.А. Костенко* Особенности задачи построения расписания обменов в кольце с арбитражем для систем реального времени **285**
13. *Н.Н. Галимьянова* Параллельный алгоритм для задачи о многомерном ранце **287**
14. *К.К. Глухарев, А.М. Валуев* К проблеме управления системой транспортных потоков в городской дорожной сети **289**

15. *Гончар Д.Р., Фуругян М.Г.* Алгоритмы планирования вычислений в многопроцессорных системах с неоднородным множеством работ **291**
16. *В. С. Гордон, А. Б. Долгий, В. А. Струсевич* Построение расписаний с ограничениями предшествования и позиционно-зависимыми длительностями обслуживания **292**
17. *Т.В. Груздева* Непрерывный подход к решению задач о клике **294**
18. *Д.И. Коган, Ю.С. Федосенко* Задачи обслуживания линейной рассредоточенных стационарных объектов перемещающимися процессорами – I **296**
19. *Д.И. Коган, Ю.С. Федосенко, Н.А. Дуничкина* Задачи обслуживания линейно рассредоточенных стационарных объектов перемещающимися процессорами – II **298**
20. *В.П. Козырев* R-представление графов **299**
21. *В.П. Козырев* Представление графов прямоугольниками **300**
22. *М.Г. Коновалов, Ю.Е. Малашенко, И.А. Назарова* Оперативное управление потоком заданий в системе распределенных вычислительных ресурсов **301**
23. *Е.О. Косоруков, М.Г. Фуругян* Алгоритмы распределения ресурсов в многопроцессорной системе с нефиксированными параметрами **303**
24. *В.А. Костенко* Проблемы использования результатов теории расписаний для планирования вычислений в системах реального времени **304**
25. *В.А. Костенко, П.Е. Шестов* Совместное планирование вычислений и обменов в бортовых системах реального времени **306**
26. *В.Ч. Кудяев* Ранги экстремумов и принцип оптимальности сетевых систем **308**
27. *И.А. Назарова* Особенности построения решения для вершинного варианта задачи анализа уязвимости многопродуктовой сети **310**
28. *Е. А. Нурминский, Д.А. Лютаев* Об одной модели стохастического транспортного равновесия **312**

29. *Е.А. Нурминский, Н.Б. Шамрай* Параллельный проективный алгоритм с генерацией маршрутов для решения несимметричных задач транспортного равновесия **313**
30. *Е.Н. Хоботов* Агрегирование в задачах планирования и построения расписаний **315**
31. *Е.Н. Хоботов* О некоторых принципах построения моделей управления многопродуктовыми запасами **317**
32. *Ю.М. Цодиков* Многопериодные модели с логическими условиями для последовательных периодов **319**

Evaluation of survivability of symmetrical hierarchical networks with radial reserve

M.B. Ahmadi

Department of Mathematics, Shiraz University, Iran

A top-level model of communication networks is the multicommodity flow network (MFN) [5], and Hierarchical Network (HN) is a kind of MFN, and symmetrical hierarchical network (SHN) is a special type of HN with the same demand for all sinks.

A symmetrical hierarchical network has the structure of a star (i.e., the source - sink pairs are given in the form $(v_0, v_i), i \in M \stackrel{def}{=} \{1, 2, \mathbf{L}, m\}$, with the common source v_0), and all demands are equal to d .

For evaluating of the functional capability of SHN, there is not a unique strategy. Network survivability analysis means estimating the network quality decrease as a result of edge capacity reduction if the defeated edges are unknown beforehand. Here the quality of the network functioning is evaluated based on the completeness of the supply of flow demands users - pairs.

Let z_j be the amount flow between nodes v_0 and v_j . Denote by $Z(c)$ the set of all multiflows $z = (z_1, \mathbf{L}, z_m)$ in the network with capacity vector c .

An SHN performance efficiency measure is defined as

$$\theta_0 = \theta_0(c) = \max_{z \in Z(c)} \min_{i \in M} \frac{z_i}{d}$$

Let $\gamma \in (0,1)$ be a parameter that characterizes the strength of a failure: it indicates what part of the total capacity of edges may be lost.

Let $c = (c_1, \dots, c_m)$, $c_T = (t, \dots, t)$ denote the initial capacity vector of radial edges and the radial reserve respectively. To analyze survivability of SHN with radial reserve, we consider two cases:

- a. Failures happen only in radial edges.
- b. Failures happen both in radial edges and in radial reserve.

Denote by $Y_\gamma(\bar{c})$, the set of possible values of edge capacities after the fault.

The function $\theta_\gamma^g(c)$ denotes the guaranteed level of demand satisfaction depending on reserve capacity c and demand d and it is defined as follows

$$\theta_\gamma^g(c) = \min_{y \in Y_\gamma(c)} \theta_0(y) = \min_{y \in Y_\gamma(c)} \max_{z \in Z(y)} \min_{i \in M} \frac{z_i}{d}$$

The survivability of SHN is defined by $\theta_\gamma^g(c)$.

The survivability of SHN with radial reserve

Now assume the original SHN structure is optimal: the radial edge capacity vector is equal to demand vector, i.e., all the demanded flows are transmitted by network and there is no excess capacity. In this case $c = (d, \dots, d)$.

Lemma 1. Let $\bar{c} = (c, c_T)$ be the capacity vectors of SHN with radial reserve. Then in case **a**

$$\theta_\gamma^g(\bar{c}) = \begin{cases} 1 - \gamma m + \frac{t}{d} & \text{if } \gamma < \frac{1}{m}, \\ \frac{t}{d} & \text{if } \gamma \geq \frac{1}{m}. \end{cases}$$

Lemma 2. Let $\bar{c} = (c, c_T)$ be the capacity vectors of SHN with radial reserve. Then in case **b**

$$\theta_{\gamma}^s(\bar{c}) = \begin{cases} 1 - \gamma m + \frac{t}{d} & \text{if } \gamma < \gamma_b, \\ 0 & \text{if } \gamma \geq \gamma_b, \end{cases}$$

where $\gamma_b \stackrel{\text{def}}{=} \gamma(\bar{c}) = \frac{1}{m} + \frac{t}{md}$.

References

1. Ahmadi M.B., Computation of redundant ring in a hierarchical communication system, *Journal. Computational Mathematics and Modeling* Vol. 14, No 2, 2003, pp. 183-215.
2. Malashenko Yu.E., Novikova N.M., The Analysis of Multi user Network Systems under Uncertainty, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, Vol. 38, No. 4, 1999, pp. 589- 601.
3. Ahmadi M.B., Guarantee of survivability of symmetrical hierarchical networks, *Third Moscow international conference on operations research (Moscow, April 4-6, 2001)*.
4. Ahmadi M.B., Evaluation of Hierarchical communication Networks from the Viewpoint of Survivability, *V Moscow international conference on operations research (Moscow, April 10-14, 2007)*.
5. Phillips D, Garcia-Dias A (1981) *Fundamentals of network analysis*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

Non Parametric Estimation for the Study of the Strong Stability of the G/M/1 Queuing System

A. Bareche, D. Aïssani

Laboratory of Modelisation and Optimization of Systems (LAMOS), Bejaia, Algeria

In this work, we show the applicability of the strong stability method to determine a proximity error between the corresponding service time distributions of the G/G/1 and G/M/1 systems, an approximation error on their stationary distributions and confidence intervals for the difference between their corresponding characteristics, in the stationary state, when the general distribution of service times G in the G/G/1 system is unknown and must be estimated by the means of a nonparametric estimation method.

The most known and used nonparametric estimation method is the kernel density estimation. If X_1, X_2, \dots, X_n is a sample coming from a random variable X of density function f and distribution F, then

the Parzen-Rosenblatt kernel estimator [5,6] of the density $f(x)$ for each point $x \in \mathbf{R}$ is given by:

$$f_n(x) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^n K\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right)$$

where K is a symmetric density function called kernel and h_n is the smoothing parameter (or bandwidth).

Several results are known in the literature when the density function is defined on the real line \mathbf{R} [5,6]. In the case of a density function defined on a bounded support, the boundary effects are present. To resolve this problem, new methods (mirror image, asymmetric Gamma kernel estimator, smoothed histogram) have been introduced recently [3,4].

The strong stability method states that the perturbation done must be small, in the sense that the general law G of service times must be close but not equal to the exponential one. Consequently, the density function of the law G must be close to the density function of the exponential law which is defined on a bounded support $[0, +\infty]$. Thus, the boundary effects must be taken into consideration when performing nonparametric estimation [1,5,6].

Simulation studies are realized to support the results. We use the discrete event simulation approach to simulate the according systems (G/G/1 and G/M/1) and we apply the Student test for the acceptance or rejection of the equality of the corresponding characteristics.

The characteristics considered are:

- $\bar{n}_i, i = 1, 2$, mean number of costumers in the system i .
- $\bar{\omega}_i, i = 1, 2$, output rate in the system i .
- $\bar{t}_i, i = 1, 2$, sojourn mean time of a customer in the system i (response time of the system).
- $\bar{\rho}_i, i = 1, 2$, occupation rate of the system i .

To realize this work, we follow the general following steps:

1) Generation of a sample of size n of general service times distribution G with theoretical density $g(x)$.

2) Use of the different cited nonparametric estimators to estimate the theoretical density function $g(x)$.

Using the theoretical density and its different estimators, we consider in each case the:

3) Calculation of the mean service rate.

4) Verification of the appropriate strong stability conditions.

5) Computation of the minimal error on the stationary distributions of the considered systems.

6) Application of the Student test to determine the deviation on the stationary distributions of the two considered systems.

We consider the following cases:

First case We consider a $G/G/1$ system such that the general inter-arrivals distribution G is assumed to be a Weibull with parameters $(\alpha = 2, \beta = 0.5, \nu = 0)$ and the service times distribution is Cox2 with parameters $(p = 0.9, n_1 = 1, \beta_1 = 2, n_2 = 4, \beta_2 = 3)$, with a theoretical density $g(x)$.

Other cases By generating a sample coming from the Cox2 $(p = 0.9, n_1 = 1, \beta_1 = 2, n_2 = 4, \beta_2 = 3)$ distribution, we use the different nonparametric estimators (Parzen-Rosenblatt, mirror image, asymmetric Gamma kernel, smoothed histogram) to estimate the theoretical density $g(x)$.

For these last four cases, we take: the sample size $n = 200$ and the number of simulations $R = 100$.

References

1. A. Bareche and D. Aïssani. Kernel density in the study of the strong stability of the $M/M/1$ queueing system. *Operations Research Letters*, 36 (5), 535–538, 2008.
2. M. Benaouicha and D. Aïssani. Strong stability in a $G/M/1$ queueing system. *Theor. Probability and Math. Statist.*, 71, 25–36, 2005.
3. T. Bouezmarni and O. Scaillet. Consistency of Asymmetric Kernel Density Estimators and Smoothed Histograms with Application to Income Data. *Econometric Theory*, 21, 390–412, 2005.
4. E. F. Schuster. Incorporating support constraints into nonparametric estimation of densities. *Commun. Theory Meth.*, 14, 1123–1136, 1985.
5. M. Jones, J. Marron and S. Sheather. A brief survey of bandwidth selection for density estimation. *J.A.S.A.*, 91, 401–407, 1996.
6. E. Parzen. On estimation of a probability density function and mode. *Ann. Math. Stat.*, 33, 1065–1076, 1962.

Algorithms for Exact Modularity Maximization in Networks

Daniel Aloise¹, Sonia Cafieri², Gilles Caporossi¹,
Pierre Hansen^{1,3}, Leo Liberti³ and Sylvain Perron¹

¹ GERAD, HEC Montréal, Canada

² Dept. Mathématiques et Informatique, ENAC, Toulouse, France

³ LIX, École Polytechnique, Palaiseau, France

Introduction

Networks are often used to represent complex systems arising in a variety of fields. Social networks model interactions among people. Telecommunication networks model communications between them, such as in the World Wide Web. Transportation networks model movements of goods and passengers. Biological networks model interactions between organisms, such as in food networks. A network (or graph) $G=(V,E)$ is composed of a set of vertices, representing the entities of the system under study, and a set of edges joining pairs of vertices and representing a relation holding for such pairs. Identifying communities, or clusters, in complex networks is a topic of particular interest and is currently a very active research domain. A clustering criterion is chosen, in terms of presence or absence of edges, as well as a structure for the clusters. The corresponding mathematical programming problem is then solved exactly or, more often, heuristically. Clustering algorithms and heuristics can be divided as traditional in cluster analysis into partitioning algorithms, which aim at finding the best partition into a (often but not always) given number of clusters, and hierarchical algorithms, which lead to a set of nested partitions and can be further divided into agglomerative and divisive ones. Algorithms for community identification need a precise definition of community. A very successful definition is that proposed by Newman (*Physical Review E*, 2004), which leads to the introduction of the concept of modularity for a partition of a network. It is defined as the sum for all communities of the difference between the fraction of edges they contain and the expected fraction of edges if they are placed at random, keeping the same degree distribution. A few algorithms and many heuristics have been developed to maximize modularity. These heuristics can solve approximately very large instances with up to hundred or thousand enti-

ties or even more. Very few papers propose exact algorithms for modularity maximization. Moreover, they can only solve small instances (with about a hundred entities) in reasonable time. For that purpose we review and compare exact algorithms yet proposed. We also present a new stabilized column generation approach which raised the size of instances solved exactly from 115 to 512 entities.

Row and column generation algorithms

As shown by Brandes et al. (*IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2000) modularity maximization is NP-complete, and can be expressed, when there are n entities, as a clique partitioning problem with $O(n^2)$ 0-1 variables and $O(n^3)$ constraints. These constraints are numerous and can be added by batches of unsatisfied ones, as already noted by Grötschel and Wakabayashi (*Mathematical Programming*, 1989). Such row-generation approach can be easily implemented with the "lazy constraints" feature of CPLEX. Alternately, one can solve this clique partitioning problem by column generation. The auxiliary problem is then an unconstrained quadratic 0-1 program with a 100% dense matrix. It can be solved by a Variable Neighborhood Search (VNS) heuristic as long as a column with positive reduced cost can be found and by an exact branch and bound algorithm when this is no more the case.

A different approach was recently proposed by Xu et al. (*European Physical Journal B*, 2007). These authors introduced indicator variables for entities and for edges of $G=(V,E)$ to belong to the first, second,...cluster. When G is sparse and the number of clusters is small, the model has less variables and constraints than the clique partitioning one. Again, a column generation approach can be applied. The auxiliary problem is expressed as a concave quadratic mixed integer program which is solved by a VNS heuristic and or by CPLEX.

All exact algorithms described are compared on a series of problems from the literature.

Optimal resequencing using Genetic algorithm ^{*}

Dmitriy Borodin, Pieter Caluwaerts,
Viktor Gorelik and Alexander Rodyukov
University College of Ghent, Belgium
Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Russia
Borisoglebsk State Pedagogical University, Russia

This paper describes special genetic operators for searching an optimal solution (in terms of heuristic methods) in the problems where the solution is represented as a sequence of unique elements (numbers, letters etc, e.g. 42751368 or BDACE). There is a number of problems with similar solution representation: Travelling Salesman Problem (TSP), Graph Theory problems (minimal or maximal path on a graph) etc. Authors try and assume the formalization as follows: we need to find a maximum (or minimum) of an objective function $F(X)$, within a solution pool of $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, where n is the length of vector X and each x_i is unique. In other words, the problem is in finding the sequence of the solution vector X^* components bringing the *minimum* (or *maximum*) value to the objective function $F(X^*)$.

Such problems can be solved using analytical techniques such as branch and bound method but the more the number of the vector x components, the more is the polynomial time for finding a solution and from some value of n it is nearly impossible to use analytical techniques.

The authors propose to use genetic algorithm (GA) to solve the above mentioned problem as a reliable heuristic technique. GA does not ensure an optimal solution, however it usually gives good approximations in a reasonable amount of time. Genetic algorithms are loosely based on natural evolution and use a “survival of the fittest” technique, where the best solutions survive and are varied until we get a good result. The classical GA process consists of the following steps: 1) Encoding; 2) Evaluation; 3) Crossover; 4) Mutation; 5) Decoding.

A suitable encoding is found for the solution to a problem so that each possible solution has a unique encoding and the encoding is some form of a string. For our problem this condition is satisfied and no solution encoding/decoding is needed, so we use GA *excluding the cod-*

* The research is funded by the European CAPSCHED project

ing/decoding steps. Then the initial population is selected, usually at random. The fitness of each individual in the population is then computed, according to the objective function $F(X)$; that is, how well the individual fits the problem and whether it is near the optimum compared to the other individuals in the population. This fitness is used to find the individual's probability of crossover. If an individual has a high probability (which indicates that it is significantly closer to the optimum than the rest of its generation) then it is more likely to be chosen to crossover. Crossover is where the two individuals are recombined to create new individuals which are copied into the new generation. For our problem the classical GA crossover doesn't work because it produces children with duplicates and missing elements. Some crossovers for such situations have been developed so far, but we choose two which are simple and effective: a variation of the Greedy Crossover (GC) and Partially Matched Crossover (PMC). GC: we choose the first element from one of the parent chromosomes (parent1 = 12345678; parent2 = 85213647). We pick 1 from parent1, child1 = 1*****. We must pick every element from one of the parents and place it in the position it was previously in. Since the first position is occupied by 1, the number 8 from parent2 can not be there. So we must now pick the 8 from parent1, child1 = 1*****8. This forces to put 7 in position 7 and 4 in position 4, as in parent1, child1 = 1**4**78. Since the same set of position is occupied by 1,4,7,8 in parent1 and parent2, we finish by filling in the blank positions with the elements of those positions in parent2: child1 = 15243678, and we deduce child2 from the complement of child1.

In PMC we take two random points (like in 2-point classical crossover) and swap the respective genes on the same positions in both parents: Parents 12|34|5 and 35|21|4 \Rightarrow 3->2 and 4->1 \Rightarrow Children 43215 and 25341 (respectively).

Next some individuals are chosen randomly to be mutated. Classical mutation has also to be replaced with one producing feasible changes to the solution, ie it is possible to swap two randomly selected elements or inverse the order in the elements located between two randomly selected ones. Once this is done, a new generation has been formed and the process is repeated until some stopping criterion has been reached. At this point the process is complete.

Computation experiments performed in Mathcad and Microsoft Visual C# .NET conclude the effectiveness of the described GA.

A general variable neighborhood search for one commodity pickup-and-delivery traveling salesman

A.Ilić¹, N. Mladenović², D. Urošević³

¹*Faculty of science and mathematics University of Niš, Serbia*

²*School of Mathematics, Brunel University, West London, UK*

³*Mathematical Institute, Serbian Academy of Science and Arts, Belgrade, Serbia*

The one-commodity pickup-and-delivery traveling salesman problem (1-PDTSP), a new variant of the classical traveling salesman problem (TSP), was introduced by Hernández-Pérez [1] and Hernández-Pérez and Salazar-González [2]. In 1-PDTSP, one city acts as a depot, and the other cities are considered customers. These customers can be divided into delivery customers and pickup customers according to the type of service they require. Each delivery customer requires a given amount of commodity (or product), while pickup customers provides a given amount of commodity. A vehicle with a given capacity starts at the depot and must visit each customer exactly once. The vehicle collects product at pickup customers, and delivers at delivery customers. The vehicle capacity must not be exceeded, required amounts of commodity must be delivered at each delivery customer, and the total length of the tour should be minimized.

Hernández-Pérez and Salazar-González [2] describe an exact branch-and-cut algorithm able to solve instances with up to 60 customers. Hernández-Pérez, Rodríguez-Martín, Salazar-González propose GRASP/VND heuristic for solving 1-PDTSP problem in [3]. They use GRASP to produce a collection of initial solutions and after that they use Variable neighborhood descent (VND) as local search to improve these initial solutions. This VND is organized as search through 2-opt and 3-opt neighborhoods (in this order). Finally, they apply another VND to the best solutions found in the previous phase as post optimization. The second VND consists of vertex-exchange neighborhoods - forward and backward insertion operators (shifting only one customer from the current position in tour to any other position). Recently Zhao *et al.* [4] propose genetic algorithm (GA) that on average gave better results than GRASP/VND heuristic [5].

Variable Neighborhood search provide systematic exploration of the solution space in order to get solution of good quality. Solution

space in 1-PDTSP consists of all possible tours starting and ending at depot visiting all customers (exactly ones). The method combines two steps:

Local search – moving from the current point to the neighboring one with better quality. Repeat this step until there is no better solution, i.e., stop in the local optimum. Our local search uses 2 neighborhoods (2-opt and insertion) within Variable Neighborhood Descent (VND).

Shaking – moving from the incumbent solution to randomly selected solution from neighborhood N_k . This step is realized as composition of k_{3-opt} 3-opt moves and $k_{db} = k - k_{3-opt}$ double bridge moves. Parameter k_{3-opt} is randomly chosen from $\lfloor k/2 \rfloor, k$. If the current incumbent solution is feasible (according to capacity constraints), the 3-opt and double-bridge moves are performed such that the feasibility is kept.

Proposed algorithm is implemented in C++ and tested under Linux operating system on Pentium 2.6GHz PC with 2GB of RAM. As stopping criteria is used the execution time (set to 500 seconds). We used binary indexed tree data structure with vehicle loads to check in

logarithmic time whether the tour is feasible (after performing a local search modification).

All experiments were tested on the test instances of 1-PDTSP generated by Hernandez-Perez *et al.* [5]. For small instances up to 60 customers, the best solutions found by our VNS coincide with the optimum for all instances. For large instances our method improves all previously best known solution (improvements are in range from 2% to 5%).

References

1. Hernandez-Perez H. Traveling salesman problems with pickups and deliveries. PhD Dissertation, University of La Laguna, Spain; 2004.
2. Hernandez-Perez H, Salazar-Gonzalez JJ. A branch-and-cut algorithm for a traveling salesman problem with pickup and delivery. *Discrete Applied Mathematics* 2004; 145: 126-139.
3. Hernandez-Perez H, Rodriguez-Martin I, Salazar-Gonzalez JJ. A hybrid GRASP/VND heuristic for the one-commodity pickup-and-delivery traveling salesman problem. *Computers & Operations Research* 2009; 36: 1639-1645.
4. Zhao F-G, Li S-J, Sun J-S, Mei D. Genetic algorithm for the one-commodity pickup-and-delivery travelling salesman problem. *Computers & Industrial Engineering* 2009; 56: 1642-1648.

Graph Structures And Algorithms in Multidimensional Screening*

Sergey Kokovin, Babu Nahata, Evgeny Zhelobodko
Novosibirsk State University, University of Louisville

This paper develops the graph-theory approach to multidimensional screening (two-tier optimization in a self-selection game). We describe the graph-structures of solutions, their characterization and method of finding them through graphs. Our setting considers discrete consumer types, one outside option – non-participation, and one pricing tool – tariff for a quantity/quality bundle. Most results require only quasi-linearity of utilities and separability of costs w.r.t. bundles.

A *solution structure* is a list of active incentive-compatibility and participation constraints perceived as directed arcs ($i \rightarrow j$) connecting two agents i, j . This "A-graph" is called a "river" when it is in-rooted and dicycles (closed directed paths) are absent. To overcome dicycles and other technical hardships, this paper applies a small parameter $\rho \geq 0$ relaxing each constraint.

Under quite weak assumptions on preferences and costs we find that any solution has an in-rooted A-graph, and under strict relaxation $\rho > 0$ any A-graph is a river, while bunching among predecessors and successors in the graph is excluded. Thus, two major hardships in characterizing and finding solutions are resolved: (1) unclear existence of the Lagrange multipliers; (2) often more narrow list of positive multipliers than the list of active constraints. More surprisingly, the reverse is true: every river is a solution structure for some screening problem. We enumerate all possible rivers, i.e., different "regimes" of screening: 5 for two consumers, 79 for three consumers, 2865 for four, and so on.

Based on these findings, we characterizes any solution through its spanning-tree without first-order conditions (FOC) or, under differentiability and relaxation $\rho > 0$, through FOC. Therefore, to find all solutions in (generally non-convex) screening optimization it is sufficient to

* We gratefully acknowledge the research support from the University of Louisville, the Economic Education and Research Consortium (EERC), financed by the Eurasia Foundation; USAID; GDN; the World Bank Institute and the Government of Sweden (EERC grant R06-0561). We are grateful for the assistance and comments from Richard Ericson, Victor Polterovich and especially Alexei Savvateev.

try FOC for all rivers and then compare the resulting local optima.

Related "trees-and-rivers" algorithm is exact and finite. It first classify the variety of solution structures (rivers) according to the longest-path preorder. Each preorder-family is explored starting with its spanning-tree. If the tree-specific solution to the optimization program turns out feasible (i.e., the unconstrained argmaximum of the tree-specific profit function satisfies all inequalities), then studying the rest of this family becomes redundant. Otherwise we obtain the upper bound on profit attainable from this family. The whole family is rejected when this new family-specific upper bound is lower than any feasible lower bound obtained previously. Further, if the current plan is found incompatible with any not-in-tree inequality but the family is not rejected, the tree-specific program is enriched by additional constraints starting with the violated one. Adding these "bypasses" transforms the tree-specific program into the river-specific program. Through supplementing the tree with all its downstream bypasses, all rivers of this family can be explored. But only some should be explored, since each trial updates the upper and lower bounds on profit for rejecting some families and sub-families of rivers without trying. Exhausting the list of all possible spanning-trees and related families of rivers completes the algorithm.

We design also another, heuristic "relaxation" algorithm for finding the screening optima. The optimization starts with the first-best non-feasible solution, i.e., solution when all incentive-compatibility constraints are relaxed for big amount $\rho=\infty$. Then the relaxation is gradually decreased to $\rho=0$ through certain steps. At each step one or several local optima emerge, their set is explored to find the true optimum.

The comparison of the two algorithms in efficiency remains an open question.

Optimization of distributed resources in communication networks with moving nodes

I.V. Konnov, O.A. Kashina, and E. Laitinen
Kazan State University, Kazan, Russia,
University of Oulu, Oulu, Finland

The contemporary level of telecommunications gives rise to new control problems related to efficient allocation of limited network re-

sources; see e.g. [1, 2]. Experience of dealing with these very complicated systems usually shows that control mechanisms have to utilize a proper decomposition approach; see e.g. [3, 4]. In the talk, we intend to develop such an approach for networks with moving nodes.

Let us consider a network which is divided into n zones (clusters). The problem of a manager of the network is to find the optimal allocation of limited network resources (e.g., the bandwidth) among the zones in order to maximize the value of the total profit subject to resource constraints:

$$\max \rightarrow \left\{ \sum_{k=1}^n (f_k(a_k) - h_k(a_k)) \mid \sum_{k=1}^n a_k \leq C; \mu_k \leq a_k \leq v_k, k = \overline{1, n} \right\}$$

where, for a given time period T , C is the total resource supply, I_k is the index set of nodes (attributed to users) located in zone k , a_k is an unknown quantity of the resource allotted to zone k within the bounds $\mu_k \geq 0$ and $v_k < +\infty$, $h_k(a_k)$ is the implementation cost for the amount a_k in zone k . We propose to define the fee function f_k as

$$f_k(a_k) = \max \left\{ \sum_{j \in I_k} p_{jk} U_{jk}(x_{jk}) \mid \sum_{k=1}^n x_{jk} \leq a_k; x_{jk} \in [\alpha_{jk}, \beta_{jk}] \right\},$$

where, for given time period T and zone k , x_{jk} is an unknown resource amount for node j within the bounds $\alpha_{jk} \geq 0$ and $\beta_{jk} < +\infty$;

$U_{jk}(x_{jk})$ is the fee paid by node j for the amount x_{jk} ; p_{jk} is the probability for node j to be in zone k . Next, following the approach suggested by I.Konnov (see e.g. [5]), we can treat each node j as a Markovian chain. Namely, we determine a suitable grid with cells covering the domain of the network and divide the time period T into quanta so that we can determine the probability $\pi_{\sigma js}$ for node j to be in cell σ at time interval s via the standard Markovian chain techniques (see e.g. [6]) and the desired probabilities p_{jk} . Also, we set I_k to be the index set of nodes whose probabilities p_{jk} are greater than a certain positive threshold π^1 . In such a way, we have obtained the optimization problem (1) – (2) without uncertain factors. Note that in the

above considerations we admit arbitrary Markovian chains, even deterministic nodes. At the same time, if each node is a Markovian chain without periodic classes, we can utilize their stationary probabilities. This allows us to investigate stable optimal resource allocations in the network.

Observe that (1) – (2) is equivalent to a non-smooth convex optimization problem which can be solved by suitable solution methods if the functions U_{jk} and $-h_k$ are concave.

References

1. Cheng, X., Huang, X., Du, D.-Z., Eds., *Ad Hoc Wireless Networking*, Kluwer, Dordrecht, 2004.
2. Stańczak, S., Wiczanowski, M., Boche, H. *Resource Allocation in Wireless Networks. Theory and Algorithms*, Springer, Berlin, 2006.
3. Chen, Y., Liestman, A.L. A zonal algorithm for clustering ad hoc networks, *Int. J. Found. Computer Sci.* **14**, 305–322 (2003).
4. Rohloff, K., Ye, J., Loyall, J., Schantz, R. A hierarchical control system for dynamic resource management, *Proc. 12th IEEE RTA Symp.*, San Jose, 2006.
5. Konnov, I.V., Kashina, O.A. Optimization based flow control in communication networks with moving nodes, *Proc. 4th Moscow Conf. Oper. Res.*, MaxPress, Moscow, 2004, pp.116-118.
6. Kemeny, J.G., Snell, J.L. *Finite Markov Chains*, Van Nostrand, Princeton, 1960.

Solving the Maximum Flow Interdiction Problem by the Ellipsoid Method

M. Afshari Rad, H. T. Kakhki

Department of Mathematics, Ferdowsi University of Mashhad

The maximum flow interdiction problem (MFIP) is a variant of the maximum flow problem in which a subset of arcs of the network are to be deleted so that the maximum flow through the remaining network is minimized. Since its introduction in the 1960's many new extensions and applications of this problem have been proposed; including addition of budget constraints, partial interdiction of arcs, multiple sources and sinks, multiple commodities, and stochastic versions.

Solution procedures for this problem and its variants have also ranged from use of topological dual of the network, branch and bound methods, dynamic programming, Lagrangian relaxation, to the Bender's decomposition. This problem has also been simulated as a two-

two-person zero-sum game.

Here we suggest a new solution method for MFIP with the objective of minimizing the maximum non-interdicted flow by considering all subsets of the arcs of the network; That is, we consider a model with an exponential number of constraints. We then employ the Ellipsoid method which is known to be well suited to solve these types of problems. However, to check the feasibility of a point, the center of the ellipsoid, a minimum cut is found using Ford and Fulkerson's algorithm.

References

1. Altner, D. S.; Ergun, O. and Uhan, N. A. (2010), The Maximum Flow network Interdiction Problem: Valid inequalities, Integrality gaps and approximability, *Operations Research Letters*, 38, 33-38.
2. Bertsimas, D., and Tsitsiklis, J. N. (1997) *Introduction to Linear Optimization*, Athna Scientific, Belmont, MA.
3. Cormican, K. J.; Morton, D. P. and Wood, R. K. (1998), Stochastic Network Interdiction, *Operations Research*, 46, 184-197.
4. Durbin, E. P. (1966), An Interdiction Model of Highway Transportation, *RM-4945-PR*, Rand Corporation, Santa Monica, CA.
5. Ghare, P. M.; Montgommey, D. C. and Turner, W. C. (1971), Optimal Interdiction Policy for a Flow Network, *Naval Research Logistics Quarterly*, 18, 37-45.
6. Grötschel, M.; Lovasz, L. and Shrijver, A. (1988) *Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization*, Springer-Verlag, New York, NY.
7. Helmbold, R. L. (1971), A Counter Capacity Network Interdiction Model, *R-611-PR*, Rand Corporation, Santa Monica, California, March.
8. McMastres, A. W. and Mustin, T. M. (1970), Optimal Interdiction of a Supply Network, *Naval Research Logistics Quarterly*, 17 (3), 261-268.
9. Preston, C. P. (1972), Interdiction of a Transportation network, *M.S. Thesis*, Naval Postgraduate School, Monray, CA.
10. Wollmer, R. D. (1964), Removing arcs from a Network, *Journal of Operations Research Society of America*, 12, 934-940.
11. Wood, R. K. (1993), Deterministic Network Interdiction Problem, *Mathematical and computer Modeling*, 17, 1-18.

Многоиндексные задачи линейного программирования с декомпозиционной структурой

Л.Г. Афраймович

Нижегородский государственный университет

Многоиндексные задачи линейного программирования возникают при решении широкого класса прикладных задач. Например, при решении задачи объемно-календарного планирования, задачи формирования портфеля, транспортной задачи и др. [1-3]. Данная работа посвящена методу решения специального подкласса многоиндексных задач линейного программирования транспортного типа с декомпозиционной структурой.

При описании многоиндексных транспортных задач воспользуемся следующей формализацией. Пусть $N(s) = \{i_1, i_2, \dots, i_s\}$ – множество индексов и $M \subseteq 2^{N(s)}$. Тогда через $D(M)$ будем обозначать многоиндексную систему линейных неравенств, содержащую, для каждого $f \in M$, ограничения на подсуммы многоиндексных переменных, где суммирование происходит по всем индексам множества f при фиксированных наборах индексов множества $N(s) \setminus f$.

Нами была разработана концепция циклической сводимости систем линейных неравенств к задаче поиска допустимого потока в сети (обозначаемой через L). В случае сводимости данная концепция позволяет находить решение системы линейных неравенств через допустимый поток в соответствующей сети. Допустимый поток декомпозируется на потоки вдоль циклов сети. И каждая из переменных системы принимает значение равное потоку вдоль соответствующего цикла.

Теорема 1. Для того чтобы системы $D(M)$ циклически сводилась к задаче L , достаточно, чтобы существовало разбиение множества $N(s)$ на подмножества g_0, g_1, \dots, g_{p-1} , что $M \subseteq \{\overline{g_i}, \overline{g_i \cup g_{(i+1) \bmod p}} \mid i = 0, p-1\}$.

На основании условий теоремы 1 построены достаточные условия сводимости многоиндексных задач линейного программирования. Был выделен подкласс многоиндексных задач линей-

ного программирования с декомпозиционной структурой, для которого данный подход позволит построить полиномиальный алгоритм решения. Предлагаемый алгоритм применим также при решении задач целочисленного линейного программирования. Данный факт имеет важное значение, т.к. многоиндексные задачи целочисленного линейного программирования оказываются NP-трудными уже в трехиндексном случае [4].

Литература

1. Афраймович Л.Г., Прилуцкий М.Х. Многоиндексные задачи распределения ресурсов в иерархических системах // Автоматика и телемеханика. 2006. №6. С. 194-205.
2. Афраймович Л.Г., Прилуцкий М.Х. Многопродуктовые потоки в древовидных сетях // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. №2. С. 57-63.
3. Прилуцкий М.Х., Костюков В.Е. Оптимизационные задачи планирования транспортировки газа // Информационные технологии и вычислительные системы. 2007. №2. С. 67-73.
4. Spieksma, F.C.R., Multi index assignment problems: complexity, approximation, applications, in: Pardalos, P.M., L.S. Pitsoulis (Eds.), Nonlinear Assignment Problems: Algorithms and Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000, pp. 1-11.

О связности сети городов

В.Н. Бобылев

Вычислительный центр РАН

В нынешней России насчитывается 11 городов-миллионеров (с числом жителей более миллиона): Москва, Санкт-Петербург, Новосибирск, Екатеринбург, Нижний Новгород, Самара, Казань, Омск, Челябинск, Ростов-на-Дону и Уфа (в порядке убывания). Спрашивается, чему равно среднее расстояние между ними?

Считая эти города вершинами *связного* графа, рассмотрим два крайних случая:

- полный граф, 55 ребер;
- минимальный граф (подграф полного), 10 ребер (минимальной суммарной длины).

Среднюю длину ребра обозначим R в первом случае и r во втором. Измерять ребра-расстояния будем тоже двумя способами:

- по географическим координатам, по Яндекс-картам;
- по железной дороге, с помощью программы Rail-тариф.

Список железнодорожных пунктов: (1) Москва Пассажирская, (2) Санкт-Петербург Главный, (3) Новосибирск Главный, (4) Свердловск Пассажирский, (5) Горький московский, (6) Самара, (7) Казань, (8) Омск Пассажирский, (9) Челябинск Главный, (10) Ростов Главный, (11) Уфа.

Результаты измерений даны в следующей таблице; минимальный подграф нежирный, бледный.

Расстояния между российскими городами-миллионерами - географические (выше диагонали) и железнодорожные (ниже диагонали), в км											
	Мск	СПб	Нвсб	Ектб	ННвг	Смр	Кзн	Омск	Члб	РнД	Уфа
1		635	2869	1429	394	862	716	2265	1502	956	1173
2	650		3199	1804	894	1430	1201	2637	1931	1539	1646
3	3228	3611		1406	2460	2148	2145	612	1375	3147	1724
4	1703	2086	1525		1032	781	726	820	193	1791	368
5	488	1249	2831	1306		532	327	1860	1106	1047	784
6	1090	1977	2429	1130	802		297	1527	761	1002	421
7	839	1679	2400	875	504	532		1541	782	1152	456
8	2601	2984	627	898	2204	1802	1773		765	2510	1111
9	1955	2338	1425	252	1558	1004	1127	798		1753	345
10	1269	2263	3830	2525	1553	1401	1661	3203	2405		1422
11	1549	2246	1906	607	1261	523	876	1279	481	1924	

И результатов вычислений соответственно будет два:

- $r = 495$ км и $R = \mathbf{1297}$ км среднеарифметически и
- $r = 445$ км и $R = \mathbf{1078}$ км среднегеометрически,
- $r = 612$ км и $R = \mathbf{1619}$ км среднеарифметически и
- $r = 567$ км и $R = \mathbf{1382}$ км среднегеометрически.

Но оба раза, что поразительно - ибо железнодорожные расстояния всегда выходят больше географических, здесь в 1.02-1.93 раза, причем как бы неодинаково, отношения средних расстояний получатся одинаковыми:

$$r/R = 495/\mathbf{1297} = 612/\mathbf{1619} = 0.38 \text{ арифметически и}$$

$$r/R = 445/\mathbf{1078} = 567/\mathbf{1382} = 0.41 \text{ геометрически.}$$

Первое значение - это квадрат золотой пропорции, а второе - серебряная пропорция. Эти значения, однако, представляются ожидаемыми, поскольку КПД (эффективность) современного российского государства, как получается из похожих соображений, составляет те же самые 0.4 (округляем до десятых). Относительная величина разброса 1.02-1.93 также в известном смысле не случайна - с точки зрения исторической неопределенности, связанной с нашим государством, хотя подобные наблюдения могут завести нас очень далеко...

Наконец, интересно отметить, что центром этой системы из

11 городов, и в этом смысле центром России, является Уфа: наибольшее из расстояний от нее до других 10 городов оказывается наименьшим среди всех этих городов и равняется (до Санкт-Петербурга) **1646** км или **2246** км в зависимости от способа измерения. А что касается расстояний вдоль минимального подграфа, то центром - как и в самой таблице - оказывается Самара с ее минимальным расстоянием 2143 км (до Новосибирска) или 2793 км (до Ростова-на-Дону).

Поскольку данные в Интернете подвержены изменениям, результаты следует считать справедливыми на 15 декабря 2009 г.

О моделировании потоков на сетях. Математические и вычислительные аспекты*

А.П. Буслаев, А.В. Гасников,
И.И. Морозов, Я.А. Холодов, М.В. Яшина
МАДИ, МФТИ, МГУСИ

Моделирование транспортных потоков начало формироваться в математическую дисциплину в 50-ые годы прошлого века в связи с бурным развитием газовой динамики. Тогда же (середина 50-ых) появились первые макроскопические (гидродинамические) модели, в которых транспортный поток уподобляется потоку “мотивированной” сжимаемой жидкости (М. Лайтхилл и Дж. Уизем, П. Ричардс), и первые микроскопические модели (следования за лидером), в которых явно выписывается уравнение движения каждого автомобиля (А. Рёшель, Л. Пайпс, Д. Газис и др.). В последующие годы класс микро и макро моделей был расширен. В современном макроскопическом подходе, как правило, транспортный поток описывается нелинейной системой гиперболических уравнений (для плотности и скорости потока) с диффузией. А в микроскопическом подходе преобладают модели типа “разумного водителя”, в которых ускорение автомобиля описывается некоторой функцией от скорости этого автомобиля, расстояния до впер-

* Работа поддержана грантами РФФИ № 08-01-00959-а, 08-07-00501-а, 08-07-00158-а, 10-07-00620-а, РГНФ № 08-02-00347, ПФИ ОМН РАН № 3, ПФИ Президиум РАН П-2, Работа проведена в рамках реализации ФЦП “Кадры” на 2009 – 2013 годы (мероприятие 1.2.1, НК-15П, П949(3); мероприятие 1.3.1, НК-215П(1), П1490).

ди идущего автомобиля (лидера) и скорости относительно лидера (М. Трайбер). Несмотря на то, что с момента появления первых фундаментальных работ прошло более полувека, по мнению ряда ведущих специалистов в области математического моделирования дорожного движения (К. Нагель, Х. Махмасани, М. Шрекенберг и др.), проблема образования предзаторных и заторных ситуаций еще до конца не изучена. Если автомобильный поток уподобляется жидкости, то наиболее сложная для моделирования ситуация – это “замерзающая жидкость”. Отметим также, что подавляющее большинство исследователей ограничивается изучением транспортно-поточного потока на отдельном прямолинейном участке транспортной сети с простейшими начально - краевыми условиями. В то время как причиной заторов (согласно К. Дангазо) часто являются "узкие места" (перекрестки, въезды). Поэтому особенно важно (для приложений) создать целостную модель транспортных потоков, включающую в себя описание источников, стоков автомобилей и поведение автомобилей в вершинах графа транспортной сети. В докладе планируется представить наработки авторского коллектива в направлении создания такой целостной модели. При этом исходными данными модели является ежедневная история распределения скоростей автомобилей по графу сети (г. Москвы).

Управлением транспортными потоками занимаются с середины 90-ых годов прошлого века в МАДИ (В.Н. Луканин, А.П. Буслаев и др.), с середины 10-ых годов в этом направлении активно работает Берклиевская группа (П. Варайа, А. Куржанский, Р. Хоровитц и др.): исходя из модели клеточных автоматов К. Дангазо = схема Годунова + модель Лайтхилла – Уизема + треугольная фундаментальная диаграмма, предлагается способ оптимального управления светофорами на магистрали. В докладе планируется привести синтезированный подход для графов общего вида, в основе которого лежат следующие соображения. Постулируется существование зависимости (уравнения состояния) между интенсивностью потока (=скорость*плотность) и плотностью. Эту зависимость часто называют фундаментальной диаграммой. Из вида типичной фундаментальной диаграммы следует, что одному и тому же значению потока автомобилей соответствуют разные (как правило, две) плотности и, как следствие, разные скорости. Более выгодным режимом является режим с большей скоростью. Задача управления (скажем, светофорами или въездами на основные магистрали) заключается в том, чтобы большую часть времени сред-

нестатистический водитель проводил именно в таких режимах.

Модели расчета корреспонденций и распределения потоков исследуются сейчас, например, в работах Е.А. Нурминского, В.И. Швецова. В докладе планируется рассказать о том, как можно встраивать такие модели в общую целостную модель.

Особенности задачи построения расписания обменов в кольце с арбитражем для систем реального времени

И.А. Бычков, В.А. Костенко

Факультет ВМК МГУ им. Ломоносова, г. Москва

При разработке современных бортовых систем возникает задача построения расписания обменов в кольце с арбитражем [1]. В кольце с арбитражем данные между портами передаются по однонаправленному замкнутому контуру. Кольцо с арбитражем является общим ресурсом, за доступ к которому соревнуются подключенные к нему устройства. Каждое устройство, подключенное к кольцу, может начать информационный обмен только после получения права доступа к кольцу. Можно выделить три основных этапа передачи сообщения: 1) арбитраж (получение права доступа), 2) передача слов данных, 3) завершение соединения.

Входными данными рассматриваемой задачи являются: число портов в кольце с арбитражем, время передачи слова от каждого порта до следующего за ним порта, набор исходных сообщений. Каждое сообщение характеризуется: длиной (количеством слов данных), портом-источником, портом-приемником, директивным интервалом. Расписанием передачи сообщений является подмножество из исходного набора сообщений, в котором каждому сообщению приписывается время старта. На расписание накладываются следующие ограничения корректности: 1) в каждый момент времени каждый порт кольца должен участвовать в передаче не более одного сообщения, 2) интервал времени, в течении которого продолжается второй этап передачи каждого сообщения, должен находиться в пределах директивного интервала данного сообщения. Целевая функция – максимум числа сообщений, размещенных в расписание.

Особенностью данной задачи является то, что в директив-

ный интервал должен попадать только второй этап передачи сообщения. Поэтому первый этап передачи может начинаться ранее директивного времени старта. Кроме того, третий этап передачи сообщения может пересекаться по времени с первым этапом передачи следующего сообщения. Это возможно в силу конвейерного характера обменов в кольце с арбитражем.

Перейдем к традиционной терминологии теории расписаний. Приборы соответствуют портам кольца, а работы – передаваемым сообщениям. Рассмотрим основные отличия данной задачи от классической конвейерной задачи, описанной в [2].

В классической задаче каждая работа разбивается на цепочку операций. k -я операция цепочки должна обрабатываться k -м прибором. Кроме того, на цепочке вводится следующее отношение порядка: $(k + 1)$ -я операция должна начинаться после завершения k -й операции, причем не обязательно сразу.

В задаче построения расписания по кольцу с арбитражем каждая работа также разбивается на цепочку операций. Как и в классической задаче, каждая операция выполняется своим прибором. Однако в данной задаче прибор, обрабатывающий первую операцию цепочки, не обязательно является одним и тем же для всех работ, т.е. не обязательно k -я операция цепочки обрабатывается k -м прибором. Вместо этого для каждой цепочки определяется свой прибор, обслуживающий первую операцию данной цепочки, т.е. k -я операция n -й цепочки обрабатывается на $((k + \Delta_n) \bmod N)$ -м приборе, где N – общее число приборов, а Δ_n – индивидуальное смещение для n -й цепочки.

Другое отличие данной задачи от классической состоит в том, что отношение порядка на цепочке в данной задаче вводится иначе. $(k + 1)$ -я же операция может начинаться не в произвольный момент после завершения k -й операции. Время старта этой операции однозначно определяется временем старта k -й операции: $s_n^{k+1} = s_n^k + L_n(k)$, где $L_n(i)$ – временное смещение между i -й и $(i + 1)$ -й операциями для n -й цепочки. Причем это смещение таково, что $(k + 1)$ -я операция всегда начинается ранее завершения k -й операции.

Литература

1. Koh J., Kim T., Shin H. Scheduling Real-Time Messages in Fibre Channel Arbitrated Loop // Control Engineering Practice. 1998, 6. No. 1. P. 119-

Параллельный алгоритм для задачи о многомерном ранце*

Н.Н. Галимьянова

*Московский государственный университет
путей сообщения (МИИТ)*

Задачи дискретной оптимизации являются математическими моделями многих проблем, встречающихся в приложениях. С ростом размерности задач, традиционное применение информационных технологий, связанных с решением задач на последовательных машинах, является неэффективным, это приводит к необходимости параллельных вычислений.

В работе предлагается параллельный алгоритм для задачи о многомерном ранце.

Задача о многомерном рюкзаке ставится следующим образом. Имеется n предметов, каждый из которых имеет ценность $c_j > 0$, $j = 1, 2, \dots, n$, и обладает m свойствами. Эти свойства описываются количественно с помощью элементов столбца с номером j матрицы $A = (a_{ij})_{m \times n}$. $a_{ij} > 0$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$. На каждое из этих свойств есть ограничение b_i . При этом предполагается,

что $\sum_{j=1}^n a_{ij} > b_i$, $0 < a_{ij} \leq b_i$, все значения a_{ij} , c_j и b_i целые,

$i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$. Необходимо положить в ранец набор предметов с максимальной суммарной ценностью. Задача имеет

вид: $f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$, $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$,

$i = 1, 2, \dots, m$, $x_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Основным методом нахождения точного решения являются

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 08-07-00072-а)

метод ветвей и границ.

Под методом ветвей и границ понимается метод, имеющий древовидную структуру поиска оптимального решения и использующий результаты решения оценочных задач. Древовидная структура называется обычно деревом ветвления.

На начальном шаге процесса ветвления множество допустимых решений записывается в список задач для ветвления. После процедуры ветвления список модифицируется: вместо разветвляемого подмножества записываются полученные подмножества. Такая модификация выполняется на каждом шаге процесса ветвления. Задача решена, если список пуст, т.е. если все они отсеяны по правилам отсева. Очевидно, что параллельно на различных процессорах можно вычислять верхние оценки для каждого подмножества.

Была осуществлена следующая стратегия распараллеливания:

Данный параллельный алгоритм, работает по схеме «управляющий-рабочие». Предполагается, что в решении задачи принимает участие несколько процессов, один из которых является т.н. мастер-процессом (управляющий), а другие – рабочими процессами.

На предварительном этапе управляющий процесс считывает из файла и рассылает рабочим процессам исходные данные задачи. Затем на нем производится несколько ветвлений с целью получения нескольких задач (концевых вершин). На следующем этапе полученные задачи рассылаются рабочим процессам по одной на процесс. После нескольких ветвлений, число которых определяется пороговым значением, рабочий процесс посылает полученные концевые вершины управляющему, который помещает их в список задач. Управляющий процесс завершается тогда, когда завершились все рабочие процессы.

Наиболее трудоемкой частью алгоритма является вычисление верхней оценки вершины дерева ветвления.

Проведен вычислительный эксперимент.

К проблеме управления системой транспортных потоков в городской дорожной сети

К.К. Глухарев, А.М. Валуев

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
Московский физико-технический институт*

Проблема моделирования транспортных потоков привлекает в настоящее время большое внимание. Известны различные подходы, связанные с применением как непрерывных представлений потоков (на основе гидродинамических аналогий), так и дискретных (описание ансамблей движущихся транспортных единиц) [1]. С позиций отдельного водителя важно рациональным образом выбрать траекторию от места старта до места назначения. С точки зрения системы управления — реализовать объединенный транспортный спрос водителей как потребность в осуществлении определенного количества поездок между некоторыми участками дорожной сети. И та, и другая задача требует обобщенного представления транспортных потоков, причем следует учитывать, что в отличие от жидкости или газа поток транспортных средств не является единым, а объединяет потоки с разными пунктами назначения, что и определяет его разделение на перекрестках.

Выбор маршрута представляет собой задачу, решаемую относительно динамической среды, закон изменения характеристик которой во времени не просто неизвестен, но как раз и зависит от выбора маршрута других транспортных единиц, в т.ч. и тех, которые еще не начали своего движения. Поэтому программный способ маршрутизации — определения маршрута целиком в момент старта — не является бесспорно предпочтительным. В качестве разумной альтернативы должен рассматриваться позиционный способ: определение очередного участка в момент достижения каждой транспортной развязки (перекрестка) на основе текущей загрузки.

Не только выбор маршрута, но даже оценка времени его прохождения может быть установлена лишь приближенно. Используемая нами модель дискретного потока [2, 3] представляет совокупность движущихся автомобилей в виде системы очередей, находящихся в движении или стоящих перед перекрестком в ожидании зеленого сигнала. Для стационарных потоков имеет место

цикличность в прохождении потока через участки и перекрестки, и в качестве характеристик времени движения целесообразно взять средние значения по циклу.

Управляющие воздействия со стороны системы управления транспортной сетью могут носить как полностью безличный характер (доля зеленых интервалов для каждого из возможных направлений движения на перекрестке), так и ориентированный на группы водителей или даже отдельного водителя (рекомендация направления движения на каждом перекрестке в зависимости от места назначения или рекомендация одного из субоптимальных маршрутов при заданных местах отбытия и прибытия).

Средствами выполняемого нами исследования методов управления системой транспортных потоков в городской дорожной сети являются: 1) графовая модель транспортной сети как совокупности однородных каналов, коммутаторов и парковочных зон; 2) модель прохождения дискретных потоков по однородным каналам и через коммутаторы [2, 3]; 3) методы субоптимальной маршрутизации [4]. В докладе представлены результаты выполнения имитационного моделирования при различных информационных предположениях и масштабе рассмотрения, начиная от исследования образования заторов на перекрестке и заканчивая фрагментом магистральной сети.

Литература

1. Семенов В.В.. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса. http://www.keldysh.ru/papers/2004/rep34/rep2004_34.html
2. Глухарев К.К., Улюков Н.М. Модель однорядного потока автомобилей. Вывод уравнений и их интегрирование. // Проблемы машиностроения и надежности машин (машиноведение), 2008., №4.
3. Глухарев К.К., Улюков Н.М. Модель однорядного потока автомобилей. Динамика очереди. // Проблемы машиностроения и надежности машин (машиноведение), 2009, №1.
4. Валуев А.М. Задача вычисления субоптимальных путей на сети и возможности ее применения для управления перевозками // Информатизация и управление. Сборник статей. Отдельный выпуск Горного информационно-аналитического бюллетеня. — 2010 (в печати).

Алгоритмы планирования вычислений в многопроцессорных системах с неоднородным множеством работ

Гончар Д.Р., Фуругян М.Г.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Разработан приближенный алгоритм составления оптимального по быстродействию расписания на произвольных процессорах множества работ, часть из которых допускает прерывания и переключения с одного процессора на другой, а часть – не допускает.

Рассматривается вычислительная система, состоящая из m процессоров, производительности которых равны s_1, s_2, \dots, s_m . Работая в течение времени t , процессор j выполняет работу объемом ts_j . Имеется множество работ $N = N_1 \cup N_2$, где N_1 – непрерываемые работы, N_2 – работы, допускающие прерывания и переключения с одного процессора на другой. Заданы объемы w_i и v_i работ $i \in N_1$ и $i \in N_2$ соответственно. Прерывания и переключения не связаны с временными затратами. Требуется составить оптимальное по быстродействию расписание выполнения множества работ N .

Сначала все процессоры разбиваются на две группы. Непрерываемые работы выполняются только процессорами первой группы, а прерываемые – как первой, так и второй групп. Число процессоров в группах – m_1 и m_2 – пропорционально суммарным объемам работ из N_1 и N_2 соответственно и обратно пропорционально суммарным производительностям процессоров в этих группах. Для распределения непрерываемых работ по m_1 процессорам авторами был использован приближенный мультиоценочный алгоритм с калибровкой, который дает неплохую оценку погрешности и является достаточно эффективным. Получены нижняя T_{min} и верхняя T_{max} оценки длины оптимального расписания. Разработан модифицированный алгоритм упаковки, который распределяет работы множества N_2 сначала по процессорам первой группы (если это возможно), а затем – по процессорам второй группы. При этом предполагается, что работы из N_1 были уже распределены по процессорам первой группы. Алгоритм решения исходной задачи основан на поиске расписания длины

$T \in [T_{\min}, T_{\max}]$ с помощью дихотомической процедуры.

Были проведены численные эксперименты. Число работ n и число процессоров m в трех сериях экспериментов полагались равными: $n = 100, m = 20$; $n = 400, m = 60$ и $n = 1000, m = 100$. Эксперименты проводились для различных значений числа n_1 непрерываемых работ и числа n_2 прерываемых работ. Для каждого набора значений n, m, n_1, n_2 проводилось по 50 экспериментов с произвольными значениями длительностей работ, полученных с помощью программного генератора случайных чисел, позволяющего получать псевдослучайные числа с равномерным распределением на отрезке $[1, 2600]$. В каждом эксперименте вычислялись значения m_1 и m_2 и среднее значение Δ оценки погрешности (по 50 расчетам) для каждого набора n, m, n_1, n_2 .

Аналогичные расчеты проводились для всевозможных разбиений процессоров на две группы, соответствующих значениям m'_1 и m'_2 ($m'_1 + m'_2 = m$), и для каждого такого разбиения вычислялось среднее значение оценки погрешности Δ' . Из результатов численных экспериментов можно сделать следующие выводы: погрешность не превосходит 2,7 процентов; значения m'_1 и m'_2 не более чем на единицу отличаются от значений m_1 и m_2 ; с ростом числа непрерываемых работ растет доля экспериментов, в которых $\Delta' < \Delta$, а также растут значения Δ, Δ' и $\Delta - \Delta'$.

Построение расписаний с ограничениями предшествования и позиционно-зависимыми длительностями обслуживания

В. С. Гордон¹, А. Б. Долгий², В. А. Струсевич³

¹ *Объединенный ин-т проблем информатики НАН Беларуси, Минск*

² *Национальная высшая горная школа г. Сент-Этьена, Франция*

³ *Гринвичский университет, Великобритания*

В большинстве задач теории расписаний параметры, включая длительности обслуживания требований, являются заданными константами. Однако в практических задачах планирования и управления условия обслуживания зачастую меняются с течением времени, и в связи с этим представляет интерес исследование таких моделей теории расписаний, в которых допускаются изменения производительности оборо-

дования в процессе построения расписания и, в результате, длительности обслуживания требований зависят от их позиций в расписании.

При планировании производственных процессов технологические условия производства диктуют определенный порядок выполнения операций (например, при сборке изделий, состоящих из набора деталей). В задачах теории расписаний эти условия моделируются введением ограничений предшествования в обслуживании требований (заданием на множестве требований частичного порядка). В докладе рассматриваются такие задачи построения расписаний, в которых необходимо минимизировать общее время обслуживания требований, на множестве требований задан частичный порядок, требования обслуживаются одним прибором и длительность обслуживания каждого требования зависит от его позиции в последовательности обслуживания. При этом возможны две различные модели такой зависимости: 1) при *ухудшении условий* обслуживания (например, вследствие износа оборудования или усталости оператора) длительность обслуживания увеличивается, если обслуживание требования начинается позже (из-за изменения набора требований в предшествующих позициях, сопряженного с увеличением суммы их исходных длительностей); 2) при наличии *эффекта обучения* длительность обслуживания требования уменьшается с ростом числа требований, обслуженных перед ним.

Для рассматриваемых ниже моделей обслуживания предполагается, что требования обслуживаются прибором без прерываний по одному в каждый момент времени и расписание задается последовательностью их обслуживания и определяется перестановкой $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$ требований, где $\pi(r)$ – требование в r -й позиции последовательности. Расписание допустимо, если выполнены условия предшествования в обслуживании требований. Для каждого требования j известна «нормальная» (исходная) длительность обслуживания p_j . В работе предполагается, что при ухудшении условий обслуживания реальное время обслуживания требования j в позиции r выражается формулой

$$p_j^{[r]} = p_j \left(1 + \sum_{k=1}^{r-1} p_{\pi(k)} \right)^A, \quad (1)$$

где $A > 0$ – заданная константа, общая для всех требований, а при наличии эффекта обучения реальное время обслуживания требования j в позиции r выражается формулой

$$p_j^{[r]} = p_j \gamma^{r-1}, \quad (2)$$

где γ – заданная константа, общая для всех требований и $0 < \gamma \leq 1$.

Таким образом, при ухудшении условий обслуживания длительность обслуживания требования полиномиально зависит от суммы «нормальных» длительностей ранее обслуженных требований, а при наличии эффекта обучения имеет место *позиционно-экспоненциальная* зависимость.

В докладе показано, что задача минимизации общего времени обслуживания требований полиномиально разрешима, если

- 1) длительности обслуживания требований при ухудшении условий обслуживания задаются формулой (1), где $A = 2$, а при эффекте обучения – формулой (2), где $0 < \gamma < 1$, и
- 2) ширина частично упорядоченного множества, задающего ограничения предшествования, не превышает некоторого фиксированного числа (в частности, этому условию удовлетворяет частичный порядок, задаваемый последовательно-параллельным графом).

Непрерывный подход к решению задач о клике

Т.В. Груздева

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

В работе рассматриваются известные в дискретной математике задачи поиска максимальной и максимальной взвешенной клики в простом неориентированном графе $G = (V, E)$, где $V = \{1, \dots, n\}$ – множество вершин, E – множество ребер. Пусть для каждой вершины $i \in V$ определен вес $w_i > 0$. ЗМБК – задача нахождения клики максимального веса. Она является обобщением классической задачи поиска клики максимальной мощности (ЗМК), когда все веса равны, скажем, $w = (1, \dots, 1)$.

Непрерывный подход к решению ЗМБК и ЗМК использует сведение их к непрерывным оптимизационным задачам с d.c. (разность двух выпуклых функций) ограничением-неравенством с параметрами $\alpha \neq \gamma$ [1]:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{w_i} x_i^2 \downarrow \min, \quad x \in S, \quad (P)$$

$$\text{sign}(\alpha - \gamma) F_{\alpha, \gamma}(x) \leq 0,$$

где $F_{\alpha,\gamma}(x) = \langle x, [\alpha \bar{B} + \gamma(B + D)]x \rangle - \gamma \langle d, x \rangle$, $d_i = \frac{1}{w_i}$, $i = 1, \dots, n$,

$D = \text{diag}\{d_1, \dots, d_n\}$, матрицы B и \bar{B} построены соответственно по правилам: $b_{ij} = \omega_{ij}$, если $(i, j) \in E$, и $b_{ij} = 0$ в противном случае; $\bar{b}_{ij} = \omega_{ij}$, если $i \neq j$, $(i, j) \notin E$, и $\bar{b}_{ij} = 0$ в противном случае;

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2w_i} + \frac{1}{2w_j}. S = \left\{ x \geq 0 \mid \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\}.$$

Пусть $C \subset V$ – произвольная клика, $W(C) = \sum_{i \in C} w_i$. Введем

характеристический вектор $z(C, w)$: $z(C, w)_i = \frac{w_i}{W(C)}$, если $i \in C$,

$z(C, w)_i = 0$ в противном случае.

ТЕОРЕМА [1]. Пусть графу G в соответствие поставлена задача (P), где $\alpha \neq \gamma$. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

- i) C – локально максимальная клика веса W , $z(C, w)$ – ее характеристический вектор;
- ii) z – строгий локальный минимум в задаче (P).

Для решения задачи (P) применяется стратегия глобального поиска для задач с d.c. ограничением [2, 3], основными этапами которой являются локальный поиск, построение аппроксимации поверхности уровня выпуклой функции и решение линейризованных задач.

Разработанные алгоритмы тестированы [1] на задачах о клике из библиотеки DIMACS и применены для нахождения оценок в задаче размещения с предпочтениями клиентов [4].

Литература

1. Груздева Т.В. Решение задачи о клике сведением к задаче с d.c. ограничением / Т.В. Груздева // Дискретный анализ и исследование операций. – 2008. – Т. 15, № 6. – С. 20-33.
2. Груздева Т. В. Локальный поиск в задачах с невыпуклыми ограничениями / Т. В. Груздева, А. С. Стрекаловский // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Т. 47, № 3. С. 397-413
3. Стрекаловский А.С. Минимизирующие последовательности в задачах с d.c. ограничениями / А.С. Стрекаловский // Журнал вычисли-

тельной математики и математической физики. – 2005. – Т. 45. № 3. – С. 435-447.

4. Васильев И.Л. Новые нижние оценки для задачи размещения с предпочтениями клиентов / И.Л. Васильев, К.Б. Климентова, Ю.А. Кочетов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2009. – Т.49. № 6. – С. 1055-1066.

Задачи обслуживания линейно рассредоточенных стационарных объектов перемещающимися процессорами – I

Д.И. Коган, Ю.С. Федосенко

Московский государственный университет

приборостроения и информатики,

Волжская государственная академия водного транспорта

В типовых моделях теории расписаний полагается, что процессоры стационарны, а требующие обслуживания объекты поступают к ним в заданные моменты времени. В моделях, изучаемых в данной работе, один или два перемещающихся процессора должны обслужить совокупность стационарных объектов $O_n = \{o_1, o_2, \dots, o_n\}$, расположенных в пределах одномерной рабочей зоны \mathcal{E} . Модель I предусматривает наличие процессора P , реализующего два рейса между крайними точками зоны: прямого, в котором обслуживается часть объектов, и обратного, в котором обслуживаются все остальные объекты. Модель II отличается от модели I тем, что обслуживание осуществляется двумя идентичными процессорами P_1 и P_2 при реализации ими рейсов только в прямом направлении. В обеих моделях считается, что прибыв к объекту, назначенному на обслуживание в выполняемом рейсе, процессор с определенными затратами времени реализует требуемое обслуживание, а затем продолжает движение. С каждым объектом o_j ассоциируется функция индивидуального штрафа $f_j(t)$, выражающая зависящую от момента завершения его обслуживания величину потерь ($j = \overline{1, n}$).

Рассматриваемые модели описывают, в частности, процессы снабжения топливом добывающих комплексов в крупномасштабных районах русловой добычи нерудных строительных материалов. Модель I формализует технологию снабжения, реализуемую специализированным судном-заправщиком, а модель II – техноло-

гию попутного снабжения танкерами, проходящими зону E транзитом.

Стратегией обслуживания именуем подмножество элементов V из совокупности индексов $N = \{1, 2, \dots, n\}$. В модели I объекты o_j , где $j \in V$, обслуживаются в прямом рейсе, а все остальные объекты группы O_n – в обратном рейсе. В модели модели II объекты o_j , где $j \in V$, обслуживаются процессором P_1 , остальные объекты – процессором P_2 . Для объекта o_j через $t_j^*(V)$ обозначим момент завершения его обслуживания при реализации стратегии V , $j = 1, n$.

Задача I-1 формулируется в рамках модели модели I и заключается в отыскании стратегии обслуживания, минимизирующей величину максимального из индивидуальных штрафов по всем объектам:

$$\min_V (\max_j \phi_j(t_j^*(V))).$$

Задача I-2 формулируется в рамках модели модели I и состоит в отыскании стратегии, минимизирующей величину суммарного по всем объектам штрафа:

$$\min_V \sum_{j=1}^n \phi_j(t_j^*(V)).$$

В рамках модели II идентичным образом формулируются задачи II-1 и II-2.

Для задачи I-1 построен алгоритм решения, имеющий оценку временной вычислительной сложности $O(n \lg n)$. Общий алгоритм решения задачи I-2 основан на соотношениях динамического программирования и имеет псевдополиномиальную оценку времени счета. В двух практически важных частных случаях (продолжительности обслуживания процессором различных объектов одинаковы; все функции индивидуального штрафа линейны) для задачи I-2 построены полиномиальные решающие алгоритмы. Показано, что в двух других частных случаях (все функции индивидуального штрафа кусочно-линейны; все функции индивидуального штрафа ступенчатые) задача I-2 *NP*-трудна.

Аналогичное исследование выполнено для задач II-1 и II-2 (обе они в своих общих постановках *NP*-трудны). Построенные ал-

горитмы решения этих задач используют метод динамического программирования.

Задачи обслуживания линейно рассредоточенных стационарных объектов перемещающимися процессорами – II

Д.И. Коган, Ю.С. Федосенко, Н.А. Дуничкина

Московский государственный университет

приборостроения и информатики,

Волжская государственная академия водного транспорта

В развитие исследований [1] проблемы повышения эффективности одностадийного обслуживания группы стационарных объектов, рассредоточенных вдоль одномерной рабочей зоны перемещающегося процессора, данная работа представляет новые, бикритериальные задачи синтеза оптимально-компромиссных стратегий. Ниже при их изложении соблюдается преемственность в нумерации и использовании обозначений работы [1].

В Модели I дополнительно к функциям индивидуального штрафа $\phi_j(t)$ учтём аналогичные по свойствам функции $\psi_j(t)$, ассоциируемые с каждым объектом o_j ($j = \overline{1, n}$). Таким образом модифицированная модель позволяет описать возникающие в приложениях специфические ситуации и для корректного управления ими сформулировать бикритериальные задачи синтеза стратегий обслуживания.

Задача I-3. Найти полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания для бикритериальной проблемы минимизации суммы индивидуальных штрафов ϕ_j и величины максимального из индивидуальных штрафов ψ_j по всем объектам группы: $\min_{V \subseteq N} (\sum_{j=1}^n \phi_j(t_j^*(V)), \max \psi_j(t_j^*(V)))$.

Задача I-4. Найти полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания для бикритериальной проблемы, минимизации величин суммарных штрафов ϕ_j и ψ_j по всем объектам группы: $\min_{V \subseteq N} (\sum_{j=1}^n \phi_j(t_j^*(V)), \sum_{j=1}^n \psi_j(t_j^*(V)))$.

Задача I-5. Найти полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания для бикритериальной проблемы, минимизации величин индивидуальных штрафов ϕ_j и ψ_j по всем объектам группы: $\min_{V \subseteq N} (\max(\phi_j(t_j^*(V)), \max \psi_j(t_j^*(V)))$.

Дополнительно рассмотрена модель однопроцессорного обслуживания, учитывающая предписанные объектам o_j ($j = \overline{1, n}$) директивные сроки завершения обслуживания, нарушение которых влечет за собой монотонно возрастающий в зависимости от времени задержки штраф. Такой штраф определяется функцией $\phi_j(t)$, равной нулю при $t \in [0, d_j]$, где d_j – величина директивного срока, и монотонно возрастающей от нуля функции $\Phi_j(t - d_j)$ при $t > d_j$ ($j = \overline{1, n}$). В подобных моделях произвольную стратегию V целесообразно оценивать двумя аддитивными критериями:

$$K_1(V) = \sum_{j=1}^n \text{sign}(\phi_j(t_j^*(V))) \text{ и } K_2(V) = \sum_{j=1}^n \phi_j(t_j^*(V))$$

– соответственно числом объектов, обслуживаемых с нарушениями директивных сроков, и суммарным штрафом. Возникающая при этом оптимизационная задача ($\min K_1(V), \min K_2(V)$) является частным случаем задачи I-4.

Все сформулированные выше задачи относятся к числу *NP*-трудных. Для их решения разработаны алгоритмы, реализующие идеологию бикритериального динамического программирования.

Аналогичные исследования выполнены для задач II-1 и II-2.

Литература

1. Коган Д.И., Федосенко Ю.С. Задачи обслуживания линейно расщепленных стационарных объектов перемещающимися процессорами – I (в настоящем сборнике).

R-представление графов

В.П.Козырев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Граф $G(V, E)$ допускает *R*-представление, если каждой вершине $v_i \in V$ ставится в соответствие отрезок $[a_i, b_i]$ и «высота» r_i так, что две вершины $(v_i, v_j) \in E$ смежны, если и только если отрезки $[a_i, b_i]$ и $[a_j, b_j]$ пересекаются и $|r_i - r_j| < R$. Если не вводить па-

параметры Γ , получаем понятие интервального графа. Отображение φ графа $G(V, E)$ в $G'(V', E')$ называется гомеоморфным, если каждой вершине $v \in V$ и каждому ребру $e \in E$ однозначно отнесены их образы $\varphi(v) \in V'$, $\varphi(e) \in E'$ так, что сохраняется отношение инцидентности вершин и рёбер. Граф G называется астероидальным, если в нём имеются три вершины v_1, v_2, v_3 и три цепи L_1, L_2, L_3 такие, что цепь L_i соединяет v_j с v_k и ни одна из вершин этой цепи не смежна с v_i ($i, j, k \in \{1, 2, 3\}, i \neq j \neq k$).

Теорема 1. Астероидальный граф, на цепях которого лежат вершины полного графа K_n , R -представим.

Теорема 2. Подразбитые графы \hat{K}_5 и $\hat{K}_{3,3}$ не имеют R -представления. В этих графах каждое ребро подразбито.

Теорема 3. Для любого планарного 3-связного графа G существует гомеоморфный ему граф G' , допускающий R -представление.

Свойства описанных графов могут быть использованы для нахождения многопроцессорных расписаний.

Представление графов прямоугольниками

В.П.Козырев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Пусть $G(V, E)$ – граф без петель и кратных рёбер. Каждая вершина $v_i \in V$ представляется прямоугольником со сторонами, параллельными осям координат евклидовой плоскости, и две вершины $(v_i, v_j) \in E$ смежны, если соответствующие прямоугольники имеют общий отрезок ненулевой меры. Любой непланарный граф не допускает такое представление. Пусть K_4 – полный граф с 4 вершинами $L = L(a, b, v_1, \dots, v_r)$ – граф, у которого смежные вершины a, b смежны с вершинами v_1, \dots, v_r , $M = M(a, w, v_1, \dots, v_r)$ – граф, у которого вершины v_1, \dots, v_r образуют цикл, все эти вершины смежны с вершиной a , $r \geq 4$.

Теорема. Граф $G(V, E)$ допускает представление прямоугольниками тогда и только тогда, когда он не содержит K_4, L, M в качестве подграфов. Предложен полиномиальный алгоритм построения системы прямоугольников, сложность которого оценивается по порядку $|V|^7$.

Оперативное управление потоком заданий в системе распределенных вычислительных ресурсов*

М.Г. Коновалов, Ю.Е. Малашенко, И.А. Назарова

Институт проблем информатики РАН,

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Рассматривается информационно-вычислительная система, основными элементами которой являются распределенные гетерогенные вычислительные ресурсы и удаленные потребители ресурсов. Эти элементы сообщаются между собой через каналы связи, которые, вообще говоря, могут быть частью неких общих, даже глобальных сетей.

Вычислительный ресурс трактуется либо как компьютер (процессор), способный выполнять операции вычислительного характера, либо как совокупность компьютеров, объединенных в локальную сеть. Независимо от трактовки ресурс считается элементарной составной частью системы, его структура не рассматривается, а существенную для модели роль играют определенные, вообще говоря, различные для разных ресурсов характеристики: производительность, степень удаленности от пользователей, надежность, стоимость доступа и пр.

Потребители ресурсов являются источниками потоков заданий. Каждое задание должно быть выполнено путем обращения к одному или нескольким вычислительным ресурсам. Время существования задания в системе ограничено, если за это время задание не выполнено, то оно считается потерянным и покидает систему. Задание состоит из некоторого, возможно структурированного, набора задач. Выполнение задания заключается в обработке задач в последовательности, соответствующей структуре задания. Задачи из задания посылаются на обработку в виде пакетов, состоящих из задач, относящихся к одному заданию. Пакеты задач поступают на вычислительные ресурсы, где они образуют очереди. Полностью выполненный пакет возвращается потребителю. Если пребывание пакета в ресурсе прерывается до окончания обработ-

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 09-07-12032-офи_м, 08-07-00152-а).

ки, то пакет расформируется, а входившие в него задачи вновь ожидают выполнения.

Рассматриваемая система характеризуется также такими параметрами, как объемы поступающих заданий, задержки при передаче пакета по сети и при обработке, стоимости пересылки и аренды ресурсов и пр.

Исследуемая модель не привязана к определенному реальному объекту, но основные ее черты свойственны многим распределенным вычислительным средам, в частности, широко распространяющимся и активно изучаемым градам. Главный аспект, в котором сосредоточено внимание в работе, заключается в необходимости алгоритма выбора, по крайней мере, двух ключевых параметров, связанных с отправкой пакетов. Это объем посылаемого пакета (количество включенных в них задач) и ресурс, на который данный пакет будет направлен. Оценка качества работы системы и ее оптимизация может осуществляться с помощью операционных и стоимостных показателей. К операционным показателям следует отнести: количество и объем выполненных и невыполненных заданий, время выполнения заданий, загрузку ресурсов. К стоимостным показателям относятся: затраты на аренду ресурсов и на транспортировку по сети, доход от использования ресурсов, штраф за невыполненные задания или за задержку в их выполнении и т.п.

В терминах перечисленных показателей рассматриваются и анализируются постановки задач, связанные с безусловной или условной оптимизацией. Для их решения предлагается использовать адаптивные алгоритмы, построенные на базе теории частично наблюдаемого марковского процесса принятия решений. В докладе сообщаются результаты численных экспериментов, демонстрирующих с помощью имитационных моделей возможности адаптивного подхода к оперативному управлению потоками заданий в системах распределенных вычислительных ресурсов.

Алгоритмы распределения ресурсов в многопроцессорной системе с нефиксированными параметрами*

Е.О. Косоруков, М.Г. Фуругян

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Разработаны алгоритмы решения задачи составления допустимого расписания с прерываниями в многопроцессорной системе в случае, когда заданы директивные интервалы, а длительности работ линейно зависят от количества выделенного им дополнительного ресурса.

Рассматривается вычислительная система, состоящая из m идентичных процессоров, и множество работ $N = \{1, 2, \dots, n\}$, допускающих прерывания и переключения с одного процессора на другой. Предполагается, что прерывания и переключения не сопряжены с временными затратами. Для работы $i \in N$ установлен директивный интервал $(b_i, f_i]$. Помимо процессоров в системе имеется дополнительный ресурс не возобновляемого типа. Суммарное количество этого ресурса составляет R . Если работе i выделено r_i единиц дополнительного ресурса, то ее длительность составляет $t_i = d_i - a_i r_i$, где

$$r_i \in [0, \bar{r}_i], \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

$$\sum_{i \in N} r_i \leq R, \quad (2)$$

a_i, d_i, \bar{r}_i – заданные величины, $a_i > 0, d_i > 0, 0 \leq \bar{r}_i < d_i / a_i$. Таким образом, $t_i \in [d_i - a_i \bar{r}_i, d_i]$, причем $d_i - a_i \bar{r}_i > 0$. Требуется найти такое распределение ресурса $(r_1^0, r_2^0, \dots, r_n^0)$, удовлетворяющее ограничениям (1), (2), при котором существует допустимое расписание, или установить, что такого распределения ресурсов не существует.

Данная задача сведена к задаче нахождения потока минимальной стоимости в потоковой сети G специального вида. Показано, что для существования допустимого расписания необходимо и достаточно существование в сети G циркуляции g , стоимость

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ –4806.2010.1.

которой $c(g) \leq R - \sum_{i \in N} d_i / a_i$.

Далее рассматривается задача с одинаковыми директивными интервалами $(0, F]$ для всех работ, которая так же, как и предыдущая, сводится к задаче о потоке минимальной стоимости или к задаче линейного программирования. Если эта задача не имеет решения, то определяется такое распределение ресурса $(r_1^0, r_2^0, \dots, r_n^0)$, удовлетворяющее ограничениям (1), (2), при котором существует допустимое расписание в следующих случаях: 1) директивный срок F задан, величина дополнительного ресурса R минимизируется; 2) величина дополнительного ресурса R задана, директивный срок F минимизируется; 3) определяется оптимальное сочетание величины ресурса R и директивного срока F , при которых существует допустимое расписание.

Первые две из сформулированных задач сведены к задачам линейного программирования. Пусть R_l и F_l – минимальные значения дополнительного ресурса и директивного срока, полученные при их решении. Для решения третьей задачи вводится следующую штрафную функцию от двух переменных:

$$H_\alpha(r, f) = \alpha[r / R - 1] + (1 - \alpha)[f / F - 1],$$

где, α - параметр, регулирующий предпочтение между ресурсом и директивным сроком; $r \in [R, R_l)$, $f \in [F, F_l)$. Тогда оптимальным распределением ресурса, при котором существует допустимое расписание, будет распределение $(r_1^0, r_2^0, \dots, r_n^0)$, являющееся решением следующей задачи:

$$H_\alpha(r, f) \rightarrow \min_{(r_1, \dots, r_n, r, f)},$$

$$\sum_{i \in N} a_i r_i + mf \geq \sum_{i \in N} d_i, \sum_{i \in N} r_i \leq r, r_i \in [0, \bar{r}_i], i \in N.$$

Проблемы использования результатов теории расписаний для планирования вычислений в системах реального времени

В.А. Костенко
МГУ им.М.В.Ломоносова

Задача построения расписания может быть представлена как задача комбинаторной оптимизации в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \max_H k \\
 & g_i(H, \bar{x}) \leq 0, i = 1, \dots, N_g \\
 & k = f(H)
 \end{aligned} \tag{1}$$

где H – расписание выполнения заданного набора работ, \bar{x} – вектор значений требований к расписанию, $g_i(H, \bar{x})$ – ограничения на корректность расписания, $f(H)$ – модель вычислений, которая позволяет вычислить критерий оптимальности расписания k . Например, представление задачи построения расписаний обменов по каналу с централизованным управлением в виде (1) рассмотрено в работе [1].

Можно выделить три основные причины, которые ограничивают применение результатов теории расписаний для планирования вычислений в системах реального времени (ВСПВ): 1) использование в теории расписаний упрощенных моделей вычислений $f(H)$; 2) учет ограничений на корректность расписания $g_i(H, \bar{x})$, которые обусловлены особенностями аппаратных и программных средств вычислительной системы (в дальнейшем, технологические ограничения); 3) неприемлемая точность алгоритмов построения расписаний.

Недостаточная точность модели вычислений связана с проблемами оценки времени выполнения работ на процессорах и оценками задержек обусловленных доступом к разделяемым ресурсам (каналам обмена и модулям памяти). В теории расписаний время выполнения работ обычно задается константой зависящей лишь от типа процессора. Однако для современных процессоров время выполнения работы зависит также и от контекста расположения ее в расписании, объема и распределения требуемой работе памяти. Также в большинстве моделей вычислений затраты времени на обмен определяются лишь объемом передаваемых данных и не учитываются затраты времени на арбитраж и ожидание времени освобождения канала. Использование упрощенной модели вычислений приводит к тому, что мы решаем задачу (1) с целевой функцией $f_M(H)$, которая может существенно отличаться по свойствам и рельефу от функции $f_R(H)$ соответствующей реальной ВСПВ. Обычно $f_M(H) > f_R(H)$ и как следствие получаемые

расписания не удовлетворяю требованиям работы в реальном времени.

Задачи с одной и той же целевой функцией и различным набором технологических ограничений могут принципиально отличаться друг от друга и задач с набором ограничений, обусловленных только требованием работы в реальном времени (в теории расписаний обычно рассматриваются только эти ограничения) [1]. Это приводит к тому, что для рассматриваемой задачи построения расписания требуется или существенное изменение известного алгоритма или разработка нового [1].

Большинство задач планирования вычислений в ВСРВ относятся к классу *NP*-трудных и для их решения используются приближенные алгоритмы. Оценки точности алгоритмов приводятся для общей задачи. Многие алгоритмы являются неприемлемыми по точности для задач с критерием оптимальности «максимальное число работ размещенных в расписание». Однако для конкретной ВСРВ достаточно рассматривать частную задачу (на возможные значения исходных данных налагаются ограничения). Алгоритм неприемлемый по точности для общей задачи очень часто оказывается приемлемым по точности для частной задачи и может быть расширен на решение задач с технологическими ограничениями.

Литература

1. Костенко В.А. Алгоритмы построения расписаний для одноприборных систем, входящих в состав систем реального времени// Методы и средства обработки информации: Третья Всероссийская научная конференция. Труды конференции. - М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ имени М.В. Ломоносова; МАКС Пресс, 2009.-С.245-258.
(<http://lvk.cs.msu.su/~ashalimov/doc/MCO09 - part4.pdf>).

Совместное планирование вычислений и обменов в бортовых системах реального времени

В.А. Костенко, П.Е. Шестов

Факультет ВМК МГУ им. М.В.Ломоносова

Бортовые системы жёсткого реального времени имеют, как правило, трёхуровневую архитектуру. Первый уровень включает в свой состав вычислительные модули, которые управляют режимами работы борта, второй - функциональные подсистемы, решающие отдельные прикладные задачи (например, радиолокационная подсистема), третий – контроллеры, управляющие датчиками и

исполнительными механизмами, относящимися к конкретной подсистеме. Функциональные подсистемы и вычислительные модули первого уровня взаимодействуют через единую среду обмена. Функциональные подсистемы представляют собой законченные модули, и их программное обеспечение изменять не допускается. В связи с этим набор сообщений, передающий данные подсистемам или от подсистем, изменяться не может. В качестве среды обмена может быть шина с централизованным управлением или коммутатор.

В работе рассматривается задача построения согласованных расписаний выполнения работ на вычислительных модулях первого уровня и передачи сообщений. Исходными данными задачи являются набор работ, которые необходимо запланировать для выполнения на вычислительных модулях первого уровня, и набор сообщений, которыми должны обмениваться работы и подсистемы. Для каждой работы заданы: директивный интервал, набор вычислительных модулей на которых может выполняться работа, время выполнения работы, наборы сообщений, содержащий входные данные для работы и выходные данные работы. Для каждого сообщения заданы: директивный интервал, время передачи, наборы работ и подсистем, которыми используются данные сообщения и от которых передает данные сообщение.

Расписанием выполнения работ является множество троек «работа, вычислительный модуль, время начала выполнения». Расписанием передачи сообщений является множество пар «сообщение, время начала передачи». Расписания согласованы если время завершения передачи каждого сообщения меньше времени начала работ использующих данные сообщения, время начала передачи каждого сообщения больше времени завершения выполнения работ, от которых передает данные сообщение и работы, данные от которых передаются в одном сообщении, должны выполняться на одном и том же вычислительном модуле.

К особенностям задачи, которые отличают её от других задач, рассматриваемых в теории расписаний, можно отнести следующие: набор сообщений задаётся заранее, а не порождается набором работ; учёт технологических ограничений на корректность расписаний обусловленных особенностями аппаратных и программных средств системы. Например, при использовании канала с централизованным управлением на расписание передачи сооб-

щений накладывается следующее ограничение «количество сообщений следующих непрерывно (без пауз) друг за другом не должно превышать заданного числа». Это ограничение связано с особенностями существующих контроллеров канала.

Рассмотрено несколько подходов к решению задачи. Первый заключается в отдельном построении расписаний. Сначала построить расписание передачи сообщений, а затем согласованное с ним расписание выполнения работ невозможно, т.к. не для всех сообщений известны абоненты среды обмена пока не построено расписание выполнения работ. Если сначала построить расписание выполнения работ, то возникает следующая проблема: расписание выполнения работ сильно влияет на планируемость сообщений, а значит надо учитывать их характеристики и планировать паузы между работами, в которые будут передаваться сообщения.

Второй подход заключается в рассмотрении сообщений как работ с единственным допустимым процессором – средой обмена. В таком случае можно использовать алгоритмы решения известной задачи планирования набора работ с заданным отношением частичного порядка. Однако при их использовании возникает проблема учета технологических ограничений на корректность расписания передачи сообщений.

Третий подход состоит в разбиении исходно заданных множеств работ и сообщений на подмножества и последовательном планировании работ и сообщений отдельных подмножеств.

Ранги экстремумов и принцип оптимальности сетевых систем

В.Ч. Кудяев

Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН

В работе введено понятие ранга экстремума и формализован на этой основе системный принцип оптимальности “Любая часть оптимальной системы оптимальна”, т.е. установлена взаимосвязь между величиной оптимизируемых частей системы и нелокальностью получаемого при этом экстремума всей системы.

Рассмотрим задачу:

$$f(x) \rightarrow \min; \quad g_j(x) = 0, \quad j = 1, \mathbf{K}, m; \quad x \in P \subset R^n. \quad (1)-(3)$$

Определение 1. Допустимый вектор \tilde{x}_p назовем вариацией p -го ранга допустимого вектора x , если значения каких-либо $(n - m - p)$ его компонент совпадают со значениями этих же компонент вектора x .

Определение 2. Допустимый вектор x^* назовем экстремумом p -го ранга задачи, если для любой его вариации p -го ранга \tilde{x}_p^* выполняется неравенство $f(x^*) \leq f(\tilde{x}_p^*)$.

Очевидно, что экстремум $(n - m)$ -го ранга является глобальным.

Рассмотрим наиболее простую из многоэкстремальных задач на графах – сетевую транспортную задачу с вогнутой целевой функцией:

$$z(v) = \sum_{ij \in D} c_{ij}(v_{ij})l_{ij} \rightarrow \min; \quad \sum_{i \in \Gamma_j^+} v_{ij} - \sum_{k \in \Gamma_j^-} v_{jk} = g_i \quad \forall j \neq 1 \in B; \quad (4), (5)$$

$$\sum_{j \in \Gamma_i^-} v_{ij} = Q; \quad v_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in D, \quad (6), (7)$$

где $\Gamma(B, D)$ - заданный оргграф сети; B и D – множество его вершин и дуг; v_{ij}, c_{ij}, l_{ij} - искомое значение величины потока, его удельная стоимость и длина (i, j) -й дуги; Q – заданный поток в сеть; g_i - заданный расход потока в i -м узле сети. Экстремумы могут достигаться лишь в вершинах транспортного многогранника (5)-(7) Экстремум 1-го ранга обеспечивает при этом наилучшее решение на симплексе, вершиной которого он является, а экстремум второго ранга – и на смежных симплексах. Определим теперь подграфы $\Gamma(B, D)$, оптимизация которых приводит к экстремуму заданного ранга. Для этого введем понятие фрагментов сети. Угловым точкам транспортного многогранника соответствуют остовные деревья графа $\Gamma(B, D)$ с заданным на их дугах потоком. Пусть T - текущее дерево сети. Продвижению из текущей угловой точки в смежную соответствует внесение в текущее остовное дерево некоторой его хорды e из $\Gamma(B, D)$ и удаление инцидентной ей дуги. При этом изменяются потоки только по дугам контура K_{T+e} , замыкаемого хордой e на дереве T . Такой контур и является одним из фрагментов 1-го ранга, соответствующим текущему дереву T . Аналогич-

ным образом строятся фрагменты 2-го и более высоких рангов, получаемые внесением в дерево T двух и более хорд. Замыкаемые при этом хордами контуры должны быть связным подграфом графа $\Gamma(B,D)$, т.к. оптимизация на несвязных фрагментах может быть рассмотрена по отдельности и, следовательно, имеет меньший ранг.

Определение 3. Решение задачи (4)–(7) $\{v_{ij}^*\}_{ij \in D}$ назовем оптимальным по фрагментам p -го ранга сети, если для любого фрагмента p -го ранга $\Phi_{T,p}$, выделяемого деревом T на графе $\Gamma(B,D)$:
$$\sum_{ij \in \Phi_{T,p}} c_{ij}(v_{ij}^*)l_{ij} \leq \sum_{ij \in \Phi_{T,p}} c_{ij}(v_{ij})l_{ij}, \text{ где } v_{ij} = v_{ij}^* \quad \forall ij \notin \Phi_{T,p}.$$

Теорема (принцип оптимальности для сетевых систем).

1). Отличные от нуля компоненты потокораспределения $\{v_{ij}^*\}_{ij \in D}$ экстремума p -го ранга выделяют на $\Gamma(B,D)$ ориентированное остовное дерево с корнем в источнике сети.

2). Экстремум p -го ранга является глобальным на выпуклой линейной комбинации вершин транспортного многогранника, имеющих смежность в промежутке $[1, p]$ к точке экстремума.

3). Для того чтобы решение задачи $\{v_{ij}^*\}_{ij \in D}$ было экстремумом p -го ранга, необходимо и достаточно, чтобы оно было оптимально по всем фрагментам p -го ранга сети.

Утверждение 2) устанавливает взаимосвязь между рангом экстремума в задаче и его нелокальностью. Утверждение 3) является конкретизацией системного принципа оптимальности.

Особенности построения решения для вершинного варианта задачи анализа уязвимости многопродуктовой сети*

И.А. Назарова

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Рассматривается проблема анализа уязвимости многопродуктовой сети (МП-сети) с учетом возможности выхода из строя (полностью) одного или нескольких вершин так, чтобы ущерб,

* Грант президента РФ по поддержке ведущих научных школ (НШ-4806. 2010.1)

связанный с количеством неудовлетворенных требований на поток для разделенных пользователей в разрушенной сети, был максимальным. Исходя из методологического подхода теории исследования операций, решением задачи анализа уязвимости считается гарантированная оценка возможного ущерба пользователей при неточно известных заранее внешних воздействиях, приводящих к полному разрушению произвольных вершин сети.

В докладе излагается общий подход к нахождению точного решения оптимизационной задачи на уязвимость в следующих постановках:

Постановка 1. При мощности удара, не превосходящей заданной величины, необходимо найти множество вершин, при удалении которых из сети разъединяется хотя бы одна тяготеющая пара, такое, что сумма требований для разъединенных пар максимальна.

Постановка 1'. Необходимо найти множество из не более k вершин, при удалении которых из сети разъединяется максимальное число тяготеющих пар.

Многие классические сетевые и теоретико-графовые проблемы ставятся и исследуются как для реберного, так и для вершинного вариантов, при этом алгоритмы, разработанные для одного случая, могут достаточно эффективно применяться для изучения другого. Однако прямое использование алгоритмов, успешно решающих реберный вариант, для изучения вершинного варианта задачи анализа уязвимости МП-сети оказываются малорезультативными из-за жесткой постановки последней. Поэтому для исследования частных случаев задачи воспользуемся методами, предназначенными для решения вершинных вариантов близких по смыслу задач. В остальных случаях предлагается применить подходы, разработанные непосредственно для изучения этой задачи и позволяющие в полной мере учитывать ее специфику.

Предлагаемое исследование является развитием методологии, изложенной в [1], где было введено понятие несократимого реберного разреза, и изучались возможности использования его свойств для решения задачи анализа уязвимости МП-сети. В данном докладе методология несократимых разрезов распространена на вершинные разрезы и применяется для решения вершинного варианта задачи. Частные случаи постановок исследуются с помощью теоретико-графовых и потоковых методов. Указывается,

что сложность задачи в общем случае зависит от конфигурации сети, ресурсов, имеющихся для ее разрушения, и числа тяготеющих пар.

Литература

1. Назарова И.А. Модели и методы анализа многопродуктовых сетей. М.: ВЦ РАН, 2004.

Об одной модели стохастического транспортного равновесия*

Е. А. Нурминский, Д.А. Лютаев

Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН

В основе теории сетевого транспортного равновесия лежит понятие игрового бескоалиционного равновесия Нэша, переосмысленное Вардропом применительно к участникам дорожного движения в виде двух принципов (Wardrop principles) [1]:

1. все пути, реально использующиеся для перемещения из пункта отправки А в пункт назначения В, имеют одинаковую стоимостную оценку;

2. стоимость любого неиспользуемого пути между пунктом отправки А и пунктом назначения В превосходит стоимость используемых путей.

В реальности выбор маршрута осуществляется в условиях неопределенности относительно характеристик маршрута, влияющих на его оценку со стороны участников дорожного движения. В этом случае естественным образом можно ввести понятие сетевого стохастического равновесия [2], условие которого формулируется в следующем виде:

$$\frac{f_{rs}^k}{q_{rs}} = P_{rs}^k, \quad \forall k \in K_{rs}, \forall (r,s) \in W, \quad (1)$$

где rs – пара вершин источник-сток, W – множество всех пар источник-сток, q_{rs} – объем перевозок из источника r в сток s , k – маршрут, соединяющий источник r и сток s , K_{rs} – множество всех маршрутов, соединяющих источник r и сток s , f_{rs}^k – часть объема q_{rs} , использующая маршрут k , P_{rs}^k – вероятность выбора мар-

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 09-01-00042а

шрута k корреспонденции rs . Т.е.
 $P_{rs}^k = P_{rs}^k(C_{rs}^k \leq C_{rs}^l, \forall l \neq k, l, k \in K_{rs})$, где C_{rs}^k - случайная величина, представляющая собой оценку стоимости маршрута k представителями корреспонденции rs . Система (1) сводится к задаче безусловной оптимизации, которая решается методом скользящего среднего [2]

В данной работе рассматривается одна пара источник-сток с двумя маршрутами, на которых с различными вероятностями возможны два состояния: состояние свободного движения и состояние затрудненного движения (состояние пробки). Показано, что в данной модели возможны ситуации, когда более привлекательным в среднем для участников движения оказывается маршрут, имеющий в том же среднем более высокую стоимость, т.е. $P_{rs}^k > P_{rs}^l$, при том, что $E[C_{rs}^k] > E[C_{rs}^l]$. В частности, подобное свойство установлено для случайных величин C_{rs}^k , имеющих мультимодальную функцию распределения, соответствующую различным устойчивым состояниям сети – нормальному движению и движению с возникшим препятствием (дорожно-транспортное происшествие, ремонт и пр.).

Литература

1. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков // Автоматика и телемеханика. - 2003 - №11. - С. 3-46.
2. Sheffi, Y. Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1984.

Параллельный проективный алгоритм с генерацией маршрутов для решения несимметричных задач транспортного равновесия*

Е.А. Нурминский, Н.Б. Шамрай

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН

В современных условиях основную нагрузку на улично-

* Работа поддержана грантом РФФИ 09-01-00042-а.

дорожную сеть (УДС) городов создают немаршрутизируемые транспортные средства (ТС), управляемые пользователями, имеющими различные цели поездок. При моделировании распределения таких ТС по элементам УДС используют первый поведенческий принцип Вардропа: каждый из водителей выбирает маршрут с наименьшими транспортными издержками. Для описания такой ситуации в УДС выделим множество $W = \{w = (i, j)\}$ пар источник-сток для которых известен объем корреспонденции d_w . Введем следующие обозначения: P_w – множество маршрутов, соединяющих пару w , $x_p \geq 0$ – величину потока по пути $p \in P_w$, $x = (x_p, p \in P_w, w \in W)$ – вектор, характеризующий распределение потоков в сети, $G_p(x)$ – транспортные издержки на прохождение маршрута p . Для каждой пары $w \in W$ должны быть выполнены условия $\sum_{p \in P_w} x_p = d_w$. Первый принцип Вардропа формулируется следующим образом: для каждой пары $w \in W$ выполнено условие

$$G_p(x^*) = \min_{q \in P_w} G_q(x^*), \text{ если } x_p^* > 0 \quad (1)$$

Вектор x^* , компоненты которого удовлетворяют условию (1), представляет равновесное распределение ТС в рассматриваемой УДС.

Работа является продолжением исследований в области прогнозирования загрузки транспортных сетей на примере УДС г. Владивостока. Полученный опыт показал, что для решения задачи необходимо преодолеть две трудности. Во-первых, на этапе моделирования в реальных УДС трудной задачей является построение множества всех маршрутов, соединяющих пару $w = (i, j)$. Ранее каждое из множеств P_w строилось авторами как набор k -кратчайших путей с точки зрения расстояния между узлами i и j , причем число k выбиралось субъективно, исходя из размерности рассматриваемой сети. Очевидно при таком подходе нельзя быть уверенным в том, что учтены все возможные пути следования. Во-вторых, на этапе определения нагрузок на элемен-

ты сети основной трудностью является большая размерность вариационного неравенства, эквивалентного условию (1).

В работе предложен параллельный проективный алгоритм с генерацией маршрутов для решения задач транспортного равновесия в предположении, что транспортные издержки $G_p(x)$ находятся в непрерывной монотонной зависимости от загрузки сети x . Идея генерации маршрутов следует работе [2], однако, в отличие от [1], отображение $G = (G_p : p \in P, w \in W)$ не обязательно потенциально, что не дает возможности свести условие (1) к эквивалентной оптимизационной задаче. Преодоление "проклятия размерности" предлагается решить за счет реализации параллельных вычислений. Итерационная схема алгоритма основана на теории нестационарных фейеровских процессов с малыми возмущениями [2]. Проведены численные эксперименты для перспективной УДС г. Владивостока, построенной по данным генплана развития города. Проведен анализ того, как введение в эксплуатацию новых дорог влияет на перераспределение нагрузок в УДС города.

Литература

1. Leventhal T., Nemhauser G.L., Trotter L. Jr. A column generation algorithm for optimal traffic assignment. *Transportation Science*. 1973. No. 7. P. 168–176.

2. Нурминский Е.А. Использование дополнительных малых воздействий в фейеровских моделях итеративных алгоритмов // *Журн. вычисл. матем. и матем. физики*. 2008. т. 48, вып. 12. С. 2121-2128.

Агрегирование в задачах планирования и построения расписаний

Е.Н. Хоботов

*Институт проблем управления РАН,
Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана*

Задачи и методы планирования работ и построения расписаний обработки заданий и деталей составляют важный раздел в теории исследования операций. Разработке моделей и методов решения этих задач для предприятий с дискретным характером производства в последние годы уделялось повышенное внимание, ко-

торое привело к появлению большого количества эффективно работающих методов для планирования работ и построения расписаний обработки деталей на уровне отдельных производственных систем (ПС) и участков.

Однако для более сложных производств, в состав которых входит несколько ПС и участков, решение задач планирования и построения расписаний обработки с использованием существующих методов вызывает уже весьма значительные затруднения из-за большой размерности и сложности возникающих задач. В связи с этим для построения расписания работ на уровне предприятий требуется разработка специальных моделей и методов.

В представленном докладе рассматриваются модели и методы планирования и построения расписания работ на уровне предприятия, которые основаны на идее агрегирования информации, и формирования «укрупненных» или «каркасных» расписаний обработки групп деталей для каждого изделия. Приводятся также результаты вычислительных экспериментов.

При построении «каркасных» расписаний все партии комплектующих деталей каждого изделия разделяются на группы. Разделение осуществляется таким образом, чтобы все детали одной группы при своей обработке в одной последовательности проходили бы одни и те же производственные системы и участки предприятия. После формирования таких групп определяются времена обработки деталей каждой группы на тех производственных участках предприятия, где соответствующая группа деталей обрабатывается. Определение времени обработки группы деталей на производственном участке предприятия может производиться как путем построения расписания обработки с помощью традиционных методов построения расписаний, так и с использованием специальных моделей.

Каждая из сформированных групп деталей при построении «каркасных» расписаний рассматривается, как обобщенная деталь, а производственный участок, на котором обрабатывается эта группа деталей, рассматривается, как обобщенный станок. Поэтому для построения и представления «каркасных» расписаний обработки групп деталей можно использовать традиционные методы построения и представления расписаний обработки деталей или же использовать специальные модели, позволяющие получать достаточно «хорошие» оценки времени для обработки таких групп деталей.

Построенное "каркасного" расписание позволяет определять время обработки комплектующих деталей для изделия или группы изделий одного типа, и допускает детализацию до расписания обработки отдельных деталей.

Для определения порядка сборки изделий и, соответственно, порядка обработки комплектующих деталей предлагается специальная процедура, в которой используются идеи алгоритмов решения задачи Джонсона. Такие алгоритмы хорошо известны, широко представлены в научной литературе и для задачи Джонсона позволяют строить оптимальные расписания.

В тех случаях, когда количество комплектующих деталей и оборудования оказывается чрезвычайно большим, описанная идея агрегирования информации путем построения «каркасных» расписаний на разных уровнях может быть использована последовательно не один раз.

Идея построения «каркасных» расписаний может быть использована для различных типов предприятий с дискретным характером производства, и в том числе для станкостроительных, авиастроительных, судостроительных предприятий.

С использованием методов построения «каркасных» расписаний был решен ряд тестовых примеров с большим количеством деталей и изготавливаемых изделий, которые другими методами решить не удастся.

О некоторых принципах построения моделей управления многопродуктовыми запасами

Е.Н. Хоботов

*Институт проблем управления РАН,
Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана*

Проблемам анализа и разработки методов управления запасами, которые определяют важное направление в теории исследования операций, в последние годы уделяется повышенное внимание, поскольку сейчас активно работают торговые фирмы и оптовые склады, имеющие дело с большими оборотами и объемами запасов хранящейся продукции. Большие обороты и объемы продукции требуют значительных затрат на хранение и обслуживание, часть из которых может быть существенно сокращена за счет пра-

вильного выбора объемов и времени пополнения запасов.

В настоящее время на российском рынке программного обеспечения имеется большое количество программных продуктов, предназначенных для повышения эффективности работы складов и торговых организаций, связанных с хранением запасов. Однако модели и методы управления запасами, собственно и позволяющие экономить значительные финансовые средства за счет правильного выбора объемов и времени заказа, в имеющихся на рынке программных продуктах либо представлены слабо, либо отсутствуют вовсе.

Сложившееся положение обусловлено в основном тем, что подавляющее большинство известных моделей было построено в предположении, что на складе хранится один тип продукции. Однако в реальных условиях на подавляющем большинстве складов почти всегда приходится хранить достаточно большое количество различных видов продукции.

Большие проблемы также возникают и в ситуациях, когда требуется организовать управление многопродуктовыми запасами с учетом производства продукции. В этих случаях запасы пополняются постепенно по мере изготовления продукции, а ее реализация происходит постоянно в соответствии с имеющимся спросом. Пополнение запасов продукции каждого типа может происходить только во время производства продукции соответствующего типа.

В данном докладе рассматриваются принципы, позволяющие строить модели и методы для управления многопродуктовыми запасами в условиях постоянного и случайного спроса, а также с учетом производства продукции.

Для управления запасами продукции многих типов предлагается производить закупку и доставку на склад продукции разных типов одновременно так, чтобы к началу следующей поставки запасы этой группы продуктов по возможности оказались бы израсходованными.

Эта идея оказывается весьма плодотворной и позволяет строить различные модели управления многопродуктовыми запасами в условиях постоянного спроса и в том числе модели, не допускающие дефицита продукции, модели, допускающие дефицит продукции на складе и т. д.

При наличии случайного спроса использование моделей, эффективно работающих в условиях постоянного спроса, оказывается затруднительным, поскольку величины спроса, присутствующи-

шие в этих моделях, с течением времени могут меняться.

Для построения моделей управления многопродуктовыми запасами в этом случае предлагается использовать идею "линеаризации" функций расхода продукции и с помощью методов прогнозирования определять средние значения спроса по каждой хранимой продукции.

Для сокращения затрат на содержание запасов в процессе управления многопродуктовыми запасами предлагается использовать идеи «обратной связи» и алгоритмов адаптации, которые позволяют сокращать остатки продукции и их нехватку на складе к моменту следующего пополнения.

С использованием этих идей удастся построить и эффективные модели управления многопродуктовыми запасами в условиях случайного спроса.

При управлении многономенклатурными запасами с учетом производства продукции обычно требуется определить объемы и длительность производства продукции каждого типа так, чтобы обеспечить потребности других подразделений предприятия в деталях, узлах и агрегатах или же в готовой продукции потребителей с учетом накопленных запасов. При этом еще требуется и сократить затраты на хранение и переналадку производства с выпуска одного типа продукции на другой.

Многопериодные модели с логическими условиями для последовательных периодов

Ю.М. Цодиков

Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН

Многопериодные модели оптимального планирования находят применение в системах планирования производства [1]. Линеаризованные многопериодные модели рассматриваются в монографиях по исследованию операций и включены в системы программ оптимизации для обучения [2]. В данном докладе рассматривается многопериодная модель с логическими ограничениями, состоящими в том, что производство некоторого продукта возможно только в течение k последовательных периодов. В работе [3] задача многопериодного оптимального планирования сформулирована так, чтобы учесть следующее требование: *если производство продукта*

начато в одном периоде, то оно должно быть закончено в этом же или в следующем периоде. Эта задача имеет следующий вид:

$$(1) F = \sum_{t=1}^p \sum_{j=1}^n c_j^t x_j^t, \quad F \rightarrow \max,$$

$$(2) \sum_{j=1}^n a_{ij}^t x_j^t = b_i^t, \quad t = 1, \dots, p,$$

$$(3) \underline{d}_j \leq \sum_{t=1}^p x_j^t \leq \overline{d}_j, \quad j \in J^0,$$

$$(4) y_k^{t+1} = y_k^t + \sum_{j \in J_k^+} x_j^t - \sum_{j \in J_k^-} x_j^t, \quad 0 \leq y_k^t \leq S_k, \quad t = 1, \dots, p-1.$$

Здесь F - прибыль, x_j^t - переменные задачи, потоки продукта в период t ; y_k^t - запасы продукта к концу периода t ; J_k^+ - множество потоков продукта, пополняющих запас; J_k^- - множество потоков продукта, расходующих запас; a_{ij}^t - коэффициенты матрицы $A^t \{a_{ij}^t\}$; c_j^t - цены, b_i^t , \underline{d}_j , \overline{d}_j , S_k - коэффициенты ограничений; J^0 - множество общих ограничений (3) на план производства в течение всего горизонта планирования T . Длительность τ_t периодов t может быть различной, весь горизонт планирования

фиксирован $T = \sum_{t=1}^p \tau_t$. Для выполнения логических условий в

модель вводятся дополнительные дискретные переменные и ограничения, имеющие лестничную структуру.

В данном докладе задача (1-4) обобщается для случая, когда априорное требование к производству некоторого продукта имеет следующий вид. Если производство некоторого продукта начато в течение k последовательных периодов. Эта обобщенная задача сформулирована в виде многопериодной модели (1-4) с дополнительными дискретными переменными и ограничениями лестничной структуры. Важно отметить свойства такой модели – система ограничений для дискретных переменных всегда имеет допусти-

мое решение, для N дискретных переменных задачи число возможных значений этих переменных существенно меньше 2^N .

Литература

1. Refinery and Petrochemical Modeling System (RPMS). <http://www.honeywell.com>, 2010.
2. Lingo. Optimization Modeling Software for Linear, Nonlinear, and Integer Programming, // www.Lindo.com, 2010.
3. Цодиков Ю.М. Оптимальное календарное планирование для непрерывного производства с ограничениями на структуру графика. «Автоматика и телемеханика» №1, 2008 г., стр. 171-179.

Теоретико-игровые модели Game-theoretic models

1. *E.E. Ivashko* Zero-sum best choice game with disorder **323**
2. *Nikolai S. Kukushkin* On the Monotonicity of the Best Responses Without the Revealed Preference Axiom **325**
3. *V.D. Matveenko* Bargaining Powers, Weights of Individual Utilities, and Implementation of the Nash Bargaining Solution **327**
4. *A.N. Rettieva* Discrete-time Bioresource Management Problem with Many Players **329**
5. *Д.В. Алифанов* Некоторые эффективно разрешимые классы вычисления формул темпоральных и модальных логик **331**
6. *Г.А. Белянкин, А.В. Таразевич* Поиск оптимального контракта в задаче стимулирования агентов принципалом в модели с одним агентом и случайным исходом **333**
7. *В.А. Горелик, Д.К. Бородин, А.В. Родюков* Анализ модели информационного взаимодействия в иерархической системе с двумя элементами нижнего уровня **334**
8. *В.А. Горелик, О.А. Клименко* Методы коррекции в кооперативных играх с пустым ядром **336**
9. *М.А. Горелов* Иерархическая игра со случайными ошибками при передаче информации **338**
10. *Копнышев А.С., Новикова Н.М., Поспелова И.И.* Голосование по правилу большинства с возможностью обмена побочными платежами **340**
11. *В.Н. Лебедев* Конечные игры на четность и их приложение **341**
12. *М.М. Луценко* Оценка точности тестирования **343**
13. *В.В. Мазалов, Л.И. Трухина* N-Ядро и распределение памяти компьютера **345**

14. С.О. Мащенко Принцип индивидуальной оптимальности в одноцелевых играх	346
15. А.Э. Менчер Арбитражная процедура на счетном множестве	348
16. Е.З. Мохонько О некоторых повторяющихся играх	350
17. С.Т. Наврузов Игровые модели управления водными ресурсами трансграничных рек	351
18. С.Т. Наврузов Модель принятия компромиссных решений при управлении трансграничными водными ресурсами	353
19. А.В. Таразевич Анализ различных видов оптимальных контрактов в задаче стимулирования агентов принципалом в модели с двумя агентами	355
20. А.Ф. Тараканов Гибридное равновесие в неантагонистической игре с неопределённостью	357
21. Ю.С.Токарева, В.В.Мазалов Двумерная модель переговоров с арбитражным комитетом	357
22. Р.И. Яминов Модифицированное равновесие и его свойства	359

Zero-sum best choice game with disorder^{*}

E.E. Ivashko

*Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre of RAS*

Abstract. A zero-sum version of the best-choice game with disorder is considered. Two players observe sequentially iid random variables with a known continuous distribution. In a random time the distribution of observations changes. The aim of the players is to choose the observation more than opponent's one. After each sampling players

^{*} The work is supported by the Division of Mathematical Sciences (the program “Mathematical and algorithmic problems of new information systems”).

independently take a decision for acceptance or rejection of the observation. If both want to accept the same observation then a random assignment mechanism is used.

The following the full-information best-choice game with disorder is considered. Two players (I and II) observe sequentially n independent random variables (r.v.) $\xi_1, \dots, \xi_{\theta-1}, \xi_\theta, \dots, \xi_n$. In a random time θ the distribution of observation changes (the disorder happens), i.e. the r.v. $\xi_1, \dots, \xi_{\theta-1}$ have a continuous distribution $F_1(x)$ and r.v. ξ_θ, \dots, ξ_n have a continuous distribution $F_2(x)$. The moment of the changing the distribution has geometric distribution with the parameter α , i.e. at every step the probability of the disorder is equal to $1-\alpha$. Players know parameters $\alpha, F_1(x), F_2(x)$ and n but the exact moment θ is unknown.

Players use threshold strategies. After each sampling players have to take a decision for acceptance or rejection of the observation. If both players want to accept the same observation then a random assignment mechanism is used: player I gets the observation with the probability p and player II – with the probability $1-p$. Each player can accept at most one observation. When some player accepts the observation at time k , then the other one will investigate the sequence of future observations having an opportunity to accept one of them.

The aim of the players is to choose the observation more than opponent's one. A class of suitable strategies and a gain function for the problem is constructed. The asymptotic behavior of the solution is also studied.

References

1. M. Sakaguchi. A best-choice problem for a production system which deteriorates at a disorder time. // *Scientiae Mathematicae Japonicae* Vol. 54, No. 1, pp. 125-134.
2. Z. Porosinski and K. Szajowski. Random priority two-person full-information best choice problem with imperfect observation // *Applicaciones Mathematicae*, 27(3), 2000, pp. 251-263.
3. V. Mazalov, E. Ivashko. Best-choice problem with disorder // *Surveys in Applied and Industrial Mathematics*, V. 14, Iss. 2, 2007, pp. 215-224 (in russian).

On the Monotonicity of the Best Responses Without the Revealed Preference Axiom*

Nikolai S. Kukushkin

Russian Academy of Sciences, Dorodnicyn Computing Center

The standard way to describe preferences of the players in game theory – with utility functions – looks severely restrictive when compared with what is available in choice theory. The desirability of bridging the gap has been recognized for quite some time. However, familiar approaches quite often do not work in a broader context, or have to be modified substantially.

This paper strives to find out what equilibrium existence results could be derived from strategic complementarity or substitutability when the preferences are defined by more general binary relations. The study of games with strategic complementarities was started in a cardinal framework, “supermodular games.” Milgrom and Shannon (1994) developed a purely ordinal version, but their approach only works when the preferences of each player are described with an ordering (i.e., every best response is preferred to every non-best: “revealed preference”). If a broader class of preference relations is allowed, the whole edifice collapses.

There is a very simple reason to look beyond orderings. Suppose the utility function is bounded above, but need not attain a maximum; then ε -optimization suggests itself strongly, and this means abandoning orderings. To the best of my knowledge, the previous literature contains no existence result for ε -Nash equilibria in games with strategic complementarity (to say nothing of strategic substitutability) where the existence of the best responses is not guaranteed. “Multi-criteria optimization” may be mentioned as another source of similar (in a sense, even worse) problems.

The main point of this paper is that something can be obtained even in

* Financial support from a Presidential Grant for the State Support of the Leading Scientific Schools (NSh-2982.2008.1), the Russian Foundation for Basic Research (project 08-07-00158), the Russian Foundation for Humanities (project 08-02-00347), and the Spanish Ministry of Education and Science (project SEJ 2007-67135) is acknowledged. I have benefitted from fruitful contacts with Vladimir Danilov, Francisco Marhuenda, Paul Milgrom, Herve Moulin, Kevin Reffett, and Alexei Savvateev.

such situations. One “only” has to apply roundabout techniques and reconcile oneself to less impressive results.

Two results are obtained about the existence of a monotone selection from the best response correspondence.

Theorem 1. Let the set of strategies and the set of parameters influencing the agent’s preferences both be chains. Let the single crossing conditions hold. Let every preference relation be a strongly acyclic interval order. Then there exists a monotone selection from the best response correspondence.

The existence of an ε -Nash equilibrium in games with strategic complements or substitutes, an appropriate aggregation, and the in(de)creasing differences condition easily follows. It should be noted that every equilibrium existence result in the literature on games with *decreasing* best responses hinges on the presence of scalar aggregation in the utilities and the availability of monotone selections.

Theorem 2. Let the set of strategies and the set of parameters influencing the agent’s preferences both be complete chains. Let the single crossing conditions hold. Let every preference relation be an interval order satisfying a very weak version of upper semicontinuity. Then there exists a monotone selection from the best response correspondence.

Two more results are obtained about the existence of a Nash equilibrium in games with strategic complementarities where strategy sets are chains, but monotone selections from the best response correspondences need not exist.

Theorem 3. Let the set of strategies of each player in a strategic game be a chain containing its top and bottom. Let every preference relation be strongly acyclic and transitive. Let the single crossing conditions hold for each player. Then the game possesses a Nash equilibrium.

Theorem 4. Let the set of strategies of each player in a strategic game be a complete chain. Let every preference relation be irreflexive and transitive, and satisfy the same version of upper semicontinuity as in Theorem 2. Let the single crossing conditions hold for each player. Then the game possesses a Nash equilibrium.

References

1. Milgrom, P., and C. Shannon, 1994. Monotone comparative statics. *Econometrica* 62, 157–180.

Bargaining Powers, Weights of Individual Utilities, and Implementation of the Nash Bargaining Solution

V.D. Matveenko

*Institute for Economics and Mathematics at St. Petersburg –
Russian Academy of Sciences*

The Nash bargaining problem takes an important place both in the theory of cooperative games and in practical applications of the game theory. In the present paper new approaches to the problem of implementation of the Nash bargaining solution (N.b.s.) are proposed.

We consider an n person bargaining problem with the feasible set $S \subset R_+^n$ and the disagreement point $d = 0$. Nash (1950) formulated a list of properties (“axioms”) a symmetric N.b.s. has to satisfy. A weaker set of axioms corresponds to a family of asymmetric N.b.s.’s with bargaining powers,

$$\bar{x} = \arg \max_{x \in S} x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n}$$

(here a_1, \dots, a_n are bargaining powers of the players). Nash (1953) initiated a, so called, Nash program or implementation, trying to construct new games (usually, non-cooperative) leading to the N.b.s. Shapley (1969) linked the N.b.s. with utilitarian and egalitarian solutions (see also Yaari, 1981 and Binmore, 1998, 2005 who discuss the N.b.s. and the Shapley’s approach in a broad context of social justice and social contracts). With bargaining powers, the benchmark result can be formulated in the following way.

Let the set S be restricted by coordinate planes and by a surface $\varphi(x_1, \dots, x_n) = 0$, where φ is a strictly convex function, and let a_1, \dots, a_n be positive bargaining powers. Then the following two statements are equivalent.

1. *For a point \bar{x} such weights $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ exist that \bar{x} is simultaneously*

(a) *a “utilitarian” solution $\arg \max_{x \in S} (\mu_1 x_1 + \dots + \mu_n x_n)$ with weights*

$$\mu_i = a_i \lambda_i \quad (i = 1, \dots, n),$$

and

(b) *an “egalitarian” solution $\arg \max_{x \in S} \min_i \lambda_i x_i$ or, what is the same,*

a point where $\lambda_1 \bar{x}_1 = \dots = \lambda_n \bar{x}_n$.

2. \bar{x} is the asymmetric N.b.s. with bargaining powers a_1, \dots, a_n .

This equivalence leaves open a positive question of a possible mechanism of the weights formation. Can the system of weights be received as a result of a recurrent procedure of reconciliation of utilitarian and egalitarian interests? We construct such iterative procedure, which has a natural economic sense and leads to the set of weights corresponding to the N.b.s., if some natural sufficient conditions are satisfied; the latter are formulated in terms of the elasticity of substitution of function $\Phi(x_1, \dots, x_n)$ in point \bar{x} .

Another question is: can a set of feasible weights be a result of a game independent on a concrete bargaining situation? In reality, bargains often have a routine character and are accomplished in presence of an arbitrator (such as a court or an international community). Decisions of the arbitrator depend in much on assessments which relate to reputations of the players but are defined concretely in each concrete bargain

We consider a two-stage game. On the first stage the players form a surface Λ of admissible sets of weights. The weights are interpreted as admissible reputation assessments created by players by use of mechanisms of propaganda. On the second stage, an arbitrator (the society) chooses an admissible set of weights $\lambda \in S$ and an outcome $x \in S$ to achieve $\max_{x \in S} \max_{\lambda \in L} \min \{ \lambda_i x_i \}$.

On the first stage each player is evidently interested in decreasing her weight and in increasing the opponent's weight. However, when forming the surface Λ , player i agrees to a decrease in the opponent's weight, λ_j , in a part of the curve at the expense of an increase in his own weight, λ_i , as far as player j similarly temporizes in another part of curve Λ . With constant bargaining powers, the process is modeled by an equal-elasticity-condition leading to the differential equation:

$$\frac{d\lambda_i}{d\lambda_j} \frac{\lambda_j}{\lambda_i} = - \frac{a_k}{a_l} = const.$$

Solving this equation we get the surface Λ described by equa-

tion

$$\lambda_1^{a_1} \lambda_2^{a_2} \dots \lambda_n^{a_n} = C = \text{const.}$$

On the second stage of the game, the set Λ leads automatically to the asymmetric N.b.s. with bargaining powers a_1, \dots, a_n .

References

1. Binmore K. Egalitarianism versus utilitarianism. *Utilitas*, 10, 1998, 353-367.
2. Binmore K. *Natural justice*. Oxford, Oxford University Press, 2005.
3. Nash J.F. The bargaining problem. *Econometrica*, 18, 1950, 155-162.
4. Nash J.F. Two-person cooperative games. *Econometrica*, 21, 1953, 128-140.
5. Shapley L.S. Utility comparison and the theory of games. In: *La decision: Agregation et dynamique des orders de preference*. Paris, 1969, 251-263.
6. Yaari M.E. Rawls, Edgeworth, Shapley, Nash: Theories of distributive justice re-examined. *J. of Economic Theory*, 24, 1981, 1-39.

Discrete-time Bioresource Management Problem with Many Players

A.N. Rettieva

*Institute of Applied Mathematical Research
Karelian Research Center of RAS*

Discrete-time game-theoretic models related to the bioresource management problem (fish catching) are investigated. The players (countries or fishing firms) which harvest the fish stock are the participants of the game.

Since the cooperation plays important role in the bioresource management problems we consider one of the schemes to maintain the cooperation: time-consistent imputation distribution procedure (IDP) [2]. The characteristic function for cooperative game is constructed in two unusual forms: 1) players outside the coalition K switch to their Nash strategies, which were constructed for initial non-cooperative game, 2) players outside the coalition K determine new Nash strategies in the game with $N \setminus K$ players.

We determine the Shapley values and time-consistent IDPs. We introduce a condition which gives an incentive for players to keep cooperation and compare it with the Yeung condition [4].

Let n players exploit the fish stock during infinite time horizon. The dynamics of the fishery is described by the equation

$$x_{t+1} = (\varepsilon x_t - \sum_{i=1}^n u_t^i)^\alpha, \quad x_0 = x,$$

where $x_t \geq 0$ - size of population at a time t , $\varepsilon \in (0,1)$ - natural death rate, $\alpha \in (0,1)$ - natural birth rate, $u_t^i \geq 0$ - the catch of player i .

We suppose that the utility function of country i is logarithmic. Then the players' net revenues over infinite time horizon are:

$$J_i = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \ln(u_t^i),$$

where $\delta \in (0,1)$ - the common discount factor for countries.

First we find the Nash equilibrium. Then we determine the payoff of any coalition K with k players and the characteristic function $V(S,0)$. We show that this function is superadditive in the first case and find parameters for which it is superadditive in the second case.

When the characteristic function is determined, the imputation set $\xi(0) = (\xi_1(0), \mathbf{K}, \xi_n(0))$ can be defined. Analogously we determine the characteristic function $V(S,t)$ and the imputation set $\xi(t) = (\xi_1(t), \mathbf{K}, \xi_n(t))$ for every subgame started from the state x_t^c at time moment t .

Now the time-consistent imputation distribution procedure (IDP) [2,3] can be determined. In our model the vector $\beta(t) = (\beta_1(t), \mathbf{K}, \beta_n(t))$, where $\beta_i(t) = \xi_i(t) - \delta \xi_i(t+1)$, $i=1, \mathbf{K}, n$ is time-consistent IDP.

Definition. The imputation $(\xi_1, \mathbf{K}, \xi_n)$ satisfies each step rational condition if $\beta_i(t) + \delta V(i, t+1) \geq V(i, t)$

for all $t \geq 0$, where $\beta(t) = (\beta_1(t), \mathbf{K}, \beta_n(t))$ - time-consistent IDP.

We verify and compare our condition with the Yeung condition .

References

1. Mazalov V.V., Rettieva A.N. Incentive equilibrium in discrete-time bio-resource sharing model // Dokl. Math. 2008. V. 78. N 3. P. 953-955.
2. Petrosjan L.A. Stable solutions of differential games with many participants // Viestnik of LGU. 1977. V. 19. P. 46-52.
3. Petrosjan L., Zaccour G. Time-consistent Shapley value allocation of pollution cost reduction // J. of Economic Dynamic and Control. 2003. V. 7. P.

Некоторые эффективно разрешимые классы вычисления формул темпоральных и модальных логик

Д.В. Алифанов

Волгоградский государственный университет

Представлены полиномиальные алгоритмы решения частных проблем выполнимости формул темпоральных и модальных логик с ограничением для Крипке-графов. Использована игровая интерпретация выполнимости и результат Цермело о наличии равновесия в позиционных играх с полной информацией.

Использование формальной верификации - проверка моделей - в процессе разработки позволяет достигнуть качественно нового уровня в повышении надежности программного обеспечения вычислительных систем. Суть этого метода заключается в использовании темпоральных и модальных логик, которые оказываются достаточно выразительными средствами для построения модели системы и проверки ее наиболее важных свойств, обеспечивающих корректность и надежность ее функционирования.

Игровые методы решения задачи выполнимости формул темпоральной логики. Рассмотрен случай циклических игр, когда платежный функционал равен максимальному платежу по циклу. Циклические игры с таким платежным функционалом изучались в работе [1]. Там же показано наличие стационарного равновесия в таких играх и принадлежность задачи к классу $NP \cap co-NP$ (полиномиальный алгоритм решения таких задач не известен). Представлен линейный алгоритм поиска оптимальных стационарных стратегий в циклической игре на максимум, со следующими особенностями: 1) функция стоимости задана на вершинах, 2) сильно связанные компоненты графа однородные (вершины компоненты либо целиком веса 0, либо веса 1).

Игровые методы решение задачи выполнимости некоторого класса формул модальной логики. В работе [2] показано, что задача выполнимости $s \in f(\rho)$, для любых $s \in S$ и оценки ρ

полиномиально эквивалентна некоторой игре с полной информацией на ориентированном графе.

Рассмотрен случай циклических игр, когда платежный функционал равен сумме максимального и минимального платежа по циклу. На формулу f накладывается ограничение, что путь из операторов наибольшей и наименьшей неподвижной точки в переменную по которой они ограничены, не содержит операторов изменения состояния Крипке-графа.

Позициями игры служат всевозможные пары s, ϕ ; $s \in S$ - состояние Крипке-системы, ϕ - подформула, s, f - начальные позиции, которые будут изменяться согласно установленным правилам. Таким образом, игра проходит по вершинам графа формулы с изменением состояния Крипке-графа. Игра проходит до первого цикла, т.е. как только некоторая позиция s, ϕ повторяется, партия завершается. Дерево формулы F получается из графа формулы удалением ребер создающих циклы.

Утверждение. Если в игре (s, F, ρ) выигрывает первый игрок, то и в игре (s, f, ρ) выигрывает он же, и наоборот.

Если в игре (s, F, ρ) выигрывает первый участник, то применяя максиминный алгоритм меток снизу вверх, можно получить стационарную стратегию, которая позволяет ему достигнуть выигрышного для него множества, независимо от игры противника (это следует из теоремы Цермело).

Сложность алгоритма меток $O(|F| |E|)$, где $|F|$ - число вершин в дереве F , $|E|$ - число ребер в Крипке-графе.

В настоящей работе рассматривается проблема выполнимости формул темпоральных логик и μ -исчисления с ограничениями и предлагаются алгоритмы их решения. Построенные алгоритмы основаны на решении позиционных игр с полной информацией.

Литература

1. Лебедев В.Н. Поиск и структура стационарных равновесий в циклических играх // Математические заметки. 2000. Т.67. № 6. с.913-921.
2. Emerson E.A., Jutla C.S., Sistla A.P. On model-checking for fragments of μ -calculus. In Computer Aided Verification, Proc. 5th Int. Workshop, volume 697, pages 385-396, Elounda, Crete, June 1993. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag.

Поиск оптимального контракта в задаче стимулирования агентов принципалом в модели с одним агентом и случайным исходом*

Г.А. Белянкин, А.В. Таразевич

МГУ им. М.В. Ломоносова

В работе рассмотрены модели с двумя участниками – принципалом и агентом. С помощью своих свободных средств принципал стремится стимулировать агента на заключение некоторого числа договоров (с клиентами) с целью максимизации своей собственной прибыли. Вероятность успеха агента в одной встрече равна p . Агент обладает функцией нежелания работать от количества проведенных встреч $C(n)$. Количество успешных встреч из n проведённых является случайной величиной Y_n , имеющей биномиальное распределение $P(Y_n = k) = b(k, n, p) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$. Ожидаемый результат агента равен $E(Y_n) = \sum_{k=0}^n kb(k, n, p)$. Принципал назначает вознаграждение агенту $I(Y_n)$ как функцию от результата. Таким образом, функция $I(Y_n)$ будет случайной величиной с математическим ожиданием $E(I(Y_n))$. Ожидаемая прибыль принципала будет равна $E(Y_n) - E(I(Y_n))$. Причём в последнем выражении n – это стратегия агента, который для этого прилагает усилие $C(n)$. Ожидаемая прибыль агента равна $E(I(Y_n)) - C(n)$. Принципал стремится максимизировать свою ожидаемую прибыль, в то время как агент максимизирует свою. Задача принципала принимает вид $E(Y_n) - E(I(Y_n)) \rightarrow \max_{I(\cdot)}$ при условии, что он не знает количество встреч, а агент максимизирует прибыль $E(I(Y_n)) - C(n)$ по таким n , для которых $E(I(Y_n)) - C(n) \geq 0$.

Оптимальной схемой $I(\cdot)$, индуцирующей количество встреч n^* , будет схема, определённая следующим образом:

* Работа поддержана грантом РФФИ, проект 08-01-00249.

$$I(0) = C(0) = 0, \quad I(1) = C(1)/p, \dots,$$

$$I(n) = \frac{1}{p^n} \cdot \left(C(n) - \sum_{k=0}^{n-1} C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot I(k) \right), \dots,$$

$$I(n^*) = \frac{1}{p^{n^*}} \cdot \left(C(n^*) + \varepsilon - \sum_{k=0}^{n^*-1} C_{n^*}^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n^*-k} \cdot I(k) \right).$$

Прибыль принципала при использовании приведённой выше стратегии $I(\cdot)$, индуцирующей n^* , равна: $E_{n^*}(Y) - C(n^*) - \varepsilon$

Таким образом, оптимальное значение n^* определяется из условия $n^* : E(Y_{n^*}) - C(n^*) = \max_n (E(Y_n) - C(n))$.

В случае линейной функции $C(n) = \lambda n$ оптимальным значением n^* будет $n^* = \begin{cases} 0, & \lambda < 1, \\ \infty, & \lambda < 1, \\ \text{любое}, & \lambda = 1. \end{cases}$

Литература

1. Doherty N. A. and P. D. Thistle: Adverse Selection with Endogenous Information in Insurance Markets // Journal of Public Economics. 1996. №63. P. 83-102.
2. Sanford J. Grossman, Oliver D. Hart: An analysis of the principal-agent problem // Econometrica. 1983. Vol. 51. №1. P. 7-45.

Анализ модели информационного взаимодействия в иерархической системе с двумя элементами нижнего уровня

В.А. Горелик, Д.К. Бородин, А.В. Родюков

Борисоглебский государственный педагогический институт

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН

Университетский колледж г. Гент, Бельгия

Статья посвящена исследованию информационной модели двухуровневой иерархической системы, функционирующей в условиях неопределенности при условии, что имеется Центр, управляющий деятельностью двух подсистем с учётом взаимоотноше-

ний между ними [1,2]. При наличии горизонтальных связей поведение элементов не описывается стремлением к максимизации своих критериев по отдельности, а возникает необходимость введения некоторых принципов коллективного поведения, после чего реакция может быть выражена через критерий эффективности. Отмечается, что результаты очевидным образом распространяются на случай n подсистем.

В кооперативном варианте участники нижнего уровня могут предпринимать совместные действия, то есть заключать соглашения. Для построения модели связи между подсистемами информационный обмен представим в виде равновесия исходя из принципа Слейтера.

Пару $(x_2^C(x_1), x_3^C(x_1))$ назовём равновесием по Слейтеру между подсистемами, если для любых $(x_2, x_3) \in X_2 \times X_3$ несовместна система неравенств

$$\min_{y \in Y} F_i(x_1, x_2^C(x_1), x_3^C(x_1), y) < \min_{y \in Y} F_i(x_1, x_2, x_3, y), \quad i = 2, 3.$$

Введём функцию $\Phi(x_1, x_2, x_3, \alpha) =$

$$= \alpha \min_{y \in Y} F_2(x_1, x_2, x_3, y) + (1 - \alpha) \min_{y \in Y} F_3(x_1, x_2, x_3, y), \quad 0 < \alpha < 1.$$

Тогда равновесие определяется максимизацией свертки:

$$R_\alpha(x_1) = \text{Arg max}_{x_1 \in X_1} \max_{x_2 \in X_2} \Phi(x_1, x_2, x_3, \alpha).$$

$R_\alpha(x_1)$ определяет множество точек Слейтера при фиксированном α .

В зависимости от значения информационного весового коэффициента α подсистемы решают, кто больше рискует при принятии решения. Значение α Центру неизвестно, что создаёт дополнительную неопределённость, и возникает необходимость в оценке его значения. $R(x_1) = \bigcup_{\alpha \in (0,1)} R_\alpha(x_1)$

Множество пар $(x_2^C(x_1), x_3^C(x_1))$ при каждом x_1 образуют многозначное отображение $R(x_1) \subset X_2 \times X_3$, с помощью которого описывается выбор подсистем с точки зрения Центра, то есть их реакция на его управление.

Взаимоотношения подсистем с Центром считаем неблагоприятными, и это заставляет их выбирать стратегии как решение задачи

$$(x_2^C(x_1), x_3^C(x_1)) = \arg \min_{x_2, x_3 \in R(x_1)} \min_{y \in Y} F_1(x_1, x_2, x_3, y).$$

Оптимальный выбор Центра состоит в выборе стратегии

$$x_1^0 \in \mathop{\text{Arg max}}_{x_1 \in X_1} \min_{y \in Y} F_1(x_1, x_2^C(x_1), x_3^C(x_1), y),$$

обеспечивающей максимальный гарантированный результат

$$w^0 = \max_{x_1 \in X_1} \min_{x_2, x_3 \in R(x_1)} \min_{y \in Y} F_1(x_1, x_2, x_3, y),$$

вычисляемый как решение максиминной задачи со связанными переменными. С помощью метода штрафных функций получены необходимые условия оптимальности и произведен вычислительный эксперимент в системе компьютерной математики MathCAD.

Литература

1. Горелик В.А. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления / В.А. Горелик, М.А. Горелов, А.Ф. Кононенко.– М.: Радио и связь, 1991.– 288 с.
2. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами.– М.: Физматлит, 1976.– 328 с.

Методы коррекции в кооперативных играх с пустым ядром

В.А. Горелик, О.А. Клименко

Московский педагогический государственный университет

Наряду с C -ядром, в кооперативных играх рассматриваются понятия «сильного» C_ε -ядра (Shapley, Shubik, 1963, 1966), определяемого для произвольного действительного ε как

$$C_\varepsilon(v) = \left\{ x \in \mathbf{R}^n : \sum_{i=1}^n x_i = v(N), \sum_{i \in S} x_i \geq v(S) - \varepsilon, S \neq \emptyset, S \subset N \right\}$$

и наименьшего C -ядра $LC(v)$ (Maschler, Peleg, Shepley, 1979), которое является пересечением всех непустых C_ε -ядер, $LC(v) = C_{\varepsilon_0(v)}(v)$, где $\varepsilon_0(v) = \min_{x \in X^*} \max_{S \neq \emptyset, I} e(S, x)$,

$X^* = \left\{ x \in \mathbf{R}^n : \sum_{i=1}^n x_i = v(N), i \in N \right\}$, причем $\varepsilon_0(v)$ может быть отрицательным.

Интерпретируется C_ε -ядро как множество эффективных распределений, которые не могут быть улучшены ни одной из коалиций при условии, что формирование коалиции требует ε -затрат

(или вознаграждается ε бонусом, если $\varepsilon < 0$). При таком подходе имеем ряд ограничений:

- а) ε – фиксированная для всех коалиций величина;
- б) ε не зависит от размера коалиции;
- в) ε не зависит от состава коалиции;
- г) если модель построена таким образом, что затраты включены в значение $v(S)$ исходное, то какой смысл вкладывается в ε .

Использование методов коррекции позволяет взглянуть на проблему пустоты C -ядра шире. В общем виде задача коррекции кооперативной игры с пустым ядром имеет вид: $\|\Delta\| \rightarrow \min$ при условии, что C -ядро игры с характеристической функцией $\tilde{v}(S) = v(S) - \Delta_{v(S)} \forall S \subseteq N$ не пусто. Рассмотрены задачи коррекции для различных норм и условий на коррекцию характеристической функции.

Введем множество векторов $C_p(V, X, D) = \{x \in X : \|\Delta\|_p \rightarrow \min, X(V, D) \neq \emptyset\}$,

$$X(V, D) = \left\{ x : \sum_{i \in S} x_i \geq v(S) - \Delta_{v(S)} \right\}, V = \{v(S), S \subseteq N\},$$

$D(V) = \{ \Delta_{v(S)}, S \subseteq N \}$, где $\|\cdot\|_p$ – норма Гельдера.

При этом можно рассматривать следующие условия на коррекцию:

- 1) $\Delta_{v(S)} = \varepsilon, \forall S \neq \emptyset, \{i\}, N$;
- 2) $\Delta_{v(S)} \geq 0, \forall S \neq \emptyset, N$;
- 3) $\Delta_{v(S)} = kv(S), \forall S \neq \emptyset, N, k < 1$;
- 4) $\Delta_{v(S)} = \max(0, e(S, x)), e(S, x) = v(S) - \sum_{i \in S} x_i, S \neq \emptyset, N$;
- 5) $\sum_{\substack{S \neq \emptyset \\ S \subseteq N}} \Delta_{v(S)} = 0$;
- 6) $\sum_{\substack{S \neq \emptyset \\ S \subseteq N}} \Delta_{v(S)} = -\Delta_{v(N)}$.

В вопросе о существовании C -ядра одной из основных является теорема Бондаревой, согласно которой C -ядро не пусто тогда и только тогда, когда $\sum_{S \subseteq N} \lambda_S \cdot v(S) \leq v(N), \forall \lambda \in \Lambda$,

$$\Lambda = \left\{ \lambda : \sum_{S \ni i} \lambda_S = 1, \forall i \in N, \lambda_S \geq 0, \forall S \neq N \right\}.$$

Решая задачу линейного программирования: $\sum_{S \subset N} \lambda_S v(S) \rightarrow \max$,

$$\sum_{S \ni i} \lambda_S = 1, \lambda_S \geq 0, i \in N$$

можно прийти к тому же результату.

Рассуждая аналогично применительно к C_p получаем задачу $\min_{\|\Delta\|} \max_{\lambda \in \Lambda} \left(\sum_{S \subset N} \lambda_S (v(S) - \Delta_{v(S)}) \right)$, которая может быть переформулирована следующим образом:

$$\|\Delta\|_p \rightarrow \min, \sum_{S \subset N} \lambda_S \Delta_{v(S)} \geq \sum_{S \subset N} \lambda_S v(S) - v(N), \Delta_{v(S)} \geq 0,$$

$$\forall \lambda \in \Lambda^-, \text{ где } \Lambda^- \subset \Lambda, \Lambda^- = \left\{ \lambda : \sum_{S \subset N} \lambda_S v(S) > v(N) \right\}.$$

Очевидно, если C -ядро игры существует, то $C_p = C$.

Иерархическая игра со случайными ошибками при передаче информации

М.А. Горелов

Вычислительный центр РАН

Будем рассматривать игру двух лиц $\Gamma = \langle U, V, g, h \rangle$, где U и V – компактные метрические пространства, а g и h – непрерывные функции из $U \times V$ в множество действительных чисел \square . Элементы множеств U и V интерпретируются как управления первого и второго игроков. Их интересы описываются стремлением к максимизации значений функций g и h соответственно.

Будем считать, что первый игрок до принятия окончательного решения о выборе своего управления может задать n вопросов допускающих ответы типа «да» и «нет» и получить на них ответы. Предположим, ответ на каждый вопрос может быть с вероятностью p искажен при передаче информации. Игрок 1 первым выбирает список вопросов и варианты своих действий при всех возможных ответах и сообщает эту информацию противнику.

В этих условиях второй игрок принимает решение в услови-

ях риска. Будем считать, что он ориентируется на математическое ожидание своего выигрыша, и это известно игроку 1. В таком случае первый игрок может оценить множество рациональных ответов противника. И тогда его выбор происходит в условиях неопределенности выбора противника и неизвестных реализаций случайных ошибок. Будем считать, что он осторожен по отношению к неопределенности первого типа и ориентируется на математическое ожидание по случайным ошибкам.

Эта ситуация формально описывается следующим образом.

Список вопросов отождествим с функцией $P:V \rightarrow \{0,1\}^n$, и пусть выбор управлений задается отображением $u_*:\{0,1\}^n \rightarrow V$.

$$\text{Пусть } B(u_*, P) = \left\{ v \in V : \overset{\circ}{h}(u_*, P, v) \geq \sup_{w \in V} \overset{\circ}{h}(u_*, P, w) - \delta(u_*, P) \right\} -$$

множество его рациональных откликов игрока 2 на стратегию (u_*, P) , где $\delta(u_*, P) = 0$, если верхняя грань в определении $B(u_*, P)$ достигается и $\delta(u_*, P) = \kappa$ в противном случае (здесь $\overset{\circ}{h}(u_*, P, v) = \sum_{r \in N} p^{\chi(r, P(v))} (1-p)^{n-\chi(r, P(v))} h(u_*(r), v)$, κ – заданное положительное число, а χ – расстояние Хэмминга).

Максимальный гарантированный результат первого игрока будет равен $R = \sup_{(u_*, P)} \inf_{v \in B(u_*, P)} \sum_{r \in N} p^{\chi(r, P(v))} (1-p)^{n-\chi(r, P(v))} g(u_*(r), v)$.

Лемма. Для любой стратегии (w_*, Q) найдется такая стратегия (u_*, P) , что верхняя грань $\sup_{w \in V} \overset{\circ}{h}(u_*, P, w)$ достигается и

$$\begin{aligned} & \inf_{v \in B^p(u_*, P)} \sum_{r \in N} p^{\chi(r, P(v))} (1-p)^{n-\chi(r, P(v))} g(u_*(r), v) \geq \\ & \geq \inf_{v \in B^p(w_*, Q)} \sum_{r \in N} p^{\chi(r, Q(v))} (1-p)^{n-\chi(r, Q(v))} g(w_*(r), v). \end{aligned}$$

Данная лемма играет ключевую роль при доказательстве следующего утверждения.

Теорема. Обозначим $m = 2^n$,

$$\Phi(p, r, u^0, u^1, \dots, u^{m-1}, v) = \sum_{b \in N} p^{\chi(r, b)} (1-p)^{n-\chi(r, b)} g(u^b, v),$$

$$\Psi(p, r, u^0, u^1, \dots, u^{m-1}, v) = \sum_{b \in N} p^{\chi(r, b)} (1-p)^{n-\chi(r, b)} h(u^b, v).$$

Максимальный гарантированный результат R первого игрока является решением уравнения

$$\begin{aligned} & \sup_{u^0 \in U} \sup_{u^1 \in U} \dots \sup_{u^{m-1} \in U} \sup_{\lambda \in \square} \min \\ & \left\{ \sup_{v \in V} \max_{r \in N} \min \left[\Psi(p, r, u^0, u^1, \dots, u^{m-1}, v) - \lambda, \Phi(p, r, u^0, u^1, \dots, u^{m-1}, v) - \gamma \right], \right. \\ & \left. \inf_{v \in V} \max_{r \in N} \left[\min \left(\Psi(p, r, u^0, u^1, \dots, u^{m-1}, v) - \lambda, \Phi(p, r, u^0, u^1, \dots, u^{m-1}, v) - \gamma \right), \right. \right. \\ & \left. \left. (\lambda - \Psi(p, r, u^0, u^1, \dots, u^{m-1}, v)) \right] \right\} = 0, \end{aligned}$$

Зная решение этого уравнения уже несложно найти оптимальную стратегию первого игрока.

Голосование по правилу большинства с возможностью обмена побочными платежами

А.С. Копнышев¹, Н.М. Новикова¹, И.И. Поспелова²

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

²Московский Государственный Университет им.

М.В.Ломоносова

Рассматривается игра трех лиц $N = \{1, 2, 3\}$ – выборы одного из кандидатов $\{a, b, c\}$. Игроки голосуют одновременно в закрытую, а победитель определяется по правилу:

$$\pi(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} x_2, & \text{если } x_2 = x_3 \\ x_1, & \text{иначе} \end{cases},$$

где x_i - кандидат, за которого проголосовал i -ый игрок.

Функции полезности игроков определяются как

$u_i(x_1, x_2, x_3) = U_i(\pi(x_1, x_2, x_3))$, где $U_i(y)$ – значение функции полезности от избрания кандидата y для i -го игрока. Пусть значения функций полезности от избрания кандидатов равны 0, $\frac{1}{2}$ или 1 и заданы циклическим образом: $U_1(a) < U_1(b) < U_1(c)$, $U_2(b) < U_2(c) < U_2(a)$, $U_3(c) < U_3(a) < U_3(b)$.

Если игроки не информированы о предпочтениях других игроков и каждый из них проголосует за наилучшего для себя кандидата, то по правилам голосования кандидат c будет объявлен

победителем. В условиях полной информированности будет избран кандидат a , наихудший для первого игрока [1].

Предположим, игроки голосуют не одновременно, а по очереди, объявляя свой выбор другим игрокам. В такой игре наилучший гарантированный результат (НГР) первого игрока существенно зависит от порядка голосования (i-j-k) (см. таблицу).

Пусть теперь до голосования каждый из игроков согласно строго определенной последовательности ходов может сделать предложение в открытую другому игроку голосовать за кандидата u за сумму t . Если после этапа предложений побочных платежей игра не разрешима по доминированию, то игроки ориентируются на принцип гарантированности результата [2]. Получим:

Порядок голосования	НГР 1-го игрока без побочных платежей	НГР 1-го игрока с побочными платежами
1-2-3	$\frac{1}{2}$	0
1-3-2	$\frac{1}{2}$	0
2-1-3	1	$\frac{1}{2}$
2-3-1	0	$\frac{1}{2}$
3-1-2	0	$\frac{1}{2}$
3-2-1	0	0

Литература

1. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. — М.: Мир, 1985.
2. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. — М.: Наука, 1971.

Конечные игры на четность и их приложение

В.Н.Лебедев

Волгоградский Государственный Университет

Представлен степенной алгоритм решения следующей антагонистической игры. Игра определяется ориентированным графом без тупиков $(V = A, B; E; h \rightarrow Z)$. A, B — вершины первого, второго игроков, E — ориентированные ребра; на ребрах задана целочисленная весовая функция h . Игроки передвигают фишку: в текущих вершинах A — первый игрок, в вершинах B — второй игрок по одному из исходящих ребер в очередную вершину. По выполне-

нию t ходов игра завершается. Первый игрок выигрывает только в случае, когда максимальный вес ребер возникшей траектории четный, в противном случае проигрывает. Игра решается рекурсивной процедурой. Введем величины: $f(v, m, k) = 1$, если первый игрок имеет выигрывающее продолжение траектории, начало которой из первых k шагов оканчивается в вершине v и имеет максимальный вес пройденных ребер m ; в противном случае $f(v, m, k) = 0$; для всех вершин v , всех величин весов ребер m и всех $k = 0, \dots, t$.

Утверждение. Для любой вершины v первого игрока, любого веса ребра m справедливо соотношение:

$$f(v, m, k) = \max_{w \in out(v)} f(w, s(w), k + 1); \quad s(w) = \max\{m, h(v, w)\},$$

где максимум вычисляется по вершинам окрестности $out(v)$ вершины v . Для любой вершины v второго игрока, любого веса ребра m справедливо аналогичное соотношение:

$$f(v, m, k) = \min_{w \in out(v)} f(w, s(w), k + 1); \quad s(w) = \max\{m, h(v, w)\},$$

где $k = t - 1, \dots, 0$; $f(v, m, t) = 1$, если m четное и $f(v, m, t) = 0$, если m нечетное для любой вершины v .

Утверждение дает алгоритм со степенной оценкой временной сложности вычисления решения сформулированных игр. Хорошо известны циклические игры на четность. Циклическая игра завершается при первом повторении вершины на траектории игры; первый игрок выигрывает, только тогда, когда максимальный вес ребер возникшего цикла четный. Степенного алгоритма для решения циклических игр на четность не известно. Циклические игры на четность используются для вычислений в модальной логике [1], [2]. Выразительные возможности модальной логики достаточны для решения некоторых задач коррекции параллельных распределенных систем.

Литература

1. Emerson E.A. Jutla C.S. Sistla A.P. On model-checking for fragments of μ -calculus. Fifth International Conference on Computer Aided Verification, Elounda, Greece, June/July 1993.

2. Emerson E.A. Jutla C.S. Tree automata. μ -calculus and determinacy. In Proceedings of 32nd Annual Symposium on Foundations of 179 Computer Science. P. 368-377. IEEE Computer Society Press. 1977.

Оценка точности тестирования

М.М. Луценко

*Петербургский государственный университет
путей сообщения*

Важнейшая задача теории тестирования – оценка уровня знаний испытуемого по результатам теста. Задача становится особенно актуальной, если по результатам теста принимают важные административные решения: выдача аттестата об образовании, зачисление в ВУЗ и др. Анализ тестов и оценкам их точности посвящена обширная литература (см. например [3]). Однако, все оценки точности (надежности) тестирования проводят в предположении о нормальности распределения уровней знаний испытуемых. Но с этим предположением трудно согласиться. При тестовом контроле уровня знаний учащихся существенная часть процесса обучения посвящена подготовке к прохождению теста. Но, зная форму теста, темы и типы задач, учащиеся способны так трансформировать свои знания, что объективная оценка знаний будет затруднена. Таким образом, мы имеем конфликтную ситуацию (игру), участники которой: испытуемый, стремящийся меньше времени затратить на подготовку к тесту и при этом получить наивысший балл и лицо, принимающее решение (Статистик), стремящимся наиболее точно оценить уровень знаний испытуемого.

Для оценки точности тестирования мы составим статистическую игру, в которой Статистик стремится наиболее точно оценить состояние (действие) Природы по результату наблюдения за некоторой случайной величиной \mathbf{X}_θ (результатом теста), распределение которой зависит от состояния Природы θ (уровня знаний тестируемого). Мы будем считать известными: Θ – множество допустимых состояний Природы, D – множество допустимых решений (оценок) Статистика, X – множество наблюдений (значений случайной величины \mathbf{X}_θ), $\{P_\theta(x)\}$ – семейство распределений случайных величин \mathbf{X}_θ , ($\theta \in \Theta, x \in X$). Таким образом, игроки выбирают: Природа значение параметра θ , Статистик решение $d = d(\mathbf{X}_\theta)$. Так как решение Статистика зависит от наблюдаемого им значения случайной величины \mathbf{X}_θ , то за его чистую стратегию

в статистической игре следует брать решающую функцию $\delta: X \rightarrow D$. Множество решающих функций мы обозначим через $\mathbf{D} = D^X$. Если множество наблюдений X конечно и число его элементов равно N , то решающую функцию можно записать в виде вектора $\delta = (d_1, d_2, \dots, d_N)$, где

Для построения интервальной оценки мы с каждым решением $d \in D$ свяжем подмножество уровней знаний $\Theta(d) \subseteq \Theta$, приемлемых при этом решении. По заданному семейству подмножеств $\{\Theta(d)\}_{d \in D}$ построим функцию выигрыша Статистика, которая равна единице лишь в том случае, когда он правильно оценил испытуемого.

В докладе будут рассмотрены три статистические игры «тестирование» с пороговыми функциями выигрыша и получены их решения: вероятность правильной оценки Статистиком состояния Природы (уровня знаний испытуемого), наихудшее распределение параметра θ , оптимальную рандомизированную решающую функцию Статистика. Предлагаемая модель использует результаты автора по построению интервальной оценке параметра биномиального распределения [1,2].

Решение этих игр было найдено с помощью стандартных подпрограмм решения экстремальных задач MS Excel без предположений о нормальности распределения уровней знаний испытуемых.

Оказалось, что точность оценки уровня знаний испытуемого (вероятность безошибочной его оценки) колеблется от 90% до 50% при естественных предположениях о виде распределения случайной величины \mathbf{X}_θ и способах выставления оценок тестируемому.

Литература

1. Луценко М.М., Иванов М.А. Минимаксные доверительные интервалы для параметра гипергеометрического распределения // Автоматика и телемеханика, №7, 2000, с.68-76.
2. Луценко М.М. Теоретико игровой метод оценки параметра биномиального закона // Теория вероятностей и ее применения. 1990. Т. 35. Вып. 3. с.471-481.
2. Нейман Ю.М., Хлебников В.А. Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов, 2000, М., 168 с

N-Ядро и распределение памяти компьютера

В.В. Мазалов, Л.И. Трухина

Институт прикладных математических исследований,

Карельский научный центр РАН, Петрозаводск,

*Читинский институт Байкальского государственного
университета экономики и права, Чита*

Рассматривается память компьютера размера M , которая разбита на n частей. Информация в каждый блок поступает случайным образом с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_n (вероятностные характеристики известны). Предполагается, что заполнение каждого участка осуществляется с одного конца, работа начинается с пустой структуры данных. После полного заполнения одного из участков необходимо производить перераспределение свободной памяти. Критериями эффективности метода перераспределения здесь являются среднее время заполнения и среднее число перераспределений до полного исчерпания памяти. Естественно искать такое правило, которое максимизирует первый и минимизирует второй критерий. В качестве такого метода мы используем n -ядро из теории кооперативных игр.

Мы формируем кооперативную игру, связанную с задачей распределения памяти, по аналогии с задачей о банкротстве, рассмотренной в 1985 г. Ауманом совместно с Машлером. Объём занятой памяти считаем требованиями, а суммарную свободную память D – "состоянием". Характеристическую функцию для каждой коалиции определяем так же как в задаче о банкротстве

$$v(S) = (D - \sum_{i \in N \setminus S} k_i)^+,$$

где $a^+ = \max(a, 0)$, k_i – размеры заполненных участков.

Делёж, образующий n -ядро, определяется при помощи коалиционной процедуры, которая приводит к устойчивому решению данной задачи. А устойчивое решение в свою очередь является n -ядром соответствующей игры.

Для большого числа участков применить данный алгоритм и получить делёж достаточно сложно. Поэтому мы его модифицируем. Оставим в рассмотрении только свободную память. Участки упо-

рядочим по убыванию свободной памяти. Если $D \geq d_1 n / 2$, то каждому участку i ($i = \overline{1, n}$) выделяется половина его свободной памяти, а вторая половина делится поровну между участками с номерами от $i + 1$ до n . Если условие не выполняется, то свободная память делится поровну. Модифицированный алгоритм позволяет получить делёж в явном виде для любого числа участков.

Результаты численного эксперимента показывают неплохие результаты для ряда наборов вероятностных распределений поступления информации.

Принцип индивидуальной оптимальности в одноцелевых играх

С.О. Машенко

Киевский национальный университет им. Т. Шевченко

В докладе рассматривается одноцелевая некооперативная игра G в нормальной форме $(X_i, u_i; i \in N)$, где $N = \{1, \dots, n\}$ - множество из n игроков; X_i - множество стратегий игрока $i \in N$; $u_i: X \rightarrow E^1$ - функция выигрыша игрока $i \in N$, которая определена на множестве ситуаций $X = \prod_{i \in N} X_i$. Игроки выбирают свои

стратегии некооперативно, но имеют общую цель, которая состоит в максимизации функций выигрыша всех игроков. Поскольку каждый игрок может понимать эту цель по своему, возникает конфликт. Эта игра принципиально отличается от классической - многоцелевой игры, которая имеет такую же самую нормальную форму, но характеризуется тем, что каждый игрок независимо от того действует он кооперативно с другими игроками или некооперативно, имеет свою личную цель. Одноцелевая некооперативная игра G также принципиально отличается от многокритериальной задачи принятия решений, которая может иметь такую же нормальную форму, но специфична коллективным поведением игроков и отсутствием конфликта.

В докладе предлагается принцип индивидуальной оптимальности. Соответственно этому принципу, каждый игрок выбирает свои стратегии индивидуально, но учитывает функции выигрыша

всех других игроков. Таким образом, каждый игрок готов ради решения конфликта пойти на компромисс. Для формализации понятия индивидуально-оптимального равновесия рассматривается специальное отношение *NE*-доминирования [1;2].

Говорят, что ситуация y игры G находится в отношении сильного *NE*-доминирования игрока $i \in N$ к ситуации x , если $y = (y_i, x_{N \setminus i})$ и $u_j(y_i, x_{N \setminus i}) > u_j(x), \forall j \in N$. Ситуацию x^* будем называть индивидуально-оптимальным равновесием игры G , если не существует другой ситуации y , которая бы находилась в отношении *NE*-доминирования с x^* хотя бы для одного игрока $i \in N$. Таким образом, индивидуально-оптимальные равновесия представляют собой компромисс каждого игрока с другими, который невыгодно нарушать ни одному из них. В докладе рассматриваются свойства и условия существования индивидуально-оптимальных равновесий.

В докладе рассматриваются основные свойства, условия индивидуальной оптимальности для различных классов игр. Характерной особенностью индивидуально-оптимальных равновесий является то, что они обобщают свойства и включают в себя все равновесия Нэша, коалиционные равновесия, равновесия по Бержу, оптимальные по Парето ситуации игры. Предлагается конструктивный способ параметрического описания множества индивидуально-оптимальных равновесий. Используемые параметры характеризуют относительный вес выигрыша каждого игрока в его предпочтении на множестве функций выигрыша всех игроков. Особенную роль играют параметры, характеризующие относительный вес собственной функции выигрыша игрока по отношению к функциям выигрыша других игроков, которые, как показано в [1], характеризуют стабильность индивидуально-оптимального равновесия. Каждое индивидуально-оптимальное равновесие игры может быть оценено максимально возможным уровнем его стабильности. На основе этой идеи предлагается критерий стабильности равновесий. Равновесие, которое максимизирует критерий стабильности, может быть рекомендовано игрокам как основа для соглашения.

В докладе рассматриваются также индивидуально-оптимальные равновесия, которые являются стабильными для всех игроков не только по их стратегиям, а и по предпочтениям на

множестве функций выигрыша других игроков. Рассматриваются свойства этих равновесий и условия их существования.

Литература

1. Машенко С.О. Исследование стабильности равновесий на основе принципа индивидуальной оптимальности // Кибернетика и системный анализ. -2007. -4. –С. 162-169.

2. Машенко С.О. Индивидуально-оптимальные равновесия некооперативных игр в отношениях предпочтения // Кибернетика и системный анализ. -2009. -1. –С. 171-179.

Арбитражная процедура на счетном множестве

А.Э. Менчер

Чита, ЗабГГПУ им.Н.Г. Чернышевского

Рассматривается антагонистическая игра, в которой игроки L и M (работник и работодатель) ведут переговоры об установлении заработной платы. Игрок L делает предложение x , а игрок M – предложение y ; x и y – произвольные действительные числа. Если $x \leq y$, то конфликта нет и игроки соглашаются на выплату жалования, равного $\frac{x+y}{2}$. Если же $x > y$, игроки апеллируют к арбитру A . Обозначим решение арбитра через z . По схеме Фарбера [1] из предложений x и y выбирается то, которое ближе к точке z . В такой игре выигрыш имеет следующий вид: $H(x, y) = EH_z(x, y)$, где

$$H_z(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{2}, & \text{если } x \leq y, \\ x & \text{если } x > y, |x-z| < |y-z|, \\ y & \text{если } x > y, |x-z| > |y-z|, \\ z & \text{если } x > y, |x-z| = |y-z|. \end{cases}$$

Пусть $-\infty < y \leq 0 \leq x < +\infty$, а z – дискретная случайная величина. Если $z=0$, то, очевидно, точкой равновесия является пара чистых стратегий $(0, 0)$. В статьях [2,3] для случаев, когда z с равной вероятностью принимает значения $-n, -(n-1), \mathbf{K}, -1, 0, 1, \mathbf{K}, n-1, n$, либо $-(2n-1), -(2n-3), \mathbf{K}, -3, -1, 0, 1, 3, \mathbf{K}, 2n-3, 2n-1$, соответственно,

найденно равновесие в смешанных стратегиях.

Рассмотрим ситуацию, при которой предложения арбитра сосредоточены на множестве целых чисел.

Итак, пусть арбитр выбирает значение 0 с вероятностью p , а значения $-n$ и n с равными вероятностями $\left(\frac{1-p}{3-p}\right)^n$,

$$0 < p < 1. \text{ Имеем: } p + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1-p}{3-p}\right)^n = 1.$$

Равновесие в игре устанавливается с помощью смешанных стратегий. Обозначим через $f(x)$ и $g(y)$ смешанные стратегии игроков L и M , соответственно:

$$f(x) \geq 0, \int_0^{+\infty} f(x) dx = 1; \quad g(y) \geq 0, \int_{-\infty}^0 g(y) dy = 1.$$

Благодаря симметрии, цена игры равна нулю, а для оптимальных стратегий имеем: $g(y) = f(-y)$. Таким образом, достаточно указать оптимальную стратегию только для одного из игроков, например, L . Функцию выигрыша игрока M при выбранной игроком L стратегии $f(x)$ обозначим через $H(f(x), y)$.

Теорема. Если $p \in [p_0, 1)$, где p_0 – корень уравнения $p^5 + p^4 - 8p^3 - 6p^2 - 5p + 1 = 0$ из интервала $\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{6}\right)$, то для игрока L оптимальной является стратегия

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq x < c, \\ \frac{1+p}{4p} \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{x^3}}, & \text{если } c < x < c+2, \\ 0, & \text{если } c+2 < x < +\infty, \end{cases}$$

$$\text{где } c = \frac{(1-p)^2}{2p}.$$

Функция $H(f(x), y)$ непрерывна на всей полуоси $[0, +\infty)$; на отрезке $[-(c+2), -c]$ вычисляется по формуле:

$$H(f(x), y) = \frac{1-p}{2} \int_c^{c+2} yf(x)dx + p \left(\int_c^{-y} xf(x)dx + \int_{-y}^{c+2} yf(x)dx \right) + \frac{1-p}{2} \int_c^{c+2} xf(x)dx$$

Имеем: $H(f(x), y) = 0$ для $y \in [-(c+2), -c]$ и $H(f(x), y) > 0$ для $y \in (-\infty, -(c+2))$ при любых $p \in (0, 1)$; $H(f(x), y) > 0$ для $y \in (-c, 0]$ при $p \in [p_0, 1)$, где p_0 – корень уравнения $p^5 + p^4 - 8p^3 - 6p^2 - 5p + 1 = 0$ из интервала $\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{6}\right)$.

Таким образом, стратегия $f(x)$ – оптимальная.

Литература

1. Farber H. *An analysis of final-offer arbitration*// Journal of conflict resolution. – 1980. – Vol.35. – P. 683 – 705.
2. Mazalov V.V., Mentcher A.E., Tokareva J.S. *On a discrete arbitration procedure*// Sci. Math. Japonical. – 2006. – Vol. 63, №3. – P. 325 – 330.
3. Менчер А.Е., Токарева Ю.С. Об одной дискретной арбитражной схеме//Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2007. – Вып. 2, Т. 14. – С. 417 – 420.

О некоторых повторяющихся играх

Е.З. Мохонько

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Рассматривается неантагонистическая повторяющаяся игра двух лиц, которые находятся на одном уровне иерархии. Первый игрок может выплачивать второму игроку фиксированный дополнительный платеж в конце игры. Рассматривается ситуация равновесия, существующая при непрерывном наблюдении за действиями партнера. Первый игрок может получать информацию о действиях партнера как дискретным, так и непрерывным образом. Найден дискретный оптимальный режим получения информации о действиях второго игрока. При этом сохраняется ситуация равновесия, существующая при непрерывном наблюдении.

Рассматривается вторая игра, являющаяся усложненным вариантом первой игры. В ней один раз за всю игру может подействовать возмущение, которое изменяет равновесие, рассмотренное в первой игре, на другое равновесие. При этом выигрыш второго игрока уменьшается. Первый игрок может получать информацию о действиях партнера и о том, подействовало ли возмущение или

нет, как дискретным, так и непрерывным образом. Найден дискретный оптимальный режим получения информации о действиях второго игрока при непрерывном получении информации о возмущении. При этом решение игры то же самое, что и при непрерывном получении информации о действиях второго игрока. Найденный режим получения информации о выборах второго игрока оптимален в том смысле, что для пары следующих друг за другом моментов получения информации t_i и t_{i+1} , $i=1,2,\dots$, последующий момент получения информации не может быть больше, чем t_{i+1} , иначе нарушится ситуация равновесия.

Если ожидалось, что возмущение подействует, а оно не подействовало, то ущерб от этого ожидания следующий. Пришлось вести непрерывное наблюдение за тем, подействовало ли возмущение или нет, и, кроме того, приходится увеличить количество моментов получения информации о действиях второго игрока по сравнению с количеством моментов получения информации из первой игры.

Показано, что этот ущерб может быть уменьшен, если первый игрок будет получать информацию о выборах второго игрока способом, близким к оптимальному, но не оптимальным. И, кроме того, будет получать информацию о возмущении дискретным способом.

Таким образом, разные по сложности игровые модели могут выделять в качестве предпочтительных разные, не совпадающие между собой режимы получения информации. Это надо учитывать при оценке с помощью теории игр предпочтительности того или иного режима получения информации в реальной жизни.

Кроме того, в работе, рассмотрены аналогичные повторяющиеся игры, в которых возмущение изменяет не ситуацию равновесия, а побочный платеж, который первый игрок может выплачивать второму игроку.

Игровые модели управления водными ресурсами трансграничных рек

С.Т. Наврузов

Институт экономики Таджикистана

В работе рассматриваются теоретико-игровые модели при-

менительно к задачам управления водными ресурсами трансграничных рек, когда один из участников игры (страна) располагает дефицитным водным ресурсом, формирующимся на его территории. Данные модели образуют формализованную базу для принятия решений и построения правил управления водными ресурсами трансграничных рек. В простейшем примере рассматривается случай, когда страна A расположена в верхнем течении трансграничной реки, а страна B расположена в нижнем течении реки. Предположим, что страна A заинтересована в использовании водных ресурсов w формирующихся на его территории, но довольно слабо (например, в целях орошаемого земледелия). Страна B также слабо использует свои энергоресурсы (нефть, газ) x (например, для снятия пика нагрузки в подаче электроэнергии зимой). Примем следующие предположения относительно критериев рассматриваемых стран:

$$\Phi_1 = a_1 x_1 + b_1 w_1 - \text{критерий страны } A$$

$\Phi_2 = a_2 x_2 + b_2 w_2$ - критерий страны B ; $w_1 + w_2 = w^*$, $x_1 + x_2 = x^*$, причем $a_1 \gg b_1$ - условие слабой заинтересованности в использовании ресурса w страной A , $b_2 \gg a_2$ - условие слабой заинтересованности использования ресурса x страной B , и $b_2 w^* > a_2 x^*$.

В данной игре оптимальная ε -стратегия в игре Γ_2 для первого игрока имеет следующий вид:

$$x_2^0 = \begin{cases} x^* - \frac{b_2}{a_2} w^* + \varepsilon, & \text{если } w_2 = w^*, \\ x^*, & \text{если } w_2 \neq w^*. \end{cases}$$

Результаты стран определяются из условия, что величина $x_1 = \frac{b_2}{a_2} w^* - \varepsilon$ обменивается на весь ресурс w^* , то есть страна A

отдает весь свой ресурс в обмен на ресурс, предоставляемой страной B , которая оставляет в своем распоряжении величину

$$x_2 = x^* - \frac{b_2}{a_2} w^* + \varepsilon.$$

Интерпретируя теоретико-игровые результаты для рассматриваемых задач в терминах взаимоотношений стран трансграничного бассейна, можно отметить, что изолированность действий одной из стран, т.е. выбор стратегий без передачи какой либо информации или без учета интереса других стран трансграничного бассейна, естественно, не гарантирует ему максимального выигрыша. В то же время стратегия, которая она может выбрать в рамках коалиции, гарантирует ему наибольший выигрыш. В рассмотренных в докладе моделях, приоритет в действиях дает значительные преимущества страну (игроку), обладающему им. Способы защиты у другой страны, состоят в сокрытии своих интересов и возможностей. Но, конечно, наиболее эффективным является перехват хода при надлежащей информированности или согласованные действия в рамках коалиций.

В докладе рассматриваются обобщения постановки задачи на случай нескольких стран в бассейне трансграничной реки при наличии случайных параметров, связанных с речным стоком и потреблением ресурсов.

Приводятся примеры из практики трансграничных рек Центральной Азии.

Литература

1. Ватель И.А., Ерешко Ф.И. Математика конфликта и сотрудничества. - М.: Знание, 1973. 64 с.

Модель принятия компромиссных решений при управлении трансграничными водными ресурсами

С.Т. Наврузов

Институт экономики Таджикистана

После приобретения независимости республики Центральной Азии столкнулись с проблемой вододелия трансграничных рек. Главной задачей является методология нахождения компромиссных решений с учётом неопределенности стока, что является природным неопределённым фактором, и действий стран с различными интересами, что является следствием их целенаправленной деятельности. Возможным компромиссным решением является создание коалиции, которая обеспечивает им суммарный ре-

зультат не хуже чем результат, получаемый суммарно, когда каждая из стран действует независимо. Для нахождения эффективных (оптимальных по Парето) способов распределения водных ресурсов предлагается следующая процедура. По всем управлениям всех стран и ценам p^k находятся максимум выражения

$$\sum_{k=1}^n \max_{A_u^k, A_d^k} M \max_{w_b^k, w_w^k, w_a^k, c_u^k, c_d^k} g^k,$$

где M обозначает оператор вычисления математического ожидания; A_u^k , A_d^k - соответственно площади, занятые под сельскохозяйственные культуры и расположенные выше и ниже водохранилища по течению в k -ой стране; w_b^k , w_w^k и w_a^k - соответственно сбросы воды через плотину водохранилища k -ой страны до периода полива, в период полива и после периода полива; c_u^k , c_d^k - соответственно объемов воды, затрачиваемые на полив из источников, находящихся в k -ой стране выше и ниже по течению от водохранилища. Будем считать, что цели k -ой страны описываются следующими вспомогательными критериями: производством сельхозпродукции $C^k = C_u^k + C_d^k$, $C_u^k = \Phi^k(A_u^k, c_u^k)$ и $C_d^k = \Psi^k(A_d^k, c_d^k)$ - заданные производственные функции; объемами производства электроэнергии $e_b^k = \varphi^k(w_b^k)$, $e_w^k = \psi^k(w_w^k)$, $e_a^k = \varphi^k(w_a^k)$; вероятностью чрезвычайного положения монотонно зависит от запаса воды $W_a^k = W_b^k + w^k + w_o^k - c_u^k - w_b^k - w_w^k - w_a^k$, W_b^k - запас воды в водохранилище на начало года; финансовыми затратами $f^k = p_e^k(e_b^k + e_w^k + e_a^k) + p_c^k C^k$, p_e^k , p_c^k - соответственно денежные затраты на производство единицы электроэнергии и производство единицы сельхозпродукции в k -ой стране; средствами $m^{k+1} - m^k$, вырученными за воду. Примем ограничения на выбор управлений в форме вероятностных ограничений, что обеспечивает уровень гарантированной отдачи водного объекта: $Вер(c_u \leq w_u + w_o, c_d \leq w_w) \geq b$, где уровень b характеризует гарантию, на которую рассчитывает управляющий орган страны.

Фиксируем следующий механизм расчетов за воду. Будем считать, что за объем воды w^k , соответствующий точке status quo, страна ничего не платит, а воду сверх этого количества приобрета-

ет по цене p^k . Принятие решений основывается на использовании свертки критериев $g^k(C^k, e_b^k, e_w^k, e_a^k, W_a^k, f^k, m^{k+1} - m^k)$. Доказывается

Теорема. Пусть в точке status quo неравенства

$$\frac{\frac{\partial g^{k+1}}{\partial C^{k+1}} \cdot \frac{\partial \Psi^{k+1}}{\partial c_d^{k+1}} + \frac{\partial g^{k+1}}{\partial e_w^{k+1}} \cdot \frac{\partial \Psi^{k+1}}{\partial c_d^{k+1}}}{\frac{\partial g^{k+1}}{\partial m^{k+1}}} > \frac{\frac{\partial g^k}{\partial C^k} \cdot \frac{\partial \Psi^k}{\partial c_d^k}}{\frac{\partial g^k}{\partial m^k}}$$

выполняются для всех k . Тогда точка status quo не является эффективной.

Решающим фактором является возможность использования нижележащими странами «доброжелательных» попусков вышележащих стран, а также возможность прямых обменов товарами и ресурсами без денежных расчётов.

Литература

1. Ерешко Ф.И., Наврузов С.Т. Принципы кооперации при использовании водных ресурсов бассейнов трансграничных рек // Доклады АН Республики Таджикистан, т. 51, №4, 2008 – С. 253-260.

Анализ различных видов оптимальных контрактов в задаче стимулирования агентов принципалом в модели с двумя агентами*

А.В. Таразевич

*Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова*

В работе рассмотрены детерминированные модели с тремя участниками – принципалом и двумя агентами – и различными видами функций выигрыша. С помощью своих свободных средств принципал стремится стимулировать агентов на заключение некоторого числа договоров (с клиентами) с целью максимизации своей собственной прибыли. Агенты обладают эффективностью (отношение числа успешных встреч к числу проведённых) и функцией нежелания работать от количества проведенных встреч $S(N)$,

* Грант РФФИ, проект № 08-01-00249.

которая различна для разных агентов, причем $\forall N > 0 \ C^H(N) < C^L(N)$. Агент, обладающий меньшей эффективностью (K^L) и большей функцией нежелания работать, называется агентом низкого типа, большей ($K^H \geq K^L$) – агент высокого типа.

Принципал не знает, какое количество встреч провели агенты и эффективности агентов, он знает лишь ту прибыль, которую принёс каждый из них. Поэтому стимулирующая схема (контракт) $I(Y)$ может зависеть только от той прибыли, которую принесли агенты. Выигрыш агента типа А (высокого либо низкого), который провёл N встреч, равен $I(N \cdot K^A) - C^A(N)$. Для того, чтобы агент согласился на контракт, необходимо, чтобы $I(N \cdot K^A) - C^A(N) > 0$.

Выигрыш принципала равен $Y^H + Y^L - I(Y^H) - I(Y^L)$, где $I(N \cdot K^L) - C^L(N) > 0$, $I(N \cdot K^H) - C^H(N) > 0$. Предполагается также, что $C^A(N)$ дифференцируемы всюду на $(0, +\infty)$ и дифференцируемы справа в точке 0.

Цель данного исследования - получить алгоритм нахождения оптимального контракта. В настоящее время является довольно распространённым предположение о том, что более высокая комиссия, которая платится агентам в случае перевыполнения плана, должна стимулировать его на выполнение этого плана. Другими словами, оптимальная $I(Y)$ выпукла. В работе проводится исследование 3-х случаев – без ограничений на схему, неубывающей, и затем рассматриваются выпуклые схемы.

Одной из оптимальных схем является точечная схема, когда принципал назначает ненулевое вознаграждение только за два результата агента. Агент низкого типа получает при этом нулевую прибыль, прибыль же агента высокого типа в большинстве случаев является положительной (за исключением ситуации, когда оптимальная схема подразумевает отказ агента низкого типа от контракта).

Также было доказано, что ограничение на возрастание стимулирующей схемы не ведёт к уменьшению прибыли принципала. Стратегия при этом с точечной функцией меняется на ступенчатую.

Затем была рассмотрена выпуклая схема. В отличие от ограничения на неубывание, выпуклость схемы может привести к потере прибыли принципала. Приведён пример, когда прибыль принципала уменьшается при использовании им выпуклого вари-

анта схемы по сравнению с точечной, что опровергает предположение об оптимальности выпуклого контракта.

Гибридное равновесие в неантагонистической игре с неопределённостью*

А.Ф. Тараканов

Борисоглебский государственный педагогический институт

Игровой подход к исследованию разнообразных социальных, экономических, экологических и других проблем весьма популярен. Это объясняется как широкими возможностями средств теории игр для получения приемлемых математических моделей, так и многокритериальным характером игровых моделей, который позволяет строить решения на основе различных принципов оптимальности с учётом конкретики реальной ситуации.

В работе построена информационная модель неантагонистической игры многих лиц при неопределённости со следующей структурой игроков: некоторые из них объединены в коалицию, а остальные действуют самостоятельно. На основе оценок стратегий игроков и неопределённостей построено гибридное (комбинированное) решение игры с использованием внутри коалиции принципа Парето. Для квадратичной игры получены достаточные условия оптимальности. Приведён пример.

Двумерная модель переговоров с арбитражным комитетом

Ю.С.Токарева, В.В.Мазалов

*Забайкальский государственный гуманитарно-педагогический университет им.Н.Г.Чернышевского
Институт прикладных математических исследований
КарНЦ РАН*

Рассмотрим следующую бескоалиционную игру с нулевой суммой. Два игрока имеют спор по некоторому вопросу. Пусть

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и образования

игрок L делает предложение (x_1, y_1) , а игрок M – (x_2, y_2) . Таким образом, предложения игроков характеризуются двумя параметрами.

Для разрешения конфликта они обращаются к арбитражному комитету, состоящему из n членов. Пусть мнение каждого из арбитров есть двумерная случайная величина, равномерно распределенная в единичном круге.

На плоскости предложению игрока L ставим в соответствие точку (x_1, y_1) , предложению игрока M – точку (x_2, y_2) , мнениям арбитров – $A_i (i = \overline{1, n})$. По правилу арбитража по последнему предложению выигрывает тот игрок, соответствующая точка которого оказалась ближе к большинству точек, характеризующих мнения арбитров. Рассмотрим случай, когда игрок L максимизирует параметр x , а игрок M – параметр y .

Если комитет состоит из нечетного числа членов, то оптимальные чистые стратегии игроков имеют вид:

$$x_1 = y_2 = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sum_{n+2}^n C_n^k}{2 \sum_{n+2}^n k C_n^k - n \sum_{n+2}^n C_n^k}, \quad x_2 = y_1 = 0$$

где C_n^k – биномиальный коэффициент. При этом ожидаемый выигрыш игроков равен

$$H = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{\sum_{n+2}^n C_n^k}{2 \sum_{n+2}^n k C_n^k - n \sum_{n+2}^n C_n^k}$$

Если число членов комитета четное, то оптимальные стратегии игроков есть

$$x_1 = y_2 = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{2 \sum_{\frac{n}{2}+1}^n C_n^k + C_{\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}}}{2 \sum_{\frac{n}{2}+1}^n k C_n^k - n \sum_{\frac{n}{2}+1}^n C_n^k}, \quad x_2 = y_1 = 0$$

При этом игроки получают выигрыш в размере

$$H = \frac{\pi}{2^{n+2}\sqrt{2}} \cdot \sum_{\frac{n}{2}}^n C_n^k \cdot \frac{2 \sum_{\frac{n}{2}+1}^n C_n^k + C_{\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}}}{2 \sum_{\frac{n}{2}+1}^n k C_n^k - n \sum_{\frac{n}{2}+1}^n C_n^k}$$

Литература

1. Farber H. An analysis of final-offer arbitration // Journal of conflict resolution. 1980, №35. – P. 683-705.

2. Mazalov V., Tokareva J. Bargaining model on the plane // Algorithmic and Computational Theory in Algebra and Languages. 2008, №6. – P. 42-49.

Модифицированное равновесие и его свойства

Р.И. ЯМИНОВ

Аспирант, МФТИ

Рассмотрим игру в нормальной форме $G = \{N, (C_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N}\}$, в которой множества чистых стратегий $C_i \subseteq R^k$ – непустые выпуклые компакты. Добавим "ошибку" в действия игроков. Для этого возьмем $\xi = (\xi_i)_{i \in N}$ – вектор случайных величин (ошибку), будем считать, что каждый игрок i предполагает, что все остальные игроки $j \neq i$ действуют с ошибкой $c_j + \xi_j$. Тогда *модифицированными функциями выигрыша* назовем: $\tilde{u}_i(c_i, c_{-i}) = E_{\xi} u_i(c_i, c_{-i} + \xi_{-i})$, а *модифицированной игрой* назовем игру $\tilde{G} = \{N, (C_i)_{i \in N}, (\tilde{u}_i)_{i \in N}\}$.

Определение. Если взять последовательность случайных ошибок ξ_m , для которых для $\forall \varepsilon > 0$ вероятность $P(|\xi_m| > \varepsilon) \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$ (т.е. в пределе ошибка исчезает), и для каждого m существует равновесие Нэша (РН) S_m в модифицированной игре \tilde{G}_m , и последовательность равновесий $\{S_m\}$ сходится, то ее предел \tilde{S} будем называть *модифицированным равновесием (МР)*.

МР возникает на стыке теории игр и экспериментальной экономики (наряду с другими вариантами, например, агрегированным равновесием [1], квантильным равновесием [2]). Рассмотрим некоторые свойства МР.

Теорема 1. Если в игре G для функций выигрыша каждого игрока $u_i(\cdot)$ выполнены следующие два условия:

1. $\forall x \in (C_i)_{i \in N}$ функция $u_i(\cdot)$ либо непрерывна в точке x , либо полунепрерывна сверху,

2. $\forall x \in (C_i)_{i \in N}$ и $\forall \varepsilon > 0$, найдется $\tau \in C_i$: функция $u_i(\cdot)$ непрерывна в точке (x_{-i}, τ) и $|u_i(x) - u_i(x_{-i}, \tau)| < \varepsilon$,
то модифицированное равновесие будет равновесием Нэша.

Теорема 2. Если в игре G функции выигрыша $u_i(\mathbf{c})$ – непрерывны по \mathbf{c} и вогнуты по c_i , то тогда в каждой модифицированной игре \tilde{G} существует РН, а в самой игре G существует МР.

Теорема 3. Если $\mathbf{c}^* = (c_1^*, \mathbf{K}, c_N^*)$ – равновесие Нэша в игре G , и для $\forall i \in N$ функции выигрыша $u_i(\mathbf{c})$ являются гладкими в окрестности точки \mathbf{c}^* , и матрица $\mathbf{A} = \left\| \frac{\partial^2 u_i(\mathbf{c}^*)}{\partial c_i \cdot \partial c_j} \right\|$ – невырожденная, то \mathbf{c}^* будет модифицированным равновесием.

Пример. *Traveler's Dilemma* [3]. Игра двух лиц. Каждый игрок выбирает сумму от $A=80$ до $B=200$ долларов. Если игроки выбрали одинаковые суммы, то они оба ее и получают. Если же суммы различны, то игрокам выплачивается меньшая из выбранных сумм. В дополнении к этому игрок, выбравший большую сумму, передает игроку, выбравшему меньшую сумму, $R=5$ долларов.

В игре существует единственное РН $(A; A)$, но предполагается, что действия игроков будут сильно отличаться от равновесных стратегий. Это предположение подтвердили результаты лабораторных экспериментов, проведенных в Верджинском университете [4] и повторенных в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ. В модифицированной игре РН $(C; C)$ лучше согласуется с наблюдаемыми действиями игроков. Здесь C является корнем уравнения $g(C)=0$ при условии $g(A)>0$, иначе $C=A$,

где $g(x) = 2 \cdot R \cdot f_{\xi}(0) + \int_{B-x}^{+\infty} f_{\xi}(t) dt - \frac{1}{2}$, а $f_{\xi}(t)$ – функция плотности распределения "ошибки".

Литература

1. Голубцов А.А., Меньшиков И.С. Агрегированное равновесие лабораторных сетевых рынков - М.: ВЦ РАН, 2007

2. *McKelvey R., Palfrey T.* Quantal response equilibria in normal form games - *Games Econ. Behav.* 10, 1995. – 6-38.
3. *Basu K.* The Traveler's Dilemma: Paradoxes of Rationality in Game Theory. - *American Economic Review* 84, 1994. - №2, 391-395.
4. *Capra M., Goeree J.K., Gomez R. u Holt C.A.* Anomalous Behavior in a Traveler's Dilemma? - *American Economic Review* 89, 1999. - №3: 678-690.

Автоматизация проектирования Computer-aided design

1. *A. Ben-Yair, V. Burkov, D. Golenko-Ginzburg* Stochastic network projects as active systems **364**
2. *О.В. Абрамов* Распределенная система автоматизированного надежностного проектирования **364**
3. *А.В. Бернштейн, С.С. Чернова, Е.В. Бурнаев* Автоматизация процессов создания метамodelей при проектировании сложных технических объектов **366**
4. *И.Л. Васильев, Т.В. Груздева, К.Б. Климентова* Метод отсечений для неравенств клик в задаче размещения с предпочтениями клиентов **368**
5. *Вышинский Л.Л.* Реализация автоматизированной системы бюджетного управления средствами Генератора проектов **370**
6. *Вышинский Л.Л., Гринев И.Л., Катунин В.П.* Проектирование и разработка автоматизированных систем управления банковскими проектами **371**
7. *Вышинский Л.Л., Одувалов В.М.* Структурно-параметрические модели в программе управления инженерными расчетами САПР ЛА **373**
8. *Гончар Д.Р., Мирошник С.Н., Фуругян М.Г.* Система автоматизации программирования вычислительных систем реального времени **375**
9. *Гринёв И.Л.* Технологии OLTP и OLAP при разработке учетно-аналитических информационных систем **377**
10. *В.К. Исаев* Оптимальные сплайны в задачах автоматизации проектирования **379**
11. *В.К. Исаев, В.В. Лазарев, В.М. Литвинов, С.В. Скородумов, Е.Н. Хоботов, С.В. Сорокин* Актуальные задачи создания автоматизированной системы весового контроля нового поколения **380**

12. <i>Логинов А.А., Широков А.Н., Широков Н.И.</i> Многоуровневые структуры в клиент-серверных информационных системах	382
13. <i>В.В. Михайлов, В.М. Умывакин, Я.А. Федорова</i> Структурно- параметрическая оптимизация систем на основе морфологического ЛП-поиска	383
14. <i>Н.Н. Петров</i> Конфликтно управляемые процессы со многими участниками	385
15. <i>Флёров Ю.А., Вышинский Л.Л., Гринев И.Л., Логинов А.А., Широков А.Н., Широков Н.И.</i> Генератор проектов - средство автоматизации проектирования прикладных информационно-вычислительных систем.	386
16. <i>И.Ф. Шахнов</i> Модель динамики развития сильносвязанных систем, описываемых функционально взвешенными графами	388
17. <i>Широков Н.И.</i> Расширение класса моделей пользовательского интерфейса в генераторе проектов	390
18. <i>Широков Н.И.</i> Автоматизированная система весового анализа и контроля	392
19. <i>А.Н. Широков, А.А. Логинов, И.Л. Гринёв</i> Организация функционирования биллинговой системы в автоматизированной банковской среде	394

Stochastic network projects as active systems

A. Ben-Yair¹, V. Burkov², D. Golenko-Ginzburg³

¹*Department of Industrial Engineering and Management, Sami Shamoon College of Engineering, Beer-Sheva,*

²*Institute of Control Sciences of V.A.Trapeznikov of the Russian Academy of Sciences*

³*Department of Industrial Engineering and Management, Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, and Department of Industrial Engineering and Management, Ariel University Center of Samaria*

The paper considers a complicated hierarchical system comprising a variety of projects of different significance. Such projects usually emerge in constructing new industrial and populated areas, where the significance of certain local projects entering the system may undergo changes within the projects' realization. The latter often happens in the course of changing management policy as well as the economic situation.

A linkage between decision-making in using the theory of active systems and harmonization modelling to estimate the utility of the projects' portfolio in a design office will be considered.

Распределенная система автоматизированного надежностного проектирования*

О.В. Абрамов

Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН

Одной из основных проблем, возникающих при создании и использовании систем автоматизированного проектирования схем РЭА, является высокая вычислительная трудоемкость задач моделирования, многовариантного анализа и оптимизации, решение

* Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 15 «Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация», грант ДВО РАН 09-1-П2-03

которых составляет основу схемотехнического проектирования.

К числу особо тяжелых, с точки зрения вычислительных затрат, относятся задачи проектирования с учетом стохастических закономерностей изменения параметров проектируемых устройств и требований надежности. Здесь к необходимости моделирования динамических и часто нелинейных систем добавляются моделирование случайных процессов изменения параметров этих систем, статистическое моделирование и оптимизация, которая должна осуществляться по вероятностным (стохастическим) критериям.

Несмотря на постоянное развитие и совершенствование инструментальных средств автоматизированного проектирования РЭА, практически отсутствуют примеры их успешного использования в случае достаточно сложных радиоэлектронных схем, особенно при оптимизации по критериям надежности. Вместе с тем, в последние годы успешно развивается достаточно радикальный путь повышения эффективности решения задач высокой вычислительной сложности, в основе которого лежит технология параллельных и распределенных вычислений. Представляется весьма интересным и перспективным создание систем автоматизированного проектирования (САПР), ориентированных на технологию параллельных вычислений.

В данной работе предпринята попытка очертить круг задач, которые возникают в процессе создания модификации САПР РЭА параллельного (распределенного) типа, и наметить пути их решения.

В качестве проблемной области рассмотрен оптимальный параметрический синтез аналоговых схем РЭА с учетом случайных процессов изменения их параметров и требований надежности.

Задача оптимального выбора параметров проектируемых устройств (параметрического синтеза) состоит в выборе номинальных значений внутренних параметров исследуемого устройства $\mathbf{x}_{\text{НОМ}} = (x_{1\text{НОМ}}, \dots, x_{n\text{НОМ}})$, обеспечивающих максимум вероятности его безотказной работы в течение заданного времени:

$$\mathbf{x}_{\text{НОМ}} = \mathbf{arg\,max} P\{X(\mathbf{x}_{\text{НОМ}}, t) \in D_x, \quad \forall t \in [0, T],$$

где $X(\mathbf{x}_{\text{НОМ}}, t)$ – случайный процесс изменения параметров; D_x – область работоспособности; T – заданное время эксплуатации уст-

ройства.

Некоторые пути решения задач оптимального параметрического синтеза с использованием технологии параллельных и распределенных вычислений рассмотрены в докладе. В частности, для расчета вероятности безотказной работы предложен параллельный аналог метода Монте-Карло. Разработаны параллельные алгоритмы оптимизации, основанные на использовании идей дискретизации пространства поиска решений, многомерного зондирования и дискретной поисковой оптимизации.

Разработана система автоматизированного проектирования аналоговых схем РЭА распределенного (сетевое) типа. Структура системы включает модули ввода и математического моделирования электронных схем, многомерного детерминированного и статистического анализа, многомерной поисковой оптимизации.

Система имеет архитектуру клиент-сервер, реализованную на персональных компьютерах под управлением операционных систем семейства Microsoft Windows и объединенных локальной сетью. Операция взаимодействия компьютеров осуществляется по протоколу TCP/IP.

Автоматизация процессов создания метамоделей при проектировании сложных технических объектов

А.В. Бернштейн, С.С. Чернова

Институт системного анализа РАН

Е.В. Бурнаев

Институт проблем передачи информации РАН

В процессе проектирования сравниваются различные технические решения, касающиеся структуры и параметров объекта, механизмов его функционирования и других элементов объекта. Компьютерные системы для поддержки принятия инженерных решений (Knowledge Based Engineering, Computer Aided Engineering) создаются для сокращения времени проектирования и числа дорогостоящих (в материальном и временном смысле) натурных экспериментов.

Традиционно в моделировании используются полноразмер-

ные математические модели (Full Order Models), основанные на «физике процессов» и описывающие физические процессы и явления, происходящие при функционировании объекта, сложными дифференциальными уравнениями в частных производных с граничными условиями. Численные методы решения таких уравнений имеют значительную вычислительную трудоемкость, как самих расчетов, так и подготовки исходных данных и расчетных сеток. Это существенно сокращает возможности использования полно-размерных моделей, основанных на «физике процессов», особенно на стадии предварительного (концептуального) проектирования, на которой рассматривается очень большое количество вариантов решений и высока цена неправильно выбранного решения.

В последние годы стали развиваться математические модели, основанные на данных – результатах натурных и/или вычислительных экспериментов, проведенных с различными объектами рассматриваемого класса, с минимальным привлечением знаний из предметной области (физики процессов). Другими словами, модели «обучаются» по множеству прототипов входных и выходных данных и фактически имитируют (заменяют) как источники получения данных, основанные на некоторой исходной модели, так и сами модели, созданные на основе изучения физики процессов. Поэтому, такие модели иногда называют также метамоделями (models over models, metamodels) или суррогатными моделями (surrogate models) [1].

В докладе будет описана технология построения и использования метамodelей в компьютерных системах проектирования, сформулированы основные возникающие проблемы и предложены подходы к их решению [2].

Так как метамodelи построены по конкретным данным, то при получении новых данных или необходимости использования других обучающих данных (полученных с помощью новой исходной модели), необходимо либо адаптировать метамodelь к новым данным, либо построить метамodelь заново.

Однако инженерные проектные команды не предполагают наличия в них специалистов в области построения метамodelей с использованием различных математических методов и математических программных пакетов. Возможность оперативного привлечения внешних специалистов затруднительна, а иногда и просто невозможна (например, в силу конфиденциального характера дан-

ных). Поэтому имеется настоятельная необходимость автоматизации процесса создания метамodelей, в частности, создания автоматических генераторов основных процедур метамodelей, которые может использовать в работе инженер-проектировщик.

В докладе будет описана новая технология MACROS, на основе которой было создано семейство генераторов процедур, которые по заданному множеству прототипов и формализованным требованиям к качеству генерируемой процедуры автоматически строят программные модули, реализующие требуемую процедуру метамodelи. Эти программные модули могут быть в дальнейшем использованы в качестве внешней библиотеки для системы проектирования.

Литература

1. Forrester, A.I.J., Sobester, A., Keane, A.J. Engineering Design via Surrogate Modelling. A Practical Guide. Wiley, New-York, 2008.
2. Кулешов А.П. Когнитивные технологии в адаптивных моделях сложных объектов. Информационные технологии и вычислительные системы, 1, 18 – 29, 2008.

Метод отсечений для неравенств клик в задаче размещения с предпочтениями клиентов

И.Л. Васильев, Т.В. Груздева, К.Б. Климентова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

В работе рассматривается задача размещения с предпочтениями клиентов [1]-[3], в которой заданы множество возможных предприятий $I = \{1, \mathbf{K}, m\}$ и множество клиентов $J = \{1, \mathbf{K}, n\}$, матрица $C = \{c_{ij}\}, i \in I, j \in J$ определяет затраты на обслуживание клиентов, а вектор $f = \{f_i\}, i \in I$ затраты на открытие предприятий, матрица $G = \{g_{ij}\}, i \in I, j \in J$ задает предпочтения клиентов: если $g_{i_1 j} \leq g_{i_2 j}$, то j клиент из открытых предприятий i_1 и i_2 выберет предприятие i_1 . Стоит задача открыть некоторое подмножество предприятий $S \subseteq I$ и обслужить всех клиентов, минимизируя затраты на открытие предприятий и обслуживание клиентов, и учитывая при этом предпочтения клиентов.

Математическая модель данной задачи может быть записана в виде следующей двухуровневой задачи комбинаторной оптимизации:

$$\sum_{j \in J} c_{s^j j} + \sum_{i \in S} f_i \downarrow \min_S, \quad S \subseteq I, \quad (P)$$

$$s^j \in I(j, S) = \underset{i \in S}{\text{Arg min}} g_{ij}, \quad j \in J.$$

Целевая функция задачи (P) минимизирует затраты поставщиков на открытие предприятий и обслуживание клиентов, в то время как элементы s^j выбираются из множеств наиболее предпочтительных для клиентов $j \in J$ предприятий.

Известно [1]-[3], что двухуровневую комбинаторную задачу (P) можно записать в виде одноуровневой задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП). На основе анализа взаимосвязи многогранника такой задачи ЦЛП с многогранником задачи упаковки множества можно построено семейство правильных неравенств клик [4]. Доказано [4], что нижняя оценка, связанная с таким семейством неравенств оказывается не хуже нижних оценок из [2,3].

Для численного поиска такой нижней оценки был разработан метод отсечений. Основу этого метода составляет подход к решению задачи о поиске максимальной клики (ЗМК) редукцией к непрерывной задаче с d.c. ограничением [5]. Для решения ЗМК разработаны специальные методы локального поиска и алгоритм глобального поиска [5]. Проведены вычислительные эксперименты по тестированию реализованного метода отсечений на серии тестовых примеров [2].

Литература

1. P. Hanjoul and D. Peeters. A facility location problem with clients' preference orderings // *Regional Sci. Urban Econom.* – 1987. – V.17. – P. 451-473.
2. Е.В. Алексеева, Ю.А. Кочетов. Генетический локальный поиск для задачи о р-медиане с предпочтениями клиентов // *Дискретный анализ и исследование операций.* – 2007. –Т. 14, № 1. – С. 3-31.
3. L. Cánovas, S. García, M. Labbé, and A. Marín. A strengthened formulation for the simple plant location problem with order // *Operations Research Letters.* – 2007. – V.35, № 2. – P. 141-150.

4. И.Л. Васильев, К.Б. Климентова, Ю.А. Кочетов. Новые нижние оценки для задачи размещения с предпочтениями клиентов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2009. – Т.49, № 6. – С. 1055-1066.

5. Груздева Т.В. Решение задачи о клике сведением к задаче с д.с. ограничением // Дискретный анализ и исследование операций. – 2008. – Т. 15, № 6. – С. 20-33.

Реализация автоматизированной системы бюджетного управления средствами Генератора проектов

Вышинский Л.Л.

ВЦ РАН

В докладе представлены проект и реализация автоматизированной системы бюджетного управления предприятием (АСБУ). Автоматизированная система бюджетного управления разработана с помощью инструментального комплекса "Генератор проектов". Проект системы представляет собой формальное описание на языке ЭЗОП информационной модели, функций и процедур обработки данных, способов представления информации, перечень и описание пользовательских запросов и команд, формы оконного пользовательского интерфейса и другие необходимые для функционирования системы детали проекта.

Содержательно система бюджетного управления - это составная часть единой системы управленческого учета. В основе системы лежит технология управления, которая позволяет руководству предприятия ставить перед своими структурными подразделениями конкретные производственные задачи, и посредством бюджетных ограничений, а также постоянного контроля над выполнением этих ограничений, достигать поставленные цели. Система бюджетного управления тесно взаимодействует с системами бухгалтерского, налогового учета, с системой учета материальных ценностей и ресурсов, но она шире и глубже отражает финансовые и производственные процессы, создает информационную и аналитическую базу для прогнозирования, планирования, решения стоящих перед предприятием задач.

Основные проблемы автоматизации в этой сфере связаны с

тем, что управленческий учет вообще и бюджетное управление в частности не регламентируются извне, а их организация является прерогативой самих предприятий. Отсутствие нормативных баз и стандартов бюджетного управления оставляет широкое поле для принятия системных решений, но накладывает ответственность за эффективность этих решений. Поэтому центральной задачей разработки средств автоматизации бюджетного управления является выбор информационных моделей, логических структур данных, межпрограммного и пользовательского интерфейса, которые бы адекватно отражали реально возникающие управленческие задачи, а именно задачи планирования, контроля и анализа финансово-экономических показателей деятельности предприятия.

В докладе описаны основные информационные объекты системы, структуры и параметры этих объектов. Рассмотрены алгоритмы решения задач автоматизации создания, сбора и обработки финансово-экономической информации. Описаны средства ввода плановых и отчетных финансово-экономических показателей. Показано, каким образом решаются задачи классификации и каталогизации финансово-экономических показателей, построения различных форм документов, сбора и обработки первичных данных, построение сводных документов. Рассмотрены основные архитектурные концепции построения системы.

Проектирование и разработка автоматизированных систем управления банковскими проектами

Вышинский Л.Л., Гринев И.Л., Катунин В.П.

ВЦ РАН,

ООО Универсальные Системы и Технологии

В настоящем докладе рассматривается задача разработки автоматизированной системы управления банковскими проектами, мониторинга и анализа их эффективности. Рассмотрены основные характеристики, финансовые и экономические показатели эффективности банковских проектов. Дано описание задачи мониторинга реализации проектов, способы вычисления показателей и представления аналитической информации.

Понятие банковского проекта в системе определяется как

совокупность плановых, отчетных, и финансовых документов, объединенных общей задачей достижения банком некоторого фиксированного результата. Информация о проекте хранится в базе данных и представляет собой множество реквизитов, параметров, характеристик и электронных копий документов, относящихся к проекту. Для каждого проекта может осуществляться индивидуальная настройка перечня вводимых первичных документов, их структуры и состава реквизитов.

В основе рассматриваемого подхода лежит классический цикл управления проектами PDCA: P- планируй (Plan), D- исполний (Do), C-контролируй (Check), A-анализируй (Analyse). Показана схема взаимодействия системы анализа с транзакционными системами.

Планирование в системе осуществляется путем формирования исходных целевых финансово-экономических показателей банковских проектов, календарного планирования работ и их финансирования.

Исполнение планов (выполнение работ) осуществляется внешними исполнителями (на основании договоров), функциональными подразделениями банка, рабочими группами, отдельными ответственными исполнителями.

Контроль банковских проектов осуществляется путем регистрации первичных документов на всех этапах проекта. На этапе разработки это договора, акты, платежи, выписки по бухгалтерским счетам. На этапе использования его результатов - платежные документы по операциям, выполняемым в рамках проекта, по коммиссионным отчислениям в пользу банка, справки по затратам на обслуживание операций и пр.

Анализ реализации банковских проектов осуществляется путем сравнения плановых и фактических значений финансовых показателей, выявления возникших отклонений от плана, выяснение возможных причин этих отклонений, анализа статистики выполнения операций, выявления зависимости эффективности операций от условий применения. Результатом анализа может быть корректировка первоначального проекта, изменение плановых показателей или проектных технологий, оптимизация условий применения, минимизация затрат и так далее.

Аналитические данные строятся на основании накопленной

первичной информации и включают различные производные характеристики, отражающие текущее состояние проекта. Выходные документы могут выдаваться на печать или передаваться во внешние программы в нужном формате. Перечень и структура форм выпускаемых аналитических материалов могут настраиваться для каждого конкретного проекта в соответствии с его спецификой.

В докладе проблемы проектирования систем управления банковскими проектами рассматриваются на конкретном примере мониторинга и анализа проекта банковской платежной карточной системы самообслуживания. Данная система спроектирована и реализована средствами Генератора проектов.

Структурно-параметрические модели в программе управления инженерными расчетами САПР ЛА

Вышинский Л.Л., Одувалов В.М.

ВЦ РАН

В докладе описана технология управления решением расчетных задач в САПР на этапе эскизного проектирования сложных технических объектов. Обсуждается место и роль структурно-параметрических моделей (СПМ) объектов проектирования в подсистеме инженерных расчетов САПР (ИР САПР), основные задачи при синтезе, анализе и использовании СПМ в инженерных расчетах.

В основе создания системы инженерных расчетов САПР лежит концепция единого информационного пространства. Под единым информационным пространством понимается совокупность данных относящихся к этапу эскизного проектирования, которые доступны всем подразделениям и исполнителям в рамках их компетенции. Система ИР САПР разрабатывается как средство управления единым информационным пространством, как средство управления решением задач проектирования и обеспечения межпрограммного интерфейса, как система управления документооборотом.

Система ИР САПР, в первую очередь, разрабатывается как система, обеспечивающая актуальность, полноту и непротиворечивость проектных данных, которые определяются совокупностью

выпущенных на текущий момент времени проектных документов. Выпускаемые проектные документы носят разный характер. Это могут быть графические, текстовые, неструктурированные и структурированные документы. В системе электронные документы являются центральными информационными объектами, хранящимися в едином информационном пространстве. Для организации управления документооборотом и для информационного обеспечения решения задач проектирования и управления процессом проектирования в едином информационном пространстве создается база данных ИР САПР. В базе данных регистрируются все документы единого информационного пространства, отражающие текущее состояние ведущихся разработок. Для целей использования проектных документов в инженерных расчетах, как правило, они должны носить структурированный *параметрический* характер. Совокупность параметров проектных документов, относящихся к конкретному проектируемому изделию должно давать полное представление о состоянии проекта. Поэтому одной из важных задач ИР САПР, как комплексной управляющей программы является создание в базе данных структурно-параметрической модели изделия, которая представляет собой логически структурированную совокупность данных, соответствующих текущему состоянию проекта и всей совокупности выпущенных проектных документов. Основное внимание в докладе уделено задачам описания, синтеза и анализа структурно-параметрических моделей изделия. СПМ ЛА создается как основной источник информации для решения большинства расчетных задач проектирования, а также для синтеза математических моделей поверхности и конструктивной проработки самолета или его агрегатов. Очень важным аспектом поддержания актуальности проектных документов, целостности параметрической модели изделия является управление последовательностью и процессом решения задач проектирования обеспечение этих задач достоверной и актуальной исходной информацией. При планировании последовательности решения задач проектирования, как в любом технологическом процессе, одной из важных сторон автоматизации является управление ресурсами.

Система ИР САПР разрабатывается как клиент-серверная система коллективного доступа, обеспечивающая одновременную работу в едином информационном пространстве многих пользова-

телей. При этом должно быть обеспечено разделение функций пользователей и уровней доступа к ресурсам системы. Система должна обеспечивать защиту информации, хранящейся в едином информационном пространстве от несанкционированного доступа. Основным средством разработки системы ИР САПР является Генератор проектов, разработанный в ВЦ РАН.

Система автоматизации программирования вычислительных систем реального времени

Гончар Д.Р., Мирошник С.Н., Фуругян М.Г.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Вычислительные системы реального времени предназначены для контроля и управления процессами в автоматизированных производствах, транспортных системах, системах производства энергии, в частности, атомных электростанциях, в нефте- и газодобывающих производствах, в химической промышленности и многих других областях человеческой деятельности. В секторе проектирования систем реального времени ВЦ РАН разработана система автоматизации программирования вычислительных систем реального времени (САПР ВСРВ) для IBM PC. Система предназначена для автоматизации проектирования и генерации систем реального времени, осуществляющих обработку циклически поступающей информации в темпе поступления при жестких временных ограничениях. Она позволяет, во-первых, в короткие сроки в автоматическом режиме, используя готовые прикладные модули, проектировать конкретную ВСРВ, описанную пользователем с помощью программы реального времени (РВ-программы), и во-вторых, заранее, т.е. до обработки информации в реальном времени, проводить оптимизацию вычислений. При разработке этой системы был получен ряд вспомогательных результатов. Например, были разработаны и реализованы наглядные языковые средства для описания циклической обработки информации, оригинальные алгоритмы построения допустимых расписаний в ВСРВ, динамического распределения многоуровневой памяти, некоторые алгоритмы решения задачи синтеза многопроцессорных ВСРВ.

Существует два основных подхода к созданию САПР ВСРВ. Первый связан с расширением существующих языков новыми операторами, позволяющими пользователю описывать параллель-

ные вычисления и их синхронизацию. При этом вся работа по распараллеливанию вычислений ложится на пользователя. Нами был выбран другой, на наш взгляд более перспективный подход, при котором вся работа по распараллеливанию и оптимизации вычислений выполняется транслятором. Для реализации такого подхода необходимо предварительно построить математическую модель ВСПВ. С помощью этой модели могут быть решены такие задачи, как разбиение программ на параллельные процессы, составление допустимого расписания выполнения процессов, синхронизация вычислений, динамическое распределение памяти.

Для генерации прикладной ВСПВ пользователю необходимо иметь прикладные модули, написанные на языках программирования, например Си, Фортран, Паскаль или Ассемблер, и написать на специальном языке реального времени задание на обработку информации в реальном времени - РВ-программу. В этой программе пользователь задает порядок обработки прикладными модулями входных данных и отображения результатов счета по отношению к периоду поступления кадров данных в систему. Если данный порядок обработки может быть соблюден, система обеспечивает реализацию заказанной обработки. В противном случае выдается сообщение о невозможности вести указанную обработку. В отличие от систем потоковой обработки данных предусмотрена возможность работы прикладных модулей с несколькими поколениями данных. Система автоматически обеспечивает хранение этих данных в специальных буферах нужное время. Предусмотрена также возможность быстрой реакции на поступление аperiodической информации. Это может быть использовано, например, при возникновении внештатной ситуации с управляемым объектом, либо для изменения порядка работы программы реального времени оператором. Также предусмотрено выполнение прикладных модулей в фоновом режиме. Вся остальная работа по генерации прикладной ВСПВ будет выполнена автоматически с помощью разработанной САПР ВСПВ. При этом будут решены проблема синхронизации параллельных процессов в ВСПВ, проблема тупиков при распределении ресурсов вычислительной системы, проблема завершения вычислений к определенным моментам времени или к моментам определенных событий в системе. Решение этих задач обеспечивает надежность программного обеспечения ВСПВ.

Технологии OLTP и OLAP при разработке учетно-аналитических информационных систем

Гринёв И.Л.

ВЦ РАН

Автоматизированные банковские системы (АБС) начала XXI века в России испытали серьезное давление со стороны розничного бизнеса. В результате, наряду со всеми традиционными задачами банковской автоматизации появилась новая проблема, связанная с бурным ростом объема массовых операций клиентов. При этом современные АБС должны не только справляться с последствиями такого бума, но и предоставлять возможности для продолжения интенсивного роста. Таковы обязательные требования к АБС в условиях усиливающейся конкуренции на рынке розничного банковского обслуживания.

С точки зрения оперативной деятельности банков их АБС должны обеспечивать обработку сотен тысяч и миллионов операций в сутки в режиме on-line (24x7x365) с использованием различных электронных каналов продаж банковских продуктов. Для соответствия этим требованиям банковская система должна иметь возможность очень быстрого выполнения типовых операций обработки электронных банковских документов. Эта обработка заключается, как правило, в контроле реквизитов документов с последующей их записью в Базу Данных АБС, а также в выполнении ряда действий по модификации некоторых других записей в Базе Данных. Традиционно этот круг задач, решаемых в учетно-аналитических автоматизированных системах, относят к подсистемам класса OLTP (Online Transaction Processing).

Функционирование таких высокопроизводительных банковских систем даже за небольшие промежутки времени приводит к появлению в банковских Базах Данных очень больших объемов информации, а многолетние архивы подобных автоматизированных комплексов содержат поистине огромные массивы данных. С одной стороны, эти данные (а это не только данные по выполненным операциям, но и многолетние структуры, нормативно-справочная информация, информация о клиентах и др.) представляют для Банка огромную ценность, поскольку позволяют ставить и решать разнообразные аналитические, статистические, управленческие задачи. Подсистемы, используемые для решения этих

задач, как правило, относят к классу OLAP (Online Analytical Processing). С другой стороны, столь быстро растущая База Данных негативно сказывается на скорости выполнения в системе задач класса OLTP.

С учетом разных требований к оперативности исполнения задач рассматриваемых классов вполне логичным является их разделение между подсистемами OLTP и OLAP в рамках единой АБС. В тоже время, эти подсистемы должны быть в достаточной степени интегрированы. Это означает, что оперативные данные из OLTP-подсистемы должны в автоматическом режиме регулярно поступать в OLAP-подсистему. Также обе подсистемы могут в ряде случаев использовать общие источники НСИ. Можно сказать, что обе подсистемы функционируют в едином информационном пространстве, но при этом оно довольно сложно организовано с учетом необходимости разделения функций между различными частями единой АБС.

Сложная структура информационного обеспечения системы, в свою очередь, ведет к усложнению ее программного обеспечения, поскольку именно программная реализация обеспечивает единство информационного пространства с точки зрения пользователя.

В настоящем докладе предлагаются новые принципы построения интегрированной АБС, включающей в себя OLTP и OLAP подсистемы. Эти предложения рассмотрены на примере разработки банковской биллинговой системы, как наиболее современной и актуальной части розничной АБС. Предлагаемая архитектура построения АБС предъявляет новые требования к инструментальным системам автоматизации проектирования таких систем. В докладе рассмотрены пути решения этих задач средствами Генератора проектов, разработанного в Вычислительном центре РАН.

Оптимальные сплайны в задачах автоматизации проектирования

В.К. Исаев

*Центральный аэрогидродинамический институт
имени проф. Н.Е. Жуковского (ЦАГИ)*

На Международной конференции «Дифференциальные уравнения и топология», посвященной 100-летию со дня рождения Л.С. Понтрягина, в докладе [1] был представлен краткий раздел, посвященный исследованиям в области автоматизации полного жизненного цикла создания аэродинамических моделей [2]. В рамках этого направления интенсивно развивались методы геометрического моделирования [3,4], были построены новые классы оптимальных сплайнов, в том числе, сплайны Чебышева [5-8] и сплайны Понтрягина, построенные с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина [9]. Дан обзор некоторых результатов, посвященных двумерным и трехмерным сплайнам Понтрягина (плоским и пространственным кривым, построенным по заданному критерию оптимальности и заданному управлению). Приводятся также результаты о сплайнах К.А. Лурье, которые возникают в задаче оптимальной интерполяции поверхности цилиндрического типа, заданной семейством компланарных сечений, при использовании методов К.А. Лурье [10].

Приводятся примеры использования методов оптимизации на различных этапах жизненного цикла.

Литература

1. Isaev V.K., Leitmann G. Pontryagin's maximum principle and aerospace research. Brief comments on the half-centennial history (1957-2007). Дифференциальные уравнения и топология: Международная конференция, посвященная 100-летию со дня рождения Л.С. Понтрягина: Тезисы докладов. – М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ имени М.В. Ломоносова. – МАКС Пресс, 2008. – С. 255-256.

2. Работы по созданию интегрированной автоматизированной системы изготовления аэродинамических моделей в ЦАГИ: АСИМ (1970 – 1980), АСИМ + (1980 – 1992). Проблемы создания перспективной авиационно-космической техники. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005, с. 498 – 502. (Исаев В.К., Ситников В.П., Сухнев В.А., Каримуллин И.Г., Скородумов С.В., Сонин В.В., Лубашевский В.В., Барышников О.Е., Зайцев В.Е., Хоботов Е.Н., Шустова Л.И., Платов В.М.).

3. Исаев В.К. Геометрические основы построения автоматизирован-

ной системы изготовления аэродинамических моделей. Докторская диссертация. – М.: ЦАГИ – МАИ, 1991.

4. Амирьянц Г.А., Владимиров Н.А., Гадецкий В.М., Исаев В.К., Скородумов С.В. Нелинейные задачи сквозного аэродинамического моделирования. Нелинейный динамический анализ (НДА”2). Второй Международный конгресс. Тезисы докладов. Москва, 3-8 июня 2002, 2002, с.269.

5. Исаев В. К. Принцип максимума Понтрягина и П-сплайны. - ДАН СССР, т. 256, № 1, 1981, с. 22 – 25.

6. Исаев В. К., Малахов А.И. Принцип максимума Понтрягина и вариационный подход к задачам интерполяции. Труды ЦАГИ. Вып. 2218. – М.: Издательский отдел ЦАГИ, 1984, с. 1 – 38.

7. Исаев В. К. Принцип максимума Понтрягина и управляемые процессы эрмитовой интерполяции. Современные проблемы математики. Математический анализ, алгебра, топология. Посвящается академику Льву Семеновичу Понтрягину к его семидесятипятилетию. Труды Математического института им. В.А.Стеклова АН СССР, т. 167. – М.: Наука, 1985, с. 156 – 166.

8. Исаев В. К., Плотников С.А. Обратная задача Чебышева и сплайны Чебышева. Оптимальное управление и дифференциальные уравнения: К семидесятилетию со дня рождения академика Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, Физматлит, 1995. – (Тр. МИРАН; т. 211). С. 164-185.

9. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1961.

10. Лурье К. А. Оптимальное управление в задачах математической физики.- М.: Наука, 1965.

Актуальные задачи создания автоматизированной системы весового контроля нового поколения

В.К. Исаев¹, В.В. Лазарев¹, В.М. Литвинов¹,

С.В. Скородумов², Е.Н. Хоботов³, С.В. Сорокин⁴

¹*Центральный аэрогидродинамический институт имени
проф. Н.Е. Жуковского*

²*Московский авиационный институт*

³*Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана*

⁴*Московский физико-технический институт*

Автоматизированная система весового контроля (АСВК) нового поколения разрабатывается с целью обеспечения математиче-

скими моделями и электронной документацией всего жизненного цикла (ЖЦ) самолётов гражданской авиации, т.е. для управления весом и другими параметрами изделия на всех этапах ЖЦ: выполнения весовой программы, прогнозирования окончательного веса изделия и принятия мер по облегчению конструкции и/или повышению ее надежности (прочности и т.д.). АСВК осуществляет сбор, обработку, хранение и выдачу весовой информации в целом по изделию и по любой его части на любых этапах ЖЦ изделия.

Первые версии АСВК были разработаны в 1971-1974 г.г. в ЦАГИ и ВЦ АН СССР [1]. Впоследствии АСВК долгие годы с большим успехом применялась при создании опытных изделий на предприятиях авиационной, ракетной и других отраслей.

АСВК нового поколения [2] строится с использованием технологичной объектно-ориентированного проектирования (ООП) и методов CALS-технологий. Выделены основные паттерны проектирования, обеспечивающие реализацию функциональных требований, предъявляемых к АСВК. Сформулированы основные подходы и стандарты CALS-систем, важные для построения АСВК: концептуальная модель, принципы управления: данными об изделии, конфигурацией изделия, интегрированной информационной средой (ИИС), качеством, потоками работ, изменениями организационных и производственных структур. Паттерны проектирования ИИС применяются для построения формализованного описания архитектуры. Выделено и изучено 4 типа архитектуры: бизнес-архитектура (архитектура бизнес-процессов); системная архитектура (IT-архитектура); информационная архитектура (модели данных и информационных потоков); программная архитектура.

Разработаны: вычислительная модель АСВК; информационная модель АСВК; системная архитектура АСВК. Создана методологическая база для построения межотраслевой интегрированной информационной среды (ИИС).

Поставлена задача по приведению устаревших стандартов весового контроля и проектирования в области авиационного строительства в соответствие современным стандартам на базе международного опыта. Поставлена задача разработки методов прогнозирования лимитного веса в рамках АСВК.

На предприятиях в настоящее время работают системы, частично удовлетворяющие CALS-требованиям. Основной задачей АСВК нового поколения является создание системы управления

весом изделия, в максимальной степени на отечественной программно-технической платформе; с возможностями интеграции АСВК с любыми существующими подсистемами на предприятии и в отрасли.

Литературы

1. Исаев В.К., Лазарев В.В., Гуров В.А., Забалуев В.Ф., Калитин Е.И. Автоматизированная система весового контроля (АСВК). Ретроспективный анализ и перспективы. Проблемы создания перспективной авиационно-космической техники. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005, с. 495 – 497.

2. Нестерихин Ю.Е., Исаев В.К., Лазарев В.В., Сорокин С.В. Исследования по созданию автоматизированной системы весового контроля. Труды МФТИ, т.1, №3, 2009. С. 145-151.

Многоуровневые структуры в клиент-серверных информационных системах

Логинов А.А., Широков А.Н., Широков Н.И.

ВЦ РАН

В докладе описываются задачи повышения эффективности работы транзакционных клиент-серверных систем. Предложены некоторые способы их решения путем распределения функций и запросов по разным бизнес-серверам. В процессе разработки сложных финансовых систем для крупных банков, с использованием Генератора Проектов, были найдены новые архитектурные решения.

В транзакционной системе часто возникает ситуация, в которой через один и тот же канал требуется выполнение достаточно медленных запросов на фоне большого количества очень быстрых и коротких запросов. Чтобы медленные запросы не влияли на время отклика быстрых запросов необходимо реализовывать схему, в которой сервер, обслуживающий канал поступления всех запросов, обрабатывал быстрые запросы сам, а медленные запросы передавал на выполнение специальным дополнительным серверам, являющимися клиентами к основному серверу. При необходимости, в случае занятости всех дополнительных серверов, основной сервер должен ставить медленные запросы в очередь. И, по мере освобождения дополнительных серверов, должен передавать запросы из очереди на исполнение. Такая схема работы позволяет распараллелить запросы при соответствующей поддержке СУБД и

правильном распределении типов запросов по серверам.

Другая проблема, возникающая в многоканальной транзакционной системе, заключается в несбалансированности потоков запросов между разными каналами. Например, в архитектуре с двумя каналами, один из которых представляет собой одно клиентское соединение с внешней системой, а другой обеспечивает связь с большим количеством однотипных клиентских модулей. В такой ситуации серверный порт, обслуживающий входящие потоки запросов, будет равномерно обрабатывать запросы от каждого клиентского соединения, тем самым нарушая баланс между двумя каналами в пользу канала с однотипными клиентскими модулями. Для решения этой проблемы необходимо реализовать фронтальный мультиплексирующий сервер, который будет обрабатывать запросы от большого количества однотипных клиентских модулей, и мультиплексировать запросы через единственное клиентское соединение на основной бизнес-сервер. В таком случае потоки запросов между каналами будут сбалансированы.

Еще одна проблема, которая сопутствует вышеперечисленным архитектурным решениям, состоит в том, что идентификация и аутентификация пользователей при существенном изменении состава серверов и перераспределении функционала между ними приводит к необходимости переноса учетной и ключевой информации между криптобазами соответствующих бизнес-серверов. Решением является использование удаленных криптосерверов с едиными базами пользователей для всех бизнес-серверов.

Структурно-параметрическая оптимизация систем на основе морфологического ЛП-поиска

В.В. Михайлов, В.М. Умывакин, Я.А. Федорова

Военный авиационный инженерный университет, г.Воронеж

Для многоальтернативного анализа компромиссных инженерных решений требуется формализовать понятие «возможный вариант» технической системы (ТС), т.е. задать набор параметров и их возможные значения (параметрические ограничения). Каждый i -й возможный вариант ТС характеризуется двумя наборами показателей: набором параметров $\mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_L^i)$ и набором критериев качества $\mathbf{y}^i = (y_1^i, y_2^i, \dots, y_M^i)$, которые могут быть как количе-

ственными, так и нечисловыми.

Рассмотрим процедуру структурно-параметрической оптимизации ТС, основанную на комплексировании методов морфологического анализа [1] и ЛПП-поиска [2].

В морфологическом анализе возможные варианты структуры ТС полностью характеризуются набором номинальных параметров $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_L)$, что позволяет получить многоаспектное описание различных в качественном отношении инженерных решений в виде морфологических таблиц (МТ). Причем, каждый параметр x_k может иметь лишь конечное число значений ($k=1, 2, \dots, L$). Описание возможного варианта структуры ТС на формальном языке производится фиксированием для каждого номинального параметра одного значения. Составляя возможные комбинации (сочетания) значений всех номинальных параметров, получим морфологическое множество возможных вариантов структуры ТС. Причем, строкам МТ могут соответствовать не только номинальные, но и числовые параметры (точнее говоря, интервалы их диапазона изменения), что обеспечивает возможность структурно-параметрического синтеза ТС.

Предположим, что все параметры ТС являются числовыми. В этом случае формализованное описание множества возможных вариантов ТС задается в виде K -мерного параллелепипеда. При этом множество допустимых вариантов ТС является «плохим», в частности, несвязным и невыпуклым, а критерии качества – многоэкстремальными негладкими функциями.

В такой ситуации для формирования конечного числа возможных вариантов ТС целесообразно применять метод ЛПП-поиска, основанный на систематическом просмотре (зондировании) многомерного параллелепипеда в результате генерирования заданного числа возможных вариантов ТС (равномерно распределенных ЛПП-точек) x^i .

Для структурно-параметрического синтеза ТС необходима процедура сокращенного перебора вариантов в МТ. При этом необходимо учитывать, что номинальные параметры ТС позволяют квалифицированно осуществлять морфологическое классифицирование инженерных решений. В методе ЛПП-поиска, наоборот, все параметры должны быть количественными, т.е. обладать свойством непрерывности.

Предположим, что от номинальных параметров x_k осуществлен переход к числовым оценкам \hat{x}_k . Тогда попадание координат i -й ЛП-точки в некоторые интервалы отрезка $[0,1]$ оценок \hat{x}_k позволяет однозначно восстановить соответствующие значения номинальных параметров x_k для i -го возможного варианта ТС. Построение числовых оценок \hat{x}_k и разбиение на N_k непересекающихся интервалов отрезков $[0,1]$ позволяет «объединить» морфологический анализ и ЛП-поиск в процедуре структурно-параметрической оптимизации ТС – морфологическом ЛП-поиске. Естественно считать при этом, что величина интервалов количественных показателей \hat{x}_k^i характеризует степень соответствия альтернативных способов реализации структурных компонентов ТС требованиям и условиям проектирования. В качестве \hat{x}_k может быть принята числовая оценка относительной важности значений номинального параметра x_k , полученная на основе обработки экспертной информации.

Литература

1. Одрин В.М., Картавов С.С. Морфологический анализ систем: Построение морфологических таблиц. - Киев: Наукова думка, 1977. – 148 с.
2. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. - М.: Наука, 1981. – 110 с.

Конфликтно управляемые процессы со многими участниками

Н.Н. Петров

Удмуртский государственный университет

В конечномерном пространстве R^n ($n \geq 2$) рассматривается дифференциальная игра Γ $n+t$ лиц: n преследователей P_1, \dots, P_n и t убегающих E_1, \dots, E_m . Предполагается, что все участники обладают равными динамическими и инерционными возможностями. Цель группы преследователей – поймать заданное число убегающих. В докладе будут приведены различные условия разрешимости задачи преследования. В частности, для примера Л.С.Понтрягина будут приведены

1. условия поимки одного убегающего;
2. условия мягкой поимки одного убегающего;
3. условия поимки заданного числа убегающих при условии,

что каждый убегающий использует программные стратегии, а каждый преследователь ловит не более одного убегающего;

4. условия поимки двух жестко скоординированных убегающих;

5. асимптотические оценки для наименьшего числа убегающих, уклоняющихся от заданного числа преследователей из любых начальных позиций.

Генератор проектов - средство автоматизации проектирования прикладных информационно-вычислительных систем

Флёров Ю.А., Вышинский Л.Л., Гринев И.Л., Логинов А.А., Широков А.Н., Широков Н.И.
ВЦ РАН

Доклад посвящен автоматизации проектирования прикладных информационно-вычислительных и учетно-аналитических программных систем различного целевого назначения. Дается краткий обзор современных инструментальных средств создания прикладных программных систем. Обсуждаются различные подходы к автоматизации построения информационных систем, перечислен ряд наиболее известных инструментальных средств и даны их характеристики.

Более подробно в докладе представлен разработанный в ВЦ РАН инструментальный комплекс «Генератор проектов» (ГП). Основными достоинствами ГП является следующее:

— разработка прикладных программно-информационных систем в рамках технологии ГП основывается на "проектном подходе", т.е. ведется на основе формального проекта, который является основой для автоматической генерации полного программного кода системы;

— разрабатываемые в рамках технологии ГП прикладные системы допускают эффективное сопровождение систем, то есть достаточно простую процедуру внесения исправлений и развития системы в процессе функционирования; эффективность этих процедур обеспечивается сквозной технологией разработки от проекта к программному коду;

- в рамках технологии ГП существует возможность разрабатывать прикладные системы со сложной многоуровневой клиент-серверной архитектуры с распределенными базами данных (реляционными и сетевыми), со сложным пользовательским и межпрограммным интерфейсом;
- в рамках технологии ГП может быть обеспечена высокая степень надежности и информационной безопасности; в разрабатываемых прикладных системах допустима интеграция с внешними лицензированными средствами кодирования и декодирования информации для транспортировки по публичным телекоммуникационным каналам;
- прикладные программные комплексы в рамках технологии ГП разрабатываются как автономные системы и не требуют для своей работы дорогостоящих программных продуктов (кроме использующихся СУБД и общесистемного обеспечения);
- разрабатываемые в рамках технологии ГП прикладные системы допускают масштабирование и портирование на различные вычислительные платформы и СУБД.

«Генератор проектов» не ориентирован на какую-то конкретную область применения и может быть использован при разработке широкого класса прикладных информационно-вычислительных систем. В докладе приведен перечень проектов, разработанных с помощью ГП. Этот перечень включает системы автоматизированного проектирования технических объектов, учетно-аналитические финансовые системы, автоматизированные системы управления предприятиями и ряд систем в других областях деятельности. Применение ГП позволило существенно сократить трудозатраты на проектирование и программирование разрабатываемых систем.

Перечислен ряд острых проблем и нерешенных задач, стоящих перед разработчиками инструментальных средств и обсуждаются пути их решения. Наиболее важной является задача повышения эффективности разрабатываемых многопользовательских клиент-серверных систем. Решение этой задачи требует новых архитектурных решений, распределённых баз данных, многоуровневых серверных структур, разделения транзакционных (on-line) функций, и аналитических (off-line) функций, расширения возможностей межпрограммного и пользовательского интерфейса. Другой

важной задачей является повышение эффективности самого Генератора проектов, в том числе, уменьшение сложности описания проектов на языке ЭЗОП, который является основным средством формализации описания прикладных систем, использующийся в «Генераторе проектов».

Модель динамики развития сильносвязанных систем, описываемых функционально взвешенными графами

И.Ф. Шахнов
ВЦ РАН

Настоящий доклад посвящен описанию модели, предназначенной для определения зависимости (чувствительности) выходных характеристик систем определенного класса от характеристик внутренних (функциональных) элементов этих систем.

При определении чувствительности выходных характеристик всей системы к характеристикам ее отдельных элементов (и выявлении «критических» элементов, наиболее сильно влияющих на характеристики) основные трудности вызывает анализ выходных характеристик блоков взаимосвязанных элементов [1], от которого зависит трудоемкость решения всей задачи отбора приемлемых вариантов развития рассматриваемой системы. Поэтому в докладе основное внимание уделено системам, состоящим из взаимосвязанных элементов и описываемым с помощью функционально взвешенных графов.

Модель основана на следующих предположениях.

1. Взаимодействие элементов Y_1, Y_2, \dots, Y_n (возможно, являющихся организационными единицами [2]) системы S выражается в виде обмена между ними результатами своей деятельности в потактном режиме (в дискретные моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots$).

2. Каждый элемент Y_i осуществляет только один определенный («свой») вид деятельности. При этом отсутствует возможность дублирования работы одних элементов работой других элементов системы S . Для названия элемента и производимого им вида деятельности используется одно и то же обозначение Y_i .

3. В процессе совместной деятельности все элементы явля-

ются «сильносвязанными»: результаты деятельности каждого элемента влияют либо непосредственно, либо косвенно (через результаты деятельности других элементов) на результаты деятельности любого другого элемента системы S .

4. Результаты работы («выход») каждого элемента Y_i в момент времени t характеризуется значением одномерного количественного показателя y_i^t , $i = \overline{1, n}$. Значения показателей y_i^t описываются с помощью непрерывных шкал. Более предпочтительными приняты большие значения показателей y_i^t .

5. Имеет место положительная связь между результатами работы различных элементов, т.е. улучшение результатов работы какого-либо из элементов Y_i (рост значения показателя y_i) не может повлечь за собой ухудшение результатов работы любого другого элемента Y_j (уменьшение величины показателя y_j). Если элементы Y_i , представляют собой некоторые организационные единицы, то сделанное предположение означает, что данные организационные единицы обладают непротивоположными интересами.

6. Ни для какого из элементов Y_i результаты работы остальных элементов Y_j , $i, j = \overline{1, n}$, не могут компенсировать друг друга.

7. До начала совместной работы элементы Y_i должны выбрать «технология» своей работы, представляющую собой минимально необходимые требования, предъявляемые данным элементом к потактным результатам работы остальных элементов.

8. Предполагается наличие в системе S ($n + 1$)-го элемента, называемого «координатором». Задача координатора – разработка рекомендаций элементам по части согласования требований, предъявляемых ими друг к другу.

Одним из назначений описываемой модели является оказание помощи координатору при решении этой задачи.

Сделанные допущения позволяют представить потактную зависимость между результатами работы (между входами и выходами) элементов системы S в виде модели максиминного типа, исследование которой удобно проводить методами теории графов. Очевидное достоинство предложенной модели – возможность

описания с помощью простого математического аппарата [3] системного эффекта от взаимодействия элементов и прогнозирование критических ситуаций при наличии весьма ограниченной информации о свойствах элементов рассматриваемой сильносвязной системы. В частности, с ее помощью легко получить ответы на следующие вопросы: является ли данная система S развивающейся (т.е. выполняется ли условие $y_i^{t+1} > y_i^t$) или нет, каковы предельные значения y_i^t при $t \in \Gamma$, какие меры необходимо принять для того, чтобы система S стала развивающейся и т.д. В целом предложенная модель представляет собой один из возможных инструментов для анализа и отбора приемлемых вариантов развития технических и экономических систем рассматриваемого класса.

Литература

1. Т.Л. Саати. Принятие решений при зависимостях и обратных связях. Аналитические сети. – М.: Либроком, 2009. – 360 с.
2. Ю.И. Буряк, В.В. Инсаров, В.Л. Калинин. Формирование управленческих решений в организационных системах на основе моделирования их деятельности // Изв. РАН. Т и СУ. 2008. №1. С. 158–171.
3. Шахнов И.Ф. Применение теории графов в задаче количественной оценки важности целей // ДАН. 2005. Т.401. №2. С. 173–176.

Расширение класса моделей пользовательского интерфейса в Генераторе проектов

Широков Н.И.

ВЦРАН

В докладе сформулированы основная концепция и технология разработки пользовательского интерфейса, заложенные в Генераторе проектов, разработанном в ВЦ РАН. Рассматриваются новые технологические аспекты генерации проектов, внедренные в последние версии Генератора Проектов:

- гибкая структура модели проекта, которая допускает в проекте наличие произвольного количества программных компонент следующих видов: сервер, приложение с оконным интерфейсом, утилита с вызовом из командной строки, динамическая библиотека;

- возможность описания в сервере произвольного количества портов, web-портов, баз данных;
- возможность использования клиентских подключений не только из приложений, а так же из утилит и других серверов;
- работа с базами данных из утилит и приложений, а не только из серверов;
- использование принципиально нового для генератора понятия – структурированного документа, как типа данных;
- описание пользовательского интерфейса как совокупности структурированных типов окон с элементами интерфейса;
- использование специально разработанного языка программирования (ЭЗОП) для написания различных компонент проекта.

Реализованы макросредства – технология генерации программ не на Си, а на промежуточный базовый язык с последующей генерацией с него на Си. Многочисленные компоненты высокого уровня (не только типы и процедуры), такие, как модули администраторов разных типов, генерируются как описания компонент проекта, а потом уже обычными средствами преобразуются в программный код на языке Си.

Более подробно описана структура и основные характеристики представления информации в виде многостраничного структурированного документа (оконный класс hyperview). Оконный класс hyperview разработан как средство изображения на экране и твердой копии сложных структурированных объектов, содержащих форматированный текст, растровые изображения и многие другие объекты, перечень которых будет расширяться по мере развития генератора.

В общем виде изображаемый объект, это последовательность секций, секция – последовательность элементов двух видов: параграф или таблица. Параграф – последовательность прямоугольников разных типов, в частности, фрагмент текста с разными атрибутами (шрифт, размер, стиль...), или растровое изображение. Таблица, это структура с иерархическим заголовком, и последовательность строк, состоящих из ячеек. Элемент заголовка и ячейка определяются как секции произвольного вида. Такая рекурсивная структура позволяет строить самые разнообразные объекты для визуализации данных.

Реализован набор процедур, позволяющих интуитивно по-

нятным способом создавать объекты описанной структуры. Разработан специальный язык для описания таких объектов с последующей загрузкой в оконный класс для последующей визуализации.

Ведется работа по расширению этого языка с целью введения в него именованных полей, увязанных с рекурсивной структурой таким образом, чтобы программа могла при загрузке описания подставлять значения полей. Такая технология позволит организовать технологию экранных форм, когда данные в программе выдаются на экран в виде, управляемом пользователем. Пользователь не занимается модификацией программы, а только меняет текстовое описание формы.

Автоматизированная система весового анализа и контроля Широков Н.И. *ВЦРАН*

Автоматизированная система весового анализа и контроля является одной из центральных систем автоматизации проектирования летательных аппаратов и может использоваться при решении широкого круга задач весового проектирования на всех стадиях создания образцов современной техники.

Система весового анализа и контроля была разработана в Вычислительном центре имени А.А. Дородницына Российской академии наук и была внедрена в ряде авиационных КБ в восьмидесятых годах. Затем она многократно модифицировалась. Система предназначена для решения следующих задач весового проектирования:

- построение весовой модели изделия,
- задачи весового контроля,
- задачи геометрии масс,
- задачи весового анализа.

Весовая модель изделия создается в памяти ЭВМ в виде дерева конструкции и может содержать десятки и сотни тысяч вершин. Объем информации в весовой модели ограничен только располагаемыми мощностями вычислительных средств. В системе разработаны удобные средства создания и редактирования весо-

вых моделей изделия, а также автоматической загрузки весовой информации из других автоматизированных подсистем проектирования и конструирования, в частности из системы геометрического моделирования и конструирования Unigraphics.

Для решения задач весового контроля информация о текущем состоянии весовой модели изделия в любой момент времени по запросу пользователя представляется в виде детализированных, укрупненных или суммарных сводок о текущей, теоретической, лимитной, чертежной и фактической массе изделия и его агрегатов. Весовые сводки представляют выборку информации по дереву конструкции, удовлетворяющей определенным признакам – по номеру отдела, по номеру исполнителя, по классификационным признакам конструкций, которые используется как атрибуты вершин. При формировании суммарных весовых сводок выводится суммарная информация по всем подразделениям. Построение весовых сводок для очень больших весовых моделей, содержащих десятки тысяч вершин занимает 2-3 минуты.

Для обеспечения решения задач проектирования, требующих информации о распределении массы ЛА в трехмерном пространстве (задачи динамической и статической прочности) в системе реализованы средства разбиения изделия на пространственные отсеки, ограниченные любым количеством плоскостей. В системе выполняются расчеты инерционных характеристик для каждого элемента пространственного разбиения.

Для решения задач весового анализа в системе можно осуществлять сортировку статистического материала по признакам, установленным пользователями. Например, могут быть рассчитаны массы силового и не силового набора, продольного и поперечного наборов некоторого агрегата, массы готовых изделий и т.д.

Текущая версия системы весового анализа и контроля разработана как многопользовательская клиент – серверная система, позволяющая одновременно работать с весовой моделью изделия неограниченному количеству пользователей со своих рабочих мест. Хранимая информация и программные средства обработки пользовательских запросов размещаются на центральном сервере, доступ к которому осуществляется по телекоммуникационным каналам. Система обеспечивает защиту передаваемой и хранимой информации от несанкционированного доступа и искажения.

Система разработана с использованием Генератора Проек-

тов. Весовая модель реализуется в системе посредством структурированных документов, являющихся элементом технологии Генератора Проектов.

Организация функционирования биллинговой системы в автоматизированной банковской среде

А.Н. Широков, А.А. Логинов, И.Л. Гринёв

ВЦ РАН

В докладе рассматривается круг задач, связанный с проектированием и разработкой биллинговой системы в среде крупного коммерческого банка. Основным средством автоматизации проектирования описанной здесь системы является Генератор Проектов, разработанный в ВЦ РАН.

Эффективное развитие по-настоящему массового розничного обслуживания клиентов в коммерческих банках требует внедрения новых технологий. В настоящем докладе речь пойдет о биллинговых технологиях, подразумевающих внедрение в банках автоматизированных учетно-аналитических систем, которые позволяют:

- вести детальный учет клиентов банка, включая их индивидуальные технологические особенности обслуживания (в виде персональных профилей);
- обеспечивать клиентам банка возможность в режиме *on-line* (24x7) выполнять необходимый набор операций по любому доступному каналу;
- для целей поддержки оперативной деятельности клиентов взаимодействовать в различных режимах с широким спектром внешних автоматизированных систем.

Представленная биллинговая система была разработана и внедрена в ряде крупных банков России. Входящие в ее состав модули и подсистемы обеспечивают:

- ведение справочников лицевых счетов клиентов, поставщиков услуг и профилей клиентов;
- разделение системы на транзакционную и аналитическую составляющие;
- обеспечение масштабируемости в транзакционной составляющей в части скорости выполнения клиентских операций;

- обслуживание различных каналов взаимодействия с клиентом;
- гибкую настройку импорта/экспорта данных в режиме off-line;
- необходимый уровень информационной безопасности;
- взаимодействие с внешними автоматизированными системами в режимах off-line и on-line.

Разделение системы на транзакционную и аналитическую составляющие необходимо для обеспечения независимого выполнения быстрых и медленных операций в системе. В этих целях транзакционный и аналитический функционал разнесен по разным серверам системы.

Важнейшей чертой современной банковской биллинговой системы является возможность выполнения операций клиентов через различные каналы обслуживания, в том числе и удаленные:

- сети Устройств Самообслуживания (банкоматов, инфокиосков);
- модули Кассиров-операторов в отделениях банка;
- интернет (выполнение операций через браузер);
- GSM (мобильный телефон с установленным на него приложением);
- сети POS -терминалов;
- SMS (отправка форматированных SMS через мобильный телефон).

Все перечисленные каналы функционируют в режиме on-line в едином информационном пространстве системы (клиенты, поставщики услуг, лицевые счета, задолженности, документы).

Защита обмена данными в режиме off-line (импорт/экспорт) осуществляется применением ЭЦП. Взаимодействие с внешними автоматизированными системами также может быть реализовано в виде онлайн-сетевых соединений с применением соответствующего контура информационной безопасности.

Анализ политических процессов и коррупции

Analysis of political processes and corruption

1. *D.M. Ediev* Robust Backward Population Projections Made Possible **398**
2. *Andrei M. Gomberg, Francisco Marhuenda, Ignacio Ortuño-Ortín* Endogenous Party Platforms: “Stochastic” Membership **399**
3. *Kirill Pogorelskiy* Implications of the Quota & Voice Reform of the IMF: the Aspect of Power **400**
4. *Alexander Vasin, Pavel Nikolaev, Anton Urazov* Optimal auditing with suppression of corruption **401**
5. *А.А. Васин, Ю.В. Сосина, Д.С. Степанов* Устойчивость коалиционных структур в неоднородной популяции **408**
6. *Ш.Вебер, М. Ле Бретон, Д.В. Мусатов, А.В. Савватеев* Теория социальных взаимодействий **410**
7. *К.И. Денин, Г.А. Угольницкий* Оценка последствий внешних антикоррупционных воздействий на системы иерархического управления **410**
8. *О.А. Жирков* Электронный стратегический театр – игротехническая среда для поддержки принятия решений **412**
9. *Д.С. Карабекян, В.И. Якуба* Слабое манипулирование при голосовании **414**
10. *А.В. Карпов* Аксиоматический анализ ординальных моделей систем пропорционального представительства **416**
11. *Г.В. Колесник* Моделирование вертикальных эффектов конкуренции в иерархических системах **418**
12. *Е.Л. Кудрявцев* Модель явки на выборы с двумя группами выборщиков. Теория и эксперимент **420**
13. *С.Ш. Кумачёва* Модель налоговых проверок в условиях различных проявлений коррупции **422**

14.	<i>Н.А. Леонова</i> Математическая модель налоговой конкуренции с учетом нецелевого использования федеральных трансфертов	424
15.	<i>А.И. Машечкин, Н.М. Новикова</i> Голосование с правом вето в условиях неполностью определённых предпочтений игроков	426
16.	<i>Е.Ю. Можжерина</i> Исследование экономико-демографической модели России	428
17.	<i>Ю.Н. Павловский</i> Математические и гуманитарные средства в исследовании операций (на примере моделирования вооруженной борьбы)	430
18.	<i>В.Ю. Решетов</i> Исследование возможных направлений оптимизации в задачах математического моделирования демографических процессов	431
19.	<i>А.Е. Утемов</i> Стратегии обучения и равновесия в игре про трех сенаторов	433
20.	<i>Д.А. Шварц</i> Индексы влияния, как элементы проективного пространства	435

Robust Backward Population Projections Made Possible

D.M. Ediev

Vienna Institute of Demography of Austrian Academy of Sciences

Based on formal results for population dynamics under varying fertility and mortality, the paper presents a new approach to backward population projection. Unlike other methods known from the literature, the method presented here is robust and accurate in both the short- and long-run. The method and the theory behind it contribute to the knowledge about dynamical populations and may find applications in historical demography and population reconstructions.

Population projection backward would have been a useful tool in variety of research contexts of historical demography. Unfortunately, backward population projections have proven to be a tough problem of demography and remained to be an unsolved problem so far. Formally speaking, the population projection matrix \mathbf{L} is singular and, therefore, usual matrix equation of forward population projection $\mathbf{P}_{t+1} = \mathbf{L}\mathbf{P}_t$ may not be inverted (\mathbf{L}^{-1} does not exist to obtain $\mathbf{P}_t = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{P}_{t+1}$). An easy way to overcome this limitation by truncating the projection matrix at last age at reproduction and then inverting the truncated matrix does not work either due to instability of the results (Keyfitz 1977). The backward population projection turns unstable due to domination of oscillations caused by the complex eigenvalues. Greville and Keyfitz (1974, Greville 1968, Keyfitz 1977) proposed using a generalized inverse to \mathbf{L} , which (the inverse) has only three non-zero eigenvalues (limiting, thereby, instability of the backward projection, as the spectrum of the inverse is 'cleaned' from eigenvalues of minor importance). This method, however, works only for projection over short intervals, because the two remaining complex eigenvalues still dominate the real eigenvalue, which should have determined the population dynamics in the long-run.

Because of the overviewed obstacles, demographic literature diverged from developing the backward projection as such to indirect methods of approximate reconstruction – not projection – of the population past from a priori information on population composition and

vital events in the past. Notably, the reconstructions based on time series of vital events also turn unstable when applied in backward direction.

As we report here, however, theoretical consideration of general population dynamics indicates new possibility to conduct population projections backward. The new method originates from the concept of dynamically stable population, in which intensity of births is inversely proportional to the demographic potential of the newborn, which, in turn, is described by a robust backward renewal (e.g., Ediev 2007). We begin by presenting the basic backward projection, which – based on the dynamical stability assumption – ignores the short-term variations of fertility caused by the tempo effect and considers no migration. Those are considered in the third section. Finally, we present improvements aimed to offset the projection bias, which may cumulate over the long run. The paper is supplemented by a self-sufficient introduction to the theory of dynamical stability underlying the projection method.

References

1. Ediev D.M. 2007. *Demographic potentials: theory and applications*. Max-PRESS, Moscow.
2. Greville T. N. E. 1968. Some new generalized inverses of with spectral properties. *Theory and Application of Generalized Inverses of Matrices*. Texas Technological College Mathematics Series No. 4: 26-46. Lubbock: Texas Technological Press.
3. Greville T. N. E. and Keyfitz N. 1974. Backward population projection by a generalized inverse. *Theoretical Population Biology* 6: 135-142.
4. Keyfitz N. 1977. *Applied mathematical demography*. John Wiley & Sons.

Endogenous Party Platforms: “Stochastic” Membership

Andrei M. Gomberg, Francisco Marhuenda
and Ignacio Ortuño-Ortín
Universidad Carlos III de Madrid

We analyze existence of divergent equilibrium in a model of endogenous party platforms with stochastic parties. The parties proposals depend on their membership, while the membership depends both on the proposals and the unobserved idiosyncratic preferences of citizens

over parties. It is shown that when citizens view the parties as similar, apart from their policy proposals (i.e., the party platform is a good predictor of individual membership decision), the divergent equilibria exist.

Implications of the Quota & Voice Reform of the IMF: the Aspect of Power*

Kirill Pogorelskiy

State University – Higher School of Economics

In this paper I investigate the results of the recent Quota and Voice Reform, adopted by the International Monetary Fund in April 2008, by means of formal voting power analysis.

Using classical and preference-based power indices, I demonstrate that although the relative changes in power of some members are basically in line with the stated goals of the Reform (e.g., more voice for the low-income countries), the resulting power re-distribution is hardly significant, if viewed in absolute terms, meaning that in fact the voting power distribution does not change.

I argue that the main reasons for this situation are first, the current distribution of quota shares, which was political rather than economical at the time of the IMF creation and has not been re-aligned enough since then; and second, the substantially limited ability of the Fund to act. The Coleman index (“Power of the body to act”) demonstrates that under the 85% majority rule and the proposed amendments in quota and votes, the Executive Board has severely limited ability to pass decisions, which is especially important at the time of reforms (especially since this particular rule has to be used for any reallocation of the quotas to come into force).

* The partial financial support from the Decision Choice and Analysis Laboratory of the State University – Higher School of Economics is gratefully acknowledged. I am indebted to Fuad Aleskerov for a number of comments and suggestions that have greatly improved this paper. I also thank the participants of the session “Choice theory”, 1st Russian Economic Congress of the New Economic Association, December 7-12, 2009, Moscow, Russia, where I presented the results of this work.

Finally, preference-based power indices, used in this paper, are shown to be insightful for the analysis of the (seemingly) unintended implications of the Reform, indicating a possible need to explicitly take into account existing country groupings in the process of developing new proposals for reforming the IMF governing structures.

Optimal auditing with suppression of corruption

Alexander Vasin, Pavel Nikolaev, Anton Urazov

Lomonosov Moscow state University

Government agencies and large corporations meet similar problems related to the control of agents dealing with outsiders: citizens under audit of the agency or clients of the company. In such interaction there typically exists a possibility of collusion. In order to prevent it agencies and corporations usually organize hierarchical controlling structures. The present paper considers game-theoretic models of such structures and examines a problem of their optimal organization.

One branch of the literature (Chander, Wilde, 1992, Acemoglu, Verdier, 2000) considers civil society institutes (independent mass media and so on) as a main mechanism of corruption revealing. Another direction (Vasin, Panova, 2000) studies internal control strategies for suppression of corruption in the “principal-agents” framework. The latter paper assumes that there is a possibility to hire a sufficient number of honest auditors for reviewing primary audits. But actually a principal typically has very few reliable associates, and their time is a very expensive resource. On the other hand, he can employ individuals who maximize their utility and behave honestly if this is profitable for them.

Let us discuss the corresponding model. There is a fixed number N of 0-level agents (taxpayers, citizens under control, clients of insurance companies etc.). For each of them there is a set T_0 of possible actions, and the correct action $t_0^*(I_a)$ depends on the value of some random variable I_a ($I_a \in [I_{min}, I_{max}]$). Each action is characterized by its cost t_0 for an agent. Random values I_a are independent and identically distributed for all agents, and distribution function $F(I)$ is a common knowledge. Let random factor values be ordered by increasing of the

cost $t_0^*(I)$ of the correct action. For example, we will consider a taxpayer with random income I . Then $t_0^*(I)$ is a given tax schedule, and $t_0(I)$ is a tax paid by a taxpayer according to his declaration.

The principal meets an auditing problem because only a 0-level agent observes costlessly his random factor value. In order to ensure correct behavior, the principle organizes the hierarchical structure (inspection), where agents at the first level check 0-level agents with the probability $p_1(t_0)$. If the audit reveals an incorrect action t_0 instead of t_0^* then the 0-level agent has to pay the penalty $f_0(t_0^*(I) - t_0(I))$ where $f_0 > 1$. The cost of each audit at this level is c_1 .

An inspector at the first level can collude with an audited agent. In order to prevent corruption, the principal organizes the second level audit. The probability of such audit $p_2(t_0, t_1)$ depends on the reports by 0- and 1-level agents. At the top level k the principal and his associates check reports with the probability $p_k(t_0, t_1, \dots, t_{k-1})$. If an l -level audit determines $t_l > t_{l-1}$ as a correct cost then each r -level agent, $r = 0, 1, \dots, l-1$, concerned with this case, is to pay the penalty $f_r(t_l - t_{l-1})$. Thus an inspection strategy P includes the number k of the levels and the auditing probabilities $p_1(t_0), \dots, p_k(t_0, \dots, t_{k-1})$. The penalty coefficients f_0, \dots, f_{k-1} and the auditing costs c_1, \dots, c_k are exogenous parameters in this version of the model.

The problem is to find the optimal inspection strategy that prevents incorrect actions and corruption at every level with minimal auditing costs. Below we consider two formal concepts of collusion proofness.

Consider a coalition C_l including some set of 0-level agents and all agents at levels $1, \dots, l$, $l < k$, who may check them. A strategy of such coalition is given by functions $t_0(I), t_1(I), \dots, t_l(I)$ that determine reports at levels $i = 0, \dots, l$ in case of auditing some 0-level agent from this coalition.

We call strategy P *stable* with respect to C_l if the total payoff to its members reaches its maximum under the honest behavior, that is under $t_0(I) = t_0^*(I)$, $t_r(I) = t_r^*(I)$, $r = 1, \dots, l$, if agents at the upper levels $l+1, \dots, k-1$ behave honestly.

Proposition 1. *Strategy P is stable with respect to any coalition C_l if and only if, for any $s \leq l$*

$$p_1(\cdot) \dots p_s(\cdot) \geq \frac{1}{f_0 + \dots + f_{s-1}} \quad (*)$$

Now under a given strategy P , consider non-cooperative solution SPE and find out conditions for existence of SPE corresponding to honest behavior at all levels $0, 1, \dots, k-1$.

Consider the case where at each level $s \leq l-1$ a deviation at level 0 was not completely revealed. Under what conditions is mutually beneficial collusion possible if at the upper levels all agents behave honestly? It is possible if and only if for some $t_l \in [t_{l-1}, t_0^*(I))$ the following system has a solution:

$$\begin{cases} p_{l+1}(t_0, \dots, t_l) \cdot f_i + b_{il} < f_i, & i = 0, \dots, l-1 \\ \sum_{i < l} b_{il} > p_{l+1}(t_0, \dots, t_l) \cdot f_l \end{cases} .$$

Here b_{il} is a bribe per unit of the covered deviation $(t_0^*(I) - t_l)$ that the agent at level i pays to the l -level inspector.

Proposition 2. *The SPE corresponding to honest behavior exists if and only if condition (*) holds for any $s \leq k$.*

Proceeding from Propositions 1 and 2, we call a strategy P *collusion-proof* if it meets condition (*) for any $s \leq k$.

Now we find the optimal collusion-proof strategy that minimizes the auditing cost. Under honest behavior of agents, this cost is

$$\int_{l < I_{\max}} (p_1(c_1 + p_2(c_2 + \dots + p_{k-1}(c_{k-1} + p_k c_k) \dots)) dF(I), \quad \text{where}$$

$$p_i = p_i(t^*(I), \dots, t^*(I)) .$$

Proposition 3. *The optimal collusion-proof strategy is to check with probabilities $p_1 = \hat{p}_1 = \frac{1}{f_0}$, $p_2 = \hat{p}_2 = \frac{f_0}{f_0 + f_1}$, $p_s = \hat{p}_s = \frac{\sum_0^{s-2} f_i}{\sum_0^{s-1} f_i}$, $s = 2, \dots, k$, for any reports $t_0, \dots, t_{k-1} < t_{\max}$.*

We assumed above that all agents who deviated from honest behavior are punished under revealing the deviation. Now consider a possibility of exemption from the punishment for some levels, depending on at what level the deviation is revealed. The idea is that agents free of the punishment have no incentive to pay bribes. We find out if it is possible to reduce the auditing costs by means of such exemption. Let $K(l) \subset \{0, 1, \dots, l-1\}$, $l-1 \in K(l)$ be the set of levels where the agents are punished if the l -level audit reveals deviation. Then collusion with the auditor is possible if and only if there exists a solution ($b_{il} \geq 0$, $i \in K(l)$) of a system

$$\begin{cases} p_{l+1}f_i + b_{il} < f_i, & i \in K(l) \cap K(l+1) \\ b_{il} < f_i, & i \in K(l) \setminus K(l+1) \\ \sum_{i \in K(l)} b_{il} > p_{l+1}f_l \end{cases} .$$

Proposition 4. *For a given scheme of punishment ($K(l)$, $l=0, \dots, k-1$) the SPE corresponding to honest behavior exists if and only if condition $p_s \geq \frac{\sum_{i \in K(s-1)} f_i}{\sum_{i \in K(s)} f_i}$ holds for any $s \leq k$.*

Now consider again the problem of auditing costs minimization in the wider class of inspection strategies $S = (K, P)$ including punishment scheme K and auditing probabilities P . The following proposition shows that exemption from the punishment does not reduce auditing costs.

Proposition 5. *The optimal collusion-proof strategy in the class S is to punish all revealed deviators ($K(l) = \{0, \dots, l-1\}$, $l=1, \dots, k$) and use auditing probabilities \hat{p} determined in Proposition 3.*

On the optimal salaries of inspectors. We considered above a penalty scheme with exogenously given penalty coefficients f_i and the penalty proportional to the deviation. In practice the punishment of an inspector relates to his salary since the maximal penalty is firing of a deviated inspector. Firing is equivalent to the one-shot fine $(s_i - s_{alt})\alpha$, where s_i is a salary of the inspector per the time of one audit, s_{alt} is the alternative salary he can get after firing, $\alpha = \frac{1-\delta}{\delta}$, δ is a discount rate corresponding to this time. Let the cost of auditing at level $l \in [1, \dots, k-1]$ coincide with inspectors salary s_l , the cost of audit at the top level is c_k . Salary s_l determines the maximal penalty coefficient $f_l = \alpha(s_l - s_{alt})/(t_{\max} - t_{\min})$. Proceeding from Propositions 3 and 5 that determine the optimal penalty scheme and auditing probabilities, we obtain the following problem of the optimal inspection organization:

$$\frac{s_1}{f_0} + \frac{s_2}{f_0 + f_1} + \dots + \frac{s_{k-1}}{f_0 + f_1 + \dots + f_{k-2}} + \frac{c_k}{f_0 + f_1 + \dots + f_{k-1}} \rightarrow \min_{s_1, \dots, s_{k-1}, f_1, \dots, f_{k-1}}$$

under constraints

$$f_i(t_{\max} - t_{\min}) \leq (s_i - s_{alt})\alpha, \quad i = 1, \dots, k-1, \\ N\hat{p}_1 \dots \hat{p}_k \leq M,$$

where M is the maximal number of audits by the principal and his associates per one period (here we assume that each 0-level agent makes one action per one period). Now consider an example where taxpayer's income is in the interval $I_a \in [0, I_m]$. The expected value of income is $E[I] = I_{avg}$. A taxpayer with income I_a is to pay tax $t_0(I_a) = tI_a$. Denote $d_i = s_i - s_{alt}$. The threshold audit probabilities that induce honest behavior are, according to Proposition 3, $\hat{p}_1 = \frac{1}{f_0}$,

$$\hat{p}_l = \frac{f_0 t I_m + \alpha \sum_{i=1}^{l-2} d_i}{f_0 t I_m + \alpha \sum_{i=1}^{l-1} d_i}, \quad l = 2, \dots, k. \text{ Under this auditing strategy the net}$$

tax revenue depends on $(d_i, i = 1, \dots, k-1)$ as follows:

$R = N(tI_{avg} - \hat{p}_1(d_1 + s_{alt} + \hat{p}_2(\dots + \hat{p}_{k-1}(d_{k-1} + s_{alt} + \hat{p}_k c_k) \dots))$. Consider the results of numerical optimization for this example under the following parameters: $I_m = 1000000$ \$, $I_{avg} = 400000$ \$, $t = 0.2$,

$f_0 = 4$, $c_k = 100000$ \$, $N = 1$. Each inspector makes 60 audits per year. The alternative salary is 140\$ per one audit (that is about 700\$ per month). Let the annual discount coefficient equal $\delta_a = 10\%$ ($\alpha = 570$).

The table below contains, total auditing costs C , the maximal net tax revenue R , the share of costs in the gross income $\frac{C}{C+R}$, the ratio

$Z = C / C_{min}$, where $C_{min} = \frac{s_{alt}}{f_0}$, the optimal monthly salaries for inspections with $k = 3, \dots, 7$ levels:

	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$
R	76 290	76 920	77 223	77 398	77 510
C	3 710	3 080	2 777	2 602	2 490
$C / (C + R)$	0.0464	0.0385	0.0347	0.0325	0.0311
Z	106	88	79	74	71
s_1	4 582	2 861	2 099	1 684	1 430
s_2	18 475	7 988	4 689	3 240	2 473
s_3		22 770	10 699	6 358	4 351
s_4			20 647	12 608	7 738
s_5				25 139	13 846
s_6					24 863

The given results show that it is possible to provide an honest behavior of agents with acceptable auditing costs. Starting with 4-level inspec-

tion, the optimal auditing costs are less than 4% of the gross tax income. However, the actual costs essentially exceed the lower estimate. The next model shows that it is possible to reduce the number of levels in the hierarchy and auditing costs by allowing agents to send secret signals about their bribery.

An alternative collusion-proof mechanisms with low auditing costs.

Consider another model of inspection organization where each agent at level $1, \dots, k-1$ may send a secret signal about bribing. Formally a strategy of s -level inspector includes value I_s , $I \geq I_s \geq I_{s-1}$, of revealed parameter and $m_s \in \{0,1\}$ where $m_s = 1$ means sending a secret signal to the top level about bribing in the inspection process. The punishment rule is as in the previous case except for that every agent who sent a signal is free from the penalty. Consider a 3-level inspection with the following auditing probabilities $P(\epsilon)$: $p_1 = \frac{1}{f_0}$, $p_2 = \frac{f_0 t I_m}{f_0 t I_m + \alpha d_1}$,

$p_3(m_1, m_2) = \epsilon > 0$ if there is no signal and $p_3(m_1, m_2) = 1 - \epsilon$ if there is a signal about bribing: $\max(m_1, m_2) = 1$.

Proposition 6. *For any sufficiently small $\epsilon > 0$ for the given strategy $P(\epsilon)$ there exists a unique SPE in the game of agents. At this equilibrium, every 0-level agent chooses honest behavior strategy $t^*(I)$, and each 1- or 2-level inspector sends a signal under bribing. The equilibrium is stable with respect to any coalition of 0- and 1-level agents.*

For the given example, the auditing costs for this strategy are $\frac{1}{f_0}(d_1 + s_{alt} + \frac{f_0 t I_m}{f_0 t I_m + \alpha d_1}(d_2 + s_{alt})) + O(\epsilon)$. The optimal salaries of inspectors at the both levels coincide with the alternative income (700\$) per month, the part of the cost that does not depend on ϵ is equal to 70 while the gross income is 80 000. Evaluation of probability ϵ that is necessary in practice for the support of honest behavior is a special problem.

Устойчивость коалиционных структур в неоднородной популяции*

А.А. Васин, Ю.В. Сосина, Д.С. Степанов
МГУ им. М.В. Ломоносова, ф-т ВМиК

В настоящей работе исследуется модель эндогенного формирования коалиций игроками, характеризуемыми значением некоторого параметра $x \in X$ (идеальная точка). Предполагается, что игроки равномерно распределены по идеальным точкам на множестве предпочтений $X = [0,1]$. Стратегия игрока - выбор коалиции i из множества возможных коалиций $i \in \{1, \dots, M\}$ либо отказ от участия в коалициях. Стратегия P_i коалиции i определяется как медиана распределения по идеальным точкам сторонников коалиции. Размер коалиции r_i равен доле игроков, вошедших в нее. Функция выигрыша игрока возрастает с увеличением размера коалиции и убывает с увеличением расстояния от идеальной точки игрока до стратегии коалиции, в которой он состоит.

Подобные модели используются в политологии и экономической географии при изучении вопросов устойчивости разбиения населения по странам [1] или по юрисдикциям внутри страны [2]. Они находят также применение при анализе разбиений избирателей по политическим партиям [3, 4] и при исследовании социальных сетей и коалиций вообще [5]. В указанных исследованиях авторы рассматривают вопросы существования и коалиционной устойчивости равновесий Нэша и изучают их свойства. В частности, в работе [4] исследуется модель эндогенного формирования коалиций для функции выигрыша игрока вида $U(x, r, P) = r - \alpha(P - x)^2$. Рассматриваются различные теоретико-игровые концепции решения: *равновесие Нэша (РН)*, *слабое коалиционное равновесие (СКР)*, а также *локальная устойчивость*, под которой подразумевается устойчивость к расколу и объединению соседних коалиций. Определены условия на параметр α функции выигрыша, для которого коалиционная структура K_m , представ-

* Данная работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант #08-01-00249-а).

ляющая собой разбиение множества игроков на m коалиций равного размера $1/m$, является СКР.

Однако, в перечисленных исследованиях предполагается, что функция выигрыша одинакова для всех игроков. Тогда как в реальной жизни можно наблюдать множество примеров, подтверждающих, что предпочтения игроков с одинаковой идеальной точкой могут существенно отличаться. Новизна данной работы заключается в предположении о неоднотипности игроков: к основному множеству игроков с функцией выигрыша $U_1(x, r, P) = r - \alpha_1(P - x)^2$ добавляются игроки нового типа с функцией $U_2(x, r, P) = r - \alpha_2(P - x)^2$, которые также, как и игроки основного типа, равномерно распределены по идеальным точкам на множестве X , а их доля в общем множестве игроков равна λ .

В настоящей работе получены условия на параметры α_2 и λ , при которых коалиционная структура K_m , являвшаяся СКР в исходной популяции, остается СКР при появлении игроков нового типа. Также исследован вопрос, какие устойчивые структуры могут возникать в случае, если исходная структура перестает быть СКР. В этом случае помимо совместных коалиций, состоящих из игроков обоих типов, образуются внутренние коалиции, состоящие из игроков с большим значением параметра α (то есть являющихся большими индивидуалистами).

Литература

1. *Alesina A., Spolaore E.* On the Number and Size of Nations // Quarterly Journal of Economics. 1997. №112: 1027-1056.
2. *Bogomolnaia A., LeBreton M., Savvateev A., Weber S.* Stability of Jurisdiction Structures under the Equal Share and Median Rules. CORE Discussion Paper. 2005. №32.
3. *Gomberg A.M., Marhuenda F., Ortuño-Ortín I.* Endogenous Platforms: The Case of Many Parties // International Journal of Game Theory. 2005. №2: 223-249.
4. *Sosina Y.* Endogenous Formation of Political Structures and Their Stability // ORM2004: Труды, М.: МАКС Пресс, 2004, 215-216.
5. *Vasin A., Stepanov D.* Endogenous Formation of Political Parties // Mathematical and Computer Modeling. 2008. №9-10: 1519-1526.

Теория социальных взаимодействий

Ш.Вебер, М. Ле Бретон, Д.В. Мусатов, А.В. Савватеев

Российская экономическая школа

e-mail: hibiny@mail.ru

В докладе будет представлен (наиболее) общий подход к моделированию процессов социальных взаимодействий. Представлена математическая теория подобного рода взаимодействий, обсуждаются требования к устойчивости при самоорганизации сообщества, и доказывается теорема существования устойчивого разбиения на группы в том случае, когда параметр дифференциации один, а угрозы устройству общества присутствуют в виде свободы перемещения людей между группами.

Литература

1. Alesina A., Spolaore E. On the number and size of nations // *Quarterly Journal of Economics*. – 1997. – V.113. – P.1027-1056.

2. Milgrom P., Shannon Ch. Monotone Comparative Statics // *Econometrica*. – 1994. – V.62, №1. – P.157-180.

Оценка последствий внешних антикоррупционных воздействий на системы ие- рархического управления

К.И. Денин, Г.А. Угольницкий

Южный Федеральный Университет

Рассматривается статическая двухуровневая теоретико-игровая модель коррупции с учётом активного использования субъектом верхнего уровня методов иерархического управления при одновременном требовании следования условиям устойчивого развития [1]. Верхний уровень иерархии представлен игроком (Ведущим), уполномоченным распределять квоты на возобновляемый ресурс и собирать налоги на его добычу. Подчинённый игрок (Ведомый) способен добывать ресурс и выплачивать налоги на добычу, а также осуществлять подкуп вышестоящего игрока с целью снижения налоговой ставки либо увеличения дозволенной квоты, в обмен на указанную долю ожидаемого выигрыша.

Теоретико-игровое иерархическое взаимодействие осуществляется согласно принципу гарантированного результата

Ю. Б. Гермейера для игры класса Γ_2 с дополнительным предположением о полной информированности игроков. В модели применяются принципы принуждения и побуждения, подробно изложенные в [2].

Каждый из вышеуказанных видов подкупа характеризуется параметрами ожидаемой эффективности подкупа: размером налоговой льготы либо дополнительной квоты, предоставляемой Ведомому в обмен на фиксированный процент ожидаемого выигрыша последнего, а также жёсткостью подкупа как величиной противодействия внешних факторов, направленных на ухудшение условий сделки: антикоррупционных кампаний, недобросовестности Ведущего, и.т.п.

В качестве оценки эффективности последствий кампаний по борьбе с коррупцией были проанализированы результаты серии полных асимметричных имитационных экспериментов класса $3 \times 3 \times 5 \times 5 / 225$ на основе модели. Факторами экспериментов являлись соответственно:

- 1) Величины эффективностей подкупа: 0.05, 0.65, 1.25.
- 2) Коэффициенты жёсткостей подкупа (в процентах от соответствующих величин эффективностей): 10, 30, 50, 70, 90.

Отклики представлены величинами выигрышей игроков.

В результате анализа экспериментов были установлены следующие свойства:

- 1) При уменьшении эффективностей подкупа (применительно к налоговой ставке) до 0.05, выигрыш Ведущего увеличивается на 61% по сравнению со средним. При уменьшении эффективностей подкупа (применительно к квотированию) до 0.05, выигрыш Ведущего уменьшается на 67% по сравнению со средним. Выигрыши Ведомого уменьшаются соответственно на 348,9% и 465,1% по сравнению со средним значением.

- 2) При изменении эффективностей подкупа (применительно к налоговой ставке) до 0.65, выигрыш Ведущего уменьшается на 12,2% по сравнению со средним значением. При изменении эффективностей подкупа (применительно к квотированию) до 0.65, выигрыш Ведущего увеличивается на 24,5%. Выигрыши Ведомого соответственно увеличиваются на 116% и 348% по сравнению со средним значением.

3) При изменении эффективностей подкупа (применительно к налоговой ставке) до 1.25, выигрыш Ведущего увеличивается соответственно на 92% и 43% по сравнению со средним значением. При изменении эффективностей подкупа (применительно к квотированию) до 0.65, выигрыш Ведущего увеличивается на 24,5%. Выигрыши Ведомого соответственно увеличиваются на 163% и 163,2% по сравнению со средним значением.

Литература

1. Денин К.И., Угольницкий Г.А. Теоретико-игровая модель коррупции в системах иерархического управления. // Известия РАН. Теория и системы управления. 2010. №1. С.156-162.

2. Угольницкий Г.А. Теоретико-игровые принципы оптимальности иерархического управления устойчивым развитием // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. №4. С.72-78.

Электронный стратегический театр – игротехническая среда для поддержки принятия решений

О.А. Жирков

*Российская академия государственной службы
при Президенте РФ, Москва*

Электронный стратегический театр создан для поддержки проведениям организационно-мыследеятельностных игр. Интеллектуальная среда театра инвариантна к предметной области. В электронной оболочке поддержки принятия решений осуществлен синтез процесса анализа слабоструктурированной проблемной ситуации левым и правым полушариями головного мозга. Для качественной оценки вариантов решения проблемной ситуации применена интерактивная визуализация с использованием специального программного обеспечения поддержки мыследеятельности – **brainware**. При этом в команде игроков достигается эффект инсайта. Технологи электронного стратегического театра разработаны для оснащения аналитических и ситуационных центров.

Разработка инновационной среды ЭСТ вызвана кризисом традиционных экономико-математических методов и подходов т.н. информатики, базирующихся на парадигмально устаревших понятиях - типа анализа данных, системного анализа и др, разра-

ботанных в период кибернетического бума для технических систем., которые не отражают всего многообразия слабоструктурированной проблемной ситуации и процессов происходящих в реальной социальной действительности.

Скорость и глубина рассмотрения игровой ситуации во многом зависит и от способа её представления. Интерактивная визуализация и когнитивная графика во много раз ускоряет и на другом качественном уровне представляет возможность осмысления ситуации группой пользователей. Но при групповом пользователе, как и в учебной группе, разделение индивидуумов на право- и лево- полушарных создает определенные, ещё слабо изученные трудности группового взаимодействия в процесса коллективного синтеза, анализа, оценки и принятия решений.

Определенные сложности возникают и при использовании на различных этапах сценария игротехнического процесса, использование тех или иных математических методов анализа и оценки ситуации разнопрофильной командой экспертов-аналитиков. В настоящее время разработан опытный образец сетевой версии программного обеспечения для групповой поддержки студийных технологий ЭДТ с эргодизайнерским интерфейсом и отдельными рабочими местами режиссера и игротехника сеанса, а также электронный стол группового взаимодействия экспертов-аналитиков на экране коллективного пользования.

Технологии ЭСТ ориентированы на качественный анализ проблемной ситуации с использованием ряда известных и инновационных методов оценки слабоструктурированной проблемной ситуации: метод анализа иерархий, нейронные сети, когнитивные графы синтезированные с генетическими алгоритмами, интерактивный метод создания виртуальных картофонов, где алгоритмически не связанные между собой показатели можно анализировать по принципу “сапоги с пирогами” и т.д.

Элементы технологии ЭДТ проходили апробации при решении ряда проблемных ситуаций и специальных программ, а опытный образец моделирующего стенда развернут в Информационно-методическом центре технологий государственного и муниципального управления РАГС.

Наш адреса: www.e-theatre.ru (zc89@mail.ru).

Литература

1. Жирков О.А., Курносов Ю.В., Полуденный Н.Н. Интерактивно-аналитическая среда групповой поддержки разработки управленческих решений. Федеральное агентство по образованию, "Отраслевой фонд алгоритмов и программ". Свидетельство об отраслевой регистрации разработки 9658, Инв.№50200800031 Код ВНИЦ 303024050320. От 21.12.2007 www.ofap.ru

Слабое манипулирование при голосовании*

Д.С. Карабекян¹, В.И. Якуба²

¹*Государственный Университет Высшая Школа Экономики*

²*Институт Проблем Управления Российской Академии Наук*

Различают несколько основных типов манипулирования при голосовании: манипулирование со стороны участника голосования, со стороны организатора голосования и одновременное манипулирование как со стороны участников голосования, так и со стороны организаторов. Манипулирование со стороны организаторов голосования заключается в выборе механизма принятия решений, который при заданных истинных предпочтениях участников приведет к лучшему для организатора коллективному исходу. Однако зачастую этот тип манипулирования запрещен законодательно - многие процедуры голосования изначально закреплены в соответствующих законах, регулирующих правила принятия решений. Именно поэтому манипулирование со стороны участников голосования является самым распространенным видом манипулирования. Различают два основных типа такого манипулирования: индивидуальное и коалиционное. Наш анализ лежит в рамках первой концепции - индивидуального манипулирования при голосовании.

Этот тип манипулирования является одним из самых исследованных с теоретической точки зрения. В начале 1970-х годов Гиббардом и Саттертуэйтом (Gibbard 1973, Satterthwaite 1975) независимо был получен результат, показывающий невозможность защиты от индивидуального манипулирования для случая однозначного выбора. Аналогичный результат для случая множест-

* Работа частично поддержана Научным Фондом ГУ-ВШЭ Грант № 10-04-0030 и РФФИ Грант № № 08-01-00039А.

венного выбора был получен в 1990-х годах Дугганом и Шварцем (Duggan, Schwartz 2000). В это же время в связи с развитием компьютерной техники стал возможным ответ на вытекающий из этих теорем вопрос: насколько манипулируемы известные процедуры принятия решений. Основная проблема состоит в том, что для анализа степени манипулируемости в условиях множественного выбора необходимо построить предпочтения участников голосования на множествах альтернатив. Ранее в вычислениях применялись методы устранения несравнимости - дополнительные предпосылки, которые позволяют получить однозначный выбор из множественного (например, алфавитный порядок). Таким образом производилась оценка манипулируемости в работах Келли (Kelly 1993) и Алескерова, Курбанова (Aleskerov, Kurbanov 1999).

В работе Карабекяна (2009) изучены методы построения расширенных предпочтений. Исходя из данной работы можно выделить понятия сильного и слабого манипулирования. В первом случае полученные расширенные предпочтения являются линейным порядком. Для слабого манипулирования известны лишь некоторые соотношения между наборами альтернатив. Случай сильного манипулирования в условиях множественного выбора был разобран в работе Алескерова, Карабекяна, Санвера и Якубы (2009) для пяти основных правил принятия решений. В данном докладе планируется рассмотреть понятие слабого манипулирования при голосовании.

Литература

1. Алескеров Ф.Т., Д.С. Карабекян, Р.М. Санвер и В.И. Якуба (2009) "Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора", *Журнал Новой Экономической Ассоциации*. Т. 1. № 1. С. 37—61

2. Карабекян Д.С. (2009) "О расширенных предпочтениях в задаче манипулирования при голосовании", *Экономический журнал ВШЭ*, Т.13 №1 с 19-34

3. Aleskerov, F. and E., Kurbanov (1999) "Degree of manipulability of social choice procedures", *Current trends in economics: theory and applications : proceedings of the third international meeting of the Society for the Advancement of Economic Theory*, pp. 13-27

4. Duggan J. and T. Schwartz (2000), "Strategic manipulability without resoluteness or shared beliefs: Gibbard–Satterthwaite generalized", *Social Choice and Welfare*, Vol. 17, pp. 85–93.

5. Kelly, J. (1993) "Almost all social choice rules are highly manipulable, but few aren't", *Social Choice and Welfare*, Vol.10

6. Gibbard A (1973): "Manipulation of voting schemes" // *Econometrica* 41: 587-601

7. Satterthwaite M (1975): "Strategy-proofness and Arrow's conditions: existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions" // *Journal of Economic Theory* 10: 187-217

Аксиоматический анализ ординальных моделей систем пропорционального представительства*

А.В. Карпов

Государственный Университет – Высшая Школа Экономики

Фундаментальные исследования систем пропорционального представительства были произведены не в терминах рационального выбора. Предпочтения не играют никакой роли. Построение аксиоматики систем пропорционального представительства, которая включала бы описание систем пропорционального представительства в терминах рационального выбора является современным развитием моделей описания систем пропорционального представительства.

В работе показана невозможность создания процедуры пропорционального представительства, удовлетворяющей некоторым свойствам рационального выбора.

Выборный орган избирается путем голосования за партии. Каждый избиратель из множества N ($|N| = n$) характеризуется предпочтениями, представимыми линейным порядком P на множестве партий A ($|A| = k$). Некоторое правило должно распределить S мест в парламенте, будем считать, что $S > |A| = k$. Множество участников, для которых альтернатива x является более предпочтительной, чем альтернатива y $V(x, y, \dot{P}) = \{i \in N \mid (x, y) \in P_i\}$. Процедура пропорционального представительства характеризуется функцией выбора: $C(\dot{P}, A, S) = \{y \mid y \in F(\dot{P}, A, S)\}$. Выбор также

* Работа частично поддержана Научным Фондом ГУ-ВШЭ. Грант "Учитель-Ученики" 2010-2011 № 10-04-0030.

характеризуется как вектор (s_1, s_2, \dots, s_k) , где $s_j = \text{card}(C(\overset{1}{P}, A, S) \cap \text{Im}(x_j))$.

Свойства систем пропорционального представительства

1 Независимость от посторонних альтернатив.

$$C(\overset{1}{P}, J, \sum_{j \in J} s_j) \cup C(\overset{1}{P}, \bar{J}, \sum_{j \in \bar{J}} s_j) = C(\overset{1}{P}, A, S).$$

2 Единогласие

Если $V(x, y, \overset{1}{P}) = N$, то $s_x \geq s_y$.

3. Монотонность

Если $V(x, y, \overset{1}{P}) \subset V(x, y, \overset{1}{P}')$, то $s_x \leq s'_x$, $s_y \geq s'_y$.

4. Ненавязанность

$$\forall A, S, N \quad \forall C \in A^S \exists \overset{1}{P} : C = C(\overset{1}{P}, A, S)$$

5. Анонимность

Выбор не зависит индекса участника i в профиле $\overset{1}{P}$.

6. Нейтральность

Выбор основывается только на предпочтениях и не зависит от других характеристик альтернативы.

Теорема 1 (о невозможности)

Для $n \geq 3$ и $\text{card}(A) \geq 4$ не существует процедур, одновременно удовлетворяющим свойствам монотонности, анонимности, нейтральности.

Доказательство.

Рассмотрим профиль для $n = 3$, $A = \{x, y, z\}$.

$x \ y \ z$

$y \ z \ x$

$z \ x \ y$

Рассмотрим $\overset{1}{P}'$, в котором альтернатива y стоит на месте z , тогда

$$V(y, x, \overset{1}{P}') \subset V(y, x, \overset{1}{P}).$$

Из свойства монотонности следует $s_x \geq s'_x$ и $s_y \leq s'_y$. Согласно нейтральности представительство должно сохраниться независимо от названий альтернатив $s_z = s'_y$. Из этого следует, что $s_y \leq s_z$. Аналогично получим $s_x \leq s_y$ и $s_z \leq s_x$. Таким образом $s_z \geq s_y \geq s_x \geq s_z$, что приводит к $s_z = s_y = s_x$. Это условие невыполнимо при S не кратном 3. ■

Моделирование вертикальных эффектов конкуренции в иерархических системах

Г.В. Колесник

Тверской государственной университет

Традиционные исследования конкуренции в социально-экономических системах сосредоточиваются на анализе *моноконкуренции*, принимая во внимание единственный процесс конкуренции между однотипными агентами. В частности, в моделях иерархических систем рассматривается, как правило, конкуренция между агентами, находящимися на одном уровне иерархии. Классической моделью такого рода является олигополия Штакельберга, в которой исследуется конкуренция на уровне подчиненных элементов (*competitive fringe*), тогда как на верхнем уровне иерархии предполагается наличие единственного элемента.

В реальных системах процессы конкуренции могут развертываться одновременно на нескольких уровнях иерархии, связанных отношениями подчиненности. В качестве примера можно привести управление в интегрированных корпоративных структурах, когда различные собственники на верхнем уровне иерархии конкурируют между собой при управлении фирмами, которые могут конкурировать на нижнем уровне иерархии. Другим примером является налоговая конкуренция, при которой различные юрисдикции конкурируют за привлечение предприятий, которые, в свою очередь, конкурируют на локальных рынках продукции или услуг.

В таких системах можно предполагать возникновение *вертикальных эффектов конкуренции*, заключающихся в том, что на-

личие конкуренции на некотором уровне иерархии будет изменять взаимоотношения между агентами на других уровнях. Для исследования данных эффектов необходимо рассматривать модели *поликонкурентных систем*, позволяющие анализировать эффекты одновременного протекания процессов конкуренции на нескольких уровнях иерархии.

Формально поликонкурентная система может быть описана следующим образом. Рассмотрим множество N агентов, на котором введено отношение подчиненности R , представляющее собой строгий порядок. Классы эквивалентности на множестве N , порожденные отношением R , будем отождествлять с уровнями иерархии в рассматриваемой системе.

Вертикальные связи между различными уровнями иерархии формируют организационную структуру рассматриваемой системы Θ . Множество всевозможных организационных структур обозначим через Ω .

На множестве Ω задано параметрическое семейство некооперативных игр $\Gamma(\Theta)$, описывающих взаимодействия между агентами в системах с организационными структурами $\Theta \in \Omega$.

Поставим в соответствие каждому агенту в рассматриваемой системе пару (i, j) , где i – уровень иерархии, которому принадлежит агент, j – номер агента на данном уровне. Множество стратегий агента (i, j) обозначим через A_{ij} с элементами a_{ij} . Ситуация в игре $\Gamma(\Theta)$ может быть представлена в виде вектора \mathbf{a} размерности $\|N\|$, состоящего из элементов a_{ij} . Каждый агент максимизирует свой критерий W_{ij} , зависящий от стратегий всех агентов в системе и от организационной структуры Θ , то есть задача, решаемая агентом (i, j) , может быть представлена в виде:

$$W_{ij}(\mathbf{a}; \Theta) \rightarrow \max_{a_{ij} \in A_{ij}} .$$

Отличие игр $\Gamma(\Theta)$ от классической иерархической игры состоит в том, что на выбор стратегий агентами на всех уровнях иерархии, помимо «правил игры», определяемых верхними уровнями, влияют также отношения конкуренции с другими агентами этого же уровня.

Рассмотрение данного класса игр позволяет проводить исследование взаимного влияния параллельных процессов конкуренции, происходящих на различных иерархических уровнях. Наличие отношений конкуренции между агентами на одном уровне иерархии может приводить к смягчению или к обострению конкуренции на других уровнях, т.е. к *вертикальному переносу* конкуренции в системе.

Рассматриваемая модель позволяет также решать задачу синтеза организационной структуры Θ , позволяющей получать в системе равновесия, характеризуемые различной остротой конкуренции на разных уровнях иерархии.

Модель явки на выборы с двумя группами выборщиков. Теория и эксперимент

Е.Л.Кудрявцев
МФТИ

Рассматривается одношаговая игра с неполной информацией. Есть две группы игроков в количестве N_A и N_B , $N_A < N_B$. У каждого игрока есть случайный приватный параметр (бонус), равномерно распределенный на отрезке $[0; V]$, реализация которого известна только ему. Игрок делает выбор: взять бонус или добавить одно очко своей команде. Команда с большим количеством очков считается победителем, с меньшим - проигравшей. В случае равенства очков, считается ничья. Каждый игрок победившей команды получает выигрыш в размере H , проигравшей - L ($L < H$), в случае ничьи обе команды получают $(H + L) / 2$. Дополнительно к командному выигрышу игрок получает бонус, если он согласился на него. Данную игру можно трактовать как модель явки на выборы, где A и B - электорат меньшинства и большинства по повестке дня выборов, например, по избираемым кандидатам. Величины H и L характеризуют выигрыш человека от победы и от проигрыша его кандидата. Величина бонуса показывает альтернативный выигрыш, который человек может получить от неявки на выборы, например, он может потратить освободившиеся время в личных целях.

С сентября 2009 года был проведён ряд экспериментов на базе лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и ВЦ РАН. При большом количестве повторений игроки приходят к использованию стратегий, которым можно сопоставить определённые явки на выборы. Качественные соотношения между этими явками находятся в согласии с равновесием Байеса-Нэша [1] (далее РБН) в симметричных пороговых стратегиях. РБН даёт очень грубую количественную оценку явки на выборы и используемые в нём стратегии (пороговые) не соответствуют экспериментальным данным, агрегированным по группам. Однако, среди индивидуальных стратегий можно часто наблюдать стратегии, близкие к пороговым.

Для данной игры было исследовано квантильное равновесие [2] и проведено сопоставление результатов со статьёй [3], посвящённой этой модели. Были подтверждены выводы о том, что квантильное равновесие даёт лучше оценку явки на выборы, чем РБН. Очерчен круг проблем связанных с использованием квантильного равновесия. В частности, функциональная связь между бонусом и вероятностью того, что на него согласится игрок, не соответствует экспериментальным данным (не сходится параметр λ). Дано объяснение, почему участникам данного эксперимента было сложно найти поведение, основанное на наилучшем ответе на поведение остальных. Это определяется слабой зависимостью выигрыша игрока от его стратегии в окрестности оптимума.

Предложено при анализе результатов ориентироваться на понятие ε -равновесия в классе смешанных стратегий логистического вида $f(x) = 1 / (1 + \exp(\lambda(x - a)))$. В этом классе не существует РБН, поэтому используется понятие ε -равновесия — профиль стратегий, в котором у игрока за счет отклонения нет возможности улучшить ожидаемый выигрыш больше, чем на ε . Множество таких ε -равновесий поддается явному описанию. Из результатов экспериментов были получены агрегированные стратегии игроков по группам. Методом наименьших квадратов определены параметры a и λ , которые им соответствуют, а также посчитаны ε . Оказалось, что параметры a для экспериментов из проведенной серии были близки к оптимальным a , дающим минимум ε для данных λ . Это позволяет утверждать, что ε -равновесие на множе-

стве логистических смешанных стратегий как минимум не хуже соответствует результатам экспериментов по модели явки на выборы, чем квантильное равновесие.

Литература

1. И. С. Меньшиков "Лекции по теории игр и экономическому моделированию", МЗпресс, 2007.
2. Richard D. McKelvey and Thomas R. Palfrey "Quantal Response Equilibria for Normal Form Games", Games and economic behavior 10, 6-38, Academic Press, Inc. 1995.
3. David K. Levine, UCLA Thomas R. Palfrey, Princeton University "The paradox of voter participation? A laboratory study."

Модель налоговых проверок в условиях различных проявлений коррупции

С.Ш. Кумачёва

СПбГУ

В рамках математической традиции, заложенной работами [2], [4], [5], рассматривается теоретико-игровая модель налоговых проверок с учётом возможной коррупции. В её основе содержится иерархическая игра, описанная в [3]. В данной работе структура игры является трёхуровневой: верхним игроком иерархии является руководство налоговых органов, средним – подчинённый налоговому руководству инспектор, который может оказаться коррупционером, и нижними игроками – n налогоплательщиков. Как и в ([1-6]) будем предполагать, что взаимодействие между риск-нейтральными игроками различных уровней иерархии соответствует схеме «принципал-агент».

Каждый из налогоплательщиков имеет доход i_k , где $k = \overline{1, n}$, и по окончании налогового периода декларирует доход r_k , причем $r_k \leq i_k$ для любого $k = \overline{1, n}$. Пусть t , π – налоговая и штрафная ставки соответственно. Из четырёх известных вариантов штрафа ([1]) для рассмотрения выбран пропорциональный сокрытому уровню дохода (т.е. при выявлении уклонения k -й налогоплательщик должен заплатить $(t + \pi)(i_k - r_k)$).

Налоговые органы с вероятностью p_k направляют инспектора для осуществления налоговой проверки стоимостью c_k ,

$k = \overline{1, n}$, (предполагается, что она эффективна, т.е. обнаруживает сокрытие реального уровня дохода). За взятку b_k проверяющий инспектор может согласиться не информировать своё руководство о выявленном налоговом уклонении. С вероятностью \tilde{p}_k руководство налоговых органов проводит пере проверку работы инспектора, стоимостью \tilde{c}_k , тоже абсолютно эффективную и исключающую возможность коррупции. Если в результате пере проверки обнаружено сокрытие инспектором уклонение, налогоплательщик по-прежнему должен заплатить $(t + \pi)(i_k - r_k)$, а инспектор – штраф f . Предполагается, что факт коррупции выявить очень сложно и инспектор наказывается только за недобросовестную проверку.

С целью поиска оптимальных стратегий получены условие уклонения k -го налогоплательщика

$$p_k(t + \pi)(i_k - r_k) < ti_k \quad (1)$$

и условие наличия взаимовыгодной взятки

$$\tilde{p}_k f < b_k < (1 - \tilde{p}_k)(t + \pi)(i_k - r_k). \quad (2)$$

При анализе условий (1) и (2) рассматриваются различные ситуации, сочетающие наличие или отсутствие фактов налогового уклонения и коррупции (выполнения или нарушения условий (1) и (2)). Отдельного внимания заслуживает случай, когда взятка не выгодна налогоплательщику, но устраивает инспектора, – случай возможного вымогательства.

Для каждой из возможных ситуаций найдены функции выигрышей игроков и их оптимальные стратегии. Отдельно рассматривается фактор премирования инспектора, влияющий на его склонность к коррупции.

Литература

1. Васин А. А., Васина П. А. Оптимизация налоговой системы в условиях уклонения от налогов: роль ограничений на штраф. Москва: Консорциум экономических исследований и образования (EERC). Серия "Научные доклады". 2002.
2. Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. Москва: МАКСПресс. 2005.
3. Кумачёва С.Ш., Петросян Л.А. Теоретико-игровая модель взаимодействия налогоплательщиков и налоговых органов // Процессы управле-

ния и устойчивость: Труды 40-й международной научной конференции аспирантов и студентов. 2009. С. 634 – 637.

4. Chander P., Wilde L. Corruption in Tax Administration // Journal of Public Economics. 1992. V. 74, N3. P. 395 – 430.

5. Hindriks J., Keen M., Muthoo A. Corruption, Extortion and Evasion // Journal of Public Economics. 1999. V. 74, N3. P. 395 – 430.

Математическая модель налоговой конкуренции с учетом нецелевого использования федеральных трансфертов

Н.А. Леонова

Тверской Государственный Университет

Региональная налоговая конкуренция ведется в условиях налоговой и бюджетной политики, проводимой федеральным уровнем власти. В связи с этим, при рассмотрении региональной налоговой конкуренции необходимо исследовать трехуровневую систему «федеральная власть – региональная власть – налогоплательщик» вместо двухуровневой системы «власть – налогоплательщик», используемой при анализе межгосударственной конкуренции.

Существенное влияние на условия региональной налоговой конкуренции оказывает наличие федеральных трансфертов, перераспределяющих бюджетные доходы и тем самым снижающих зависимость наполнения регионального бюджета от стратегий регионов. Но в реальности низкая прозрачность бюджетного процесса и коррумпированность властей часто приводят к нецелевому использованию бюджетных средств и к снижению общей эффективности механизма финансирования с использованием федеральных трансфертов. В связи с этим количество денежных средств, выделенных в виде трансфертов регионам для каких-либо целей, оказывается больше, чем в конечном итоге региональные власти затрачивают на достижение этой цели.

Для анализа данной ситуации нами рассмотрена трехуровневая математическая модель налоговой конкуренции с учетом нецелевого использования федеральных трансфертов, участниками взаимодействия являются инвесторы, регионы и федеральный уровень власти.

Федеральные власти устанавливают основные параметры налоговой политики и межбюджетных отношений. К ним относятся: норма расщепления ставки налога на прибыль $\eta \in [0, \eta_{\max}]$, представляющая собой долю от общего налога на прибыль, поступающую в федеральный бюджет, а также ограничения на ставки налога на прибыль и налога на имущество в части, зачисляемой в бюджет субъектов Федерации. Целью федерального уровня власти является максимизация эффективности использования бюджетных средств и минимизация потерь трансфертов.

Региональные власти устанавливают ставки налога на прибыль и налога на имущество в части, зачисляемой в бюджет субъектов Федерации ($r_{np}^{(q)}, r_{им}^{(q)}$). Цель регионов состоит в максимизации налоговых поступлений в бюджет с учетом возможных трансфертов.

В условиях полной информированности о региональных ставках налогов инвесторы выбирают регион, в который они вложат свои денежные средства и после этого платят налоги согласно определенным на предыдущих шагах ставкам либо отказываются от инвестирования.

Федеральные органы власти, собрав налоги в свой бюджет, распределяет между регионами трансферты, которые имеют безвозвратный характер. Весь федеральный бюджет направляется на трансферты регионам, но до них доходит только некоторая часть $\mu \leq 1$.

В результате исследования данной модели было получено, что в системе возможны четыре типа равновесий:

- «гонка к поверхности» – равновесие с максимальными ставками налогов при уровне трансфертов, достаточном для выравнивания региональных бюджетов;
- «гонка ко дну» – равновесие с минимальными ставками налогов;
- симметричными промежуточными равновесиями;
- несимметричными промежуточными равновесиями с разбиением регионов на «доноры» и «реципиенты».

Также было доказано, что в ситуации, когда потери трансфертов не велики, с точки зрения федерального уровня власти

максимальная эффективность использования бюджетных средств достигается, когда доля налога на прибыль поступающего в федеральный бюджет, значительно больше, чем доля, идущая в бюджеты субъектов Федерации. А в ситуации, когда потери значительные, максимальная эффективность использования бюджетных средств достигается, когда весь налог на прибыль идет в бюджеты субъектов Федерации.

Голосование с правом вето в условиях неполностью определённых предпочтений игроков

А.И. Машечкин

МГУ имени М.В. Ломоносова

Исследуется игровая модель голосования с правом вето (запрет на избрание), например, в случае выбора председателя совета директоров компании. Поставлена задача классификации игр как наборов предпочтений участников, при которых 1-й игрок (голосующий первым) может обеспечить избрание своего кандидата. Рассматривается модель с тремя игроками, каждый из которых представляет группу людей выдвинувших одного из кандидатов. Выбор делается из 4-х кандидатов: трое от компании (чьи представители и совершают выбор) и один сторонний. Игроки последовательно накладывают вето на одного из ещё незаветованных кандидатов. Задача рассматривается в условиях полной информированности игроков о предпочтениях друг друга, но сами функции предпочтения могут быть неоднозначными.

Формально каждому игроку i ставится в соответствие функция выигрыша $U_i(n)$, показывающая насколько (относительно остальных кандидатов) ему выгодно избрание кандидата. Тогда игровая модель представима в следующем виде:

$$U_1(1) > U_1(a^2) > U_1(a^3) > U_1(a^4), \quad a^2, a^3, a^4 \in \{2,3,4\};$$

$$U_2(2) > U_2(b^2) > U_2(b^3) > U_2(b^4), \quad b^2, b^3, b^4 \in \{1,3,4\};$$

$$U_3(3) > U_3(c^2) > U_3(c^3) > U_3(c^4), \quad c^2, c^3, c^4 \in \{1,2,4\}.$$

Отметим, что в реальной ситуации выборщик не всегда может однозначно определить, какой из кандидатов является для не-

го наилучшим. В таком случае в предпочтениях игроков появляется неопределённость. Поэтому исследование данной модели разделено на две задачи: однокритериальную (все предпочтения игроков строгие и однозначно определены) и многокритериальную (возможна неопределённость в предпочтениях игроков). Для последнего случая сделано допущение, что любой голосующий может иметь неопределённость в предпочтениях, максимум, между двумя кандидатами.

Результатами подтверждено, что 1-й игрок побеждает с большей частотой в условиях, когда, кроме своего кандидата, он благосклонен также к кандидату одного из голосующих участников, а предпочтения остальных выборщиков строго однозначны. Далее, с появлением неполностью определённых соотношений для функций выигрыша у 2-го, 3-го или у обоих игроков одновременно, идёт пропорциональное уменьшение шансов на выигрыш 1-го игрока. Кроме того, рассмотрена игра, в которой 1-й игрок имеет возможность определять порядок ходов при ветовании. Показано, что появление такой возможности увеличивает шансы выигрыша 1-го игрока, в случае однокритериальной игры, практически, на 30%, тогда как в многокритериальной даёт прирост всего на несколько процентов.

Наихудшим же вариантом для 1-го игрока оказывается игра, в которой свой кандидат обеспечивает ему такой же максимальный выигрыш, что и сторонний. В этом случае шансы на победу 1-го игрока уменьшаются до результатов, полученных для случая полностью определённых предпочтений при возможности 1-го игрока устанавливать порядок голосования.

Литература

1. Mueller D.C. Voting by Veto// *Journal of Public Economics* 10, 57-75, 1978.
2. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. М: Мир, 1985.
3. Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс, 2005 г.

Исследование экономико-демографической модели России*

Е.Ю. Можжерина
МФТИ(ГУ)

Последние два десятилетия РФ находится в состоянии демографического кризиса, население не только не растет, не происходит даже простого воспроизводства. Несмотря на небольшие улучшения, произошедшие в последние годы, проблема стоит все так же остро. Одной из особенностей демографической ситуации РФ является высокая смертность населения в трудоспособном возрасте. Соответствующие показатели значительно выше средневропейского уровня. Некоторые исследователи считают это следствием сильнейшего социального стресса [1]. В результате произошедших в стране за последние годы изменений многие люди трудоспособного возраста потеряли возможность обеспечивать своим трудом достойное существование себе и своей семье, упал уровень трудовой мотивации в обществе.

Цель данной работы – исследовать соотношение между смертностью и уровнем дохода населения, рассмотреть трудовую мотивацию и ее изменение. Для этого построены две взаимосвязанные модели: экономическая и демографическая, каждая из которых описана показателями с возрастным распределением.

В основе демографической модели лежит предположение о зависимости демографических показателей от уровня дохода на душу населения. Для смертности используем формулу Гомперца-Мейкема $\mu(i) = A + B \cdot e^{-a \cdot i}$, где i - возраст, а a - коэффициент смертности $\mu(i)$ – доля умерших данного возраста за год. В формуле учтены биологическая и социальная составляющая смертности. Биологическую составляющую найдем из статистических данных Швеции (подобно [2]), полагая смертность в больших

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 08-01-00377, 09-01-90201-Монг_а), РГНФ (проект №№ 10-02-00300-а), ПФИ Президиума РАН П-2, ПФИ ОМН РАН № 2.

возрастах равной биологической. А вид социальной составляющей в зависимости от доходов населения определим из данных по России. Численность населения на каждый следующий год рассчитывается по численности, смертности и рождаемости в предыдущий год.

В России в отличие от развитых стран преобладают устаревшие мощности, обновление мощностей происходит крайне медленно, что несомненно скажется на дальнейшем развитии экономики страны. Чтобы учитывать эту особенность при моделировании экономики РФ, используем модель с мощностями, дифференцированными по моментам создания, подобно [3], видоизменив её в соответствии с показателями экономики России.

По такой экономико-демографической модели можно определить возможные изменения одной части модели в зависимости от параметров второй: оценить экономические изменения, необходимые для преодоления демографического кризиса, а также влияние демографических изменений на развитие экономики.

Литература

1. Величковский Б.Т. Жизнеспособность нации. Роль социального стресса и генетических процессов в популяции в развитии демографического кризиса и изменении состояния здоровья населения России. - М., 2009.

2. Германский А.В. Историческая динамика биологической компоненты смертности населения Швеции и Норвегии <http://gealeksandr.narod.ru/> 2003. – 13 с.

3. Оленев Н.Н., Поспелов И.Г. Модель инвестиционной политики фирм в экономической системе рыночного типа //Mathematical Modelling: Processes in Complex Economic and Ecologic Systems (Ed. A.A. Samarsky, N.N. Moiseev, A.A. Petrov) М.:Наука, 1986

Математические и гуманитарные средства в исследовании операций (на примере моделирования вооруженной борьбы)

Ю.Н. Павловский

*Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН,
Московский физико-технический институт (ГУ)*

Излагается система математических моделей Вычислительного центра РАН, описывающая вооруженную борьбу [1-6], а также «надстроенная» над этой системой языковая среда, состоящая из понятий и представлений преимущественно гуманитарного характера. В основе упомянутой среды лежит понятие о «факторе Л.Н. Толстого» и о «силе вооруженной группировки» в смысле Л.Н. Толстого [4]. Эти понятия позволяют формализовать то, что Л.Н. Толстой [7] называл «духом войска», т.е. «большее или меньшее желание драться и подвергать себя опасностям». Разработка системы моделей, описывающая вооруженную борьбу, привела к представлению о вооруженной борьбе как о совокупности одновременно протекающих, очень разнородных по своей природе и, в то же время, существенно взаимосвязанных процессов: взаимного уничтожения, перемещения, снабжения, сбора, передачи, обработки информации, принятия решений. Когда речь идет о вооруженной борьбе в масштабе батальона и выше, то ее описание уже на характерных временах порядка нескольких часов будет неадекватно, если хотя бы один из этих процессов не учитывается. Существенным представлением гуманитарной языковой среды, о которой идет речь, является представление о сохранении структуры вооруженных сил в процессе вооруженной борьбы, как материальной, так и нематериальной. Материальная структура – это количество средств ведения и средств обеспечения вооруженной борьбы, приходящееся на одного человека в вооруженных силах. Нематериальная структура вооруженных сил – это действующая в них система подчинения, реализуемая социальными механизмами. Сохранение нематериальной структуры – это в первую очередь сохранение боеспособности. Сохранение же боеспособности тесно связано со значением фактора Л.Н. Толстого, который, как уже отмечалось, имеет фундаментальное значение во всем, что связано с вооруженной борьбой.

Литература

1. Иванилов В.Ю., Огарышев В.Ф., Павловский Ю.Н. Имитация конфликтов. М.: ВЦ РАН. 1993. 196 с.
2. Краношеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. М.: Фазис. 2000. 411 с.
3. Савин Г.И. Системное моделирование сложных процессов. М.: Фазис. 2000. 275 с.
4. Павловский Ю.Н. О факторе Л.Н. Толстого в вооруженной борьбе// Математическое моделирование. Т 5. № 1. 1993. С. 4-15.
5. Павловский Ю.Н. О сохранении структуры вооруженных сил в процессе вооруженной борьбы. Дискретный анализ и исследование операций. Сер. 2. Т.5. №1. 1998. С.40-55.
6. Павловский Ю.Н. Метод имитационных игр в проблемах геополитики, безопасности, межгосударственных отношений. В кн. Материалы учредительной конференции Российского общества исследования операций. М.: ВЦ РАН 1997. С.44-56.
7. Толстой Л.Н. Война и мир. М.: Художественная литература, 1987. - Кн.2. С. 427-428.

Исследование возможных направлений оптимизации в задачах математического моделирования демографических процессов

В.Ю.Решетов

*Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова*

Доклад посвящен исследованию возможности оптимизации стратегий в задачах математического моделирования управлением демографическими процессами. Определение управляющих стратегий базируется на результатах решения оптимизационных задач при различных демографических моделях развития.

Актуальность и сложность задач, решаемых в области оптимизации направлений развития в демографии, определяется необходимостью учета при оптимизации как демографических, так и экономических тенденций развития, которые взаимосвязаны. В настоящее время наблюдается тенденция возрастания роли людских ресурсов в экономическом развитии многих современных стран.

Проблемы в области демографии стали особенно актуальны

для России, в связи с началом значительного снижения численности общего и трудоспособного населения. Решению возникших задач в области регулирования в демографии посвящен целый ряд публикаций.

В настоящее время рассматриваются различные концепции воздействия на демографические процессы, связанные как с повышением уровня рождаемости и снижением смертности, так и регулированием процесса привлечения и использования трудовых мигрантов. Реализация этих концепций связана со значительными материальными затратами и может иметь разные последствия.

Это определяет необходимость постановки оптимизационных задач, основанных на оценке экономической эффективности указанных концепций с проведением анализа влияния их реализации на демографию.

Проведенный анализ в частности показывает, что политика по повышению рождаемости и привлечению мигрантов при определенных условиях может давать разный эффект. Возникает вопрос о рациональном сочетании управления демографическими процессами и миграцией во времени, с учетом динамики их развития.

В работе ставится и формализуется задача принятия решения по выбору оптимальной стратегии привлечению мигрантов с целью максимизации выбранного критерия экономической эффективности, с проведением анализа развития демографической ситуации.

В качестве критерия оптимизации принято суммарное дисконтированное душевое потребление на заданном интервале прогнозирования. В качестве управляемых рассматривались следующие параметры:

- величина миграционного потока (нетто миграция),
- показатель уровня рождаемости,
- показатель уровня смертности.

Для моделирования динамики демографических процессов выбраны метод передвижки по возрастам и метод кинетических уравнений. Для получения аналитических решений использовались модели стабильного и стационарного населения.

Это позволило получить численные и аналитические решения поставленных задач, в том числе решение задачи восстановления демографического потенциала.

Проведен сравнительный анализ эффективности применения оптимальных стратегий и альтернативных (аналогов применяемых в настоящее время подходов). При проведении сравнения используются варианты моделей, позволяющие учитывать ассимиляцию мигрантов.

По результатам численного эксперимента получена область начальных значений (времени начала оптимального управления по выбранному критерию), при которых (при выполнении определенных условий) возможно восстановление демографического потенциала. При моделировании использовались статистические данные, в том числе по России. Применение оптимальных стратегий по рождаемости сопряжено с увеличением потребительских затрат, связанных с увеличением общей численности нетрудоспособного населения и с отвлечением от производственной деятельности работоспособной части женского населения в связи с уходом за детьми.

Полученные результаты, вследствие сложности исследуемых экономико-демографических процессов, носят исследовательский характер и могут представлять практический интерес при анализе влияния различных концепций управления в области демографической политики.

Литература

1. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984 г.
2. Эдиев Д.М. Концепция демографического потенциала и ее приложения / Математическое моделирование 2003, т.15 № 12.
3. Вишнеvский А.Г. Демографическая модернизация России / М: Новое издательство, 2006 г.

Стратегии обучения и равновесия в игре про трех сенаторов

А.Е. Утемов

ВЦ РАН

Рассматривается тестовая динамическая игра голосования в комитете с полной информацией с условным названием «три сена-

тора». Сенаторы A , B и C участвуют в работе комитета, определяющего ставку налога $\tau \in [0;1]$. Голосование о ставке налога τ проходит в течение нескольких дней, пока не будет принято решение. Каждый день приводит к уменьшению выигрышей всех игроков пропорционально коэффициенту δ ($0 < \delta < 1$).

У каждого свой идеал ставки. Сенатор A – борец за отмену налогов. Его выигрыш от принятия ставки налога τ в день t равен $\delta^t (1 - \tau^2)$, Сенатор B – центрист: его выигрыш от принятия ставки налога τ в день t равен $\delta^t (1 - (T - \tau)^2)$, где $0 < T < 1$ является идеальной для него ставкой. Сенатор C стремится к максимальной ставке: его выигрыш от принятия ставки налога τ в день t равен $\delta^t (1 - (1 - \tau)^2)$.

Каждый день один из игроков по жребию получает право выдвинуть ставку налога τ , а двое остальных голосуют «Да» или «Нет». Одного «Да» достаточно для завершения игры и принятием ставки налога τ . Если оба игрока говорят «Нет», то игра продолжается на следующий день.

В этой динамической игре совершенное по подыграм равновесие Нэша [1] (СПРН) находится в явном виде, но при этом ответ получается в виде достаточно сложной формулы, к тому же «сенаторы» могут быть не в курсе, что такое СПРН. В связи с этим целью работы было проведение лабораторного эксперимента с добровольными участниками, чтобы выяснить, насколько их интуитивное поведение согласуется с найденным СПРН.

Эксперименты проводились в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и ВЦ РАН. Для организации экспериментов с помощью специализированной оболочки Z-tree (университет Цюриха, Швейцария [2]) была написана компьютерная программа. Участниками экспериментов были студенты МФТИ.

Поведение участников экспериментов сопоставлялось с теоретически найденным СПРН. Выявлены как существенные отличия, так и качественная близость результатов экспериментов. В частности, при резком уменьшении коэффициента δ согласно теоретически найденному СПРН можно прогнозировать прибли-

жение предлагаемой ставки игрока к его идеалу и принятие решения в первый же день. Результаты эксперимента подтвердили этот прогноз на 90%.

Найдено квантильное равновесие [3], а также изучено, насколько близко поведение игроков к квантильному равновесию. Найдено комбинированное равновесие, которое использует разные варианты ослабления принципа наилучшего ответа.

Для моделирования эффекта сходимости достаточно просто адаптировать поведение к СПРН были проведены численные эксперименты с популяцией игроков-роботов. Обучение роботов происходило во время процесса многократного повторения игры. Изначально простая стратегия обучения, как показали численные эксперименты, приводит к теоретическому СПРН, причем в довольно широком диапазоне параметров.

Проведен сравнительный анализ стратегий обучения роботов. Изучен вопрос моделирования осторожных роботов.

Литература

1. Меньшиков И.С. Лекции по теории игр и экономическому моделированию. – М.: МЗ Пресс, 2007. – 208с.

2. Fischbacher U. z-Tree: Zurich toolbox for ready-made economic experiments. – Experimental Economics, 2007. – 171-178.

3. McKelvey R., Palfrey T. Quantal response equilibria in normal form games - Games Econ. Behav. 10, 1995. – 6-38.

Индексы влияния, как элементы проективного пространства*

Д.А. Шварц

Государственный университет Высшая школа экономики

Основой для этой статьи стало несколько довольно очевидных наблюдений:

1. При вычислении многих индексов влияния (Банцафа, Джонстона, Дигена-Пакела, Холера-Пакела) вначале считается так называемый "общий индекс", а сам соответствующий индекс влияния получается из него нормированием, т.е. делением на такое число, чтобы сумма влияний всех игроков стала равна единице.

* Работа была поддержана грантом РФФИ \номер 08-01-01342.

Иначе говоря, в индексах влияния используются относительные значения.

2. Если в ситуации голосования с квотой умножить число голосов всех игроков и квоту на одно и то же положительное число, новое голосование с квотой будет задавать ту же простую игру, что и старое.

3. При рассмотрении индексов влияния, зависящих от предпочтений участников, интенсивности предпочтений во многих случаях также могут быть определены с точностью до пропорциональности, поскольку от умножения всех интенсивностей на одно и то же число отношения влияния игроков не изменятся. Поэтому их можно определить с точностью до пропорциональности, т.е. как элементы проективного пространства.

Доклад посвящен развитию этого подхода.

Итак, проективный индекс влияния сопоставляет каждой простой игре набор влияний игроков, который мы считаем элементом проективного пространства. Тогда индекс влияния Банцафа однозначно определяется следующими аксиомами.

1. Аксиома болвана. Если игрок не ключевой ни в одной коалиции, его влияние равно 0.

2. Аксиома анонимности в стандартной формулировке.

3. Проективная аксиома «Transfer»: рассмотрим 3 точки проективного пространства – индекс влияния в игре v , индекс влияния в игре, полученной удалением из v минимальной выигрывающей коалиции S , и так называемый вектор доходов и потерь, i -я координата которого равна 1, если игрок i входит в S , и -1 , если не входит. Аксиома утверждает, что эти 3 точки должны лежать на одной прямой.

Прямым следствием этой конструкции стала первая (насколько известно автору) аксиоматика для нормированного индекса Банцафа. Её обобщением стала "проективная" аксиоматика для индексов влияния, зависящих от предпочтений участников.

Финансовые рынки и страхование

Financial markets and insurance

1. *G.G. Dimitriadi* Universal Risk Management Approach as a basis of managing of a commercial bank 440
2. *Г.А. Агасандян* О свойствах семейств функций рисковых предпочтений инвестора для CC-VaR 441
3. *Е.И. Алексеева* Эффект автокаталитичности на финансовых сетях 442
4. *Ф.Т. Алескеров, Л.Г. Егорова* Так ли уж плохо, что мы не умеем распознавать черных лебедей? 444
5. *М.Ю. Андреев, Н.П. Пильник, И.Г. Поспелов* Модельное описание банковской системы 446
6. *А.М. Аникин* Имитационное моделирование рефлексивных взаимодействий групп трейдеров на финансовых рынках 448
7. *О.Б. Байрамов* Влияние неопределённых факторов на самофинансирование коалиции 449
8. *М. З. Берколайко, Ю. В. Долгих* Выбор оптимальной стратегии на основе оценок динамики финансово-экономического состояния системы 451
9. *В.А. Бывшев, А.И. Богомолов, В.И. Костюнин* Принятие решений на основе интеграции математических моделей прогноза состояния экономических систем 453
10. *И.И. Гасанов* Об имитации управления на исторических рядах 455
11. *В.А. Герасимов, О.Н. Канева* Проблема преследования: метод предварительной оценки карт 457
12. *М. Ю. Глухов* Российский рынок структурированных продуктов 459
13. *Д.Ю. Голембиовский* Коинтеграция и хеджирование 461
14. *М.А. Горелов* О целесообразности диверсификации аукционной заявки 462
15. *А.П. Горяев* Система оценки открытых ПИФов 464
16. *А.П. Горяев* Программа "Магистр финансов" РЭШ 466
17. *Д.В. Денисов* Задача оптимального выбора набора премий в страховании жизни 467
18. *И.В. Добашина* Инжиниринг сферы финансовых услуг в российской экономике 468

19.	<i>В.Н. Домрачев, Т.А. Бардадым, Ю.П. Лаптин, А.П. Лиховид</i> Одна задача управления портфелем облигаций	470
20.	<i>М. М. Дубовиков, Н. В. Старченко</i> Фрактальный анализ временных рядов в задачах прогноза	471
21.	<i>С.В. Дубовский</i> Прогнозирование с помощью волн цикла Кондратьева	473
22.	<i>Ант.Ф. Ерешко</i> Алгоритмические системы и финансовые рынки	475
23.	<i>Арт.Ф. Ерешко</i> О рефлексивных составляющих цен финансовых инструментов	476
24.	<i>Ф.И. Ерешко, А.В. Кочетков</i> Об организации ипотечной Коалиции	477
25.	<i>Ф.И. Ерешко, А.В. Кочетков</i> Ипотечная Коалиция - Общий фонд банковского управления	479
26.	<i>Ю.Н. Иванов, Р.А. Сотникова</i> Что такое оптимизационный анализ и как можно использовать его результаты?	481
27.	<i>В.Н. Иголкин, Е.Л. Мельникова</i> Марковский вариант основной модели Лундберга-Крамера разорения страховой компании	483
28.	<i>А.Г. Исламов, Г.Г. Исламов</i> Об одной модели государственного управления финансовым рынком	485
29.	<i>А.Н. Калашиян</i> Процедура перераспределения капитала между сегментами рынка ценных бумаг	486
30.	<i>М. И. Кантолинский</i> Аномалии на российском фондовом рынке	488
31.	<i>В.Г. Киселев</i> Исследование операций в агростраховании	490
32.	<i>А.Ф. Колосков</i> Оптимальная стратегия страхователя в системе бонус-малус: непрерывный случай	492
33.	<i>А.Ф. Кононенко, В.В. Шевченко</i> О возможностях использования операционного игрового моделирования при управлении портфелем ценных бумаг	493
34.	<i>А.В. Кочетков</i> Индивидуальное (личное) финансовое планирование как инструмент эффективного управления финансами домашних хозяйств	495
35.	<i>Т.В. Лозовая</i> Практические примеры использования математических моделей для рынка деривативов	497
36.	<i>Я.М. Миркин</i> Мировая финансовая система 2020 – 2030	498

37. <i>Р.М.Нижегородцев, З.Р.Хакимов</i> Прогнозирование финансовых коллапсов и обвалов методами теории катастроф	501
38. <i>Д.А.Петров</i> Состояние и перспективы использования математических моделей в финансовой индустрии	503
39. <i>В.М.Полтерович, О.Ю.Старков</i> Проектирование выхода из институциональной ловушки (на примере ипотеки в России)	505
40. <i>М.В.Помазанов</i> Практические модели кредитного риск-менеджмента	508
41. <i>С.Н.Смирнов, В.А.Лапшин</i> Модели срочной структуры процентных ставок: соотношение безарбитражности и реалистичности	509
42. <i>Н.Ю.Смирнова</i> Управление личными финансами в посткризисный период	511
43. <i>А.Н.Сытов</i> Проблемы оперативного управления коалицией заёмщиков	512
44. <i>И.В.Трегуб</i> Применение адаптивных моделей для прогнозирования временных рядов финансовых инструментов	514
45. <i>И.В.Трегуб</i> Моделирование динамики телекоммуникационного рынка в целях повышения устойчивости экономики России	516
46. <i>Н.Н.Тренин</i> Финансовые рынки как инструмент распределения капитала	518
47. <i>Яновский Л.П., Владыкин С.Н.</i> Стратегии портфельного инвестирования с учетом инвестиционного горизонта и степени уклонения от риска инвестора	520
48. <i>Яновский Л.П., Владыкин С.Н.</i> Торговая стратегия на рынке FORTS с оценкой вероятности состояний скрытых Марковских цепей	522

Universal Risk Management Approach as a basis of managing of a commercial bank

G.G. Dimitriadi

The Finance Academy under the Government of the Russian Federation (Moscow, Russia)

Usually risk-management in a commercial bank is considered as a one of its internal activities. Top-management creates a special division, estimating and monitoring risks of a bank.

Unlike this situation Universal Risk Management Approach is a new bank-management concept, which states that all activities of the commercial bank (internal and external ones) can be considered and should be based on principles of risk-management. So management of a bank and its activities is a risk-management. Bank is always a commercial organization by its definition. It means that its goal is “to create a profit as a main goal of its activity”. As a result for bank shareholders (let’s use this term independently of a juridical form of holding of a bank) the main target of possessing of a bank is “creating of a profit”. The assumption of continuity of activity is made. Also it is assumed that bank shareholders and bank management organize a bank and its activity as a fully legal, responsible to meet all commitments undertaken organization, existing unlimitedly in time. Then the goal “creating of a profit”, stated by shareholders, is concretized as “in the given reporting period to create a profit, calculated by proper Financial Reporting Standards, not less then the value, established by shareholders, at conditions of legal and continuous activity”. Then the only risk, on which shareholders have an exposure, is a risk of “in the given reporting period not to create a profit, calculated by proper Financial Reporting Standards, not less then the value, established by shareholders, at conditions of legal and continuous activity”. Here “not to create” means “to create less profit then planned”.

To have profit as planned the shareholders should manage the risk of “to create less profit then planned”. But this risk can be split into a lot of components.

In Universal Risk Management Approach this split is made. It is shown that all bank staff, organizational structure, staff functions, activities and business processes are only the sub-items of a risk management technique.

О свойствах семейств функций рискованных предпочтений инвестора для CC-VaR

Г.А. Агасандян

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

На финансовых рынках действует неписаное правило, по которому увеличение риска инвестиции должно адекватно вознаграждаться повышением доходности. Предлагаемая работа ставит целью соотнести этот финансовый принцип с континуальным критерием VaR (см., например, [1-3]) в случае, когда функция рискованных предпочтений инвестора является элементом однопараметрического семейства функций, а параметр отражает рискованные предпочтения инвестора.

Континуальный критерий VaR (CC-VaR) состоит в выполнении неравенств $P\{q \geq \phi(\varepsilon; \lambda)\} \geq 1 - \varepsilon$ для *всех* $\varepsilon \in [0, 1]$, где $P\{M\}$ – вероятность множества M , q – случайный портфельный доход инвестора, $\phi(\varepsilon; \lambda)$ – монотонно возрастающая и непрерывная функция ε , задаваемая инвестором и определяющая его рискованные предпочтения, $\lambda > 0$.

Основными числовыми характеристиками оптимального портфеля инвестора являются средний доход $R(\lambda)$, инвестиционная сумма $A(\lambda)$ и средний относительный доход $r(\lambda)$. Имеют место

$$\text{формулы } R(\lambda) = \int_0^1 \phi(\varepsilon; \lambda) d\varepsilon, \quad A(\lambda) = \int_0^1 \phi(\varepsilon; \lambda) \gamma'(\varepsilon) d\varepsilon,$$

$$r(\lambda) = R(\lambda) / A(\lambda) = R(\lambda) / \int_0^1 \phi(\varepsilon; \lambda) d\gamma(\varepsilon).$$

Здесь функция $\gamma(\varepsilon)$ является ценовой функцией, определяемой соотношением прогнозной плотности вероятности и плотности рыночных цен базового актива, и такой что $\gamma'(\varepsilon) \geq 0$, $\gamma''(\varepsilon) \leq 0$. Функции $\gamma(\varepsilon)$ с такими свойствами назовем *допустимыми*.

Корректным назовем семейство, для которого при любой допустимой функции $\gamma(\varepsilon)$ оптимальный относительный доход $r(\lambda)$ является монотонно возрастающей функцией λ . *Некорректным* назовем семейство, не являющееся корректным. Анализ свойств семейства функций $\phi(\varepsilon; \lambda)$ проводится на основании нормированных функций $\phi_n(\varepsilon; \lambda) = \phi(\varepsilon; \lambda) / R(\lambda)$.

Достаточное условие корректности. Для любого λ существует кусочно-непрерывная функция $\varepsilon'(\lambda) \in (0, 1)$, такая что $\partial \phi_n(\varepsilon; \lambda) / \partial \lambda < 0$ при $\varepsilon \in (0, \varepsilon'(\lambda))$ и $\partial \phi_n(\varepsilon; \lambda) / \partial \lambda > 0$ при $\varepsilon \in (\varepsilon'(\lambda), 1)$.

Достаточное условие некорректности. Для семейства функций $\phi(\varepsilon; \lambda)$ существуют λ и $\varepsilon'(\lambda) > 0$, такие что $\partial \phi_n(\varepsilon, \lambda) / \partial \lambda > 0$ при всех $\varepsilon \in (0, \varepsilon'(\lambda))$.

Если производные $\partial \phi_n(\varepsilon, \lambda) / \partial \lambda$ претерпевают скачок (при сохранении непрерывности функции), то вместо производных следует анализировать разности.

Корректными оказываются следующие семейства функций ($\varepsilon \in [0, 1], \lambda > 0$):

1) $\phi(\varepsilon; \lambda) = \varepsilon^\lambda$; 2) $\{(\lambda\varepsilon - 1)/(\lambda - 1), \lambda \neq 1, \varepsilon, \lambda = 1\}$; 3) $1 - (1 - \varepsilon^\lambda)^{1/\lambda}$; 4) $(1 - \varepsilon)^v - 1, 0 < v < 1, v = \lambda/(\lambda + 1)$; 5) $(1 - \varepsilon)^v - v, 0 < v < 1, v = \lambda/(\lambda + 1)$.

Некорректным является семейство функций $\phi(\varepsilon; \lambda) = a\varepsilon + (1 - a)\varepsilon^\lambda$ (его задаем лишь при $\lambda > 1$), где для a возможны варианты: 1) $a = \text{const}, 0 < a < 1$; 2) $a = \alpha / \ln(k + m\lambda), \alpha \in [0, 1]; m > 0, k + m > e$; 3) $a = \alpha(d + \lambda)^{-n}, \alpha \in [0, 1]; d > 0, \{0 < n < 1 \parallel n \geq 1 \& (d + 1)^{n-1} \times (d + 1 - 2n) > \alpha\}$.

Для проверки достаточности условий *некорректности* в качестве допустимых применяются функции $\gamma(\varepsilon) = 1 - (1 - \varepsilon)^\mu$ с подходяще подобранным значением параметра $\mu > 1$. С их же помощью демонстрируется и корректность семейств.

Литература

1. Агасандян Г.А. Финансовая инженерия и континуальный критерий VaR на рынке опционов // Экономика и математические методы, 2005. Т. 41, №4. С. 88-98.
2. Агасандян Г.А. Основные теоретические схемы применения континуального критерия VaR. М.: ВЦ РАН, 2009 33с.
3. Agasandian G.A. Optimal Behavior of an Investor in Option Market / International Joint Conference on Neural Networks. The 2002 IEEE World Congress on Computational Intelligence (Honolulu, Hawaii, Mai 12-17, 2002). P. 1859-1864.

Эффект автокаталитичности на финансовых сетях

Е.И. Алексеева

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

С позиций нелинейной динамики и теории систем на сетях исследуется модель кредитного рынка. Рассмотрены приложения развитой автором теории к проблеме оценки устойчивости на подсетях, состоящих из однотипных узлов – банков или фирм. В рабо-

те Дж. Стиглица с соавторами [1] сделан упор на автокаталитичность экономических процессов. Заметим, что автокаталитичность в понимании классиков (Дж. Марри, И.Пригожин и др.) для биосцилляторов (колебательных, самовоспроизводящихся реакций) подразумевает наличие *обратных связей* (хотя бы одной обратной связи в цепочке реакций взаимопереходов). В работе [1] рассматриваются две подсети, которые получаются из общей сети путем проекции на множество банков (подсеть банков) и множество фирм (подсеть фирм), соответственно. В этих подсетях объекты, находящиеся в узлах, уже *однотипны*, что позволяет, в принципе, подобрав подходящую для описания точечную модель (скажем, для регионального производства – см.. например, [2, 3]) и, сделав соответствующую формализацию, опираясь на теории G-связных систем [4], получить серию математических результатов, содержательно интерпретирующих поведение как самых слабых («передовых») в отношении потери устойчивости (бифуркации) узлов (hubs – согласно [1]), так и всей системы в целом. Согласно упомянутой теории, если равновесные значения переменных во всех очагах региональной сети близки (т.е. набор участников достаточно гомогенный), то наличие связей повышает устойчивость такой региональной сети фирм. А если эти значения переменных существенно различаются и достаточно велики (набор фирм достаточно гетерогенный и сами фирмы довольно крупные), то связи между очагами в подсети Стиглица дестабилизирует такую региональную сеть фирм. Если же в региональной сети присутствует большое количество очагов различных типов (участники сети очень разношерстны – есть и крупные и мелкие), то, согласно теории, факторы, облегчающие связи между участниками, способствуют стабилизации всей региональной сети. Наличие же узлов, для которых возможен только односторонний поток (фирмы-доноры или фирмы-акцепторы), может привести к дестабилизации всей сети. При наличии узлов разных типов связи, при определенных (указанных в теории) условиях, могут как повышать, так и понижать устойчивость. Эффектом такой стабилизирующей системы обмена может стать накопление прибыли (денежных активов) в определенных узлах по сравнению с остальными узлами той же региональной сети фирм.

Одной из иллюстраций возможного формального подхода к анализу финансовых сетей может служить работа [5], где, пользуясь некоторыми соотношениями перехода характеристик от одно-

го узла сети к близлежащим, описана автоматная модель распространения «финансовой инфекции». Реализация данной модели позволила получить наглядное представление о динамике распространения финансового кризиса.

Обзор некоторых работ и подходов к изучению финансовых сетей приводится в [6].

Литература

1. De Masi G., Fujiwara Y., Gallegati M., Greenwald B., Stiglitz J.E. *An Analysis of the Japanese Credit Network*.// arXiv:0901.2384v1 [q-fin.ST] 16 Jan 2009. 21 P.

2. Пильник Н.П., Поспелов И.Г. *Описание целей деятельности фирмы в динамической модели экономического равновесия*//Сообщения по прикладной математике. Вычислительный центр РАН, Москва, 2009 г. 76 С.

3. Ерешко Ф.И., Лохныгина Ю.В. *Исследование моделей рефлексивных стратегий в управляемых системах* // Сообщения по прикладной математике. Вычислительный центр РАН, Москва, 2001 г. 38 С.

4. Алексеева Е.И. *Устойчивость связанных динамических систем в некоторых моделях биофизики, социологии, экономики* / Динамика неоднородных систем. ИСА РАН, Т. 39 (1), 2008 г., с. 166-177.

5. Reginald D. Smith. *The Spread of the Credit Crisis: View from a Stock Correlation Network*// arXiv:0901.1392v1 [cond-mat.stat-mech] 10 Jan 2009, 3P.

6. <http://www.financialnetworkanalysis.com/about-the-blog/>

Так ли уж плохо, что мы не умеем распознавать черных лебедей?*

Ф.Т. Алескеров, Л.Г. Егорова
НИУ ВШЭ

В книге Н.Н. Талеба «Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости», анализируя причины финансовых кризисов, автор делает вывод о том, что современные экономические модели плохо описывают реальность, т.к. не умеют предсказывать такие кризисы. Все неординарные события, в частности, кризисы, автор называет Черными лебедями – то есть событиями, обладающими следующими тремя характеристиками.

* Авторы благодарны за финансовую поддержку Лаборатории анализа и выбора решений НИУ ВШЭ и Научному Фонду НИУ ВШЭ (грант №10-04-0030).

«...Во-первых, оно *аномально*, потому что ничто в прошлом его не предвещало. Во-вторых, оно обладает огромной силой воздействия. В-третьих, человеческая природа заставляет нас придумывать объяснения случившемуся *после* того, как оно случилось, делая событие, сначала воспринятое как сюрприз, объяснимым и предсказуемым.»

Не будучи адептами каких-либо специальных взглядов, имеющих хождение в экономическом сообществе, мы попытались представить процессы, происходящие на бирже, в виде двух случайных процессов, один из которых происходит часто (нормальный режим), а другой – редко (кризис). В общем виде задача состоит в следующем.

На устройство поступает поток событий двух типов – типа Q (от слова *quick*) и типа R (*rare*). Каждый из них является простейшим. Интенсивность потока событий типа Q равна λ , интенсивность потока событий типа R равна μ , причем $\lambda \gg \mu$ (события типа Q происходят гораздо чаще событий типа R).

Задача устройства заключается в распознавании наступившего события X . Если наступило событие Q и устройство его идентифицировало верно, то оно поощряется получением небольшого вознаграждения a ; если же произошла ошибка, и событие Q было распознано как событие R , то устройство будет «оштрафовано» на величину b . Вероятности таких исходов известны и равны p_1 и q_1 , соответственно. Аналогично, для событий типа R , при правильной идентификации устройством наступившего события R выигрыш составляет величину c , причем $c \gg a$, а при неправильной – «проигрыш» составляет $-d$, и $d \gg b$. После каждого наступившего события величина полученного выигрыша/проигрыша прибавляется к предыдущей сумме. Математическое ожидание случайной величины выигрыша Z равно $E(Z) = \lambda t((1 - q_1)a - q_1 b) + \mu t((1 - q_2)c - q_2 d)$.

Пусть исследуемое устройство – это биржа, события Q и R – это “спокойная жизнь” и “кризис”. Событие X можно интерпретировать как некий сигнал, который поступает брокеру на бирже о состоянии экономики, о котором он должен решить, что означает этот сигнал – что экономика находится в “нормальном режиме”, либо наступает кризис. Величины a, b, c, d также имеют свое значение в такой интерпретации. Если наступило событие Q (эконо-

мика стабильна) и брокер его правильно распознал, то он может получить за это небольшой доход – величину a . Если событие Q будет принято за R , то он понесет небольшие потери – b . Если же наступило событие R (кризис) и не было распознано верно, то брокер понесет потери, намного большие – сумму $-d$. Если же он «угадает» наступление кризиса, то сможет на этом неплохо заработать – в случае правильной идентификации R брокер получает величину c .

Для оценки параметров модели будем использовать временной ряд доходности фондового индекса S&P500 с 1999 по 2009гг. Для определения параметров модели используем тот факт, что высокие значения волатильности индекса соответствуют падению индекса, а значит, говорят о кризисных событиях. Мы получили следующие оценки: $a = 7, -b = -7.5, c = 23.5, -d = -26$. Для таких оценок параметров вероятность ошибиться при распознавании частых событий оказывает несравненно более сильное влияние на ожидаемый выигрыш, что неудивительно при таких значениях остальных параметров. Фактически, достаточно распознавать события типа Q в половине случаев для обеспечения положительного результата всей игры.

Модельное описание банковской системы*

Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г.

*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,
Государственный Университет Высшая Школа Экономики*

В модели банковской системы России рассматривается единый агент типа банк, действующий в конкурентной среде и представляющий собой всю совокупность коммерческих банков. Поведение банка описывается принципом оптимальности: банк максимизирует поток дивидендов в рамках ограничений на управляемые переменные. Предполагается, что банк, в соответствии с принципом рациональных ожиданий, обладает точным прогнозом экзогенных для его задачи переменных (процентные ставки, валютный курс, норма резервирования и другие).

* Работа выполнена при поддержке грантов: РФФИ №09-01-13534_офи-ц; ПФИ ОМН РАН № 3 проект № 3.14; ПФИ Президиума РАН № 14 проект №109.

В качестве ограничений модели использованы балансовые соотношения и соотношения, найденные с помощью предварительно проведённого эконометрического анализа. Формально модель представляет собой детерминированную неавтономную динамическую задачу оптимального управления со смешанными ограничениями. Решение задачи ищется как седловая точка функционала Лагранжа. В результате поведение банка описывается решением краевой задачи для неавтономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями, начальными условиями на прямые переменные и терминальными условиями на двойственные переменные.

Решения $\lambda_i(t)$ дифференциальных уравнений $\dot{\lambda}_i(t) = f_i(\lambda_i(t), a_j, w_K(t))$ на двойственные переменные, где $a_j, w_K(t)$ множество параметров модели и экзогенные переменные, неустойчивы в прямом времени. В обратном времени они сходятся к единственному ограниченному решению $\hat{\lambda}_i(t)$ (магистральное свойство). Оказывается, что при «истинных» параметрах модели $\{a_j\}$, то есть таких, при которых модель лучше всего воспроизводит статистические данные, ограниченное решение $\hat{\lambda}_i(t)$ практически совпадает с решением $\tilde{\lambda}_i(t)$ квазистационарного уравнения $0 = f_i(\tilde{\lambda}_i(t), a_j, w_K(t))$, а остальные решения дифференциального уравнения быстро (за 1-2 периода) сходятся к $\tilde{\lambda}_i(t)$. При произвольных параметрах модели $\{a_j\}$ данный сильный магистральный эффект не наблюдается.

Сильный магистральный эффект позволяет заменить дифференциальные уравнения для двойственных переменных на квазистационарные уравнения и с помощью этого свести сложную краевую задачу к сравнительно более простой динамической задаче.

Имитационное моделирование рефлексивных взаимодействий групп трейдеров на финансовых рынках

А.М. Аникин

Московский физико-технический институт (ГУ)

В работе рассматривается пошаговая имитационная модель динамической системы финансового рынка, включающая в себя рефлексивные взаимодействия, описанные Джорджем Соросом. Рассматривается финансовый инструмент, первая компонента цены которого определяется фундаментальными показателями (в простейшем случае зависит определенным образом от времени):

$$P_f^t = F(t, x_1^t, \dots, x_n^t),$$

где $x_i^t (i=1, \dots, n)$ – значение i -го фундаментального показателя в момент времени t .

Вторая (спекулятивная) компонента определяется разностью между спросом и предложением на предыдущем шаге. Разность между спросом и предложением будем называть невязкой спроса и обозначать Q . Спекулятивная компонента цены в этих обозначениях:

$$P_c^t = G(Q^{t-1})$$

Итоговая цена (сумма компонент) является первой переменной динамической системы:

$$P^t = P_f^t + P_c^t$$

В качестве второй переменной динамической системы выступает невязка спроса инструмента (спрос и предложение по отдельности не рассматриваются, интересует лишь их разность), которая в свою очередь зависит от предыдущих ценовых движений и фундаментальных показателей: $Q^t = G(P^{t-1}, P^{t-2}, \dots, x_1^t, \dots, x_n^t)$

Все трейдеры разбиваются на группы, взвешенные ожидания игроков групп определяют общие ожидания рынка (невязку спроса). Основные группы трейдеров – фундаменталисты и чартисты. Фундаменталисты основывают свои предсказания на фундаментальном анализе, на предположениях об эффективности рынка. Чартисты придерживаются концепций технического анализа, строят прогнозы на основании предыдущих ценовых движений.

Трейдеры принимают решения о покупке, если вычисленная ими цена оказывается выше рыночной, что является сигналом то-

го, что товар недооценен, и наоборот. При этом прирост невязки спроса в данном случае зависит от величины несоответствия рыночной цены ожиданиям трейдеров.

Функция зависимости фактической цены от невязки спроса для фундаменталистов линейная. В случае с чартистами рассматриваются различные виды функциональных зависимостей.

На каждом шаге происходят переходы игроков между группами. Вероятности перехода определяются прибылями каждой из групп, если одна группа действует на предыдущем шаге успешнее, чем остальные, доля этой группы на рынке увеличивается. На каждом шаге вектор долей групп трейдеров на рынке умножается на вероятностную матрицу переходов, в результате чего получаются доли групп трейдеров на следующем шаге.

Основными параметрами вышеописанной динамической системы являются:

a – максимальный возможный прирост цены, вызванный спекулятивным спросом (как сильно может измениться цена за один шаг в результате ожиданий чартистов);

b – эластичность цены по спекулятивному спросу (частная производная цены по спекулятивному спросу);

c – эластичность цены по фундаментальному спросу (частная производная цены по фундаментальному спросу);

μ – внушаемость трейдеров (параметр, определяющий вероятность переходов трейдеров из группы в группу под влиянием сравнения своей прибыли с прибылью других групп).

В ходе имитационного моделирования получены траектории движения системы при различных значениях параметров, качественно исследованы зависимости траекторий системы от значений параметров. Также качественно исследована склонность системы к образованию спекулятивных пузырей (устойчивость).

Влияние неопределённых факторов на самофинансирование коалиции

О.Б. Байрамов

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН

Настоящая работа продолжает исследования работ [1,2,3]. Функционирование Коалиций заёмщиков (ссудно-сберегательных касс) сопряжено с рисками, обусловленными неопределенностью

факторов (процентных ставок на депозиты и кредиты, цен на жильё, динамики прихода новых членов и нештатных выбытий ранее пришедших членов Коалиций заёмщиков). В предыдущих работах оценка влияния изменения неопределённых факторов (процентных ставок на депозиты и кредиты, цен на жильё) проводилась методами статистических испытаний при задании сценариев реализации неопределённых факторов и последующей обработкой результатов расчётов. В работах [1,2] были получены теоретические результаты, которые устанавливали условия, при которых проявляется феномен самофинансирования ссудно-сберегательных касс в форме очереди равнозначных договоров. Чтобы оценить риски, была проведена серия вычислительных экспериментов, имитирующих функционирование очереди в условиях реального рынка. Все эксперименты продемонстрировали явное присутствие эффекта самофинансирования очереди. Технология исследований, разработанная в [1,2], распространяется на случай неопределённости в текущий момент относительно продолжительности очереди далее и количества и моментов нештатных выбытий в будущем уже пришедших участников Коалиций заёмщиков. Рассматривается набор вариантов стратегий для расчётов с моделью ссудно-сберегательных касс при исследовании формирования Коалиций заёмщиков и оперативном её управлении в динамике, когда априори неизвестно конечное число участников, и неопределённым фактором является выбытие участников, уже вступивших в Коалицию заёмщиков. Основная проблема состоит в разработке синтеза реакций системы на будущие изменения факторов процесса. Рассматривается случай, когда временно свободные средства Коалиций заёмщиков размещаются на внешних вкладах под рыночный процент ζ_t . Если очередь вынуждена прибегать к заимствованию средств на кредитном рынке на покупку жилья для клиента, то ставка равна текущей рыночной ставке γ_t . При этом ССК выдает клиенту кредит на недостающую сумму по ставке $\nu_k = \nu_t < \gamma_t$.

Динамика баланса очереди G_t описывается следующей формулой:

$$G_{t+1} = (1 + 0.01 \cdot \lambda_t)^t \cdot G_t + W_{t+1}^1 + W_{t+1}^2 - Y_{t+1}.$$
 Здесь: $\lambda_t = \zeta_t$, если $G_t > 0$ и $\lambda_t = \gamma_t$, если $G_t < 0$; W_{t+1}^1 – текущие вклады клиентов очереди, еще не получивших кредит; W_{t+1}^2 – текущие поступления

от возврата кредита клиентами очереди, купившими жилье; Y_{t+1} – текущие расходы на приобретение жилья для клиентов очереди. В докладе описываются возможные стратегии поведения в рассматриваемом случае. Аналогично работе [1] строится модель процесса изменения неопределённых факторов, по ней сгенерирован полигон из реализаций и на этом полигоне для очереди заданной длины подбирались такие минимальные кредитные ставки, при которых очередь оставалась неубыточной при всех реализациях. Имитационные прогонки демонстрируют достаточно высокий уровень устойчивости Коалиции заёмщиков.

Литература

1. Гасанов И.И. Организация ссудно-сберегательной кассы по принципу очереди. // Сообщения по прикладной математике ВЦ РАН. - М.: ВЦ РАН, 2006 г., 79 С.

2. Гасанов И.И. Вычислительные эксперименты с однородной очередью ипотечных контрактов, Труды конференции «Теория активных систем», М.: ИПУ РАН, 2007.

3. Байрамов О.Б., Сытов А.Н. Имитационное моделирование процесса функционирования судно-сберегательной кассы в условиях кредитных рисков. Труды конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» М.: ИПУ РАН, 2009, с. 236-238.

Выбор оптимальной стратегии на основе оценок динамики финансово-экономического состояния системы

М. З. Берколайко, Ю. В. Долгих
ООО «Инвестиционная палата»

Применению идей И. Б. Руссмана [1] к выбору стратегий поведения на фондовом рынке за последнее десятилетие посвящен ряд работ [3, 4], в которых выбор стратегии основан на нахождении наилучшей траектории движения в параллелограмме Руссмана.

Принципиальная новизна предлагаемого здесь подхода состоит в том, что положение точки увязывается и с ее расположением относительно начала координат (начало движения к цели), и с расположением относительно окончания процесса (точка С на рис. 1 в [2]). Это позволяет разбивать процесс движения системы к цели на 2 этапа, а затем выбирать один из двух вариантов: 1) при-

ложить наибольшие усилия на первом этапе, облегчая задачу окончательного достижения цели на втором; 2) учитывая инерционность, присущую началу любого процесса, ставить более скромные задачи на начальном этапе с тем, чтобы максимально эффективно двигаться на втором.

Перечислим некоторые способы оценки точек в параллелограмме. Для этого введем дополнительные величины, описывающие положение точки $M(t^*, A^*)$. Обозначим скорость равномерного движения из начала координат $O(0,0)$ в точку $M(t^*, A^*)$ как V^* , а скорость равномерного движения из данной точки в точку цели $C(t_{pl}, A_{pl})$ – как V^{**} . Если при этом вычисления производятся в безразмерных величинах, то $t_{pl}=1$ и $A_{pl}=1$. Тогда для характеристики состояния системы на некоторой траектории движения к цели предлагается использовать одну из следующих пар величин:

$$\begin{aligned} \text{А)} \quad P^*(M) &= \frac{V_{\max} - V^*}{1 + V_{\max} V^*} * \frac{1 + V_{\max} V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}} \quad \text{и} \\ P^{**}(M) &= \frac{V_{\max} - V^{**}}{1 + V_{\max} V^{**}} * \frac{1 + V_{\max} V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Б)} \quad P^*(M) &= \frac{V_{\min}}{V^*} * (1 - \tau^*) \quad \text{и} \\ P^{**}(M) &= \frac{V_{\min}}{V^{**}} * (1 - \tau^{**}), \end{aligned} \quad (2)$$

где τ^* и τ^{**} – время, в течение которого поддерживается скорость V^* и V^{**} соответственно.

В первом и во втором случае указанные величины позволяют охарактеризовать динамику достижения цели системой с учетом усредненной предыстории ее движения из начального состояния к текущему и учитывают таким образом «сложность» как уже пройденного этапа, так и предстоящего. Отличительной особенностью подхода А является то, что ему присуще сходство с оценкой вероятности достижения цели в условиях, когда предполагается, что система способна поддерживать любую скорость движения к цели в диапазоне от V_{\min} до V_{\max} сколь угодно долго. В случае Б предлагаемый способ вычисления оценок явным образом связывает между собой как величину допустимой скорости движения к цели, так и продолжительность интервала времени, в течение которого данная скорость должна поддерживаться.

Литература

1. Бабунашвили М. К., Бермант М. А., Руссман И. Б. Оперативное управление в организационных системах // Экономика и математические методы. 1971. Том 7, вып. 3.
2. Берколайко М. З., Долгих Ю. В., Иванова К. Г. Трудности в смысле И. Б. Руссмана и оценка надежности управления // Вестник ВГУ, Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2008. №2.
3. Берколайко М. З., Иванова К. Г. Управление портфелем ценных бумаг, основанное на системном подходе и нейросетевом моделировании // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского политехнического университета. 2008. №6.
4. Берколайко М. З., Руссман И. Б. О некоторых методах формирования и управления портфелем активов // Экономическая наука современной России: сб. науч. ст. 2004. Часть 1, 2

Принятие решений на основе интеграции математических моделей прогноза состояния экономических систем

В.А.Бывшев, А.И.Богомолов, В.И. Костюнин
Финансовая академия при Правительстве РФ

Эконометрическое моделирование и прогнозирование экономических процессов и систем является широко распространённой практикой, как в учебных процессах, так и в экономических исследованиях. Создание и ведение банков знаний математических моделей, имеющих общепринятые (стандартизованные) классификационные признаки, «погружённых» в единое информационное пространство (Интернет) будет способствовать дальнейшему развитию «индустрии знаний». Если прогнозные математические модели представлены в Интернет в стандартизованном виде, то в ряде случаев при решении практических задач они могут быть объединены в одну систему или одну, интегрированную модель. Пример положительного эффекта от интеграции нескольких моделей в одну являет собой использование статистической процедуры Эйткена [1] в системе массовой оценки стоимостных показателей объектов недвижимости г. Москвы. Разработка вышеназванной системы было поручено Правительством Москвы Финансовой академии при Правительстве РФ. Несколько исследовательских групп параллельно создавали модели массовой оценки стоимостных показателей объектов недвижимости, причём одной из

основных моделей системы оказалась эконометрическая нелинейная по параметрам модель массовой оценки объектов недвижимости г. Москвы. В качестве основного стоимостного показателя объекта недвижимости рассматривалась ставка арендной платы. С целью повышения точности массовых прогнозов ставок арендной платы была осуществлена интеграция прогнозов по разработанным моделям на основе статистической процедуры Эйткена [1], что дало возможность существенно повысить точность вычисляемых стоимостных характеристик объектов недвижимости. Ниже обсуждается идея данной интеграции. Обозначим символом P ставку арендной платы за объект недвижимости в текущем периоде. Величина P является искомой и подлежит оценке. Предполагаем, что имеется m эконометрических моделей, каждая из которых доставляет некоторую оценку величины P . Обозначим эти оценки символами $P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(m)}$ и составим из них вектор

$$P^T = \{P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(m)}\} \quad (1)$$

Задача заключается в вычислении комбинации \tilde{P} величин (1), такой, которая оказалась бы ближе к искомой величине P , чем каждая из оценок (1) в отдельности. Точная постановка этой задачи требует следующих предположений. Во-первых, предполагаем, что каждая оценка $P^{(i)}$ из набора (1) имеет структуру

$$P^{(i)} = P + u^{(i)}, \quad (2)$$

где $u^{(i)}$ – случайная ошибка оценки $P^{(i)}$. Во-вторых, постулируем, что ошибка $u^{(i)}$ обладает нулевым математическим ожиданием и некоторой дисперсией:

$$E(u^{(i)}) = 0, \quad \sigma_i^2 = \text{Var}(u^{(i)}) \quad (3)$$

Методику проверки предположения (3) рассмотрим ниже, а сейчас отметим, что систему равенств (2) можно с учётом (3) интерпретировать как систему уравнений наблюдений величины P (схему Гаусса – Маркова). Добавим, что в ситуации (3) мерой близости оценки $P^{(i)}$ к искомой величине P служит среднее квадратическое отклонение σ_i , причем равенства (3) равносильны равенствам :

$$E(P^{(i)}) = P; \quad \sigma_i^2 = \sigma_i^2. \quad (4)$$

Комбинацию \tilde{P} величин (1) определим так, чтобы одновременно оказались справедливыми два требования:

$$E(\tilde{P}) = P, \quad (5)$$

$$\sigma^2(\tilde{P}) \Rightarrow \min. \quad (6)$$

Это и будет означать более высокую точность величины \tilde{P} по сравнению с каждой оценкой $P^{(i)}$ в отдельности. Тестирование методики интеграции различных эконометрических моделей, относящихся к одному и тому же объекту, показало перспективность представленного выше подхода.

Литература

1. Бывшев В.А., Бабешко Л.О., Арсеньева Л.А. Алгоритм оценивания основных инвестиционных характеристик финансовых активов при помощи оптимальной статистической процедуры Эйткена. М., Управление риском, №4, 2000.

Об имитации управления на исторических рядах

И.И. Гасанов

Вычислительный центр имени А.А. Дородницына РАН

Практика управления, часто сталкивается с задачами, в которых неопределенность носит регулярный, но сложный для моделирования характер. В подобных случаях для поиска управлений часто используется т.н. оптимизация на исторических рядах наблюдений. Берутся уже известные данные о реализации неконтролируемых факторов в прошлом и ищутся такие правила управления, которые были бы эффективны, будь они применены в прошлом. За этим подходом стоит идея, что коль скоро неопределенность носит регулярный характер, то способ управления, который был бы успешным в течение достаточно продолжительного прошлого, будет таким и в будущем. Идея представляется рациональной, тем не менее, данный прием порождает определенные вопросы, в частности, связанные с тем, что управления и строятся, и оцениваются на одной и той же выборке. В докладе рассматривается серия постановок направленных на исследование данной проблемы.

Рассматривается модель управляемого марковского процесса с дискретным временем и бесконечным горизонтом. Случайный фактор предполагается стационарным. Ставится задача максимизации некоторого критерия Q как среднего ожидаемого значения платы h_t . Управления выбираются как функции из некоторого параметрического класса U_α . Таким образом, задача сводится к поиску наилучшего значения параметра α . Назовём её задачей 1. Далее предполагается, что переходная функция случайного про-

цесса исследователю не известна, однако ему известна конечная последовательность $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T$ реализаций процесса и начальное состояние системы. Рассматривается задача максимизации на множестве управлений U_α среднего значения платы h_t на временном интервале $[1, T]$ в предположении, что реализации случайного фактора на этом интервале соответствуют ряду наблюдений $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T$. Назовём её задачей 2.

Можно показать, что при очень широких условиях, охватывающих, на наш взгляд, большинство прикладных задач, сводящихся к задаче 1, верно следующее

Утверждение 1. Оптимальное значение критерия задачи 2 с ростом объема используемой выборки п.н. стремится к оптимальному значению критерия задачи 1.

(Строгие формулировки можно найти в работе [1]).

Часто, когда имеющиеся данные не позволяют построить достоверную модель случайного процесса или задача 1 слишком сложна для ее строгого решения, изучаемый случайный процесс заменяется другим, более простым, но все же, по мнению исследователя, отражающим существенные черты исходного процесса. Параметры этого вспомогательного процесса настраиваются на известном ряду наблюдений $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T$, и решается задача 1 с так модифицированным случайным процессом. Обозначим ее 1М.

Для той же модифицированной модели случайного процесса можно сформулировать задачу выбора её параметров таким образом, чтобы максимизировать среднее значение платы h_t на временном интервале $[1, T]$ при реализациях $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T$. Назовем ее задачей 2М. Можно показать, что асимптотически (с увеличением объема выборки $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T$) решение задачи 2М дает более эффективные решения задачи 1, чем решение задачи 1М при параметрах стохастической модели, настроенных на выборке $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T$ посредством какого-либо из традиционных статистических методов.

Разумеется, асимптотическое преимущество одного метода над другим не дает формальных оснований считать его эффективным в практических задачах, в которых выборки всегда ограничены, а зачастую недостаточно велики. Для оценки данного метода предлагается проведение экспериментов с использованием ком-

пьютерного моделирования.

Литература

1. Gasanov I.I., Raguiimov I.S. On Solution of Stochastic Control Problem by the Method of Optimization on Time Series. Hawaii International Conference on Statistics and Related Fields, 2003.

Проблема преследования: метод предварительной оценки карт

В.А. Герасимов, О.Н. Канева

Омский государственный технический университет

В работе рассматривается проблема преследования в играх [1]. Рассмотрим игровую карту, представленную совокупностью проходимых и непроходимых равных квадратных ячеек. Выделяются две ячейки карты: «вход» и «выход». Видимость карты игроком ограничивается радиусом R . Дополнительно по карте перемещаются несколько неигровых персонажей, которые «не знают» местоположение игрока, и задача которых заключается в преследовании игрока.

Методы решения поставленной проблемы требуют, чтобы неигровые персонажи были в состоянии предсказывать местоположение игрока. В простейшем случае они могут просто двигаться в случайных направлениях. Как только игрок попадает в область видимости неигрового персонажа, дальнейшее преследование осуществляется при помощи соответствующих алгоритмов [1]. Таким образом, первоочередной задачей становится задача оценки вероятности появления игрока в той или иной ячейке карты.

Предлагаемый в работе метод заключается в предварительной оценке карт таким образом, чтобы учитывать вероятности появления игрока в той или иной ячейке карты. Метод состоит из трех этапов:

- 1) этап инициализации;
- 2) этап обучения;
- 3) этап корректировок.

На этапе обучения основные вычисления происходят в матрице весов A^k , которая определяется следующим образом:

$$A_{n \times m}^k = \begin{pmatrix} a_{00}^k & a_{01}^k & \dots & a_{0m}^k \\ a_{10}^k & a_{11}^k & \dots & a_{1m}^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n0}^k & a_{n1}^k & \dots & a_{nm}^k \end{pmatrix},$$

где k – номер игровой сессии, элемент матрицы $a_{ij} \geq 0$ соответствует ячейке карты $[i, j]$, $i = \overline{0, n}$ и $j = \overline{0, m}$.

В ходе k -й игровой сессии игрок покрывает некоторый путь P^k , содержащий s ячеек карты. На величину s накладывается следующее ограничение: $0 < s \leq n \cdot m$. В конце игровой сессии происходит перерасчет значений в матрице A^k :

где c – дополнительный коэффициент корректировки, – среднее значение веса матрицы A^k . Величина a_{ij}^{k+1} берется равной нулю, если .

После вычисления новых значений весов производится их сглаживание и вычисление матрицы прогноза S^k . Для этой цели используется метод экспоненциального сглаживания:

$$S_{n \times m}^k = \begin{cases} A^1, & k = 1, \\ A^k \alpha + S^{k-1} \cdot (1 - \alpha), & k > 1, \end{cases}$$

где α – коэффициент сглаживания. При $\alpha = 1$ предыдущие наблюдения полностью игнорируются, а при $\alpha = 0$ игнорируются текущие наблюдения. Метод экспоненциального сглаживания дает возможность получить оценку параметров, характеризующих не средний уровень процесса, а тенденцию, сложившуюся к моменту последнего наблюдения.

Для получения прогноза на основе предложенного метода необходимо опытным путем подобрать два коэффициента: дополнительный коэффициент корректировки s и коэффициент сглаживания α .

Литература

1. Bourg D., Seeman G. AI for Game Developers. – O'Reilly, 2004. – 400 с.

Российский рынок структурированных продуктов

М. Ю. Глухов
ООО «МГ Софт»

Агентство структурированных продуктов

Российский рынок структурированных продуктов находится пока на начальной стадии своего развития, однако постепенно развивается и в перспективе может начать играть значительную роль.

Под структурированными продуктами (СП) мы будем понимать розничные инвестиционные финансовые продукты, построенные на основе деривативов, вне зависимости от способа их оформления (юридической формы). Таким образом, к данной категории мы относим индексируемые депозиты, структурированные облигации, ноты и сертификаты и др.

Первые розничные инвестиционные структурированные продукты были предложены в 2005 году банком Юниаструм (продукт назывался Fusion). Впоследствии они начали предлагаться Ситибанком, КИТ Финанс и другими банками и ИК. Последним значимым событием на рынке СП стал выпуск компанией Тройка Диалог в июне 2009 года облигаций, привязанных к индексу РТС.

Участников российского рынка структурированных продуктов можно разделить на следующие основные группы.

1) ИК и банки с наиболее развитым бизнесом по выпуску СП. Сильнее всего выделяются на рынке структурированные продукты КИТ Финанс, БКС и Тройки Диалог.

2) ИК с менее развитым бизнесом по выпуску СП. Обычно такие продукты формируются в рамках доверительного управления и строятся путем комбинации облигаций и биржевых опционов, торгуемых на ФОРТС (реже – внебиржевых опционов).

3) Структурированные продукты иностранных банков. Подобные продукты являются иностранными ценными бумагами, являются наиболее сложными с точки зрения своего устройства и предлагаются в России инвесторам с высоким уровнем капитала.

С точки зрения внутреннего устройства, имеющие на российском рынке СП можно классифицировать следующим образом.

1) СП со стандартными опционами – большинство российских СП относятся к данной группе.

2) СП, включающие бинарные опционы – некоторые СП на

российской рынке содержат простейшие экзотические опционы – бинарные.

3) Более экзотические продукты.

Большинство предлагаемых СП имеют защиту капитала и являются «бескупонными» (не содержат промежуточных платежей).

Существуют СП, рассчитанные на различные **сценарии движения рынка**: на рост (чаще всего), на падение, а также на движение рынка в боковом коридоре (такой продукт имеется, например, у БКС).

Сроки предлагаемых СП колеблются от 3 месяцев до 2 лет – т. е. в целом российские СП являются более «короткими» по сравнению со своими западными аналогами.

Существует несколько **способов оформления** структурированных продуктов, применяемых на российском рынке.

1) Индексированный депозит – банковский вклад с плавающей процентной ставкой.

2) Облигация с плавающим купоном.

3) Договоры доверительного управления и брокерские договоры.

4) Другие юридические формы СП.

Можно выделить следующие базовые активы, наиболее часто встречающиеся в СП на российском рынке.

1) Индекс РТС – наиболее популярный актив.

2) Акции.

3) Товары.

4) Валютные курсы – распространены не слишком сильно в качестве базового актива СП.

5) Процентные ставки – распространены еще меньше.

6) ADRs, GDRs на российские акции.

7) Зарубежные индексы и индексы.

Развитие российского рынка СП сдерживают следующие **факторы**.

1) Законодательные проблемы.

2) Проблемы, лежащие на стороне предложения – недостаток опыта российских банков и ИК для выпуска СП.

3) Проблемы, лежащие на стороне спроса – недостаточная осведомленность и компетентность российских инвесторов.

Тем не менее, существуют основания полагать, что в буду-

шем российский рынок структурированных продуктов будет развиваться и рано или поздно займет ту же нишу, которую он занимает на развитых рынках.

Коинтеграция и хеджирование

Д.Ю. Голембиовский

Банк ЗЕНИТ, Москва,

Московская финансово-промышленная академия

Основополагающая работа по коинтеграции была опубликована R.F. Engle и C.W.J. Granger в 1987 году [1]. Традиционный портфельный анализ рассматривает корреляцию изменений цены активов. Для получения соответствующих оценок ценовые данные дифференцируются, в результате чего из данных удаляются долговременные тренды.

Коинтеграция и корреляция – связанные, но различные понятия. Высокая корреляция доходностей не обязательно влечет высокую коинтеграцию между ценами. В экономике наиболее часто встречается обратная ситуация, когда коинтегрированные временные ряды имеют слабую корреляцию приращений.

Простое формальное определение коинтеграции состоит в следующем. Нестационарный временной ряд, который становится стационарным после n - кратного дифференцирования, называется интегрированным порядка n и обозначается $I(n)$. Два интегрированных временных ряда x и y коинтегрированы, если существует линейная комбинация данных рядов z , которая стационарна. Т.е., существует такое α , что $z = x - \alpha y \sim I(0)$. Более общее определение коинтеграции приведено в [1] и [2]. Исследование коинтеграции дало толчок развитию новых подходов к управлению портфелем, которые учитывают долговременные тенденции. Во избежание арбитражных возможностей, коинтеграция должна учитываться и при ценообразовании опционов. Коинтеграция создает новые возможности кросс-хеджирования, основанные на долговременной связи различных активов.

В докладе показывается, что доходность портфеля российских рублевых корпоративных облигаций коинтегрирована, в частности, со следующими активами: индекс РТС, цена нефти, индекс акций английских предприятий FTSE 100, индекс немецких акций DAX, европейский индекс акций EURO STOXX 50. Рассматривается формирование хеджирующего портфеля из фьючер-

сов на перечисленные виды активов.

В качестве портфеля российских облигаций рассматривается индексный портфель ZETBI-Corp, который ежедневно рассчитывается банком ЗЕНИТ [3]. Для проведения эксперимента предполагается, что в момент начала расчета данного индекса (14.03.02) в соответствующий портфель вкладывается 1 000 000 000 руб. Индикатором для открытия хеджирующей позиции служит определенный уровень value-at-risk (VaR) портфеля ZETBI-Corp.

Для определения размера хеджирующих позиций использовалась наиболее простая линейная модель коинтеграции временных рядов без трендов и лаговых зависимостей. Снижение портфеля в период кризиса 2008 года достигло 198 млн. руб. Положительная вариационная маржа по фьючерсным контрактам на конец 2008 года составила 81 млн. рублей.

Таким образом, использование хеджирования, основанного на коинтеграционных зависимостях, позволило бы существенно смягчить последствия кризиса для рассматриваемого портфеля облигаций. Заметим, что закрытие позиций по облигациям в предкризисный период было невозможным ввиду катастрофического снижения ликвидности. В то же время, рассматриваемые рынки производных инструментов в это время сохраняли ликвидность и могли быть использованы для осуществления хеджирования.

Литература

1. Engle R.F., Granger C.W.J. (1987) "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing". *Econometrics* 55:2, pp.318-327.
2. Engle R.F., Yoo B.S. (1987) "Forecasting and testing in cointegrated systems". *Jour. Econometrics* 35, pp. 143-159.
3. Банк ЗЕНИТ [Электронный ресурс] – режим доступа: www.zenit.ru, свободный.

О целесообразности диверсификации аукционной заявки

М.А. Горелов

Вычислительный центр имени А.А. Дородницына РАН

Рассмотрим модель американского аукциона по первичному размещению дисконтных облигаций, позволяющую определить оптимальное число конкурентных предложений.

Будем считать, что зафиксирован плановый период, начало которого совпадает с днем проведения аукциона, а конец – с днем

погашения облигаций. Предположим, за привлечение в день аукциона средств в объеме V в конце планового периода придется заплатить сумму $A(V)$. Пусть имеются альтернативные способы вложения денег такие, что при вложении суммы V в конце планового периода можно получить прибыль $D(V)$.

Особый практический интерес представляет случай, когда $D(V)$ – кусочно-линейная неубывающая вогнутая функция, имеющая k точек излома и постоянная при достаточно больших значениях V . Это соответствует тому, что у оперирующей стороны имеется $k-1$ способ альтернативного вложения средств, каждый из которых ограничен по объему инвестируемых денег.

Аукционную заявку будем характеризовать объемом средств v_p , включенных в конкурентное предложение по цене p (по традиции цены измеряются в долях номинала N). Цену отсечения P на данном аукционе будем считать случайной величиной. Вероятность того, что значение цены отсечения будет равно P , обозначим μ_p . Считаем, что оперирующая сторона стремится максимизировать математическое ожидание прибыли, то есть ее функция выигрыша имеет вид

$$\sum_P \mu_p \left[N \sum_{p \geq P} \frac{v_p}{p} - \sum_{p \geq P} v_p + D(V - \sum_{p \geq P} v_p) - A(V) \right],$$

которая максимизируется по переменным v_p и V при естественных ограничениях $\sum_p v_p = V$, $v_p \geq 0$.

При сделанных предположениях оптимальная заявка содержит не более $k+1$ конкурентных предложений. Ее конкретная структура может быть найдена следующим образом.

Пусть $s = (s^1, s^2, \dots, s^k) \in [0, 1]^k$, $s^0 = 0$, $s^{k+1} = 1$, d^i обозначает угловой коэффициент i -го участка кусочно-линейной функции $D(V)$, а v^i – объем i -го конкурентного предложения ($i=1, \dots, k+1$).

Рассмотрим задачу максимизации функции

$$\sum_P \mu_p \left[N \sum_{i=1}^{k+1} \frac{v^i}{p^i(s)} - \sum_{i=1}^{k+1} v^i + D\left(V - \sum_{i=1}^{k+1} v^i\right) - A(V) \right],$$

где максимум ищется по переменным v^1, v^2, \dots, v^{k+1} и V , удовлетворяющих условиям $\sum_{i=1}^{k+1} v^i = V$, $v^i \geq 0$ и переменным s^1, s^2, \dots, s^k , для которых выполняются неравенства $0 \leq s^1 \leq s^2 \leq \dots \leq s^k \leq 1$.

При этом цена $p^i(s)$ является точкой максимума функции

$$\left[\left(\frac{N}{p} - 1 - d^i \right) \sum_{p \leq p} \mu_p \right]$$

по значениям цены p , удовлетворяющим неравенствам $s^{i-1} \leq p \leq s^i$.

Если оптимальные значения v^i положительны, а числа $p^i(s)$ попарно различны, то оптимальная заявка будет содержать $k+1$ конкурентное предложение. Иначе их может быть меньше.

Отметим качественные выводы, которые позволяет сделать рассмотренная модель.

- Целесообразность диверсификации заявки определяется готовностью оперирующей стороны идти на риск (ориентироваться на математическое ожидание).
- Количество конкурентных предложений в аукционной заявке определяется видом функции $D(V)$, описывающей альтернативные способы инвестирования денег.
- От вида функции $A(V)$, описывающей возможности по привлечению средств, число конкурентных предложений зависит лишь опосредованно.

Система оценки открытых ПИФов

А.П. Горяев

Российская экономическая школа

Российский фондовый рынок всегда был крайне волатильным. В таких условиях крайне важной оказывается способность управляющих к таймингу рынка. Наиболее успешным управляющим удается получать прибыль при росте рынка и ограничивать убытки при его падении за счет перебалансировки своего портфеля. Стандартные подходы к рейтингованию фондов (например, на основе альфы Дженсена и коэффициента Шарпа) плохо работают на таком экстремальном рынке. Поэтому мы представляем новую систему оценки открытых ПИФов, разработанную Российской экономической школой (РЭШ).

Наша система оценки ПИФов включает показатели риска и доходности, которые характеризуют степень агрессивности и успешности инвестиционной стратегии фонда за последние 3 года. Успешность фонда измеряется на основе сравнения его доходности с другими фондами из той же категории за временные интервалы, соответствующие разным типам рынка.

Сравнительный анализ доходности и риска фондов проводится в рамках трех основных категорий открытых ПИФов: акций, смешанных инвестиций, облигаций. При расчете учитываются только те фонды, размер (СЧА) которых не ниже минимального порога для новых фондов согласно требованиям ФСФР (10 млн. руб.). Кроме того, из расчета исключены узкоспециализированные фонды, которые привязаны к определенной отрасли. Таким образом, анализ и сравнение проводятся только для достаточно крупных фондов из одной категории, которые имеют схожие возможности для диверсификации.

Агрессивность инвестиционной стратегии фондов оценивается на основе их систематического риска (коэффициент бета по отношению к средневзвешенному индексу категории) и общего риска (среднеквадратическое отклонение доходностей). Фонд имеет высокий/средний/низкий уровень риска, если он попадает в верхнюю/среднюю/нижнюю треть фондов по агрегированному показателю риска в своей категории.

Показатели успешности рассчитаны на основе динамики стоимости пая фондов в течение трехлетнего периода. Этот период разбит на временные интервалы, каждый из которых представляет собой один из характерных типов рынка. Для фондов акций и смешанных инвестиций мы выделяем три типа рынка: рост, «пила» (близкая к нулю доходность при высокой волатильности) и падение. Успешность фонда на каждом типе рынка оценивается на основе его доходности в соответствующих интервалах. Лучшие 20% фондов в категории получают оценку А, следующие 20% - оценку В и далее – оценки С, D и E (худшие 20%).

В итоге каждый фонд получает тройную оценку, которая показывает его *средний относительный* результат на бычьем рынке, «пиле» и медвежьем рынке. Например, оценка А/В/D означает, что фонд использует агрессивную стратегию, обгоняя большинство фондов акций на растущем рынке, но отставая от них на падающем рынке.

Для фондов облигаций мы оцениваем успешность их работы на двух типах рынка – бычьем и медвежьем.

Следует подчеркнуть, что наши оценки успешности не являются рейтингом, поскольку не делают в явном виде поправки на риск. Мы сравниваем доходность фондов на разных типах рынка, что, впрочем, дает нам возможность делать выводы о стабильности результатов ПИФов.

Программа "Магистр финансов" РЭШ

А.П. Горяев

Российская экономическая школа

В январе 2007 г. Российская экономическая школа открыла новую программу «Магистр финансов» при поддержке Morgan Stanley для профессионалов среднего звена, работающих в финансовой сфере. Обучение на ней происходит без отрыва от работы и занимает два года.

Программа «Магистр финансов» РЭШ помогает решить две проблемы, стоящие перед профессионалами, работающими в российской финансовой индустрии: отсутствие качественного финансового образования в России и растущую сложность работы в финансовом секторе. В отличие от традиционных магистерских программ, предлагаемых российскими университетами, которые уделяют основное внимание банковскому делу и бухгалтерскому учету, программа MiF делает акцент на изучение финансовых рынков и корпоративных финансов. Такой комплексный подход необходим для успешной карьеры в каждом из направлений.

Выпускники программы получают основательную подготовку в области современной теории и практики инвестиций и финансовой политики корпораций, а также навыки строгого аналитического мышления, являющегося ключевым качеством при принятии решений в современной стремительно меняющейся финансовой индустрии.

Программа «Магистр финансов» РЭШ дает своим студентам знание современных финансов и методологию применения этих знаний к реальным задачам. Выпускники программы понимают теоретическое обоснование, сильные и слабые стороны современного инструментария и умеют строить финансовые модели, приспособленные для решения конкретных задач.

Ядро программы состоит из обязательных курсов по экономике и по финансам: Финансовые рынки и инструменты, Финансовый анализ и учет, Макроэкономика, Экономика управления и стратегии, Корпоративные финансы, Финансовая эконометрика, Портфельная теория и управление инвестициями.

Вдобавок к ним студенты выбирают индивидуальный набор элективных курсов, в который входят Банковское дело, Риск менеджмент, Слияния и поглощения, Международные финансы, Прямые инвестиции и венчурный капитал, Этика в бизнесе и др.

Обучение ведется с учетом последних результатов научных исследований в области финансов. Основное внимание уделяется изучению тем, наиболее релевантных для бизнеса, их теоретическому обоснованию с пониманием экономической интуиции. Для прохождения курса от участников программы требуется проработка учебных материалов (лекции, отдельные главы из книг и научные статьи), выполнение домашних заданий и экзаменов. Значительная часть учебного процесса посвящена разбору кейсов из практики современного российского и зарубежного бизнеса. В отличие от традиционных лекций, обучение в MiF включает в себя работу в группах и тесное взаимодействие профессоров и студентов.

Программа «Магистр финансов» опирается на штатный преподавательский состав РЭШ в области экономики и финансов, а также на приглашенных профессоров лучших университетов и бизнес-школ мира. Ключевое преимущество программы – это и ее уникальное сотрудничество с частным сектором. Лидеры российского и международного финансового сообщества участвуют в формировании учебной программы, читают гостевые лекции и преподают целые курсы. Это сотрудничество помогает программе реализовать задачу по обеспечению студентов навыками, основанными на новейших достижениях финансовой науки и применимых в сегодняшних реалиях современных финансов.

Задача оптимального выбора набора премий в страховании жизни

Д.В.Денисов

*Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова*

Задача выбора нагрузок при расчете нетто-премий в страховании жизни связана с задачей расчета резервов, эта задача решается на основе рекуррентных соотношений для резервов [1]:

$${}_kV + P + c_k - e_k + u(k) = vq_{x+k} S_{k+1}^d + vp_{x+k} ({}_{k+1}V + u(k+1)), \quad (1)$$

где x – возраст застрахованного на момент заключения договора, $u(k)$ – прибыль на начало $k+1$ – го года, ${}_kV$ – математический резерв, вычисляемый непосредственно перед внесением k – ой премии, c_k – нагрузка к премии $k+1$ – го года, v – дисконтирующий

множитель, p_{x+k} - вероятность дожития до возраста $x+k+1$ при условии дожития до возраста $x+k$, $q_{x+k}=1-p_{x+k}$, S_{k+1}^d - страховая сумма по случаю смерти на $k+1$ - ом году. Прибыль $u(k)$ формируется с целью дополнительной выплаты страхователю в конце срока для предотвращения досрочного прекращения действия полиса. Из (1) следует, что нагрузки к нетто-премии P удовлетворяют соотношениям

$$c_k = vp_{x+k}u(k+1) - u(k), k=0,1,2,\dots \quad (2)$$

Условие продолжения договора на $k+1$ - й год представим как

$$(u(k)+{}_nV) \cdot {}_{n-k}E_{x+k} \geq {}_nV, k=1,2,3,\dots \quad (3)$$

При условии $u(0)=0$ величина прибыли линейно выражается через

$\{c_k\}$: $u(k) = \sum a_j \cdot c_j, k=1,2,3,\dots$ Задача оптимизации набора пре-

мий теперь представляется в виде задачи оптимизации

$$\sum_{k=0}^{n-1} {}_kE_x c_k \rightarrow \min \text{ при условиях (2,3)}$$

Литература

1. N.L. Bowers, H.U. Gerber, J.C. Hickman, D.A. Jones, C.J. Nesbit. Actuarial Mathematics. The Society of Actuaries, 1986

Инжиниринг сферы финансовых услуг в российской экономике

И.В. Добашина

Финансовая академия при Правительстве РФ

Доля финансовых услуг в развитых странах достигает 5 – 8% валовой добавленной стоимости (см.таблицу). В развивающихся экономиках, приближенных по уровню к индустриальным (Корея, Чехия, Венгрия), ситуация аналогична.

Доля финансовых услуг в валовой добавленной стоимости, %

Страна	1990	1995	2000	2005	2007
Швейцария	13,2	12,7	...
Ирландия		8,0	7,2	10,1	10,6
Турция	7,4	8,0	8,9

США	6,0	7	7,6	8,0	7,9
Португалия	...	4,4	6,1	7,8	...
Великобритания	5,5	7,1	7,7 (2006)
Австралия	6,9	6,9	7,1	7,4	7,8
Нидерланды	6,0	6,1	6,1	6,8	7
Япония	5,8	6,3	...
Испания		4,0	4,6	5,9	6,9
Корея	5,8	6,5	6,8
Польша	...	2,5	4,9	5,5	6,5
Франция	5,1	5,3	5,5
Венгрия	3,3	5,3	5,2
Италия	4,3	4,4	4,7	4,8	5,2
Россия	...	1,6	1,6	4,0	4,6
Норвегия	3,2	3,2	3,0	4,0	4,3

- в малых экономиках - международных финансовых центрах (Швейцария, Люксембург), доля финансовых услуг – в силу специализации страны – может достигать **12 – 25% валовой добавленной стоимости**. Аналогично – в малых экономиках, проводивших в 2000-е гг. политику создания финансовых центров, «финансовых бумов» (Ирландия, Исландия - около 10% валовой добавленной стоимости);

- **США и Великобритания**, как мировые финансовые центры, формируют за счет финансовых услуг примерно **8% валовой добавленной стоимости** (один из самых высоких уровней этого индикатора в мире);

-рост финансовой глубины российской экономики, «созревание» ее развивающегося рынка **расширили в РФ вклад финансовых услуг в валовую добавленную стоимость** с 0,5 – 0,6% в 1996 – 97 гг. до более 4% перед кризисом (2007 г.).

Ориентиры инжиниринга сферы финансовых услуг в России должны основываться на глобальных тенденциях, действующих десятилетиями:

- **рост доли финансовых услуг в валовой добавленной стоимости до 6 – 8%**. В 21 из 24 стран (табл. 1) доля финансовых услуг существенно выросла в 1990 – 2000-е гг. Этот процесс подтверждается данными, имеющими глубокую ретроспективу. В 1947 г. финансовые услуги формировали 2,3% валовой добавленной стоимости США, в 1967 г.-3,8%, в 1987 г.-5,8%, в 2007 г.-7,9% ;

-диверсификация финансовых услуг, падение доли банковских услуг до 50 – 60%, рост роли услуг на финансовых рынках. В США доля коммерческих банков в финансовых активах упала с 29,8% в 1990 г. до 22,5% в 2007 г. (в 1900 г. этот показатель составлял 52 – 53%, в 1945 г. – около 40%). Одновременно - увеличение доли институтов фондового и срочного рынков. Аналогично – по многим другим странам.

Фундаментальные причины этих тенденций: **рост финансовой глубины** (financial depth) мировой экономики по мере глобализации и перехода всё большей группы стран на более зрелую стадию развития; **«финансиализация» экономики, секьюритизация финансовой сферы;** ее **глобализация.** Всё это – объёмные процессы, не имеющие отношения к «отрывам» финансового оборота от реального, ведущим к кризисам.

Литература

1. Yuskavage Robert E., Fahim-Nader Mahnaz. Gross Domestic Product by Industry for 1947–86. New Estimates Based on the North American Industry Classification System. – US Bureau of Economic Analysis, Survey of Current Business, December 2005

2. Litan Robert E. What Should Banks Do? – Wash.: The Brookings Institution, 1987. – P. 18

Одна задача управления портфелем облигаций
В.Н. Домрачев, Т.А. Бардадым, Ю.П. Лаптин, А.П. Лиховид
ГУ Информационно-Коммуникационных Технологий, Киев
Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев

Рассматривается задача управления портфелем облигаций на временном интервале $[1, \dots, T]$. Выплаты по облигациям, операционные издержки и разница цен продавца и покупателя считаются постоянными. Случайными являются краткосрочные процентные ставки и цены облигаций во времени (как функция краткосрочных процентных ставок). Заданы: величина начального капитала в безрисковых активах, внешние поступления в каждый момент времени, денежные поступления от облигаций, выраженные как отношение к их номинальной стоимости, а также график погашения задолженностей. Необходимо определить объёмы покупки и продажи облигаций в каждый период времени таким образом, чтобы обеспечить график погашения задолженностей и максимизировать конечный капитал (наличный плюс стоимость портфеля

облигаций).

Задача формулируется как многоэтапная задача стохастического программирования. Для ее приближенного решения формируется дерево возможных сценариев и детерминированный аналог исходной задачи, являющийся вложенной квазиблочной задачей выпуклого программирования.

В докладе рассматриваются: декомпозиционная схема решения детерминированного аналога исходной задачи, особенности программной реализации схемы декомпозиции, различные подходы к формированию дерева возможных сценариев и соответствующие программные средства.

Результаты вычислительных экспериментов продемонстрировали существенное сокращение времени поиска приближенных решений при использовании схемы декомпозиции по сравнению с использованием стандартных пакетов для решения задач линейного программирования.

Фрактальный анализ временных рядов в задачах прогноза

М. М. Дубовиков, Н. В. Старченко

ЗАО «Управляющая компания» ИНТРАСТ»

Начиная с конца прошлого века, тема хаотических временных рядов уверенно занимает одно из лидирующих положений в научных журналах, даже таких, как Nature или Science. Причем ряды рассматриваются самые разные, начиная от традиционных (геофизических, экономических, медицинских) и заканчивая теми, которые стали популярными сравнительно недавно (ежедневные вариации уровня преступности или ДТП в регионе, колебания запросов определенных сайтов в Internet и т.д.). Надежно установлено, что эти ряды на разных масштабах выглядят примерно одинаково. Основной характеристикой таких самоподобных структур, как известно, является размерность D , введенная Хаусдорфом еще в 1919 году для компактного множества в произвольном метрическом пространстве [1]. Особая важность этой характеристики связана с тем, что она определяет показатель Херста H , который является показателем устойчивости тренда (направленного движения ряда вверх или вниз). Для широкого класса процессов (например, для гауссова случайного процесса) $H=2-D$. Между тем, на практи-

ке, для надежного вычисления D (или H) требуется слишком большой репрезентативный масштаб, содержащий несколько тысяч данных [2], внутри которого, временной ряд много раз меняет характер своего поведения. Это связано с тем, что с одной стороны, реальные временные ряды всегда имеют минимальным масштаб структуры δ_0 , с другой же стороны, приближение к соответствующему асимптотическому режиму обычно является слишком медленным. Как показано в [3], чтобы определить размерность D локально (т.е. на масштабах, порядка характерного масштаба основных динамических состояний процесса), для ее вычисления следует использовать выражение:

$$V_f(\delta) \sim \delta^{-\mu} \quad \text{при } \delta \rightarrow 0, \quad (1)$$

где

$$V_f(\delta) \equiv \sum_{i=1}^m A_i(\delta), \quad (2)$$

$A_i(\delta)$ является разностью между максимальным и минимальным значением ряда на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$, $t_i - t_{i-1} = \delta = (b - a) / m$, ($i = 1, 2, \dots, m$), $\mu = D - 1$. Причем быстрый выход функции $V_f(\delta)$ на асимптотический режим (1), получается при таком способе вычисления D автоматически. Это позволяет для надежного определения D использовать масштаб, содержащий всего лишь несколько десятков значений. Анализ финансовых рядов с помощью этого показателя позволяет на основе эмпирических данных строго обосновать эффект увеличения крупномасштабных флуктуаций при подавлении мелкомасштабных.

В настоящей работе представлен индикатор, построенный на основе указанного эффекта. В нем использован агрегированный индекс, включающий в себя наряду с DJIA и RTS все основные мировые фондовые индексы. Агрегирование индексов здесь проводится для того, чтобы уменьшить число экзогенных факторов, исключив фактор влияния фондовых рынков разных стран друг на друга. Индикатор показал резкое уменьшение мелкомасштабных флуктуаций, начиная с 2001 года, два раза. Первый раз - в декабре 2004 года, после чего через полгода последовал бурный рост всех индексов, который продолжался около двух лет. Второй раз - в апреле 2008 года, после чего также примерно через полгода в связи с кризисом произошло резкое падение всех индексов.

Литература

1. Hausdorff F., Dimesion und Ausseres Mass, *Matematische Annalen* 79 (1919) 157–179.
2. Feder J. *Fractals*. New York: Plenum Press, 1988.
3. Dubovikov M.M., Starchenko N.S., Dubovikov M.S. *Dimension of the minimal cover and fractal analysis of time series* // *Physica*. 2004. A 339. P. 591 – 608.

Прогнозирование с помощью волн цикла Кондратьева

С.В. Дубовский

Институт системного анализа РАН

После обвалов на фондовых рынках и экономических кризисов в 1987г., 1997-98 г.г. и 2008-2009 г.г. стало ясно, что мировое развитие продолжает подчиняться закономерностям цикла Кондратьева. В соответствии с математической моделью цикла Кондратьева основную роль в создании этих кризисов играют две волны – волна нормы прибыли (НП) и волна валового внутреннего продукта (ВВП). Волна НП опережает волну ВВП примерно на четверть периода всего цикла, т.е. примерно на 12-14 лет. Поэтому во время кризисов создаются две разные топологические ситуации. В одном случае за максимумом волны НП в среднем через 13 лет следует максимум волны ВВП, а затем в дальнейшем развитии за минимумом волны НП в среднем через 13 лет следует минимум волны ВВП. В окрестностях этих максимумов и минимумов, как правило, и происходят обвалы на фондовых биржах, экономические кризисы и социальные катаклизмы.

Топологические ситуации различаются принципиально. Обвал на фондовой бирже в окрестности максимума волны НП происходит на фоне восходящей волны ВВП, а обвал на фондовой бирже в окрестности минимума волны НП происходит на фоне нисходящей волны ВВП. Поэтому кризисы, начинающиеся в окрестности максимума волны НП, заканчиваются быстрее, чем кризисы, начинающиеся в окрестности минимума волны НП. Одновременно следует отметить, что социальные катаклизмы в окрестностях максимума волны ВВП как правило более разрушительны, чем в окрестностях минимума той же волны. Обвал 2008 г. принципиально отличается от обвалов 1929 г. и 1987 г. тем, что случился в окрестности максимума волны нормы прибыли на фоне вос-

ходящей волны ВВП. Поэтому можно надеяться на более краткую длительность кризиса «2008-2009», чем депрессия «1929-1933». Ситуации 1997-98 г.г. и 2008-2009 г.г. были предсказаны в публикации 1993 г. [1]. Для первой ситуации была указана возможная окрестность «1996-2002», для второй – «2005-2012». Эти два удачных сбывшихся прогноза позволяют серьезно отнестись к прогнозам следующих критических точек. В окрестности 2022 г. ожидается максимум волны ВВП, в окрестности 2037 г. ожидается минимум волны НП, в окрестности «2050-51» ожидается минимум волны ВВП. Поскольку СССР, а затем и Россия, в последние 22 года были тесно связаны с мировой экономикой через рынок энергоносителей, то кондратьевские циклы трижды успели ударить по СССР и России. В 1987 году обвалы на фондовых биржах на фоне ниспадающей волны ВВП привели к снижению цен на энергоносители, последовал распад СССР в 1991 г. В 1997-98 г.г. на фоне минимума волны ВВП цены на энергоносители упали до минимальных значений, последовал крах пирамиды ГКО-ОФЗ и российский дефолт. Осенью 2008 г. падение цен на нефть на мировом рынке привело к кризису, экономическому спаду и дефициту госбюджета, возникла задача модернизации российской экономики. Всё это подсказывает, что к каждой фазе кондратьевского цикла российская экономика должна адаптироваться заранее. Как только США, Китай и Евросоюз начнут выбираться из нынешнего кризиса «2008-2009», автоматически начнет восстанавливаться мировой рынок энергоносителей, поэтому даже при инерционной внутренней экономической политике Россия будет существовать так же, как она существовала раньше при аналогичном состоянии мирового рынка. Но останутся бедность большинства населения, нарастающее отставание от мирового технологического уровня, фатальная зависимость от мирового рынка, инфляция и нестабильность финансовой системы. Поэтому требуется переход от инерционного либерального сценария развития к модернизационному сценарию, чтобы достойно встретить окрестность 2022 г. Для такого сценария наиболее важны: рациональное распределение доходов, мотивация бизнеса к обновлению технологий, инновационное развитие и финансовая стабильность.

Литература

1. Дубовский С.В. Прогнозирование катастроф (на примере циклов Кондратьева)// «Общественные науки и современность». 1993г., №5, с. 82-91.

Алгоритмические системы и финансовые рынки

Ант.Ф. Ерешко

Deutsche Bank

Доклад представляет обзор использования алгоритмических систем для автоматической торговли на финансовых рынках. Алгоритмический трейдинг уверенно набирает обороты и, как подтверждает статистика, применяется практически на всех биржевых площадках. Это связано, прежде всего, с тем, что скорость обработки информации и реакции на изменения рынка автоматическими системами несопоставима с возможностями человека. Согласно статистике, 73% сделок на фондовой бирже NYSE, осуществляется автоматическими системами.

Высокая эффективность алгоритмического трейдинга привлекает внимание профессиональных трейдеров, и они предпринимают значительные усилия для достижения ещё большей эффективности. В то же время регуляторы выражают беспокойство, поскольку в ходе этих операций уменьшается возможности регулирующих функций.

В докладе будет дан обзор текущего состояния алгоритмических систем, используемых на Российских площадках (ММВБ, РТС). В докладе будут рассмотрены вопросы о том Кто, Зачем и Как использует системы автоматической торговли, а также будет приведены типичные проблемы и задачи, решаемые с использованием алгоритмических систем: Хэджирование, МаркетМэйкинг, Арбитраж, Высоочастотная Торговля, Управление клиентскими позициями.

Отдельное внимание будет уделено освещению спекулятивной составляющей при использовании автоматических систем для торговли на ФОРТС, примеры математических моделей при работе методом классической оценки «спрос-предложение».

Также доклад освещает типичные проблемы, с которыми сталкиваются разработчики моделей и программ, такие как: подключение к торгам, актуальность биржевой информации, способы тестирования и нахождения оптимальных настроек. В дополнение рассматриваются основные стадии разработки алгоритмической системы, ее тестирования и промышленной реализации.

Доклад рассчитан на широкую аудиторию.

О рефлексивных составляющих цен финансовых инструментов

Арт.Ф. Ерешко

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

В задачах управления портфелем финансовых инструментов одно из центральных мест занимает проблематика построения моделей формирования неопределенных факторов, что проявляется в построении моделей цен. В работе Сороса Дж. [1] было предложено учитывать в построении моделей цен элементы рефлексивных взаимодействий, присутствующих на различных рынках. В теории управления, принятия решений и теории игр рефлексивное поведение и рефлексивное управление (управление с рефлексией) уже давно привлекает внимание исследователей [2]. Основной содержательный мотив в этих работах связан с попытками активных участников предвосхитить, предугадать действия или намерения окружающих с тем, чтобы улучшить или вообще сформировать стратегию управления, с наличием в процедурах принятия решений элементов рассуждений, когда участник в текущий момент формирует мысленно прогноз развития процесса, опираясь на текущее положение, а в текущее положение включается мысленный прогноз, размышление участника. Сорос Дж. в вербальных моделях допускает положение, когда взаимоотношения между переменными не должны быть внутренне непротиворечивыми [1, стр. 86], что недопустимо при формальном определении. С формальной точки зрения рефлексия можно рассматривать как проявление двойной обратной связи в динамических моделях управляемых систем, что позволяет использовать для расчетов технологию имитационного моделирования.

Настоящая работа развивает подходы, предложенные в [3], основное внимание уделяется возможностям описания моделей формирования цен в непрерывном времени. Предлагаются соответствующие формализации для фондового, валютного и фьючерсных рынков. Принципиально для данного подхода, что генерируемые кривые, полученные в результате вычислительных экспериментов, близки по формам к реальным кривым, приведенным в книге [1] и отражающим взаимное рефлексивное влияние на рынках финансовых инструментов.

На фьючерсном рынке, где действуют реальные и спекулятивно настроенные трейдеры, а также регуляторы, предлагается

формализация

$f(t, T)$ – фьючерсная цена актива в момент времени t на момент времени T , $p(t)$ – реальная цена (спот) актива в момент времени t , $t_0 \leq t < \infty$, $t_0 \leq T < \infty$. λ – безрисковая ставка.

$$\frac{\partial f(t, T)}{\partial t} = e^{\lambda(T-t)} \frac{dp_s(\tau)}{d\tau} + \alpha W_f(t, T), \quad \frac{\partial f(t, T)}{\partial T} = \lambda f(t, T) + \beta W_f(t, T),$$

$$\frac{dp_s(t)}{dt} = \delta \frac{df(\tau, t)}{d\tau} + \gamma W_p(t),$$

где коэффициенты α , β , γ – соотносят внешние воздействия и скорости изменения цен, ζ – интервал запаздывания, τ – момент времени предшествующий t , $\tau = t - \zeta$, δ – коэффициент соотношения скоростей изменения цен, $W_f(t)$, $W_p(t)$ – сценарии воздействия внешних условий на изменения цен.

Предлагаемые соотношения для формирования сценариев цен с учетом рефлексии являются только первым приближением к одной из возможных технологий генерирования неопределенных факторов в задаче управления портфелем финансовых инструментов. Использование метода Монте-Карло в сочетании с варьированием коэффициентов модели и начальных условий предоставляет далее широкие возможности для генерирования практически реализуемых сценариев возможных реализаций неконтролируемых неопределенных факторов.

Литература

1. Сорос Дж. Алхимия финансов. М.: Инфра-М, 1996. 416 с.
2. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами. М.: Наука, 1976. 326 с.
3. Ерешко Ф.И., Моделирование рефлексивных стратегий в управляемых системах. М.: ВЦ РАН, 2001. 47 с
4. Соколов А.С. Исследование рефлексивных стратегий на валютном рынке, М.: МФТИ, дипломная работа, рук., 2002. 20 с

Об организации ипотечной Коалиции

Ф.И. Ерешко, А.В. Кочетков

*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
Институт независимых финансовых советников*

В докладе приводится обоснование принципиальной схемы организации межрегиональной ипотечной Коалиции участников.

Предполагается, что её создание будет базироваться на опыте создания кредитных товариществ в других странах, существующих юридических положениях, на широком использовании информационных сетей типа социальных, систем математических моделей и результатов вычислительных экспериментов. В докладе приводится исторический обзор развития ипотечного кредитования. Во всем мире технология инвестирования в жилищную сферу строится на трех основных принципах: контрактные сбережения, ипотечное кредитование, государственная поддержка. До окончания второй мировой войны ипотечные банки являлись наиболее развитой формой организации ипотечного кредитования, реализуя одноуровневую систему: самостоятельно эмитировали ипотечные ценные бумаги с целью привлечения долгосрочных финансовых ресурсов. Одноуровневые системы доминируют в Дании, Швеции и Канаде, также очень развиты в Германии, Австрии, Нидерландах, Великобритании и Финляндии. Во Франции и Испании одноуровневая система реализована через монопольные государственные ипотечные банки. Однако эволюция ипотеки привела к формированию так называемой двухуровневой системы ипотечного кредитования, где кредитор и эмитент ипотечных ценных бумаг (mortgage backed securities - MBS) разделены. Впервые такая система была реализована и получила распространение в США. Сегодня система финансирования жилья в США - это сложный рынок общенационального масштаба, на котором действует огромное число учреждений, включая ипотечные банки, сберегательные и кредитные ассоциации, коммерческие и сберегательные банки, страховые компании, пенсионные фонды и т.п. Повышенные риски приводят к необходимости для кредиторов вводить различные механизмы, снижающие уровни рисков, одним из которых в данном случае выступает залог имущества. Однако, как показали события в мировой экономике, залог недвижимости не оказался достаточной гарантией. Введенная в США технология облегченного оформления ипотечных займов Ninjo (без работы и без обоснований) в условиях резкого роста экономики и, в частности, цен на недвижимость привела к неустойчивости и затем к банкротству заёмщиков, а вслед за этим к волне проблем во всём мире в странах, где размещались ценные бумаги, обеспеченные пулом ипотек. В докладе приводится описание результатов исследований группы сотрудников Отдела информационно-вычислительных систем ВЦ РАН, которые были направлены на исследование проблем функ-

ционирования финансовой организации Коалиции (Ссудно-Сберегательной Кассы=ССК) [1]. Была построена и исследована общая динамическая модель протекания финансовых процессов в условиях Коалиции заёмщиков (небанковской ипотеки). Переменными модели являются активы, обязательства и собственный капитал Коалиции, формируемые из активов и обязательств участников. Неконтролируемыми факторами модели являются цены на жильё, банковские депозитные и кредитные ставки, моменты входа и выхода участников из коалиции, сроки и размеры платежей, типы жилья. В работе для одного из вариантов модели, допускающего аналитическое исследование, приводится результат о самофинансировании: Коалиция может без ущерба для собственного капитала и интересов участников при ставках на внутренние депозиты, равных банковским, установить внутренние ставки по кредитам для участников ниже, чем банковские кредитные ставки. В результате вычислительных экспериментов был установлен весьма значительный эффект самофинансирования. В докладе приводятся характерные результаты расчётов. Более подробно модель, ориентированная на проведение серий вычислительных экспериментов, излагается в работе Сытова А.Н. в настоящем сборнике.

Литература

1. Ерешко Ф.И. Об аналитических основаниях организации межрегиональных коалиций ипотечных заёмщиков. //Труды Института системного анализа Российской академии наук (ИСА РАН). Динамика неоднородных систем: Т. 39(1). М.: «Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2008, с. 189-206.

Ипотечная Коалиция - Общий фонд банковского управления

Ф.И. Ерешко, А.В. Кочетков

*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
Институт независимых финансовых советников*

В докладе приводится обоснование схемы организации ипотечной Коалиции участников в рамках существующего банковского механизма, базируясь на системном подходе к организации ипотечного кредитования, математическом описании процессов жилищного кредитования и привлечении необходимого вычислительного инструментария.

Жилищное строительство, ремонт и реконструкция жилья играют значительную роль в национальных экономиках стран.

Так, в странах Европы количество денег, обращающихся в жилищном секторе, как правило, составляет приблизительно половину ВВП. Как отмечается в первом докладе авторов, существует одноуровневая (преимущественно в Европе) и двухуровневая системы организации потоки на основе секьюритизации пула долговых обязательств (США).

В докладе приводится описание результатов вычислительных экспериментов, проведенных сотрудниками Отдела информационно-вычислительных систем ВЦ РАН, которые были направлены на исследование проблем функционирования финансовой организации Коалиции (Ссудно-Сберегательной Кассы=ССК) [2,3]. Все эксперименты продемонстрировали явное присутствие эффекта самофинансирования Коалиции в форме общего старта и очереди. Наиболее перспективным представляется вариант[2]., когда ССК функционирует как организация, интегрированная в крупную экономическую структуру. Такая структура, привлекая клиентов возможностью предварительного доходного накопления средств с последующим кредитованием покупки жилья по ставкам, которые ниже рыночных, может получать доходы по инвестициям в ССК, существенно выше, чем по среднерыночным ставкам. Если бы структура, инвестирующая в очередь, действовала в рамках государственной жилищной программы, то без убытка для финансов данной структуры ставки клиентских кредитов могли бы быть приближены к уровню, близкому к уровню ставок по вкладам. В докладе предлагается реальная форма организации ССК в виде Общего фонда банковского управления, которая в расчётном основании будет опираться на формальные конструкции, развитые в ВЦ РАН. Особенности осуществления коммерческими банками операций доверительного управления описаны в Инструкции ЦБ РФ от 2 июля 1997 года N 63 «О порядке осуществления операций доверительного управления и бухгалтерском учете этих операций кредитными организациями Российской Федерации». Общий фонд банковского управления (ОФБУ) – институт коллективного инвестирования, то есть финансовый инструмент, созданный специально для инвестирования небольших сумм денежных средств, имеющихся в распоряжении домашних хозяйств, более выгодный (в силу профессионального управления, экономии масштаба и больших возможностей диверсификации), чем самостоятельное инвестирование небольших денежных средств. В 2008 – 2009 годах выявленные недостатки в англо – американской модели ипо-

течного кредитования повысили интерес к одноуровневой ипотечной системе контрактных сбережений. В России институтов контрактных ипотечных сбережений не существует. Закон о ССК уже трижды вносился в Госдуму — в 2002, 2004 и 2010 годах, и отклонялся. Вместе с тем существует возможность предлагать клиентам систему контрактных сбережений уже в настоящее время, опираясь на текущее банковское законодательство и нормативные документы ЦБ РФ, не дожидаясь принятия нового закона и не делая сложных гибридных конструкций. Представляется наиболее обоснованным пилотный проект такой ССК делать на базе ОФБУ крупного банка с государственным участием.

Литература

1. Полтерович В.М., Старков О.Ю. Формирование ипотеки в договаривающихся экономиках: проблема трансплантации институтов. М.: Наука, 2007. 19с.
2. Гасанов И.И. Организация ссудно-сберегательной кассы по принципу очереди. // Сообщения по прикладной математике ВЦ РАН. - М.: ВЦ РАН, 2006 г., 79 С.
3. www.ccas.ru, раздел «Финансовая инженерия».

Что такое оптимизационный анализ и как можно использовать его результаты?

Ю.Н.Иванов, Р.А. Сотникова

ИСА РАН

Завершился финансовый год или полгода, или любой другой контрольный отрезок времени. В начале этого периода дилер от руководства банка получил стартовую сумму средств для работы в своем сегменте финансового рынка; по ходу работы его подкрепляли средствами и у него изымали средства – финансовый рынок переменчив и переброска средств с одного его сегмента на другой – нормальное занятие руководства банка. Действуя на своем сегменте, дилер пришел к какому-то результату, исчисляемому в рублях, долларах, Евро,... А к какому предельно возможному капиталу можно было прийти за тот же отрезок времени?

Такой предельный показатель действительно можно рассчитать: все прошлые цены на все инструменты финансового рынка (ценные бумаги, кредиты и депозиты, валюты) известны и для состоятельных организаций доступны; что касается *оптимальных правил продаж и покупок финансовых инструментов при извест-*

ных ценах, то они как раз являются предметом этой работы.

Пока, оставляя в стороне содержание оптимальности, обратимся к вопросу об использовании предельных финансовых выигрышей.

Во-первых, можно вычислять *профессиональный коэффициент полезного действия дилера*, определив его как отношение капитала, с которым он приходит к финишу, к максимально возможному. Для руководства банка КПД может служить объективной мерой эффективности работы дилера и являться основанием для принятия административных решений. Скажем, два дилера работали на одном и том же сегменте финансового рынка; условия их работы различались в том плане, что стартовые ресурсы были разными, сторонние поступления и изъятия в течение периода были разными. Как сравнить успешность работы двух дилеров при различающихся внешних условиях? Эта постановка важна, когда заработок дилера делается зависящим от финансового результата его работы. Тогда в формуле заработка должен фигурировать КПД дилера. Именно КПД как мера эффективности, а не абсолютная величина капитала, так как конечный капитал зависит от сторонних поступлений и изъятий на сторону.

Во-вторых, располагая значением предельного выигрыша, можно рассчитать *коэффициент полезного действия эвристического алгоритма* продаж и покупок финансовых инструментов. Реальная, т.е. в текущем времени, работа на финансовом рынке раскладывается на две составляющие: во-первых, прогнозирование цен на сколько-то шагов вперед и, во-вторых, выбор покупаемых и продаваемых инструментов. Вторая проблема (при известных ценах) в оптимальном варианте решается в настоящей работе. Что касается проблемы прогнозирования, то в разработке алгоритма это – самая сложная часть, не имеющая признанного успешного решения, но постоянно рекрутирующая новых и новых искателей ее решения. Как оценить пригодность модели прогнозирования? Естественно испытать эту модель на прошлых данных. Достижимая прибыль, отнесенная к максимально возможной, определяет КПД алгоритма. По значению КПД алгоритма можно вынести суждение о его эффективности и, в частности, о том, следует ли дальше совершенствовать модель прогнозирования или можно удовлетвориться достигнутым.

В-третьих, предельные годовые выигрыши на сегментах финансового рынка могут быть приняты как объективные характе-

ристики состояния этих сегментов и могут быть использованы для сравнения прибыльности сегментов, а также для выявления динамики прибыльности каждого сегмента.

Фондовый рынок как целое характеризуют индексами типа Доу-Джонса, Никкей, РТС и т.п. Фондовые индексы представляют собой суммы взвешенных цен акций и в этой своей сущности они небезупречны. Тем не менее, они сколько-то информативны. А для рынка валют, кредитов и депозитов аналогичных показателей вообще нет. Предельные выигрыши могут служить такими обобщенными показателями финансового рынка.

Марковский вариант основной Модели Лундберга-Крамера разорения страховой компании *

В.Н. Иголкин, Е.П. Мельникова

Санкт-Петербургский государственный университет

Динамическая модель разорения страховой компании была предложена более ста лет назад. Она обобщалась и развивалась многими авторами. Хороший обзор этих работ имеется в [1].

В работе [2] предложена модель, в которой интервалы между исками τ_k и иски x_k могут быть m типов с распределениями $g_k(t) = \lambda_k e^{-\lambda_k t}$ и $f_k(x)$ соответственно, $k = 1, 2, \dots, m$. Интервалы связаны в марковскую цепь с известной матрицей вероятностей переходов $\Pi = \{\pi_{jk}\}$, тип интервала определяет тип иска, приходящего в его конце. Интервал от начала функционирования компании $t = 0$ до прихода первого иска является, вообще говоря, особым, будем называть его нулевым.

Обозначим $P_j(u_j)$ вероятность неразорения на бесконечном интервале, если в конце нулевого шага пришел иск типа j и после выплаты по иску остался капитал $u_j \geq 0$. Тогда для $P_j(u_j)$ справедлива следующая система интегральных уравнений [2, с.56]:

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №97-01-00499)

$$P_j(u_j) = \int_{-u_j}^{\infty} \sum_{k=1}^m \pi_{jk} P_k(y + u_j) d\Phi_k(y), \quad j=1,2,\dots,m \quad (1)$$

$$\Phi_k(y) = \int_{-\infty}^{\infty} G_k(x + y) dF_k(x).$$

Если найдены $P_j(u_j)$ из (1), найдем $p_j(u, u_j)$ плотности распределения вероятностей неразорения на нулевом шаге.

Тогда вероятность неразорения компании на бесконечном интервале с начальным капиталом u равна:

$$P(u) = \sum_{j=1}^m \pi_j \int_0^{\infty} p(u, u_j) P_j(u_j) du_j \quad (2)$$

Здесь π_j – вероятность интервала и иска типа j на нулевом шаге.

Основная трудность при нахождении $P(u)$ связана с решением системы (1). Обозначим изображения по Лапласу $P_j(u)$ и $f_k(x)$ через $\varphi_j(p)$ и $\psi_k(p)$ соответственно. Тогда для $\varphi_j(p)$ получим следующую систему:

$$\varphi_j(p) = \sum_{k=1}^m \frac{\pi_{jk} \lambda_k}{p - \lambda_k} (\varphi_k(\lambda_k) \psi_k(\lambda_k) - \varphi_k(p) \psi_k(p)), \quad (3)$$

Здесь $d_k = \varphi_k(\lambda_k) \psi_k(\lambda_k)$ неизвестные константы, подлежащие определению. Система (3) может быть разрешена относительно $\varphi_j(p)$:

$$\varphi_j(p) = \frac{\Delta_j(p, d_1, \dots, d_m)}{\Delta(p)} \quad (4)$$

Для нахождения констант d_1, \dots, d_m можно использовать известное соотношение $\lim_{p \rightarrow 0} p \varphi_j(p) = 1, \quad j=1,2,\dots,m$ (5),

а также уравнения $\Delta_j(q_1, d_1, \dots, d_m) = 0$ (6).

Поскольку $\varphi_j(p)$ аналитичны в $\text{Re } p > 0$, то корни знаменателя из правой полуплоскости должны быть корнями числителей.

Случай $m = 2$ полностью рассмотрен в [3], где получена

система для неизвестных констант.

В данной работе рассматривается произвольное $m \geq 2$.

Разработана программа в среде Maple 9, имеются иллюстративные примеры.

Литература

1. Grundell J. Aspects of Risk Theory. New York: Springer-Verlag, 1992. 175 p.
2. Иголкин В.Н, Ковригин А.Б. Финансовые потоки и их флуктуации. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2006, 134 с.
3. Иголкин В.Н. О вычислении вероятности неразорения страховой компании. Вестник С.-Петербургского ун-та, Сер.10, 2009, вып.3.

Об одной модели государственного управления финансовым рынком

А.Г. Исламов, Г.Г. Исламов

Удмуртский госуниверситет

Финансовый рынок служит важной, но не определяющей, составляющей экономики государства. Заложенные исторически правила его функционирования не являются совершенными, что показывает затянувшийся мировой финансовый кризис. Обладая ограниченным в объёме универсальным ресурсом, выражающим всеобщий эквивалент труда, финансовый рынок искусственно создаёт предпосылки для безграничного печатания денег как необходимого условия своего существования. Это приводит к хронической инфляции, последствия которой оказываются катастрофическими как для населения государства, так и для отдельных отраслей экономики. Известно, что финансовый рынок обязан стимулировать инновации в сфере производства материальных благ и воспроизводства интеллектуальных ресурсов, финансировать планомерное развитие потребностей людей и бесперебойное потребление материальных и информационных ресурсов. Это значит, что требуется эффективное управление финансовым рынком со стороны государства. Предлагаемая авторами математическая модель государственного управления финансовым рынком показывает, что финансовый рынок может находиться в одном из трёх состояний: *деградация, кризис и стабильность*. Это следствие иерархической структуры финансового рынка и закона его эволюции, которые задаются матрицей A процентов взаимных платежей участников финансового рынка и правилом внешнего управления со

стороны государства. Структура матрицы A описана в работе [1]. Принятая в модели иерархия финансового рынка обеспечивает его мобильность и управляемость. Однако эти положительные качества могут быть использованы в разрушительных целях, придавая финансовому рынку уязвимость при неблагоприятных внешних воздействиях: интервенция и вывоз капитала, и т. д. Рассмотренная в работе модель эволюции финансового рынка описывается дискретным управляемым процессом

$$x[k+1] = Ax[k] + u[k], \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где управление со стороны государства формируется по правилу

$$u[k] = -p \cdot qx[k].$$

Здесь $p = colon(p_1, \dots, p_n)$ есть столбец гонораров и штрафов, установленных государством. Положительная компонента p_i выражает величину гонорара в процентах i -го участника финансового рынка, тогда как абсолютное значение отрицательной компоненты p_i определяет величину налога, которым облагается участник i в конце планового периода k . Строка $q = (q_1, \dots, q_n)$ содержит государственные приоритеты, а столбец $x[k] = colon(x_1[k], \dots, x_n[k])$ - капиталы участников рынка. Мы показываем, что за счёт выбора управляющих векторов p и q можно обеспечить любое из указанных выше трёх состояний финансового рынка. Высокопроизводительные вычисления, связанные с нахождением управляющих векторов, выполняются на графических процессорах компании NVIDIA с применением технологии многопоточного программирования CUDA.

Литература

1. Исламов А.Г., Исламов Г.Г., Лукин О.Л. Об одной модели финансового рынка. <http://www.iton.mfua.ru/tesis/islamov2.doc>.

Процедура перераспределения капитала между сегментами рынка ценных бумаг

А.Н. Калашян

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

При размещении капитала на финансовых рынках инвестиционная компания (ИК) использует как собственные, так и привлеченные средства.

Примем, что:

- обязательства по привлеченным средствам погашаются ИК раз в год,

- денежные средства размещаются на рынке облигаций и на рынке акций.

Выберем консервативную линию поведения при реинвестировании средств, а именно:

- сумма, размещаемая на рынке облигаций, и доходы реинвестируются на этом рынке,

- доходы от суммы, размещаемой на рынке акций, резервируются. Постоянно инвестируется только основная сумма, выделенная для данного рынка.

В зависимости от представления (прогноза) доходности в виде некоторого тренда на рынке акций на горизонт, который определяется периодом размещения на рынке облигаций, можно определить объемы размещения денежных средств, то есть γ_1 на рынке облигаций и γ_2 на рынке акций.

По мере проведения операций на рынке ценных бумаг происходит уточнение многих параметров (например, доходность и объем актива на рынке облигаций и/или на рынке акций), что приводит к необходимости перераспределения денежных средств между этими рынками. Поэтому весьма важно найти соотношение, которое позволяет перераспределить капитал между выбранными рынками при некотором априорном знании оценки доходности на этих рынках. Данное соотношение выписывается из уравнения баланса активов и обязательств ИК в виде:

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1 + \beta_2 - \sum_{j=1}^T r_{2j}}{\prod_{j=1}^T (1 + r_{1j}) - \left(1 + \sum_{j=1}^T r_{2j}\right)}, \quad \gamma_2 = 1 - \gamma_1,$$

где T - период размещения денежных средств на рынке ценных бумаг (несколько месяцев – год), β_1 – процентная ставка обязательства по привлеченным средствам, β_2 – планируемая ставка дохода ИК для погашения текущих расходов и формирования прибыли, r_{1j} – доходность на рынке облигаций в j -й месяц, r_{2j} – ежемесячная усредненная доходность от операций на рынке акций

в j -й месяц, γ_1 - доля от суммы активов для рынка ценных бумаг, размещаемая на рынке облигаций, γ_2 - доля от суммы активов для рынка ценных бумаг, размещаемая в акции.

Распределение капитала между сегментами рынка (акций и облигаций) осуществляется следующим образом:

1. В начале планируемого периода T (несколько месяцев – год) проведения операций на рынке ценных бумаг делается предположение о поведении доходности на рынке облигаций - r_{1j} и рынке акций - r_{2j} .

2. Из системы уравнений определяются доли средств, которые выделяются на рынок акций и рынок облигаций.

3. В начале каждого месяца уточняется предположение о поведении доходности на рынке облигаций и рынке акций.

4. Из последней системы уравнений определяются необходимые доли средств, которые будут размещены на рынке облигаций и на рынке акций.

5. Проводится перераспределение денежных средств между рынком облигаций и рынком акций с учетом реально полученной доходности за прошедшие месяцы.

В докладе приводятся примеры эффективного использования данной процедуры на реальных объектах.

Аномалии на российском фондовом рынке

М. И. Кантолинский

Финансовая академия при Правительстве РФ

Вопрос улучшения эффективности торговых стратегий является ключевым прикладным вопросом брокерского дела и управления активами. Научное обоснование торговых алгоритмов и способность интегрировать научные разработки в инвестиционный процесс может стать источником прикладных ноу-хау и значительных конкурентных преимуществ для сумевших сделать это игроков рынка. Вместе с тем, ошибки и неверные научные обоснования способны привести к серьезным негативным последствиям прикладного характера, поскольку правота внедрения научных достижений в торговые алгоритмы может быть проверена скорее на длинных временных горизонтах. Поэтому научная разработка аномальных факторов, имеющих четкое прикладное применение,

является особенно актуальной и востребованной.

Характерные этапы и атрибуты выявления аномалий:

1. Аномалии могут возникать вследствие неэффективности рынка и невозможности объяснения части дисперсии доходностей с помощью моделей, связанных с гипотезой эффективного рынка.

2. Чем более неэффективным является рынок, тем более вероятно возникновение на нем аномальных факторов (тем меньший процент дисперсии объясняют модели гипотезы эффективного рынка).

3. Поведенческий фактор влияет на динамику цен ценных бумаг.

4. Доказательство существования аномалий не является опровержением гипотезы эффективного рынка.

5. При обнаружении возможной аномалии исследователям необходимо эмпирически доказать ее устойчивость, применимость для прогнозирования будущих доходностей ценных бумаг и возможность генерирования сверхприбылей от использования аномальных факторов в торговых стратегиях. Только в случае подтверждения данных предпосылок выявленная аномалия может считаться доказанной.

Анализируя российский рынок с точки зрения формирования аномалий, мы приходим к выводу, что на нем созданы все предпосылки для их обнаружения. Однако проведенный с помощью различных стандартных методов анализ показал, что аномальные факторы (различные независимые переменные в анализе) описывают лишь малую часть динамики цен акций (т.е. доходности – зависимой переменной). Это означает, что роль аномальных факторов среди всех факторов, влияющих на ценообразование на фондовом рынке, мала, и нельзя утверждать, что аномальные факторы существуют на большей части дисперсии зависимой переменной, иначе говоря, нельзя утверждать, что аномальные факторы влияют на формирование доходности акций. Таким образом, нельзя утверждать с высокой вероятностью, что на российском фондовом рынке существуют аномалии. Мы связываем это явление с тем, что главными факторами, влияющими на ценообразование на российском фондовом рынке, являются зависимость от иностранных инвесторов, манипулятивность, спекулятивный настрой, отсутствие «длинных» денег, подверженность carry trade. Однако устойчивость даже главных факторов невелика.

В настоящее время мы находимся, скорее всего, на этапе

фундаментального и, возможно, начале спекулятивного роста. Если модель развития российского фондового рынка будет двигаться по похожему сценарию, то есть гиперволатильность 2008-2009 годов будет постепенно уменьшаться на фоне стабильного роста рынка и надувания нового «пузыря», то мы можем предположить, что по мере развития логики данного процесса будет возрастать процент объясненной дисперсии при исследовании аномалий. Иными словами, степень влияния аномальных факторов на доходность будет возрастать, то есть можно будет с большей уверенностью утверждать о существовании и устойчивости аномалий на российском фондовом рынке. В первую очередь это коснется в наибольшей степени характерных сейчас аномалий, а именно: «эффекта месяца года», «эффекта трети месяца», «эффекта дня недели», «эффекта низких r/e », «эффекта низких r/b », аномалий, связанных с IPO.

Исследование операций в агростраховании

В.Г. Киселев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Несмотря на все достижения научно-технического прогресса сельскохозяйственное производство всегда зависело и будет зависеть от случайных природных факторов. Способом минимизации расходов в результате воздействия неблагоприятных природных факторов, сокращения возможных убытков и обеспечения финансовой устойчивости сельскохозяйственных производителей является страхование сельскохозяйственных рисков.

В современном обществе страхование превратилось в универсальное средство возмещения ущерба практически во всех областях человеческой деятельности [1]. В Российской Федерации практически для всех видов страхования разработаны приемлемые методики, основанные на имеющихся в достаточном объеме статистических данных. Исключение составляет страхование в сельском хозяйстве, где только вырабатываются концепции развития такой системы.

Сложность агрострахования в РФ заключается в том, что практически вся территория страны является зоной рискованного земледелия и поэтому для страхования урожая требуется назначать достаточно высокие тарифы, что необходимо для стабильного существования страховых компаний, а эти высокие тарифы в свою

очередь ложатся непосильным грузом на аграриев. Поэтому нужны такие программы страхования, которые бы удовлетворяли бы и сельхозпроизводителей и страховщиков. Эту непростую задачу приходится решать в условиях недостаточной информации об урожайностях выращиваемых культур.

Далее, необходимым элементом системы страхования должна быть эффективная система мониторинга региональных погодных условий и производственной деятельности сельхозпроизводителей, заключивших страховое соглашение со страховой компанией. Это необходимо для установления причин недобора урожая и, соответственно, для оценки величины страховой компенсации. Для этого потребуются соответствующие математические модели, например, модели, предлагаемые в [2].

Естественно, что такую сложную задачу разработки системы агрострахования необходимо решать с использованием современных вычислительных средств и современных методов исследования операций. Конечным результатом работы по решению проблемы агрострахования должна быть эффективная имитационная система, которая должна использоваться как на этапе разработки программ агрострахования, так и в оперативном режиме.

С учетом международного опыта агрострахования была разработана структура такой системы.

В качестве примера применения методов исследования операций было проведено математическое исследование некоторых экономических свойств конкретной программы страхования урожая в предположении, что известна функция распределения урожайности выращиваемой культуры.

Литература

1. Страхование дело. Учебник под редакцией профессора Рейтмана Л.И. М.: Банковский и биржевой научно-консультационный центр, 1992, 524с.
2. В.Г. Плющиков, Э.А. Довлетярова, Н.И. Ильясова Методические аспекты экспертного и технологического сопровождения страхования рисков в АПК.// Вестник РУДН, сер. Агрономия и животноводство, 2007.№1-2 с.4-10.

Оптимальная стратегия страхователя в системе бонус-малус: непрерывный случай*

А.Ф. Колосков

Факультет ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова

В системе бонус-малус страхователи, чтобы избежать увеличения размера премий, предпочитают самостоятельно оплачивать расходы в связи с незначительными страховыми случаями. Это явление называют «жаждой бонуса» [1]. В [2] рассмотрена следующая непрерывная модель системы бонус-малус, в которой учитывается данный эффект. Распределение числа страховых случаев на единичном интервале является пуассоновским с параметром λ . Система бонус-малус определяется следующим образом: премиальная шкала – $\bar{b} = (b_1, \dots, b_s)$; переходные правила из класса i в класс j при k страховых случаях – $t_{ij}(k)$. Пусть решение страхователя о предъявлении иска в размере L в момент времени $t \in [0; 1)$ периода n основывается на следующем правиле:

$$L - L_n(i, k, t) > 0$$

где $L_n(i, k, t)$ – оптимальный критический размер ущерба страхователя, находящегося в классе i , предъявившего k страховых случаев.

В случае экспоненциального распределения величины ущерба для нахождения функций $L_n(i, k, t)$ ставится задача Коши для уравнений:

$$\frac{dL_n(i, k, t)}{dt} = \delta L_n(i, k, t) + \lambda \int_{L_n(i, k+1, t)}^{L_n(i, k, t)} [1 - F_n(l)] dl,$$

где δ – «сила процента»; $F_n(l)$ – функция распределения величины ущерба в период n . Для нахождения решения $L_{n-1}(i, k, t)$ определяются граничные условия для заданного периода времени по значениям решения $L_n(i, k, t)$. При этом, начальное решение $L_N(i, k, t)$ находится из граничных условий, где N – максимальный срок нахождения в системе страхования.

В настоящей работе рассматриваются другие виды распреде-

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект 08-01-00249

лений величины ущерба, приводится алгоритм решения задачи Коши, а также иное представление системы бонус-малус, определяемой количеством предъявленных страховых случаев за весь период страхования, временем и параметром тренда.

Литература

1. Лемер Ж. Системы бонус-малус в автомобильном страховании. М.: Янус-К, 2003.
2. De Pril N. Optimal claim decisions for a bonus-malus system: a continuous approach // ASTIN Bulletin. 1979. N 10. P. 215-222.

О возможностях использования операционного игрового моделирования при управлении портфелем ценных бумаг

А.Ф. Кононенко, В.В. Шевченко

Вычислительный центр имени А.А. Дородницына РАН

Одной из главных задач при разработке рациональной стратегии управления портфелем ценных бумаг ([1] и др.) является задача прогнозирования ожидаемой стоимости каждой такой бумаги на рассматриваемом отрезке времени. Применяемый, как правило, вероятностный подход к оценке таких ожиданий обладает не только преимуществами, но и недостатками, одним из которых является отсутствие углубленного анализа состояния и потенциальных возможностей эмитентов ценных бумаг. Едва ли можно также считать достаточными оценки эмитентов рейтинговыми агентствами, поскольку такие оценки, как правило, базируются на опросах экспертов и в значительной мере носят субъективный характер. В связи с чем представляется целесообразным проведение, в дополнение к существующим методам финансовой инженерии, интервального прогнозирования ожидаемой стоимости каждой из рассматриваемых ценных бумаг, исходя из анализа оборотов и сальдо счетов, квалификационного потенциала и производственных возможностей каждого эмитента. При проведении такого анализа может эффективно использоваться операционное игровое сценарное моделирование ([2,3] и др.), разработанное авторами и апробированное на решении ряда задач микро и макро экономического характера.

Операционное игровое сценарное моделирование, как оригинальный подход к описанию широкого круга социально-экономических процессов, возникло в результате математического

осмысления базовых понятий, используемых при учете результатов, анализе и планировании производственно-экономических процессов: счет бухгалтерского учета (активный, пассивный, забалансовый, аналитический), проводка, хозяйственная операция, обязательство, сценарий (вариант) реализации того или иного социально-экономического процесса, сценарное условие, сценарный план. При решении практических задач с использованием операционного игрового сценарного моделирования рассматривались производственные, инновационно-модернизационные, кредитные, инвестиционные, налоговые и другие операции, а интересы игроков описывались их итоговыми обобщенными чистыми активами (ОЧА), включающими наряду с чистыми активами как таковыми корректные оценки находящегося в их распоряжении квалификационного потенциала, природных ресурсов, активов репутационного и иного характера.

В работе [3] рассматривается пример использования операционного игрового сценарного моделирования для решения задачи сценарного прогнозирования основных показателей экономического развития промышленного комплекса г. Москвы. При этом динамика показателей прогнозировалась на всем рассматриваемом отрезке времени (2007-09 гг., в последующих работах - 2008-25 гг.). Рассматривались оптимистический (наилучший) и пессимистический (наихудший) сценарии. Вполне аналогично можно проводить интервальные оценки динамики ОЧА эмитентов ценных бумаг и использовать их для оценки ожидаемой динамики рыночной стоимости рассматриваемых при управлении портфелем ценных бумаг.

Наличие интервальных оценок стоимости бумаг позволило бы вырабатывать рациональные стратегии управления портфелем с использованием принципа гарантированного результата (исходя из пессимистических оценок), устанавливая экспертно вероятностные распределения внутри ожидаемых интервалов для каждого эмитента, с использованием иных принципов оптимальности.

Литература

1. Маршалл Дж., Бансал В. Финансовая инженерия. М.: Инфра-М, 1998. 784 с.
2. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Задачи управления производственными корпорациями и операционные игры. М.: ВЦ РАН, 2004. 42 с.
3. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Использование игрового и сценарного моделирования в решении задач управления промышленным комплексом региона. М.: ВЦ РАН, 2007. 48 с.

Индивидуальное (личное) финансовое планирование как инструмент эффективного управления финансами домашних хозяйств.

А.В. Кочетков

Национальная лига независимых финансовых советников

Сложность многих современных розничных финансовых услуг, необходимость учитывать большое количество экономических факторов при управлении финансами домашних хозяйств приводит к повышению роли управления финансами для увеличения благосостояния домашних хозяйств. Одним из важнейших инструментов управления финансами домашних хозяйств является индивидуальное (личное) финансовое планирование. Западный термин *personal financial planning* (личное финансовое планирование) определяют как «процесс, при помощи которого индивиды и семьи реализуют свои желания в достижении финансовых целей, т.е. целей, которые требуют денежных средств для их достижения (например, получение адекватного пенсионного дохода)». Индивидуальное (личное) финансовое планирование – процесс определения индивидуальных или семейных целей домашнего хозяйства (включая потребности в страховой защите), сбора информации и анализа текущего финансового состояния и финансовой политики домашнего хозяйства с точки зрения достижения целей, выбора наиболее эффективных достижения целей с использованием применимых финансовых инструментов, с учетом текущей ситуации в экономике и предположений о будущих тенденциях развития экономики (уровне инфляции, инвестиционной доходности и пр). Индивидуальные (личные) финансовые планы (финансовые планы) могут быть долгосрочные, средне – и краткосрочные. Долгосрочные финансовые планы домашних хозяйств могут разрабатываться с учетом сроков предполагаемого дожития и финансовых целей нескольких поколений, что становится более актуально по мере усложнения налогообложения при передаче имущества по наследству и по завещанию. Среднесрочные финансовые планы домашнего хозяйства разрабатываются на несколько лет для достижения одной - двух значимых целей, или для целей управления задолженностями у домашних хозяйств с высокой долговой нагрузкой. Краткосрочные финансовые планы имеют много общего с бюджетом домашнего хозяйства, делаются на срок один год, или несколько лет, инфляция при составлении краткосрочного финансо-

вого плана (бюджета) в расчет не принимается, в отличие от долгосрочного планирования. Краткосрочные планы (бюджеты) могут использоваться как инструмент отслеживания исполнения долго- и среднесрочных планов, как инструмент контроля над финансовой политикой, для управления задолженностью в условиях высокой долговой нагрузки. Финансовые планы (долго, средне и краткосрочные) могут для удобства планирования и исполнения разбиваться на инвестиционный план (в котором отражаются вложения в различные инвестиционные инструменты, предполагаемые доходы от этих вложений с учетом налогообложения), финансовый план (в котором отражаются получение и возврат кредитов и иных заемных средств), план страховой защиты (управления рисками), «план текущей деятельности», и др. Долгосрочное финансовое планирование – наиболее важная и сложная часть процесса финансового планирования домашнего хозяйства. Процесс финансового планирования домашнего хозяйства может быть условно разбит на несколько стадий: сбор информации, и подготовка финансовых отчетов, определение (выявление и фиксирование) целей, анализ финансового состояния и финансовой политики домашнего хозяйства и достижимости целей, разработка и исполнение плана, периодический обзор и пересмотр плана. Для финансового планирования домашнего хозяйства обычно требуется много различной информации, в том числе информация об инвестициях и сбережениях, имеющихся задолженностях, имеющихся страховых полисах и их условиях, состоянии накопительного части трудовой пенсии, завещаниях, иждивенцах, состоянии здоровья и пр. Составление финансовых планов и следование выработанной финансовой политике является важным средством максимизации благосостояния и увеличения вероятности достижения целей домашних хозяйств. В современных условиях в России, когда уровень финансовой грамотности и культура управления личными финансами крайне низки, особую актуальность приобретает развитие института профессиональных консультантов, владеющих методикой финансового планирования – независимых финансовых советников.

Практические примеры использования математических моделей для рынка деривативов

Т.В. Лозовая

EGAR Technology

Доклад представляет обзор программ на срочном западном и восточном рынках (Европа, Америк, Азия), в которых используются различные математические модели и решаются те или иные логические задачи. Можно увидеть разнообразие применения математики и логики в этой финансовой области – от простых, но очень важных, формул до квантативной математики, требующей исследований и построения новых моделей.

В докладе будут освещены вопросы, связанные с накоплением исторических данных по опционам, применение специфической логики для сбора нужной информации, фильтрации данных перед расчетами. Далее будут рассматриваться расчетные данные и модели, которые включают в себя Implied Volatility, Greeks, 3х мерные Implied Volatility Surfaces и многие другие аналитические данные, рассчитываемые для опционов.

Отдельное внимание уделено библиотеке финансовых моделей, которая охватывает различные финансовые инструменты и позволяет проводить необходимые расчеты с помощью встроенных функций. Это и экзотические опционы, и облигации, валютные рынки и т.д...

Кроме этого, будут приводиться примеры программ, используемых профессионалами срочного рынка (маркет мейкерами, риск менеджерами, брокерами и т.д..), где решаются те или иные математические задачи, помогающие им в работе. Например, брокеру важно, чтобы объем совершаемых сделок был наибольшим, и задача состоит в сборе заявок и нахождении встречных заявок с целью получения максимального количества исполненных заявок.

Также рассмотрен пример Дисперсионной стратегии, где строится очень интересная стратегия на основе статистического арбитража.

Доклад рассчитан на широкую аудиторию.

Мировая финансовая система 2020 – 2030

Я.М. Миркин

ИМЭМО РАН, Финансовая академия при Правительстве РФ

Будущее мировой финансовой системы будет рассмотрено в рамках двух крайних **альтернативных сценариев**.

Первый – отсутствие глобальных военных конфликтов. В этом сценарии будет продолжена глобализация финансов, сформируется мультиполярная финансовая архитектура при сохранении доминирующей роли англо-саксонской модели, увеличатся финансовая глубина и секьюритизация мировой экономики, будет развита международная система финансового регулирования.

Второй – глобальные финансы приводятся к фрагментации. В этом сценарии общая ситуация сведётся к «закрытию» стран, их экономик и финансов (как это было в первой половине XX века), к резкому падению финансовой глубины и уровня зрелости финансовых систем, к вспышке инфляции, а затем – к длительному периоду выхода из «военных финансов», к глубокому изменению финансовой архитектуры мира, отражающему новую расстановку сил в мировой экономике и политике. На этой основе – к медленному возобновлению глобализации (конвертируемость валют, открытые счета капиталов, интеграция финансовых рынков).

Еще одна **«развилка» в будущем** глобальных финансов определяется **«экономической моделью» мира 2020-2030 г.** Прежде всего, судьбой США как страны – лидера мировой экономики. Упрочение ведущей позиции США, сложившейся в XX веке (экономика, инновации, финансы, розничное потребление), сохранит однополярную финансовую архитектуру.

К рассмотрению принимается альтернативный сценарий – сохранение США мирового лидерства при снижении доли США в мировом ВВП и опережающем росте других экономических центров (производство, внутренний спрос, потребление населения). США в системе международного разделения труда остается центром инноваций, идеологии, интеллектуальной собственности, финансовых услуг, управления активами, крупнейшим собственником активов. «Мастерские мира» – в «новых индустриальных» и развивающихся странах, Европа – диверсифицированная экономика. В центре глобальных финансов будет находиться, как и до 2010 г., англо-саксонская модель финансирования, с **международными финансовыми центрами в США и Великобритании**, при кон-

центрации значительного объема денежных потоков и активов финансовых институтов **в оффшорах** (30 – 35% глобальных финансовых активов)

Несколько сгладится неравенство в потреблении населения США (или более широко – «золотого миллиарда») и остального мира. Произойдет относительное выравнивание торговых балансов. Большее число стран будет придерживаться согласованных принципов «финансового здоровья». Более сглаженным, чем в первой декаде XXI в., станет деление мира на страны – доноры капитала (кредиторы, экспортеры финансовых ресурсов) и страны – чистые импортеры капитала (заемщики, дебиторы). И как следствие – **мультиполярная финансовая архитектура**.

В прогноз развития глобальных финансов встроена циклическая компонента (длинные циклы мировой экономической динамики). Будут обсуждены: перспективы эволюции мировой резервной системы, формирования новой мультиполярной архитектуры финансового мира, возрастание роли многостороннего регулирования глобальных финансов, воздействие на финансы изменений в технологиях и ресурсной базе, наращивание секьюритизации (превращение все большей части товарных и финансовых активов в обращающиеся финансовые инструменты).

Как пример рассмотрения, приведём фрагмент доклада, относящийся к финансовой глубине. «Финансовая глубина» экономики (financial depth) - «пронизанность» экономики финансовыми отношениями, ее насыщенность деньгами, финансовыми инструментами и финансовыми институтами, величина финансовой сферы (накопления, инвестиции, перераспределительные отношения) в сравнении с производственными объемами. Концепция финансовой глубины введена в 1980-е гг. Всемирным банком при исследовании проблем взаимосвязи экономического роста и финансового сектора. При анализе прошлого явственно проявляется закономерность роста финансовой глубины мировой экономики (financial deepening, “financialization”) по мере перехода всё большей группы стран к состоянию зрелости, подтягивания части развивающихся экономик к уровню «новых индустриальных», вовлечения в финансовый оборот стран с низкими доходами на душу населения. Отсюда, как и в XX в., **рост финансового оборота и финансовых активов будет опережать динамику реальной экономики**. Усилится ее насыщенность деньгами, финансовыми инструментами и институтами.

Глобальные финансовые активы (взятые в отношении к мировому ВВП) увеличивались **по экспоненте в 1990 – 2000-х гг.** Сценарий, в котором финансовая динамика этого периода экстраполируется без изменений в будущее, приводил бы к огромному отрыву финансовых активов от реальной экономики.

Фондовые кризисы 1997 – 98 гг., 2000 – 2002 гг., 2007 – 2008 гг. «сбивали» экспоненциальный рост, приводили его к динамике финансовых активов, приближенной к линейной или S -образной, на дистанциях в несколько десятилетий.

Подобный сценарий (экспонента – кризис – замедление динамики) будет широко воспроизводиться в последующие десятилетия. В докладе приводится в табличной форме прогноз финансовой глубины мировой экономики, основанный на этом сценарии.

Если будет продолжен ряд **25 – 30-летних циклов** экономической и финансовой динамики (90-е гг. XIX в. - 10-е гг. XX в., 20-е – 40-е гг., 50-е – 70-е гг. XX в., 80-е гг. XX в. – первое десятилетие XXI в.), то прогнозируется повсеместный экономический **подъем**, рост глобальных инвестиций и капитализации рынков **в 2010-х – начале 2020-х гг.**, с усилением волатильности и системных рисков с середины **третьей декады XXI в.**

Усиление роли государства в ближайшую декаду сменится через 8 - 10 лет **новой волной** либерализма, приватизации, дерегулирования, структурных реформ, высвобождающих рыночные силы.

На фоне подъема неизбежны **локальные финансовые кризисы** («рябь на поверхности длинной волны»). **5 - 6 кризисов в десятилетие на развивающихся рынках** (азиатские экономики, постсоветское пространство, Латинская Америка, исламские финансы), вызванные их дисбалансами, спекулятивными атаками и «финансовыми эпидемиями», или же в **инновационных сегментах развитых стран** («мыльные пузыри» новой экономики и финансовых инноваций).

Высока вероятность **локальных кризисов в России** (один из самых рискованных развивающихся рынков), с периодичностью **в 5 – 10 лет.**

В 2009 г. началось **возобновление предкризисной модели** глобальной финансовой системы, основанной на экспоненциальном росте финансовых активов. Этот сценарий, как показывает практика (демография, экономический рост, финансы) неизбежно натолкнется на концентрации рисков, затормаживающие динамику

ку. Точка перелома может быть связана либо с новым кризисом в 2010 - 2015 гг., который будет масштабнее кризиса 2007 – 2008 гг., «физически» разрушая эксцессивные финансовые активы, либо с глубокой реформой финансового регулирования, которая, сохраняя опережающий рост финансовой глубины в мировой экономике и ее секьюритизацию, сдержит новый разогрев «по экспоненте» финансовой сферы, «укротит» волатильность.

Прогнозирование финансовых коллапсов и обвалов методами теории катастроф

Р.М.Нижегородцев, З.Р.Хакимов

*Институт проблем управления РАН,
Московский авиационный институт*

При прогнозировании финансовых коллапсов и обвалов оказывается полезен аналитический аппарат теории катастроф, позволяющий на основе анализа временных рядов определенных параметров спрогнозировать момент наступления коллапса или обвала на соответствующем локальном рынке. Развитие сложных динамических систем характеризуется наличием неоднородностей различного типа и периодическим наступлением катастрофических состояний, приводящих к качественным изменениям в этих системах. При этом динамика сложных систем различной природы описывается сходными количественными закономерностями, на основе которых могут быть сделаны прогнозы возникновения катастроф.

Один из важных эвристических принципов заключается в том, что в любой сложной динамической системе время течет нелинейно, оно способно ускоряться и замедляться. Накануне момента катастрофы оно ускоряется, так что изменения в системе происходят пропорционально не времени, а логарифму времени [1]. Эта идея, облеченная в аналитическую форму швейцарским геофизиком Дидье Сорнетом, позволяет прогнозировать наступление локальных падений различных рынков. Статистический анализ показывает, что поведение значимых параметров состояния многих сложных динамических систем накануне катастрофы выражается уравнением

$$I(t) = A + B(t_c - t)^\alpha [1 + C \cos(\omega \ln(t_c - t) - \varphi)], \quad (1)$$

где t – текущее время, t_c – время наступления катастрофы.

В [2, 3] были предложены методы идентификации функции $I(t)$ и приведены дифференциальные уравнения, решением которых является функция вида (1).

На основе приведенных эвристических соображений были проведены расчеты по аппроксимации данных котировок индексов Standard&Poor's, NASDAQ и ММВБ за период с марта 2009 г. по первую декаду августа 2009 г. По индексу Standard&Poor's уравнение аппроксимационного тренда выглядит так:

$$I(x) := 1375 - 83 \cdot (181 - x)^{0.38} \cdot (1 + 0.09 \cdot \cos(7.2 \cdot \ln(181 - x)))$$

Согласно проведенным расчетам, предполагаемое время обвала фондового рынка приходится на 10-20 октября 2009 года. Полученный результат в известном смысле подтвердился, поскольку в это время (а именно, 28 октября) произошли наиболее крупные за 2009 год падения фондовых индексов [4, 5]. Аналогичны результаты аппроксимации, полученные по данным индексов NASDAQ и ММВБ. Значения некоторых параметров найденных аппроксимационных трендов весьма близки, что указывает на некую согласованность колебаний основных индексов деловой активности. При этом параметры тренда, полученные по данным Standard&Poor's, напоминают параметры аналогичного тренда, рассчитанного Дидье Сорнетом по данным индексов деловой активности за период, предшествовавший «черному понедельнику» 19 октября 1987 года.

Напомним, что этот обвал 1987 года так и не получил убедительных причинно-следственных объяснений. Это связано с тем, что трактовки ученых в основном исходили из методологии неоклассического синтеза, постулирующего равновесный характер состояний и процессов, протекающих в экономических системах.

Литература

1. Sornette D. Prediction: The Future of the USA Stock Market [<http://www.safehaven.com/showarticle.cfm?id=1250>].

2. Нижегородцев Р.М. Анализ и прогнозирование катастроф в сложных динамических системах //Проблемы управления безопасностью сложных систем: Материалы VII международной конференции. М., 1999. С. 18-20.

3. Нижегородцев Р.М. Нелинейные методы прогнозирования катастроф в сложных динамических системах//Теория активных систем: Труды международной научно-практической конференции/Общ. ред. В.Н.Бурков, Д.А.Новиков. Т. 1. М.: ИПУ РАН, 2003. С. 118-120.

4. <http://news.yandex.ru/quotes/1013.html>.

5. <http://news.yandex.ru/quotes/12.html>.

Состояние и перспективы использования математических моделей в финансовой индустрии

Д.А. Петров

EGAR Technology Inc.

«Вселенная рисков», с которой сталкиваются в своей деятельности, как финансовые компании, так и компании реальных секторов экономики практически безгранична. Принято выделять несколько основных областей рисков, такие как: операционные риски, рыночные риски, кредитные риски, риски ликвидности и т.д. Часто это разделение является достаточно условным. Во многом связано это с тем, что создание общей системы управления рисками на уровне всей организации происходит поэтапно и реализуется различными подразделениями. В этом плане классическим примером может служить такой финансовый инструмент, как облигация, которая с одной стороны, является способом заимствования, т.е. содержит кредитный риск, с другой стороны, торгуется на фондовом рынке, т.е. содержит и рыночный риск. Объединение различных факторов риска для оценки общих потерь (как ожидаемых, так и непредвиденных), связанных с совершением операции или заключением сделки представляет собой крайне сложную задачу. Кроме того, даже если обратиться к отдельному направлению, например, к кредитным рискам, то оказывается, что каждый из базовых риск-параметров, таких как вероятность дефолта (Probability of default - PD), экспозиция под риском (Exposure at Default - EAD), среднеожидаемые потери в случае дефолта (Loss Given Default - LGD), горизонт риска (Time to Maturity - M) представляют собой случайные величины. Для каждой из них требуется разработка отдельных моделей. Именно это и подразумевается в продвинутом подходе Basel II, в соответствии с которым финансовые организации могут разрабатывать собственные модели. Для них предусмотрен длительный процесс периодической настройки параметров и валидации. К сожалению, роль системного подхода к оценке кредитных рисков часто недооценивается в российских банках. Задача построения автоматизированной системы управления корпоративными кредитными рисками идет далеко не на первом месте среди приоритетных направлений развития. Во многом это можно объяснить недостаточностью методического и практи-

ческого опыта в этой области, о развитии которой в нашей стране можно говорить только с начала 1990-х годов. Использование международных подходов и стандартов позволяет вывести кредитный риск менеджмент на совершенно новый уровень, создать эффективный инструмент, способный реально оценить имеющиеся и принимаемые на себя риски. Однако следует понимать, что в реальности придется столкнуться с множеством специфических для России проблем, в частности с низким качеством исходных данных. Таким образом, часто на первое место выходит задача построения реально работающих моделей в условиях недостаточности данных. Следующим шагом является выбор моделей расчета потерь, которые в свою очередь базируются на моделях оценки базовых параметров риска. Во всех областях обычно существует несколько альтернативных подходов и не всегда стоит останавливать свой выбор на одном из них. Например, Value at Risk (VaR) стал широко признанным методом оценки рыночных рисков портфеля с различными активами. RiskMetrics является доминирующей методологией для калькуляции рисков, но у пользователей также должна быть возможность воспользоваться альтернативными методами, базирующуюся, например, на моделировании Монте-Карло с использованием определенного числа итераций поведения рынка в прошлом, чтобы проанализировать потенциальное воздействие неблагоприятного движения рынка на оценку портфеля. Помимо этого, менеджеры по риску могут использовать сценарный анализ для изучения воздействия конъюнктуры рынка на стоимость портфеля. Параметры ввода включают изменения в цене, волатильность и время для создания специальных "А что если" сценариев и их воздействие на стоимость портфеля. Оценка разных типов рисков в финансовых организациях обычно производится во множестве систем, поэтому их последующее объединение или конвергенция является серьезным вызовом, как в техническом, так и в методологическом плане. Однако решение такой задачи позволяет осуществить реальный контроль над возможными потерями. Ведь невозможно полностью исключить риск.

Проектирование выхода из институциональной ловушки (на примере ипотеки в России)

В.М. Полтерович, О.Ю. Старков

ЦЭМИ РАН, РЭШ, Москва

Доклад дополняет анализ формирования и эволюции российской системы жилищного ипотечного кредитования, предложенный в Полтерович, Старков (2007). Основной вывод состоял в необходимости создания строительно-сберегательных касс. Тем не менее, вопрос о создании ССК в России остается нерешенным. Цель настоящего доклада – объяснить, почему обоснованный нами проект реформирования российской ипотеки до сих пор не реализуется, и сформулировать предложения по его продвижению.

Прежде всего, мы анализируем данные о реакции восточноевропейских ипотечных систем на мировой экономический кризис. Данные показывают, что ипотека в Чехии и Словакии, где в 1992-1993 гг. были созданы стройсберкассы, развивалась значительно быстрее и пострадала от кризиса существенно меньше, чем в Польше и России, которые с самого начала сделали ставку на создание «продвинутых» ипотечных институтов. При этом издержки (в долях бюджета) на поддержку ипотеки в Чехии и Словакии оказались меньше, чем в Польше или России.

Эти факты, а также анализ состояния ипотечного рынка в России и расчеты по модели ССК с использованием обновленных данных показывают, что внедрение ССК в 2009 г., как и в предшествующие десять лет, могло бы дать положительный эффект.

Анализируя объективные причины и структуру интересов, обуславливающих сопротивление проекту создания ССК, мы приходим к выводу о том, что в результате неверного выбора ипотечная система в России оказалась в институциональной ловушке. Рассмотрение соответствующих механизмов координации, обучения, сопряжения и лоббирования, удерживающих систему в ловушке, приводит к заключению, что в данном случае последний из них является основным. В этом смысле изучаемая ситуация близка к ловушке частичной реформы (см. Hellman (1998)).

В отличие от Словакии и Польши 1992-1993 гг., в современной России сформировались группы агентов, не поддерживающих создание ССК. Ряд банков видят в ССК потенциальных

конкурентов и в привлечении заемщиков, и в получении дотаций от правительства. Ряд представителей Агентства по ипотечному кредитованию также видят в ССК конкурента, не желая признать, что при столь несовершенном первичном рынке АИЖК как агент вторичного рынка не может играть ведущей роли. Некоторые руководители государственных ведомств опасаются конфликтов, которые могут возникнуть при формировании ССК и соответствующем перераспределении государственной поддержки. В сложившейся ситуации многие склонны переоценивать риски, связанные с формированием ССК. В результате преждевременной попытки создания рынка закладных важнейший инструмент формирования первичного рынка кредитов оказался невостребованным, а становление ипотечной системы - чрезвычайно затратным и медленным.

Кризис выявил неэффективность принятого плана формирования ипотеки и ослабил сопротивление реформе (сравни Полтерович (2007, с. 127-130)). Постепенно растет число сторонников создания ССК и в правительственных кругах, и в банковском сообществе, и среди политиков.

Для выхода из ловушки предлагается план поэтапного формирования системы стройсберкасс путем создания «расширяющейся» последовательности экспериментальных ипотечных систем регионального уровня. На начальном этапе эксперимент может быть проведен в одном из крупных городов с последующим распространением полученного опыта на соответствующий регион (или даже на ряд регионов), а затем и на всю территорию России. При этом предлагается воспроизвести механизм ССК в рамках специальных ссудо-сберегательных банковских счетов либо в рамках специализированного (ссудо-сберегательного) кредитного кооператива. В докладе мы рассматриваем преимущества и недостатки обоих подходов, опираясь, в частности, на опыт Франции. На промежуточных этапах оба подхода не требуют радикальных изменений в федеральной жилищной политике и законодательстве и опираются на имеющуюся заинтересованность губернаторов в развитии ипотеки.

В настоящее время цены на жилье настолько высоки, что даже представители 8-ой доходной группы не могут рассчитывать на приобретение новой квартиры достаточной площади. Отсутствие массового спроса делает расширение строительства жилья экономкласса и снижение цен на него невыгодным, а низкий

уровень предложения поддерживает высокие цены. Эта положительная обратная связь является важным элементом механизма координации, который поддерживает ловушку.

Для того чтобы нейтрализовать действие описанного механизма, мы предлагаем одновременно с созданием ССК запустить масштабную программу строительства дешевого жилья.

Чтобы снизить для строительных фирм цену земли и инфраструктуры, а также уровень обременений, возникающих в процессе их взаимодействия с коммунальными службами, предлагается формирование посреднических (девелоперских) компаний, находящихся в собственности региональных администраций.

Девелопер организует земельную, согласовательную, финансовую и сбытовую деятельность, фактически нанимая строительные фирмы для возведения жилья. Накопление массового спроса в ССК позволит снизить риски сбыта квартир. С девелопером региональное правительство заключает договор о субсидиях на приобретение земли и инфраструктуры в обмен на обязательство продавать жилье участникам стройсберкасс в приоритетном порядке и по цене, не выше оговоренной. Субсидии позволят ему предложить выгодные контракты застройщикам и запустить масштабную программу строительства.

Такая система не исключает возможности злоупотреблений, однако существенно упрощает контроль со стороны банка-кредитора и стройсберкасс.

Ориентировочные расчеты на примере Краснодарского края показывают, что осуществление региональной администрацией описанного эксперимента при сохранении совокупного объема региональной финансовой поддержки может привести к росту числа обеспеченных жильем семей в 2,5 раза.

В случае успеха региональных экспериментов ССК получат поддержку населения, так что появится надежда на принятие федерального закона о стройсберкассах (см. Старков (2009)). При этом возможно сосуществование и конкуренция двух или более механизмов, реализующих идею ССК: спецсчетов, кооперативов и обычных стройсберкасс.

Эксперимент позволит федеральному правительству уточнить формулировки закона об ССК, апробировать методики подбора параметров ссудо-сберегательных схем в российских условиях и точнее оценить масштабы необходимой поддержки за счет федерального и региональных бюджетов. Кроме того, он, скорей

всего, окажется выгодным и банкам. Учитывая эти и ряд других обстоятельств, мы приходим к заключению, что предлагаемый проект может стать реализуемым компромиссом между теми, кто поддерживает реформу ипотеки и теми, кто противостоит ей.

Литература

1. Hellman, J.S. (1998). *Winners Take All: The Politics of Partial Reform in Postcommunist Transitions*. *World Politics*, January, v.50, 203-234.

2. Полтерович В.М.(2007). *Элементы теории реформ*. М.: Экономика.

3. Полтерович В.М., Старков О.Ю. (2007). *Формирование ипотеки в догоняющих экономиках: проблема трансплантации институтов*. М.: Наука.

4. Полтерович В.М., Старков О.Ю. (2009). *Поэтапное формирование массовой ипотеки*. Препринт # WP/2009/ 261. М.: ЦЭМИ РАН.

5. Старков О.Ю. (2009). *К проекту закона о «Строительных сберегательных кассах»*./ Препринт # WP/2009/253. М.:ЦЭМИ РАН.

Практические модели кредитного риск-менеджмента

М.В.Помазанов

ОАО Банк Зенит

ООО Риск Рейтинг Групп

Будут представлены комментарии к следующим темам и разработкам, имевшим реальное приложение в практике автора.

- Объекты кредитного риска
- Основные параметры кредитного риска
- Критерий экономической целесообразности и ценообразование
- Этапы развития методологии оценки кредитного риска в Банке Зенит
- Перечень применяемых методик
- Применение IRB в кредитном решении
- Схема бизнес-взаимодействия подразделений
- Фундаментальный подход к качеству внутренних рейтингов
- Технологическая схема построения рейтинга
- Ежеквартальный и оперативный мониторинг кредитного риска
- Мониторинг совокупных индикаторов риска

- Верификация рейтинговой системы
- Оптимизация, мощность рейтинговой системы – экономический эффект
- Калибровка средней вероятности дефолта
- Оценка позиции под риском и горизонта риска
- Потери в случае дефолта
- Модель оценки IRB-требований на капитал
- Практический пример: Ценообразование с учетом риска

Литература

1. Помазанов М.В. Продвинутый подход к управлению кредитным риском в банке: Методология, практика, рекомендации. Издательство «Регламент», 2010 г., 180 стр.
2. <http://www.rgr.ru>

Модели срочной структуры процентных ставок: соотношение безарбитражности и реалистичности

С.Н. Смирнов, В.А.Лапшин

Государственный университет - Высшая школа экономики

Срочная структура процентных ставок, задаваемая, например, при помощи бескупонной кривой доходностей, в развитых странах рассматривается как главный и наиболее информативный индикатор состояния финансового рынка, один из важнейших макроэкономических параметров и эталон для оценки ценных бумаг в других секторах рынка инструментов фиксированной доходности. Общеизвестной модели построения кривой бескупонной доходностей не существует, таким образом, разработка моделей срочной структуры процентных ставок является актуальной задачей. В докладе приводится обзор современного состояния исследований в мире и формулируются направления дальнейших разработок. Обычно используемые модели определяют либо всю кривую в один момент времени, либо временную стохастическую динамику одной – двух точек кривой (обычно— её левого конца, который имеет особый экономический смысл). В ряде работ показано, что ни одна из используемых на практике параметрических моделей кривой доходностей не может быть снабжена никакой стохастической динамикой при условии отсутствия арбитражных возможностей. С другой стороны, модели, задающие стохастиче-

скую динамику левого конца кривой доходностей, называемого также краткосрочной (мгновенной) процентной ставкой, обычно неявно подразумевают нереалистичные формы кривой доходностей (например, с отрицательными или стремящимися к бесконечности процентными ставками). Для преодоления этих ограничений актуальным и перспективным является использование непараметрических моделей, дающих достаточное количество степеней свободы как для удовлетворения условию отсутствия арбитражных возможностей, так и для обеспечения гибкого отражения сложных форм кривой доходностей, наблюдаемых на реальных финансовых данных. Кроме того, непараметрический подход снимает проблему, связанную с выбором конкретной параметризации, большинство решений которой основывается исключительно на соображениях удобства получения явных аналитических решений, а не на феноменологии предметной области. На развитых рынках в нормальных условиях такие трудности, как низкая ликвидность и связанные с этим неполнота и недостоверность исходных данных либо не возникают вообще, либо имеют пренебрежимо малые эффекты.

В работе приводится оригинальная модель стохастической динамики срочной структуры процентных ставок (модели целой кривой доходностей), которая, во-первых, не допускает арбитражных возможностей, во-вторых, даёт реалистичные мгновенные формы кривых доходностей и совместима с некоторым статическим методом, а в-третьих, учитывает то, какая именно информация реально доступна (цены купонных облигаций), а также такие качественные особенности рынка, как неполноту наблюдаемой информации и её возможную недостоверность. Описывается применение выбранного метода—метода Монте-Карло для марковских цепей к расчётам по разработанной модели, кратко описывается применение предварительных и параллельных вычислений для ускорения расчётов. В докладе приводится описание разработанного трёхуровневого программного комплекса, включающего средства для: оценки параметров используемых моделей; оперативной калибровки параметров по поступающей информации; расчётов по модели; оперативных приближённых расчётов. Самая вычислительно ёмкая часть—оценка параметров—реализована с использованием технологий параллельного программирования для повышения быстродействия. Работоспособность модели и программного комплекса в целом продемонстрирована путём прове-

дения массовых расчётов на реальных данных о торгах на Московской межбанковской валютной бирже (ММВБ).

Литература

1. D. Heath, R. Jarrow, A. Morton. Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims valuation // *Econometrica*.—1992.— Vol. 16, no. 1.— Pp. 77–105.

Управление личными финансами в посткризисный период

Н.Ю. Смирнова

Консалтинговая компания «Персональный советник»

Управление личными финансами в России и за рубежом предполагает составление личных финансовых планов клиентам, и эти планы могут строиться на 20,30 и более лет. Насколько возможно разрабатывать стратегию управления личными финансами и финансового поведения семьи в условиях неопределенности финансовых рынков, и многих других внешних и внутренних факторов? Последний финансовый кризис показал, что срок в 10 лет не всегда достаточен для безубыточных инвестиций в акции. Кризис также изменил роль финансовых советников – теперь они больше воспринимаются не финансовыми аналитиками, способными спрогнозировать поведение рынков, а, скорее, выполняют роль финансового коуча семьи (наставника) [1,2]. Иными словами, личное финансовое планирование без планирования жизненных событий семьи бесполезно, т.к. абсолютно неподконтрольно анализу и прогнозированию. Ведущие зарубежные финансовые советники постепенно переходят к финансовому и инвестиционному планированию по жизненным циклам семьи [3-5]. За рубежом даже появился новый финансовый инструмент – инвестиционные фонды жизненного цикла (life-cycle funds или target-date funds). Эта же концепция вполне применима и к России. Управление личными финансами должно учитывать не только срок финансовой цели и склонность к риску – требуется более комплексный подход к разработке стратегии эффективного управления личными финансами семьи, которая не дала бы сбой даже в период кризиса. Даже если у двух людей финансовая ситуация кажется абсолютно идентичной, различие в этапе жизненного цикла, на котором данный человек находится, кардинально меняет рекомендуемую стратегию поведения. Так, на каждом жизненном этапе у человека и семьи –

свои ресурсы, свои финансовые цели и свои риски, которые влияют на достижение данных целей: формирование – до рождения ребенка; развитие – от рождения ребенка и до его поступления в ВУЗ; зрелость – от поступления ребенка в ВУЗ и до выхода одного из его родителей на пенсию; старение – от выхода одного из членов семьи на пенсию и до ухода из жизни обоих членов семьи. В докладе рассмотрены этапы жизненных циклов семьи с основными финансовыми целями, которые, как правило, приходятся на каждый из этапов, с особенностями, рисками и типичными ошибками управления финансами на каждой стадии.

Литература

1. D. Dubofsky and L. Sussman. The changing role of financial planner Part 1: from financial analytics to coaching and life planning <http://www.fpanet.org>

2. D. Dubofsky and L. Sussman. The changing role of financial planner Part 2: Prescriptions for coaching and life planning <http://www.fpanet.org>

3. Zvi Bodie. Life cycle investing in theory and practice. http://fmq.lse.ac.uk/upload_file/253_z_bodie_paper.PDF

4. K. Hickman, H. Hunter, J. Byrd Life cycle investing, holding periods, and risk. <http://elibrary.ru/item.asp?id=4117633>

5. Jonathan Chevreau Play it safe with life-cycle investing. <http://www.financialpost.com/story.html?id=1713553>

Проблемы оперативного управления коалицией заёмщиков

А.Н. Сытов

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

В реальных условиях при формировании коалиции в динамике априори неизвестно количество участников и их набор финансовых показателей. Поэтому принципиально важной становится проблема по выбору рациональной стратегии поведения коалиции по формированию очереди заёмщиков и априорного выбора условий объединения, привлекательных для заёмщиков. Выбор внутренней ставки кредитования представляет собой поиск оптимального синтеза управления в динамической системе при пошаговом поступлении информации о неопределённых факторах (в данном случае, приходах и выбытиях участников коалиции). Критерием задачи выступает качественный показатель обеспечения самофинансирования коалиции заёмщиков: обеспечение в послед-

ний момент равенства нулю собственного капитала коалиции. Для расчётов был принят подход, при котором производится генерация конечной серии рациональных стратегий выбора ставок по внутренним кредитам с последующей статистической оценкой устойчивости коалиции при различных сценарных реализациях неопределённых факторов. Переменными модели являются активы, обязательства и собственный капитал коалиции, формируемые из активов и обязательств участников. Предусматривается возможность получения коалицией внешних кредитов и размещения временно свободных средств коалиции на внешних депозитах. Пусть C_t – цена жилья в момент времени t , а t_k^0 – момент вступления участника k в коалицию. Обозначим через U_k накопительные платежи участника, u_k процентная ставка по внутренним депозитам, d порог накопления. Накопления участника вместе с начисленными процентами

$$G_{k,t+1}^D = (1 + u_k) \cdot G_{k,t}^D + U_k, \quad t = t_k^0, t_k^0 + 1, \dots, \quad G_k^D(t_k^0) = U_k.$$

Момент времени, когда участник получает кредит $t_k^1 = \min(t : G_{k,t}^D \geq d \cdot C_t)$.

Кредитный платеж участника k в момент времени t обозначается как $V_{k,t}(v)$, где v соответствующая процентная ставка, по которой участник получает кредит. Задолженность участника по кредиту:

$$G_{k,t+1}^C(v) = (1 + v) \cdot G_{k,t}^C(v) - V_{k,t+1}(v), \quad t = t_k^1, t_k^1 + 1, \dots,$$

$$G_k^C(v, t_k^1) = C(t_k^1) - G_k^D(t_k^1).$$

Момент полного погашения задолженности по кредиту $t_k^2(v) = \min(t : G_{k,t}^C(v) \leq 0)$.

Потоки накопительных и кредитных платежей, изъятий и выданных кредитов

$$P_{k,t}^D = U_k, \quad t = t_k^0, \dots, t_k^1; \quad P_{k,t}^C(v) = V_{k,t}(v), \quad t = t_k^1 + 1, \dots, t_k^2(v).$$

$$R_{k,t}^D = G_{k,t}^D, \quad R_{k,t}^C = C_t - G_{k,t}^D, \quad t = t_k^1.$$

Процентные ставки по внешним вложениям и заимствованиям коалиции обозначаются, как ζ и γ , соответственно. Баланс денежных средств коалиции

$$H_{t+1}(\tau, v) = (1 + \lambda_t(\tau, v)) \cdot H_t(\tau, v) + P_{t+1}(\tau, v) - R_{t+1}(\tau), \quad t = 0, \dots, T(\tau, v) - 1,$$

$H(\tau, v, 0) = P(\tau, v, 0) - R(\tau, 0)$, где $T(\tau, v) = \max_{k \in K_\tau} t_k^2(v)$, а $\lambda_\tau(\tau, v) = \zeta$,
если $H_t(\tau, v) \geq 0$ и $\lambda_\tau(\tau, v) = \gamma$, если $H_t(\tau, v) < 0$.

Первый блок расчетов носит **апостериорный** характер.

$$v(\tau) = \min(v : H(\tau, v; T(\tau, v)) \geq 0).$$

Во втором блоке расчетов рассматривается **адаптированный подход** к вступлению участников в Коалицию.

$$v(\tau) = \min(v : H(\tau, v; T(\tau, v)) \geq 0), v_k^* = v(t_k^0).$$

В третьем блоке расчетов рассматривается **гарантирующий** метод управления процентными ставками

$$v(\tau) = \min(v : H(\tau, v; T(\tau, v)) \geq 0), v_k^* = v(t_k^1).$$

Литература

1. Гасанов И.И. Организация ссудно-сберегательной кассы по принципу очереди. – М.: ВЦ РАН, 2006. 45с.

2. Байрамов О.Б., Сытов А.Н. Анализ финансовых характеристик коалиции заёмщиков в динамике / Материалы VIII Международной научно-практической конференции СССУ 2008. Тверь: ТГТУ, 2008

Применение адаптивных моделей для прогнозирования временных рядов финансовых инструментов

И.В. Трегуб

Финансовая академия при Правительстве РФ

При прогнозировании экономических или финансовых показателей, моделировании временных рядов финансовых инструментов обычно выдвигается гипотеза об инерционности системы, т.е. принимаются предположения о том, что основные взаимосвязи и тенденции остаются в силе на протяжении всего прогнозируемого периода. С другой стороны, в современной экономике процессы, связанные с существенным изменением систем, взаимодействий и структуры приобретают всё возрастающие скорости, а фондовый рынок мгновенно отражает значимые изменения на экономическом, социальном и политическом поле [1,2]. В связи с этим возникает острая необходимость в нахождении определенного компромисса между классическими предпосылками и современными условиями.

Одним из путей достижения такого компромисса является

применение адаптивных моделей. В качестве примера адаптивной модели, рассматривается стохастический процесс Тейла и Вейджа, который применяется для прогнозирования некоторого вероятностного процесса, характеризующегося стохастическим трендом. Процесс Тейла-Вейджа аналитически записывается так:

$$x_t = a_{1,t} + \varepsilon_t; \quad a_{1,t} = a_{1,t-1} + a_{2,t}; \quad a_{2,t} = a_{2,t-1} + v_t,$$

где $a_{1,t}$ - значение уровня исследуемого временного ряда x_t в момент t ; $a_{2,t}$ - прирост уровня от момента $t-1$ к моменту t ; ε_t, v_t - временные последовательности с нулевым математическим ожиданием, постоянными дисперсиями и отсутствием ковариации.

Вышеприведенные выражения минимизируют средний квадрат ошибки прогнозирования. Для нахождения $a_{1,t}$ и $a_{2,t}$ рекомендуется применять предиктор Хольта:

$$\hat{a}_{1,t} = \alpha_1 x_t + (1 - \alpha_1)(\hat{a}_{1,t-1} + \hat{a}_{2,t-1}); \quad \hat{a}_{2,t} = \alpha_2(\hat{a}_{1,t} - \hat{a}_{1,t-1}) + (1 - \alpha_2)\hat{a}_{2,t-1}$$

где α_1 и α_2 - параметры экспоненциального сглаживания. В результате минимизации дисперсии ошибки прогноза на 1 шаг вперед $D_e(1)$ получим следующие результаты:

$$\alpha_1 = \frac{2h}{1+h}; \quad \alpha_2 = h; \quad h = \sqrt{\left(-\frac{1}{8}g^2 + \frac{1}{2}g\sqrt{1 + \frac{1}{16}g^2}\right)};$$

$$g^2 = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_\varepsilon^2}; \quad D_e(1) = \frac{1+h}{1-h}\sigma_\varepsilon^2$$

Реализуя алгоритм, изложенный выше, построим аддитивную модель для прогнозирования курса акций компании МТС. Получаем следующее. Коэффициенты адаптации:

$$g^2 = 0,039, \quad h = 0,307; \quad \alpha_1 = 0,469; \quad \alpha_2 = 0,307; \quad \gamma = 0,144.$$

Реализация модели: $\hat{a}_{1,1} = 194,26; \hat{a}_{2,1} = -1,81; \hat{x}_t(1) = 192,45;$

$$e(1) = 192,45 - 186,47 = 5,98.$$

Прогнозная модель на 121 день:

$$\hat{x}_\tau(121) = 233,12 + 0,78 \cdot \tau \quad (1)$$

Среднее значение ошибки равно 0,27%, что соответствует 0,27 руб. В качестве периода прогнозирования выберем первую рабочую неделю марта 2010 года, то есть с первого по пятое марта. Составим прогноз по схеме, согласно окончательной оценённой модели (1) при $\tau \in [1;5]$. Результаты прогнозирования курса акций

компании МТС представлены в таблице.

Дата	T	$\hat{a}_{1,t}$	$\hat{a}_{2,t}$	\hat{x}_t	x_t	ошибка, %
01.03.10	122	235,05	1,13	236,18	235,29	0,38
02.03.10	123	235,11	0,81	235,92	237,37	0,61
03.03.10	124	236,04	0,84	236,89	237,01	0,05
04.03.10	125	236,43	0,71	237,14	234,92	0,94
05.03.10	126	237,02	0,67	237,69	239,23	0,64

Согласно прогнозу будет наблюдаться растущая динамика курса акций компании МТС.

Литература

1. Трегуб И.В. Математические модели динамики экономических систем. – М.: Финакадемия – 2009 г.

2. Трегуб И.В. Прогнозирование экономических показателей – М.: Изд-во ПСТМ – 2009 г.

Моделирование динамики телекоммуникационного рынка в целях повышения устойчивости экономики России

И.В. Трегуб

Финансовая академия при Правительстве РФ

Для прогнозирования объема рынка разработана эконометрическая модель, которая, с одной стороны, позволяет отразить особенности отечественного рынка, а с другой может быть оценена регрессионными методами на основе данных российской статистики.

Для отбора наиболее существенных регрессоров и для устранения возможной мультиколлинеарности была применена процедура пошагового включения объясняющих переменных в модель на основе вычисления матрицы парных коэффициентов корреляции. В качестве критерия отбора были использованы скорректированный коэффициент детерминации. Кроме того, было учтено, что в некоторых исходных данных присутствует сезонность и структурный сдвиг, соответствующий кризисным событиям августа 2005г. и сентября-ноября 2009г. Это обусловило необходимость включения в модель фиктивных переменных для учета сезонности и структурных сдвигов регрессоров в точках перелома.

Табл.1. Регрессоры модели

I	Инвестиции в отрасль, млрд.руб.
I_p	Индекс потребительских цен на платные услуги населению, %

	к пред. мес.
<i>N</i>	Численность экономически активного населения, млн. чел.
<i>W</i>	Номинальная начисленная средняя заработная плата одного работника, руб.
<i>Po</i>	Плотность сотовой связи, % к числен. населения
<i>Dep</i>	Суммарный объем привлеченных депозитов и вкладов физ. лиц, млн. руб.
<i>Sd</i>	Фиктивная переменная структурного сдвига, безразмерн.
<i>D₁₂</i>	Фиктивная переменная сезонная, безразмерн.

Выбор аппроксимирующей функции производился на основе построения диаграммы рассеяния. В результате проведенных исследований были установлены виды зависимостей для всех рядов данных. Причем для каждого ряда было рассмотрено несколько функций с близкими коэффициентами детерминации. Исследование рядов исходных данных на стационарность при помощи теста Дикки-Фуллера на наличие единичного корня и теста Перрона на единичный корень в присутствии структурного скачка было выявлено, что все ряды являются интегрированными первого порядка.

Анализ существования коинтеграционного вектора производился при помощи теста Йохансена в программной среде EViews6. Проведенный анализ показал, что гипотеза о существовании коинтеграционного вектора (причем только одного) принимается для уровня значимости $\alpha=0,05$. В этом случае простейшим стационарная линейная комбинация отыскивается путем построения модели векторной авторегрессии. Процедура отыскания коинтегрирующего вектора осуществлялась в пакете EViews6 для всех комбинаций аналитических зависимостей исходных рядов данных. Выбор наилучшей модели осуществлялся на основе информационных критериев Акаике и Шварца. В результате, спецификация оцененной модели имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l}
 Y_{св\ t} = 10.69 \cdot \ln(I_{t-1}) - 1.89 \cdot Ip_t + 0.04 \cdot N_t^2 - 5.14 \cdot N_t + 47.07 \cdot \ln(W_t) - \\
 \quad (2.21) \qquad (0.47) \qquad (0.02) \qquad (2.52) \qquad (5.97) \\
 - 2.76 \cdot 10^{-5} \cdot Dep_t - 4.69 \cdot D_{12} - 71.85 \cdot Sd_{08.05} + 0.35 \cdot Po_t + \varepsilon_t \\
 \quad (0.49 \cdot 10^{-5}) \qquad (2.19) \qquad (12.02) \qquad (0.09) \qquad (3.34)
 \end{array} \right.$$

На основе модели были проанализированы несколько вариантов развития отрасли связи, результаты представлены в табл.3. Y_n – пессимистический, Y_o – оптимистический прогноз развития телекоммуникационного рынка.

Табл.3. Результаты прогноза

Месяц / Период	Y - факт	Y - прогноз	Ошибка	Y _n - прогноз	Y _o - прогноз
IV кв.09	331,7	312,6	5,8%	292,6	357,8

Анализ модели роста объема оказанных услуг на российском рынке связи показал, что существенное влияние на его величину оказывают инвестиции, численность экономически активного населения и его доходы, выраженные как средней заработной платой, так и сбережениями, находящимися на депозитах коммерческих банков, а также плотность сотовой связи в регионах.

Финансовые рынки как инструмент распределения капитала

Н.Н. Тренев

Институт проблем управления РАН

Устойчивое развитие страны требует стратегии развития и распределения капитала в соответствии с этой стратегией [1]. В распределении капитала более приоритетные направления должны замещать менее приоритетные. Возникают проблемы: как сформировать стратегию и приоритеты развития. Как оценить перспективность отраслей и предприятий. Как организовать переток капитала с менее приоритетных направлений в более приоритетные.

Механизмы формирования стратегии и перераспределения капитала должны быть защищены от манипулирования. В том числе такие механизмы должны быть защищены от манипулирования коррупционными схемами. В противном случае капитал может начать перетекать с более приоритетных направлений в менее приоритетные направления, что неизбежно ведет к снижению коллективного благосостояния и ухудшения перспектив развития страны.

В СССР для формирования и реализации стратегии, для организации перелива капитала в точки роста использовались централизованные механизмы управления. Естественные проблемы таких механизмов заключались в том, что они могли в условиях стабильной предсказуемой среды минимизировать издержки. Минимизировать упущенную выгоду такие механизмы принципиально не в состоянии.

Потребность в минимизации упущенной выгоды возникает в

динамичной, турбулентной, слабоструктурированной среде [2-3]. Переход к такой среде обусловлен борьбой за высокую добавленную стоимость: конкуренция ценой замещается конкуренцией качеством и сервисом.

Централизованные механизмы не в состоянии формировать конкурентную стратегию развития и организовывать перетоки капитала, эффективно создающие стоимость в долгосрочной перспективе. Возникает потребность в децентрализованных механизмах формирования стратегии и эффективных перетоках капитала.

Ситуация осложняется насыщением капитала нематериальными составляющими: знаниями, умениями, технологиями, know-how. Чистый рынок не в состоянии адекватно оценивать общественные блага (public good), что ведет к их существенному недопотреблению обществом.

Проблему недопотребления общественных благ решают механизмы общественного выбора, воплощаемые в демократические институты. Развитый фондовый рынок совместно с присутствующими на нем институциональными игроками в состоянии выполнять функцию механизмов общественного выбора.

Для реализации своих функций рынок должен уметь адекватно оценивать [4, 5]: текущую прибыль компаний, перспективы роста прибыли, наличие качественной долгосрочной стратегии развития, приверженность компании стандартам корпоративного управления.

При определенных условиях фондовый рынок и его игроки в состоянии выполнять функции механизмов общественного выбора, стимулирующих переток капитала в наиболее эффективные отрасли и предприятия. Правительство РФ должно формировать такую макроэкономическую ситуацию, в которой фондовый рынок работает наиболее эффективно. Так как в этом случае капитал направляется туда, где он в состоянии давать максимальную долгосрочную прибыль.

Литература

- 1.Тренев Н.Н. Макроэкономика. Москва: ПРИОР, 2001. – 353 с.
2. Тренев Н.Н. Стратегическое управление. М.: ПРИОР, 2000. – 288 с.
- 3.Тренев Н.Н. Предприятие и его структура. М.: ПРИОР, 2000. 240 с.
- 4.Тренев Н.Н. Управление финансами. М.: Финансы и статистика, 1999. – 496 с.
5. Дамодаран Асват. Инвестиционная оценка. Инструменты и методы оценки любых активов. М.: Альпина Бизнес Бук, 2007. – 1340 с.

Стратегии портфельного инвестирования с учетом инвестиционного горизонта и степени отклонения от риска инвестора

Яновский Л.П., Владыкин С.Н.

Воронежский институт менеджмента, маркетинга и финансов

Доклад посвящен разработке подхода к управлению портфелем ценных бумаг с новыми критериями доходность-устойчивость и с выбором инвестиционного горизонта и стратегии реинвестирования, зависящей от отношения инвестора к риску. Предполагается, что отношение инвестора к риску зависит от возможности реинвестировать, восстанавливать капитал портфеля внутри инвестиционного горизонта. В простейшем случае стратегии стратегии «купил и держи» предлагаемый авторами критерий заключается в максимизации темпа роста доходности портфеля (а не максимизации средней доходности), а устойчивость измеряется при помощи расхождения между средней арифметической доходностью и средней геометрической доходностью (средним темпом роста капитала).

Степень отклонения рационального инвестора зависит от величины капитала подверженного риску и от процентного соотношения возможных доходов к возможным убыткам.

В работе выбрана одна из возможных стратегий реинвестирования, когда на протяжении одного длительного промежутка времени инвестор приводит капитал портфеля до первоначального уровня k раз (забирая накопленный излишек в случае удачи или дополняя капитал в случае неудачной торговли). Еще одна особенность нашего подхода состоит в том, что для оценки устойчивости портфеля учитывается представление об идеальном портфеле инвестора. Один инвестор считает идеальным постоянный темп роста капитала внутри промежутка реинвестирования и на разных промежутках реинвестирования этот постоянный темп роста капитала одинаков. Другая точка зрения состоит в том, что считается идеальной постоянной на промежутке реинвестирования норма отдачи прироста капитала портфеля на первоначально вложенный капитал.

Отметим, что поиск весов оптимальных портфелей осуществ-

влялся с помощью алгоритма "стохастического лучевого поиска", который основан на эвристике "эмуляции отжига", адаптированного для нашей задачи.

Расчет оптимального портфеля выполнялся для акций эмитентов ММВБ с полугодовым инвестиционным горизонтом на первую половину 2008 года с атомарным периодом в одну неделю:

Обозначим d_j - текущую стоимость портфеля в момент времени i . Чтобы составить наилучший портфель с точки зрения темпа роста капитала с учетом ограничения по колеблемости из квазипортфелей инструментов, необходимо решить задачу оптимизации с целевой функцией:

$$f(\lambda) = \{Q(\lambda); V(\lambda) \leq V \max; \lambda = \arg \max f(\lambda), \lambda - \text{вектор}$$

весов обобщенного портфеля, Пусть L - количество вариантов натуральных чисел n и m таких, что $n \cdot m = N$, а α - доля капитала, инвестируемая в каждую стратегию управления данным инструментом и данным периодом реинвестирования, положим

$$x_j = d_j / d_{j-1};$$

$$Q = \sum_i^k \lambda_i \sum_l^L (\alpha_{il} \sum_s^{n_l} (\prod_j^{m_l} x_{sij} - 1)) / N = \sum_i^k \sum_l^L \eta_{il} (\sum_s^{n_l} (\prod_j^{m_l} x_{sij} - 1)) / N. \text{ Для всех}$$

$i, \sum \alpha_i = 1$.. Колеблемость портфеля вычислялась по формуле :

$$y_j = \frac{d_0 + d_i - d_{i-1}}{d_0}; T = N \sqrt{\prod_{i=1}^N y_i}; V = 1 - n \cdot T / \sum y_j. \text{ Пример. } V =$$

0.0003, недельный темп роста капитала $Q = 0.0067$.

№	эмитент	реинвестирований	доля капитала
1	AFLT	1	0,13
2	AFLT	2	0,001
3	GMKN	3	0,001
4	GMKN	4	0,006
5	GAZP	24	0,028
6	LKOH	6	0,003
7	LKOH	12	0,23

Торговая стратегия на рынке FORTS с оценкой вероятности состояний скрытых Марковских цепей

Яновский Л.П., Владыкин С.Н.

*Воронежский институт менеджмента, маркетинга
и финансов*

Для частично детерминированных рядов непосредственный прогноз движения ряда возможен только на определенных отрезках его истории.. Для оценки различных состояний рынка и служит методика краткосрочного прогноза рынка на основе поиска устойчивых состояний скрытых Марковских цепей с хорошими прогнозирующими свойствами. Скрытая Марковская цепь (СММ) представляет собой последовательность состояний в каждый дискретный момент времени t . Переход из состояния S_i в состояние S_j осуществляется случайным образом с вероятностью a_{ij} . В каждый дискретный момент времени модель характеризуется вектором наблюдений a_t с вероятностью $b_j(a_t)$. Исследовался временной ряд индекса РТС за период с января 2003 года до июня 2008 года с шагом в 5 минут. Состояния модели q_t в каждый момент времени t характеризовались интервалами попадания коэффициента ранговой корреляции Спирмена между последовательностью значений ряда для трех различных промежутков времени $[t; t - \Delta]$, где $t - t_k = \Delta$, и натуральным рядом чисел $1, 2, 3, \dots, k$. Соответственно, в результате получили трехмерное непрерывное пространство состояний векторов со значениями от -1 до 1 по каждой оси, разбитое на 8000 равных секторов (кубов), каждый из которых и представляет собой одно дискретное состояние в терминах СММ. Была проведена классификация состояний по следующему правилу: «хорошим» состоянием называлось состояние, для которого, во-первых, количество вхождений в него временного ряда за весь период не менее 40 раз и, во-вторых, эмпирическая вероятность подъема или спада в будущие 30 минут не менее 0,66. Были исследованы различные комбинации периодов расчетов по каждой из осей, выделены наилучшие с точки зрения частоты вхождения временного ряда в «хорошие» состояния. Они приведены в Таблице в порядке убывания. Всего же в этом периоде было 106026 пя-

тиминуток. Оказалось, что входжений ряда индекса РТС в «хорошие» состояния более половины. Расчеты также показали высокую стабильность в каждом году наблюдений вероятностей подъема или спада в ближайшие 30 минут -6 часов для целого набора «хороших» состояний, хотя для некоторых состояний статистика заметно изменялась со временем. Это доказывает существование устойчивых паттернов в поведении временного ряда индекса РТС. В Таблице дана оценка качества состояний при различной глубине памяти ряда с прогнозом на 30минут.

Ось 1	Ось 2	Ось 3	Всего сост.	Хор. сост.	Входжений в хор. сост.
5мин. 4 периода	2ч. 4 периода	4ч. 4 периода	1573	218	64623
5мин. 4 периода	90мин. 5 периодов	3ч. 4 периода	1810	247	64087
5мин. 4 периода	90мин. 4 периода	2ч. 4 периода	1523	172	63961
5мин. 4 периода	3ч. 5 периодов	4ч. 4 периода	1488	186	63884

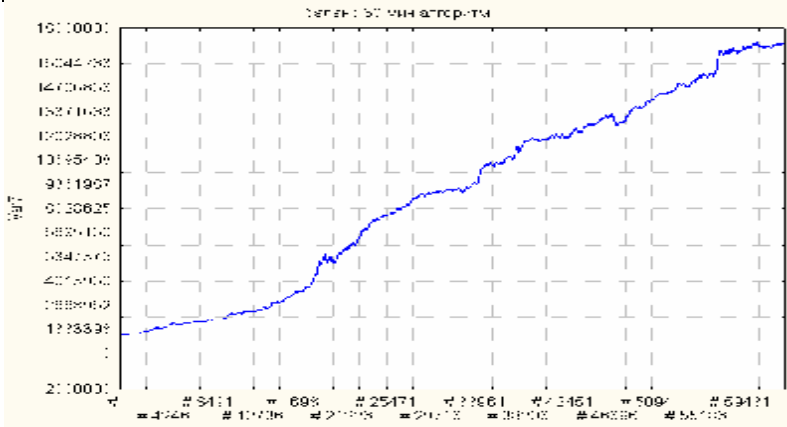


Рис. 1. Результаты ретроспективного применения алгоритма СММ для фьючерса на индекс РТС (при условии реинвестирования капитала и роста объема заявки до 20 фьючерсов.)