УНИВЕРСИТЕТСКО-ШКОЛЬНЫЙ КЛАСТЕР

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

по учебным разделам «Преобразования» и «Задания с параметром»

Сборник учебно-методических материалов

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПЕРМСКИЙ ФИЛИАЛ

Систематизация математических знаний по учебным разделам «Преобразования» и «Задания с параметром»

Сборник учебно-методических материалов

Под общей редакцией
кандидата физико-математических наук,
ординарного профессора
А.П. Иванова и А.В. Морозовой

Редакционно-издательский отдел НИУ ВШЭ – Пермь
Пермь 2014

УДК 37.016:51
ББК 74.262.21
С40

Печатается по итогам инновационной деятельности
учителей-мультипликаторов математики
в образовательном пространстве
Университетско-школьного кластера

Авторский коллектив:
Баранова В.Э., Золотухина Л.В., Рахимова С.Р., Семушина Л.Б.

С40 **Систематизация** математических знаний по учебным разделам «Преобразования» и «Задания с параметром» [Текст] : сб. учеб.-метод. матер. / под общ. ред. к. ф.-м. н., ординарного проф. А.П. Иванова, А.В. Морозовой ; Пермский филиал Нац. исслед. ун-та «Высшая школа экономики» ; Университетско-школьный кластер. — Пермь : Редакционно-издательский отдел НИУ ВШЭ – Пермь, 2014. — 60 экз. — 112 с. — ISBN 978-5-906482-14-3 (в обл.).

Сборник учебно-методических материалов, систематизирующих качественные результаты инновационной деятельности учителей — участников деятельности кафедры учителей математики в образовательном пространстве Университетско-школьного кластера, содержит практические разработки для систематизации математических знаний по учебным разделам школьного курса математики «Преобразования» и «Задания с параметром». В первом разделе представлен комплекс тестовых заданий по теме «Преобразования». Во второй части приведены теоретические сведения, ряд задач с решениями и практикум по теме «Задания с параметром».

Сборник адресован учителям математики, учащимся, слушателям подготовительных курсов.

УДК 37.016:51
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-906482-14-3

Оглавление

Введение

Сборник учебно-методических материалов подготовлен под редакцией ординарного профессора, заведующего кафедрой высшей математики НИУ ВШЭ–Пермь А.П. Иванова и старшего преподавателя кафедры высшей математики НИУ ВШЭ – Пермь А.В. Морозовой. Комплекс тестовых заданий по теме «Преобразования» разработали учителя — участники Университетско-школьного кластера в период 2009–2014 гг. Разработка, внедрение и апробация учебно-методических разработок по теме «Задания с параметром» были проведены учителями-мультипликаторами Университетско-школьного кластера: учителями математики МАОУ «Лицей № 10» В.Э. Барановой, Л.В. Золотухиной, С.Р. Рахимовой и учителем математики МАОУ «Лицей № 4» Л.Б. Семушиной.

Данный сборник состоит из двух разделов. В первый включены тестовые задания, посвященные систематизации знаний по одной из самых важных тем школьного курса математики — техника тождественных преобразований различных алгебраических выражений. Для успешного изучения школьной математики, а в дальнейшем и математических дисциплин в вузе, важно овладеть техникой преобразований числовых и алгебраических выражений, в том числе с элементами тригонометрии и использования свойств логарифмов. Эта тема достаточно широка и является основой решения уравнений и неравенств, текстовых и геометрических задач. Задачи на использование преобразований алгебраических выражений также встречаются в вариантах ГИА и ЕГЭ. Для их выполнения требуется знание правил действий с корнями, степенями, формул сокращенного умножения и деления, умение производить действия с алгебраическими дробями, раскладывать квадратный трехчлен на множители и выделять полный квадрат.

Во второй раздел сборника включены учебно-методические разработки учителей-мультипликаторов по теме «Задания с параметрами», изложены дидактические аспекты проблематики и рассмотрены решения заданий С5 ЕГЭ и заданий ГИА.

Цель пособия — повышение профессиональной компетенции учителей математики.

Одна из главных проблем школьного образования — недостаточный уровень качества обучения. Обучение все еще не является познавательной системой ввиду отсутствия ключевого звена любой замкнутой системы — объективной обратной информации. Традиционные уроки не вписываются в эту систему. После урока ученики зачастую не знают, чему они научились, а учитель имеет слабое представление о знаниях своих учеников. Частый случай, когда ученик думает, что знает, но не знает, что не знает. Такое незнание порождает формально организованный процесс, а точнее — процесс просто посещения школы без соблюдения обязательств учащихся и учителей перед обществом и государством.

Дидактической основой решения указанной проблемы является составление обширной базы учебных задач различного уровня сложности, включая тесты. Значительная часть этих заданий не должна присутствовать в обычных школьных задачниках. Отметим, что к этим заданиям нет и не может быть «решебников», которые представлены в Интернете по всем школьным учебникам и задачникам по математике. Эти «решебники» зачастую превращают процесс изучения математики в имитацию, так как значительная часть современных школьников

даже на уроках при получении задачи, не включаясь в нее, сразу же обращается к планшету, где легко находит решение. Результаты такой «учебы» можно наглядно продемонстрировать следующим фактом: в 2012 г. 30% одиннадцатиклассников Москвы не смогли рассчитать месячную оплату за электроэнергию по показаниям квартирного счетчика и известному тарифу.

Учителя-предметники должны проводить огромную работу по повышению качества обучения. Коренным отличием этой работы должно стать создание своей эффективной системы оценки качества обучения математике, методологической основой которой является не подготовка к сдаче ГИА и ЕГЭ, а систематизация знаний (автоматически обеспечивающая успешную сдачу итогового экзамена в любом формате) с применением постоянного мониторинга знаний.

Основное отличие данной системы — сбалансированное обучение, при котором реализуется главная цель — не загружать учащихся тем, что они еще не могут усвоить, задачами из тупиковых тем, но и не предлагать им только те задачи и примеры из школьных учебников и задачников, которые они уже умеют решать.

Предлагаемые тесты должны иметь разноуровневый характер: обязательный уровень обеспечивает базовые знания, необязательная часть готовит ученика к решению более сложных заданий. Главным принципом при генерации теста для мониторинга учащихся является систематизация знаний и обеспечение непрерывного образования в системе «школа–вуз». Такая система объективного независимого мониторинга позволяет:

а) обеспечить максимально мотивированную работу учащихся;

б) диагностировать слабые места в знаниях каждого учащегося и всего класса в целом;

в) активизировать самостоятельную работу учащихся;

г) проанализировать динамику усвоения знаний;

д) развивать чувство состязательности благодаря рейтинговой системе;

е) повышать интенсивность и качество учебного процесса;

ж) создавать благоприятные условия для проявления и стимулирования личностного потенциала всех участников образовательного процесса: учеников, учителей, родителей.

Требования связи обучения с жизнью и производительным трудом теснейшим образом переплетаются с дидактическими принципами и должны рассматриваться как ведущие. Для осуществления этих требований необходимо перестроить задачный материал, выделить задания, имеющие практический характер. К сожалению, с реализацией этих принципов в математическом образовании дело обстоит далеко не благополучно. Школьные учебники почти не содержат практических задач, изложение материала построено в них формально-логически, не раскрывается роль понятий и утверждений математики для решения прикладных проблем. Преподавание, оторванное от практических задач, несет в себе серьезную опасность формализации знаний.

В педагогике выделяют следующие *задачи контроля*.

1. Установить готовность учащегося к восприятию и усвоению новых знаний (восстановить внутрипредметные и межпредметные связи).
2. Получить информацию о характере самостоятельной работы учащихся в процессе обучения.
3. Выявить трудности и ошибки, понять причины их возникновения.
4. Определить эффективность организации, методов, средств обучения.
5. Выявить степень правильности, объем, глубину знаний и умений учащихся.

Можно указать три главных принципа методического обучения:

1) отыскание элементов, простейших первых положений в каждом учебном предмете, из которых вытекают в стройном логическом порядке все последующие;

2) непрерывность изложения при постоянном движении вперед;

3) относительная законченность каждого упражнения и целостность их всех, взятых вместе.

Учить наизусть недостаточно: нужно непременно понимать заучиваемое, усваивать в системе, по порядку, так, чтобы ум обогащался стройными рядами представлений. Чем больше будет таких стройных систематических знаний у ученика и чем разнообразнее они будут, тем лучше.

Знания, конечно, ценны, но еще ценнее умение, искусство, способности. Ум выше знаний, так как, владея умом, всегда можно приобрести знания, а владея знаниями, не всегда приобретешь ум.

Самое важное приобретение учащихся — умение правильно мыслить и говорить, умение учиться. Важность систематизации знаний подчеркивали многие русские педагоги. Например, К.Д. Ушинский образно обосновывает этот принцип: «Голова, наполненная отрывочными, бессвязными знаниями, похожа на кладовую, в которой все в беспорядке и где сам хозяин ничего не отыщет; голова, где только система без знаний, похожа на лавку, в которой на всех ящиках есть надписи, а в ящиках пусто» [Ушинский, 1949].

Знакомая картина: на уроке активно работают 5–10 человек потому, что урок им действительно интересен или же потому, что учитель их вытягивает «за ушко да на солнышко». Остальные ученики «отсутствуют». Обсуждаемый материал навевает на них тоску или даже внушает страх, они не в состоянии следить за логической цепочкой фактов, доказательств. Может быть, один или два дня назад они что-то не усвоили, не поняли. Дальше — больше: ученики не просто не понимают того, о чем идет речь в классе, но и боятся, а потом и ненавидят саму науку и учителя.

Что же делать учителю, чтобы следить за успехами и неудачами всех своих учащихся, если в классе 20–30 человек? Может ли учитель на уроках общаться с каждым учеником? Приведем слова известного педагога В.Ф. Шаталова: «Без качественной диагностики уровней образовательной подготовки ученика, без своевременного определения истинных причин его ошибок во всех цепочках учебных действий предъявляемые к ученику требования оказываются непосильными. Чем больше накопится у ученика пробелов и упущений, тем невыносимей становится для него школьная жизнь, тем беспощаднее школа калечит судьбу ребенка» [Шаталов, 1989].

Если мы шаг за шагом «ведем ученика за руку», то успешное преодоление многочисленных микробарьеров — крошечных, пооперационных (одноактных) — обеспечивает в итоге полноценное развитие личности.

Использование тестирования — важный инструмент практической реализации принципа систематичности, прежде всего подчеркивающего необходимость регулярного контроля за ходом учебного процесса. В отличие от эпизодических проверок, систематический контроль помогает упорядочить процесс обучения, что позволяет получить объективную итоговую оценку.

Систематичность контроля тесно связана с его плановостью. Запланированный контроль ввиду его неотвратимости обладает значительной мотивирующей силой и стимулирует учебную активность.

Отметим, что наряду с оценкой уровня знаний тесты по математике выявляют у испытуемых особенности их психологической деятельности, т.е., по сути, частично осуществляют и психологическую диагностику. При этом имеются в виду такие свойства психики, как внимательность, память, интеллектуальные и творческие способности, быстрота реакции.

При внедрении тестирования в учебный процесс ставится задача не доказать, что все ранее существующие формы контроля знаний «изжили» себя, а наоборот, показать, что тестирование является одним из средств контроля за уровнем знаний учащихся и, как следствие, есть одно из средств управления качеством обучения.

Прежде чем управлять качеством, необходимо его определить и научиться оценивать. В педагогической деятельности (как, впрочем, и в ряде других) оценка качества во многих случаях происходит на уровне «здравого смысла», обыденного практического сознания, в котором качество прежде всего связано, например, с процентом успеваемости на «4» и «5». На определенной стадии функционирования системы такой подход выполнял свои функции и давал определенный эффект. Сейчас положение коренным образом меняется. Исходя из обыденного сознания, трудно решать вопрос об объективной оценке качества образования, дать теоретическое обоснование используемым критериям и методам.

Для обеспечения высокого качества обучения необходимо внедрение и активное использование современных педагогических технологий на основе усовершенствования и реконструирования дидактического материала.

Эффективным способом управления качеством обучения являются тесты. Идея состоит в следующем: каждая школа дает определенные знания; поскольку знания эти существуют, они должны быть измерены (не те знания, которые дают педагоги, а те, которые усваивает ученик, так называемые нормативные знания). При этом дети могут потратить на их усвоение один, два, три часа — временной фактор здесь абсолютно ни при чем. Если мы сможем объективно измерить нормативные знания, которые дает школа, мы всегда будем иметь основу для эффективного управления качеством обучения в наших школах.

Основные задачи контроля:

1) выявить не только исходный уровень знаний и умений, но и уровень динамики математической культуры, а значит, способностей к самостоятельной деятельности в математике;

2) контроль не только результатов обучения, но и динамики самого учебного процесса, а значит, управление качеством.

Приведем основные направления обучения.

1. *Обучающее тренинг-тестирование*. Основная задача — оценить не результаты, а сам процесс обучения и дать качественную характеристику усвоения, тем самым обеспечить обратную связь.

2. *Диагностическое* (или контрольно-обучающее). В тесте могут быть и вопросы, не входящие в программу, требующие культуры рассуждений (т.е. тест не всегда программно-вакуумный). Такой тест не только проверяет прочность знаний, но и диагностирует начальный процесс: навыки и уровень математической культуры. Для решения многих заданий школьник должен уметь классифицировать задачу, проводить анализ, находить метод решения.

3. *Прогностическое* (при отборе на спецобучение). Такое обучение должно выявлять математические способности. Однако здесь одного теста мало, необходима система отбора с привлечением других форм контроля.

Одним из эффективных способов повышения качества обучения является активная обратная связь в цепочке учитель-ученик. Объективная обратная связь может быть обеспечена за счет педагогической диагностики, которая способствует достижению школьниками желаемого уровня обученности, усиливает мотивационную потребность учащихся.

Тесты позволяют изменить методические приемы преподавания: репродуктивные приемы обучения заменяются поисковыми, что, безусловно, ускорит процесс развития понятийной структуры мышления.

Применение тех или иных тестов будет наиболее эффективным и обеспечит объективные выводы лишь при условии правильного их сочетания со всеми другими группами тестов. Поэтому тестовые испытания всегда имеют комплексный характер. Делать общие выводы, например об уровне развития обучаемых, на основе применения лишь тестов обученности было бы ошибочно. Когда ставится задача диагностирования обученности в связи с достижениями и развитием личности, нужно применять соответствующие виды тестовых заданий и предписанные им методики измерения, не забывая о локальном характере диагностирования.

Для предотвращения ошибок есть единственный выход: можно *делать* ошибки, но нужно *находить* и *исправлять* их. Иначе говоря, чтобы не делать ошибок, нужно вволю наошибаться (обычных школьных упражнений для этого недостаточно).

Ошибка, не замеченная в процессе самостоятельной работы, всплывает на тестировании и контрольной работе.

Ученик перестанет ошибаться, когда ответственность за полученный результат полностью ляжет на него самого, когда школьник осознает, что только он сам — не одноклассник, не учитель — может отыскать выход из создавшейся ситуации, что только от качества его собственной работы зависит конечный результат.

Заведующий кафедрой учителей математики
Университетско-школьного кластера,
кандидат физико-математических наук,
ординарный профессор НИУ ВШЭ – Пермь
Анатолий Прокопьевич Иванов

Тьютор учителей-мультипликаторов кафедры
математики Университетско-школьного кластера,
старший преподаватель кафедры
высшей математики НИУ ВШЭ – Пермь
Алёна Витальевна Морозова

Раздел 1. БАНК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМЕ «ПРЕОБРАЗОВАНИЯ»

1.1. Числовые преобразования

1.1.1. Задания по теме «Числовые вычисления»

01 Выражение $\left(26\frac{2}{3}:6{,}4\right)\cdot\left(19{,}2:3\frac{5}{9}\right)$ равно

1) 12,8	2) 10,5	3) 13,5	4) 13	5) 2,7

02 Сумма всех значений y, при которых пятизначное число $23x7y$ кратно 36, равна

1) 8	2) 2	3) 9	4) 13	5) 6

03 Значение выражения $\frac{(0,(6)+0,(3)):0,25}{0,12(3):0,0925}+12,5\cdot 0,64$ равно

1) 9,9	2) 10,7	3) 11	4) 11,2	5) 8,7

04 Число $2007\frac{23}{115}-7\frac{39}{360}-\frac{11}{120}$ равно

1) 2000,2	2) 2000	3) 2000,4	4) 1999,8	5) 1999,6

05 Двести сорок шестая цифра после запятой в десятичной записи числа $\frac{140}{1111}$ равна

1) 1	2) 2	3) 0	4) 4	5) 6

06 Значение x из пропорции $\frac{1,(3)x}{\frac{19}{24}-\frac{21}{40}}=\frac{1\frac{16}{63}-\frac{17}{21}}{96:2,4}$ равно

1) $\frac{1}{150}$	2) $\frac{1}{90}$	3) $\frac{1}{18}$	4) $\frac{1}{36}$	5) $\frac{2}{3}$

07 Двадцать восьмая цифра после запятой в десятичной записи числа $\frac{257}{1998}$ равна

1) 1	2) 2	3) 3	4) 9	5) 6

08 Число представлено в виде $12+100\cdot 2+10x+3$. При какой наибольшей цифре x это число будет делиться на три?

1) 7	2) 1	3) 4	4) 3	5) 9

09 Рациональным числом среди представленных является

1) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$	2) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$	3) $\sqrt{27}$
4) $\sqrt{\sqrt{17+\sqrt{289}}}$	5) $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}}\cdot\sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$	

10 Вычислите $(0{,}001)^{-\frac{1}{3}}+27^{-2\frac{1}{3}}+(6^0)^5\cdot 2-3^{-4}\cdot 81^{-\frac{3}{2}}\cdot 27.$

1) 9 2) 13 3) 24 4) 12 5) 18

11 Значение выражения

$$\left(\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^{-1}}\cdot\sqrt{49}-\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{1}{125}\right)^{-1}}\right)^{-1}$$ равно

1) $\frac{1}{11}$ 2) 11 3) $-\frac{1}{11}$ 4) $\frac{15}{29}$ 5) -11

12 Выражение $\sqrt[4]{3^5\cdot\sqrt[3]{9}}+\sqrt[4]{729\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{3}}}-5\cdot\sqrt[3]{3\cdot\sqrt[4]{3}}$ равно

1) $\sqrt{3}$ 2) $3\frac{17}{12}$ 3) $\sqrt[12]{243}$ 4) $3\frac{12}{17}$ 5) $\sqrt[3]{3}$

13 Выражение $5\sqrt{48\sqrt[3]{0,(6)}}+\sqrt{32\sqrt[4]{2{,}25}}-5\cdot\sqrt[3]{3\cdot\sqrt[4]{3}}$ равно

1) 0 2) $\sqrt[3]{9}$ 3) $2\sqrt[6]{18}$ 4) $\sqrt[6]{18}$ 5) $3\sqrt[6]{12}$

14 Значение выражения $9\left((2\sqrt{54})^{\frac{1}{3}}-(3\sqrt{0{,}375})^{\frac{1}{3}}\right)^{-4}$ равно

1) 0 2) 6 3) $1{,}5$ 4) 2 5) 4

15 Значение выражения $\left(2{,}3\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}-1{,}3\sqrt{2}\right)^2$ равно

1) $\sqrt{2}$ 2) 2 3) $2\sqrt{2}$ 4) 4 5) $4\sqrt{2}$

1.1.3. Задания по теме «Действия с корнями»

01 Значение выражения $\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ равно

1) $\sqrt{6}-\sqrt{7}$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) $2\sqrt{7}$ 4) $\sqrt{6}+\sqrt{7}$ 5) 1

02 Значение выражения $\frac{2}{1-\sqrt{3}}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)$ равно

1) 0 2) 1 3) 2 4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ 5) -2

03 Значение выражения $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ равно

1) 6 2) $2\sqrt{2}$ 3) $\sqrt{2}$ 4) -6 5) $-2\sqrt{2}$

04 Значение выражения $\dfrac{\frac{2}{\sqrt{3}-1}+\frac{3}{\sqrt{3}-2}+\frac{15}{3-\sqrt{3}}}{\sqrt{3}+5}$ равно

1) $\frac{5+\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $-\frac{1}{2}$ 4) $\frac{5-\sqrt{3}}{2}$ 5) $-\frac{1}{22}$

05 Значение выражения $3+\sqrt{17}+\sqrt{3}-\frac{14\sqrt{51}}{17\sqrt{3}-3\sqrt{17}}$ равно

1) $3\sqrt{51}$ 2) $\sqrt{3}-\sqrt{17}$ 3) $3\sqrt{17}$ 4) 3 5) 5

06 Значение выражения $\left(\dfrac{3}{\sqrt{20}-\sqrt{17}}-\dfrac{3}{\sqrt{17}-\sqrt{14}}-\sqrt{20}\right)\cdot$ $\cdot\dfrac{20}{\sqrt{14}}$ равно

1 $\sqrt{20}$ 2 $\sqrt{17}$ 3 20 4 -20 5 -14

07 Вычислите $\left(\dfrac{2}{\sqrt{17}+\sqrt{15}}+\dfrac{2}{\sqrt{15}+\sqrt{13}}+\sqrt{13}\right)\sqrt{17}$.

1 $\sqrt{17}$ 2 $\sqrt{15}$ 3 $\sqrt{13}$ 4 17 5 28

08 Вычислите $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}$.

1 $\sqrt{2}-1$ 2 $\sqrt{2}+1$ 3 $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

4 $\dfrac{1}{2}$ 5 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

09 Вычислите $\left((2+\sqrt{3})^{-1}+1\right)^{-1}+\left((2-\sqrt{3})^{-1}+1\right)^{-1}$.

1 $\dfrac{1}{4-\sqrt{3}}$ 2 0 3 2 4 1 5 -2

10 Значение выражения $\left((0{,}2^{0{,}1})^{-5}-(2^{-0{,}5})^{-1}\right)\cdot\left(\dfrac{16}{81}\right)^{0{,}25}$: $:\left(\dfrac{1}{0{,}75}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{3}{4}\right)^{0}\cdot\left((0{,}5)^{-\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}}\right)$ равно

1 1 2 $1{,}125$ 3 $1{,}5$ 4 $1{,}75$ 5 2

1.1.4. Задания по теме «Преобразования числовых выражений»

01 Значение выражения $\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ равно

1 -2 2 $-2-2\sqrt{2}$ 3 $-4+2\sqrt{2}$

4 $4-2\sqrt{2}$ 5 4

02 Значение выражения $\sqrt{29-12\sqrt{5}}-\sqrt{29+12\sqrt{5}}$ равно

1 6 2 -6 3 0 4 $2\sqrt{5}$ 5 $-2\sqrt{5}$

03 Значение выражения $\sqrt{|12\sqrt{3}-21|}-\sqrt{21+12\sqrt{3}}$ равно

1 0 2 $-4\sqrt{3}$ 3 $-6-4\sqrt{3}$

4 $4\sqrt{3}+6$ 5 -6

04 Значение выражения $\sqrt{18+8\sqrt{2}}-\sqrt{|8\sqrt{2}-18|}-$ $-0{,}5\sqrt{32}$ равно

1 $-2\sqrt{2}$ 2 $8-2\sqrt{2}$ 3 $2\sqrt{2}$

4 8 5 5

05 50% числа $\sqrt{1{,}5+\sqrt{2}}-\sqrt{|\sqrt{2}-1{,}5|}$ равно

1 $\sqrt{2}$ 2 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 3 $-\sqrt{2}$ 4 $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 5 1

Задания по теме
«Преобразования числовых тригонометрических выражений»

1	4	**4**	1	**7**	3	**10**	1	**13**	4
2	1	**5**	1	**8**	1	**11**	5	**14**	4
3	5	**6**	1	**9**	2	**12**	3	**15**	2

Задания по теме «Тригонометрические формулы»

1	2	**5**	1	**9**	2	**13**	3	**17**	2
2	1	**6**	1	**10**	1	**14**	2	**18**	2
3	4	**7**	1	**11**	4	**15**	2	**19**	2
4	4	**8**	1	**12**	1	**16**	1	**20**	3

Задания по теме «Основное логарифмическое тождество»

1	5	**4**	2	**7**	2	**10**	3	**13**	2
2	1	**5**	2	**8**	5	**11**	1	**14**	2
3	1	**6**	3	**9**	5	**12**	3	**15**	5

Задания по теме «Вычисление логарифмических выражений»

1	2	**3**	2	**5**	4	**7**	3	**9**	3
2	4	**4**	2	**6**	2	**8**	4	**10**	2

Задания по теме «Формула перехода к новому основанию»

1	4	**3**	2	**5**	4	**7**	1	**9**	2
2	3	**4**	1	**6**	5	**8**	1	**10**	1

Задания по теме «Свойства логарифмов»

1	5	**3**	1	**5**	1	**7**	1	**9**	2
2	2	**4**	2	**6**	5	**8**	4	**10**	1

Задания по теме
«Преобразования логарифмических выражений»

1	3	**3**	2	**5**	4	**7**	2	**9**	4
2	2	**4**	3	**6**	1	**8**	3	**10**	5

Раздел 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ «ЗАДАНИЯ С ПАРАМЕТРОМ»

2.1. Характеристика содержания деятельности учителей-мультипликаторов в 2013–2014 годах

Начиная с 2004 года учащиеся 11-х классов общеобразовательных школ выполняют обязательную экзаменационную работу по математике в формате ЕГЭ, а позднее и 9-классники стали выполнять итоговую работу по математике в формате ГИА. При выполнении этих работ экзаменуемые встречаются с заданиями, которые содержат параметр. Для грамотного математического решения этих заданий необходимо сформировать у учащихся стойкий навык их выполнения. Знакомство учащихся с особенностями и правилами выполнения заданий с параметром следует начинать уже на начальной ступени обучения математике и продолжать на протяжении всего курса в старших классах. Использование заданий с параметрами в форматах ГИА и ЕГЭ позволяет оценить уровень усвоения знаний учащихся на протяжении всего периода обучения, проследить динамику успеваемости каждого ученика и класса в целом, скорректировать программу обучения, что в итоге улучшает качество усвоения данной темы.

В рамках проекта учителями-мультипликаторами под руководством ординарного профессора А.П. Иванова был разработан комплекс учебно-методических материалов по теме «Задания с параметрами».

Участники проекта — учителя математики пермских школ:

- *Валентина Эрастовна Баранова* (МАОУ «Лицей № 10»);
- *Лариса Викторовна Золотухина* (МАОУ «Лицей № 10»);
- *Светлана Рамазановна Рахимова* (МАОУ «Лицей № 10»);
- *Любовь Борисовна Семушина* (МАОУ «Лицей № 4»).

Проект направлен на систематизацию темы «Параметр», ликвидацию недостатка практических заданий в учебниках и раскрытие способов их изложения. В данном разделе изложены дидактические аспекты, представлена иерархия по темам заданий с параметрами различного уровня. Кроме того, рассмотрены различные методы решения заданий с параметрами, в том числе заданий ГИА и ЕГЭ.

Задачи раздела «Задания с параметром», безусловно, считаются трудными. Это объясняется тем, что учащиеся не привыкли к формулировкам следующего содержания: «Найдите значение параметра *a*, при которых уравнение (неравенство, система) имеет несколько решений». Большинство учащихся не видит различия между переменной и параметром. Уверенные знания школьной программы по математике и хорошее владение ими — необходимое условие для сдачи экзамена на наивысший балл. Тема «Параметр» как отдельная учебная тема отсутствует в школьном курсе алгебры. Задачи с параметрами практически не изучаются в школьной программе, но широко представлены в материалах для подготовки к ГИА и ЕГЭ по математике. В школьных учебниках можно встретить задания с параметрами различного уровня, но вместе с этим не освещается обобщенное понятие параметра и способы решений. Как следствие, учащиеся, а порой и сами учителя, испытывают трудности при решении заданий с параметрами.

Цель проекта — повышение профессиональной компетенции учителей математики.

Задачи проекта:

1) анализ учебной литературы по теме «Задания с параметром» (5–11-е классы);

2) анализ заданий с параметрами в форматах ГИА и ЕГЭ разных лет;

3) разработка комплекса учебно-методических материалов для различных этапов изучения темы «Задания с параметром» и его внедрение в общеобразовательные учреждения Пермского края;

4) создание банка заданий по теме «Задания с параметром».

Основные целевые группы проекта: учителя математики среднего и старшего звеньев, учащиеся 5–11-х классов общеобразовательных школ.

Разработанные учебно-методические материалы были внедрены в образовательный процесс МАОУ «Лицей № 10» и МАОУ «Лицей № 4» города Перми в рамках деятельности Университетско-школьного кластера начиная с 2011 г. Апробация разработанных компетентностно ориентированных заданий в форматах ГИА и ЕГЭ по теме «Задания с параметрами» проводилась в группах учеников 7–11-х классов МАОУ «Лицей № 10» и МАОУ «Лицей № 4» города Перми. Проверочные работы позволили провести анализ среза знаний учащихся, результаты которого оказались ожидаемыми. Выявление трудностей, возникших при апробации данного комплекса, позволило внести соответствующие изменения и исправления. Дальнейшим направлением работы по теме была корректировка разработанных заданий, а также конструирование на ее основе заданий для других этапов изучения данной темы.

В целом внедрение разработок проекта показало, что при проведении ГИА и ЕГЭ необходимо использовать компетентностно ориентированные задания. Подобные задания знакомят учащихся со структурой используемых форматов, способствуют формированию универсальных учебных умений (самостоятельное корректное выполнение конкретных заданий), а также позволяют определить уровень знаний у группы учащихся по заданной тематике, скорректировать программу обучения для дальнейшего изучения.

6 класс. N6-7 задание 30:

«Найдите сумму всех x, для которых дробь $\frac{11}{x-1}$ является целым числом».

6 класс. N6-8 задание 18:

«Решением уравнения $2x - (3 - x) + ax = -3$ является любое число, если a равно...»

Регулярное использование учебных пособий ординарного профессора А.П. Иванова начиная с 5-х классов позволяет не только приучить учащихся «не бояться» решать задачи с параметром, но и систематизировать их знания, обогащая различными математическими приемами.

Учащиеся целенаправленно встречаются с понятием «параметр» в 7-м классе, когда изучают линейную функцию и линейные уравнения. Именно в этот период вводится понятие «параметр». Основная задача на этом этапе — научить учащихся решать задачи с одним параметром.

В курсе алгебры 7–8-х классов изучаются следующие основные темы: 1) «Линейные уравнения»; 2) «Линейные неравенства и системы линейных неравенств»; 3) «Квадратные уравнения»; 4) «Дробно-рациональные уравнения».

При изучении каждой из указанных тем необходимо включать задачи с параметрами, проводить повторение для более глубокого, прочного усвоения программных вопросов. Ученики расширяют свой математический кругозор, тренируют память, при этом развивают математическое мышление, логическое мышление, умение анализировать, сравнивать и обобщать. Происходит формирование таких качеств личности, как трудолюбие, целеустремленность, усидчивость, сила воли и точность.

В 8–9-х классах открывается простор для заданий с параметром. Ученики могут оперировать дробно-линейной функцией, квадратичной функцией, функцией с модулем. Появляется разнообразие подходов при решении таких заданий, можно

использовать новые способы решения: графический, метод интервалов, метод областей.

Решение задач с параметрами в школьной практике позволяет проверить: знание основных разделов школьной математики, уровень математического и логического мышления, а также возможности конкурентоспособности учащихся.

При математическом моделировании различных процессов часто возникают задачи с параметром. Данная тема является одной из труднейших в курсе элементарной математики. При ее изучении, кроме использования стандартных алгоритмов решения уравнений и неравенств, необходимо применять команду ветвления для классификации всех случаев данного алгоритма. При изучении данной темы проверяется не уровень «натасканности» ученика, а глубокое понимание им материала. В связи с этим задания с параметром следует **систематически** использовать в процессе обучения математике, причем не только на этапе отработки стандартных алгоритмов, но и в комплексе с дальнейшими темами, разнообразными способами и методами решения математических моделей.

В свете новых ФГОС основной акцент делается на исследовательскую деятельность учащихся. Данные упражнения — это прекрасный материал для учебно-исследовательской работы.

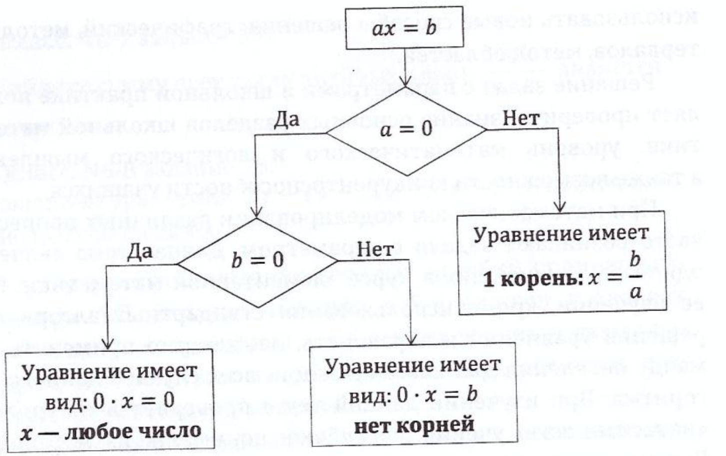
2.2.2. Линейные уравнения с параметром

Стандартный вид линейного уравнения: $ax = b$, где a и b — параметры.

Алгоритм решения линейных уравнений с параметром.

1. Приведите уравнение к стандартному виду: $ax = b$.

2. Выполните следующий алгоритм. *Обратите внимание:* а) нужно зафиксировать внимание учащихся на случае, когда коэффициент при x равен нулю, и рассматривать этот случай всегда первым, чтобы избежать наиболее распространенной ошибки: потери этого случая; б) следует обратить внимание на форму записи ответа при решении задач с параметром.



Пример

Решите уравнение $p^2x - p^3 = x + 1$.

Решение

1. Запишем уравнение в стандартном виде:

$$(p^2 - 1)x = p^3 + 1.$$

2а. Если $p^2 - 1 = 0$, т.е. $p = \pm 1$, то при $p = 1$ уравнение имеет вид $0x = 2$, а значит, уравнение не имеет корней, при $p = -1$ 1 уравнение имеет вид $0x = 0$, а значит, $x \in R$.

2б. Если $p^2 - 1 \neq 0$, т.е. $p \neq \pm 1$, то уравнение имеет единственный корень:

$$x = \frac{p^3 + 1}{p^2 - 1} = \frac{(p + 1)(p^2 - p + 1)}{(p - 1)(p + 1)} = \frac{p^2 - p + 1}{p - 1}.$$

Ответ

Если $p = 1$, то уравнение не имеет корней; если $p = -1$, то x — любое число; если $p \neq \pm 1$, то $x = \frac{p^2 - p + 1}{p - 1}$.

Пример решения линейного уравнения с использованием свойства линейной функции.

При каждом значении a исследовать на четность и нечетность функцию $f(x) = (a - 5)x + 3a - 4$, $x \in R$.

Решение

1. Найдем значения a, при которых $f(-x) = f(x)$ при всех $x \in R$:

$$f(-x) = (a - 5)(-x) + 3a - 4,$$
$$f(x) = (a - 5)x + 3a - 4,$$

значит, уравнение $(a - 5)(-x) + 3a - 4 = (a - 5)x + 3a - 4$ выполняется при всех $x \in R$.

Получаем уравнение $2(a - 5)x = 0$, следовательно, при $a = 5$ функция четная.

2. Найдем значения a, при которых $f(-x) = -f(x)$ при всех $x \in R$, уравнение $(a - 5)(-x) + 3a - 4 = -((a - 5)x + 3a - 4)$ выполняется при всех $x \in R$.

Получаем уравнение $6a - 8 = 0$, $a = \frac{4}{3}$, а значит, при $a = \frac{4}{3}$ функция нечетная.

Ответ

При $a = 5$ функция четная; при $a = \frac{4}{3}$ функция нечетная; при $a \neq \frac{4}{3}$, $a \neq 5$ функция не является ни четной, ни нечетной.

Пример

Решите уравнение $\frac{a + 1}{x - a} = \frac{2a}{a - 2}$.

Решение

Данное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} a - 2 \neq 0 \\ x - a \neq 0 \\ (a + 1)(a - 2) = 2a(x - a) \end{cases}.$$

2.2.6. Аналитические и геометрические методы решения задач с параметрами

Классификация задач с параметрами

1 тип — решить задание для всех значений параметра.

2 тип — определить количество решений в зависимости от значения параметра.

3 тип — найти все значения параметра, при которых указанные уравнения, неравенства и их системы имеют заданное число решений.

Данные задачи отличаются тем, что при их решении нужно лишь найти те значения параметра, при которых это решение удовлетворяет условию. Приведем примеры условий для решения:

- существует решение;
- не существует решения;
- существует единственное решение;
- существует положительное решение;
- существует ровно k решений;
- существует решение, принадлежащее указанному промежутку.

В этих случаях полезен графический способ решения задач с параметрами.

Выделим два способа применения метода при решении уравнения $f(x) = f(a)$.

1. На плоскости Oxy рассматриваются график $y = f(x)$ и семейство графиков $y = f(a)$. Сюда же относятся задачи, решаемые с помощью «пучка прямых». Этот способ оказывается удобен в задачах с двумя неизвестными и одним параметром.

2. На плоскости Oxa (которую называют фазовой) рассматриваются графики, в которых x — аргумент, а a — значение функции. Этот способ часто применяется в задачах, в которых фигурирует лишь одна неизвестная и один параметр.

Нередко при решении графического метода используетс аппарат дифференцирования функции одной переменной дл ее исследования.

Пример

При каких значениях параметра a уравнение $3x^4 + 4x^3$ $-12x^2 = a$ имеет не менее трех корней?

Решение

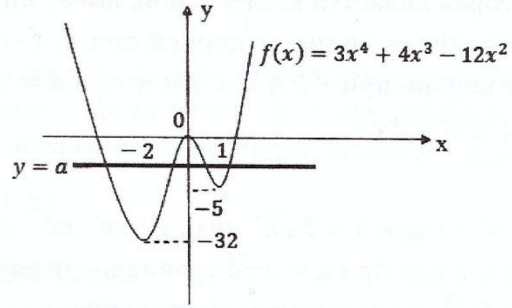
1. Построим графики функций $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x$ и $f(x) = 0$ в одной системе координат.

2. Исследуем функцию с помощью производной на точк экстремума. Имеем:

$f^1(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x = 12x(x+2)(x-1), f^1(x) = 0$

при $x = -2$ (точка минимума), при $x = 0$ (точка максимума и при $x = 1$ (точка максимума). Найдем значения функци в точках экстремума: $f(-2) = -32, f(0) = 0, f(1) = -5$.

3. Схематично постоим график функции с учетом точек экс тремума:



Графическая модель позволяет ответить на поставленный вопрос: уравнение $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 = a$ имеет не менее трех корней, если $-5 \le a \le 0$.

Ответ: $-5 \le a \le 0$.

4. Найти точки пересечения прямой $a = c$ с графиком функции $a = f(x)$.

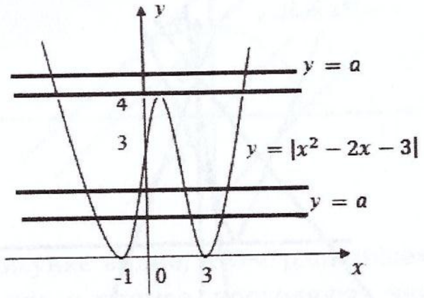
5. Записать ответ.

Пример

Для каждого значения параметра a определите число решений уравнения $|x^2 - 2x - 3| = а$.

Решение

Построим в системе координат xOa график функции $a(x) = |x^2 - 2x - 3|$. Область определения $(-\infty; +\infty)$.



На данном рисунке видно, что при $a < 0$ нет решений, при $a = 0$ два решения, при $a < 0 < 4$ четыре решения, при $a = 4$ три решения, при $a > 4$ два решения.

Ответ

При $a < 0$ уравнение не имеет решений, при $a = 0$ и $a > 4$ уравнение имеет два решения, при $a = 4$ уравнение имеет три решения, при $a < 0 < 4$ уравнение имеет четыре решения.

2.2.7. Решение заданий ГИА

В данном разделе представлены различные решения задания № 23 из Диагностической работы № 1 (Вариант 6) ГИА-9 2013–2014 годов, предложенные учителем математики МАОУ «Лицей № 10» г. Перми В.Э. Барановой.

Пример. Постройте график функций $y = |x - 3| - |x +$
и найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ им
с графиком данной функции только одну общую точку.

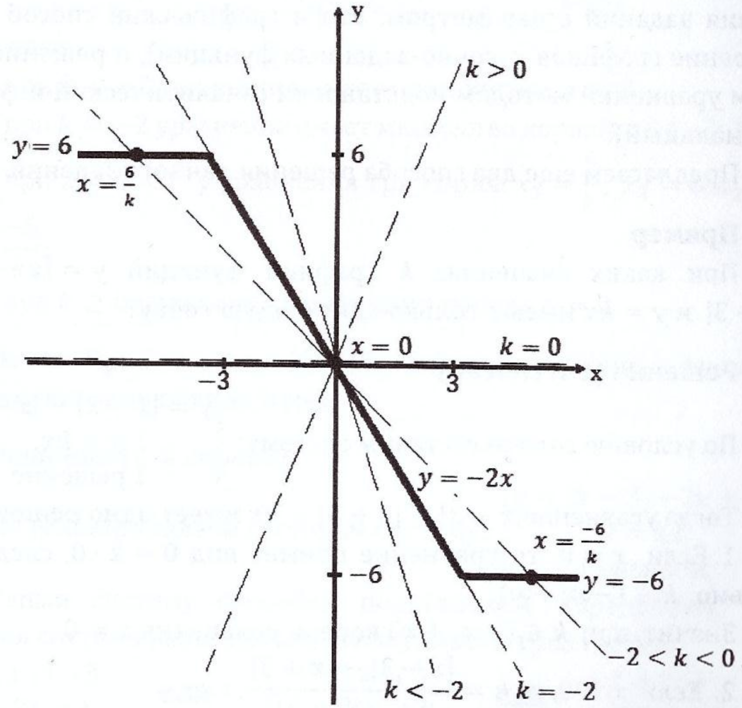
Решение

Построим в одной системе координат графики заданн
функций.

1. Графиком функции $y = |x - 3| - |x + 3|$ является ломан
вершины которой: $x_{в_1} = -3;\ y(x_{в_1}) = 6$ и $x_{в_2} = 3;\ y(x_{в_2}$
-6; уравнения звеньев: $y(x) = 6$, если $x \in (-\infty; -3)$; $y(x$
$-2x$, если $x \in [-3; 3]$; $y(x) = -6$, если $x \in (3; +\infty)$.

2. Графиком функции $y = kx$ является прямая, проходящ
через начало координат и $k = y(1)$.

3.



Тогда:

- при $k < -2$ графики пересекаются в одной точке (0;0);
- при $k = -2$ графики пересекаются при $x \in [-3; 3]$;
- при $-2 < k < 0$ графики пересекаются в трех точках — $\left(\frac{6}{k}; 6\right)$; $(0;\ 0)$; $\left(\frac{-6}{k}; -6\right)$;
- при $k \geq 0$ графики пересекаются в одной точке (0; 0).

Ответ. При $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$ графики данных функций имеют одну общую точку.

Примечание

Данное задание является полезным дидактическим материалом для повторения и обобщения различных методов решения заданий с параметром. Это и графический способ (построение графиков кусочно-заданных функций), и решение систем уравнений методом подстановки (аналитический и функциональный).

Предлагаем еще два способа решения данного задания.

Пример

При каких значениях k графики функций $y = |x - 3| - |x + 3|$ и $y = kx$ имеют только одну общую точку?

Решение (1-й способ)

По условию задачи составим систему: $\begin{cases} y = |x-3| - |x+3|; \\ y = kx, \\ \text{1 решение} \end{cases}$

Тогда уравнение $|x - 3| - |x + 3| = kx$ **имеет одно решение.**

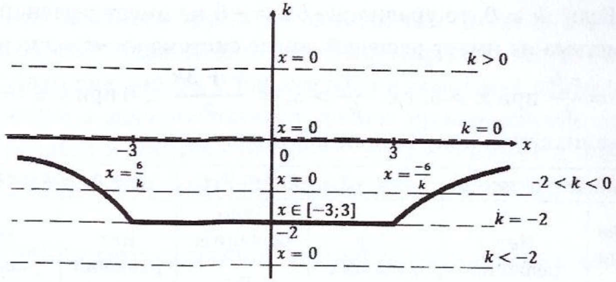
1. Если $x = 0$, то уравнение примет вид $0 = k \cdot 0$, следовательно, $k \in (-\infty; +\infty)$.

Значит, при $k \in (-\infty; +\infty)$ корень уравнения $x = 0$.

2. Если $x \neq 0$, то $k = \dfrac{|x-3| - |x+3|}{x}$, т. е.

$$k = \begin{cases} \frac{6}{x} \text{ при } x < -3 \\ -2 \text{ при } x \in [-3; 3],\ x \neq 0. \\ \frac{-6}{x} \text{ при } x > 3 \end{cases}$$

Следовательно, в зависимости от значений k корни уравнения расположены следующим образом:



Тогда:

- при $k < -2$ уравнение имеет один корень $x = 0$;
- при $k = -2$ уравнение имеет множество корней $x \in [-3; 3]$;
- при $2 < k < 0$ у уравнения три корня: $x_1 = \frac{6}{k}$; $x_2 = 0$; $x_3 = \frac{-6}{k}$;
- при $k \geq 0$ уравнение имеет один корень $x = 0$.

Ответ. При $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$ графики данных функций имеют одну общую точку.

Решение (2-й способ)

По условию задачи составим систему: $\begin{cases} y = |x-3| - |x+3|; \\ y = kx, \\ \text{1 решение} \end{cases}$

Решая систему способом подстановки, определяем, что данная система равносильна совокупности трех систем:

$\begin{cases} x < -3 \\ kx = 6 \end{cases}$ **<u>или</u>** $\begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ (k+2)x = 0 \end{cases}$ **<u>или</u>** $\begin{cases} x > 3 \\ kx = -6 \end{cases}$

Проверочная работа по теме «Решение задач с параметром в курсе алгебры 7-9-х классов»

Вариант 1

1. Из формулы всемирного тяготения $F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$ выразите R.

2. Сравните $-a$ и $4a$.

3. Решите уравнение $(a^2-4)x = a + 2$.

4. При каких значениях параметра a уравнение $(a-2)x^2 + (4-2a)x + 3 = 0$ имеет единственное решение?

5. Решите уравнение $\frac{x-1}{x-a} = 0$.

6. Для всех значений параметра p решите неравенство $(p-1)x > p - 1$.

7. При каких значениях параметра a система $\begin{cases} x > 3, \\ x \le a \end{cases}$ не имеет решений?

8. Для каждого значения параметра a определите число корней уравнения $|5x-3| = a$.

Вариант 2

1. Из формулы $2xz + 3yz = 4$ выразите z.

2. Сравните a и $3a$.

3. Решите уравнение $(a^2-6a+5)x = a - 1$.

4. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - 4x + a + 3 = 0$ имеет единственное решение?

5. Решите уравнение $\frac{x-a}{x-1} = 0$.

6. Для всех значений параметра p решите неравенство $(p+4)x \le 2p - 1$.

7. При каких значениях параметра a система $\begin{cases} x \ge 5, \\ x \le 3 - a \end{cases}$ имеет единственное решение?

8. Для каждого значения параметра a определите число корней уравнения $|x-3| - 2 = a$.

Задания по теме «Задания с параметрами смешанного типа

1. При каких значениях m неравенство $mx^2 + (2-m)x$ $3 - 2m \le 0$ выполняется только для одного действительно значения x?

2. При каких значениях параметра a множество значени функции $f(x) = 8 \cdot 2^{\frac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}} - 1$ принадлежит промежут $[0; 127]$ для всех значений x?

3. Найдите все значения параметра a, при которых уравн ние $4sin^2x + 2(a-3)cosx + 3a - 4 = 0$ имеет корни, и решит это уравнение.

4. Найдите все значения параметра a, при которых уравн ние $x^2\log_{81}a - (2\log_{81}a - 1)x + \log_{81}a - 2 = 0$ имеет ровно о но решение.

5. При каких значениях a неравенство $x^2 - 2^{a+2}x - 2^{a+3}$ $12 > 0$ выполняется при любых значениях x?

6. Найдите все значения параметра a, при которых уравне ние $25^x - (2a+5) \cdot 5^{x-\frac{1}{x}} + 10a \cdot 5^{-\frac{2}{x}}$ имеет ровно два решения.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функци $y = 2 - ax - 3x^2$ на отрезке $[-1; 1]$.

8. При каких значениях параметра a наименьшее значени функции $f(x) = 4^x - 2^{3+x} \cdot a + 7a^2$ на отрезке $[-2; 0]$ отрица тельно?

9. Действительные числа x, y, a таковы, чт $\begin{cases} x + y = 2a - 1 \\ x^2 + y^2 = a^2 + 2a - 3 \end{cases}$. При каком значении параметра a произ ведение xy принимает наименьшее значение?

10. Найдите все значения параметра a, при которых вершины парабол $f(x) = 4x^2 + 8ax - a$ и $g(x) = 4ax^2 - 8x + a - 2$ лежат по одну сторону от прямой $y = -5$.

11. При каком значении параметра a уравнение $a^2x + 3 = 9x - a$ имеет решение для $x \in R$?

12. Определите все значения a, при которых уравнение $(a + 1 - |x - 1|) \cdot (a + x^2 - 2x) = 0$ имеет три корня.

Задания по теме «Уравнения и неравенства с параметром, содержащие модуль»

1. Для каждого значения параметра a решите уравнение $2|x| + |x - 1| = a$.

2. Сколько корней имеет уравнение $\big||x| - 3\big| = a(x - 9)$?

3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2|x| - 4| = x + a$.

4. Для каждого значения параметра a решите неравенство $|x| + |a| \leq 1$.

5. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $2x + 2|x - a| + |x - 1| > 3$ выполняется для всех $x \in (-\infty; +\infty)$.

6. Найдите все значения параметра b, при которых расстояние между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $|x - 3| = b$ на числовой оси равно 2.

7. Найдите наибольшее положительное значение параметра p, при котором уравнение $|x - 8| + 5 = \dfrac{5x}{p}$.

8. Множество всех значений параметра p, при которых уравнение $\dfrac{3|x| - 42}{|x| - 6} = p$ имеет не более одного корня, представляет собой промежуток числовой оси. Найдите длину промежутка.

9. Найдите значение параметра k, при котором уравнение $\big||x - 4| - 2\big| = kx$ имеет ровно три корня.

10. Найдите наибольшее значение параметра b, при котором все решения неравенства $|x - b| \leq 2$ являются решениями неравенства $|x| \leq 5$.

11. Все значения параметра p, при которых хотя бы одно число $x \in [4; 11]$ является решением неравенства $|x - p| \leq 13$, образуют промежуток. Найдите его длину.

12. При каких значениях a уравнение $\big||x| - 3\big| = a(x - 9)$ имеет четыре решения?

13. При каких значениях a уравнение $|x + 3| - a|x - 1| = 4$ имеет два решения?

Задания по теме «Применение производной для исследования функций в заданиях с параметром»

1. При каких значениях параметра a функция возрастает на всей числовой прямой:

a) $y = x^3 + ax$;

b) $y = \dfrac{x^3}{3} - ax^2 + 5x - 3$;

c) $y = ax - \cos x$;

d) $y = 2\sin x - ax$?

Учебное издание

Систематизация математических знаний по учебным разделам «Преобразования» и «Задания с параметром»

Сборник учебно-методических материалов

Редактор *Ю.А. Бурдина*
Корректор *Е.М. Старикова*
Верстка *Т.В. Новиковой*

Подписано в печать 19.11.2014. Формат 60x84/16.
Бум. ВХИ. Печать цифровая.
Гарнитура Cambria. Усл. печ. л. 6,51.
Тираж 60 экз. Заказ № 1903

Отпечатано в редакционно-издательском отделе НИУ ВШЭ – Пермь
614070, Пермь, ул. Студенческая, д. 38

ISBN 978-5-906482-14-3

9 785906 482143