Экономическая политика. 2015. Т. 10. № 6. С. 133—143 DOI: 10.18288/1994-5124-2015-6-07

ДИФФУЗИЯ ИННОВАЦИЙ: МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ*

Кирилл БУКИН
кандидат физико-математических наук,
доцент департамента теоретической экономики,
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
(119049, Москва, ул. Шаболовка, д. 26).
E-mail: kbukin@hse.ru

Аннотация
Предметом настоящего исследования является диффузия инноваций. Цель исследования — построение модели инновационных процессов, происходящих в пространстве признаков или характеристик продуктов. Анализируются основные проблемы диффузии инноваций, а также различные подходы в моделировании диффузионных процессов, включающих изменения качеств инновационных продуктов и технологий. В работе предлагается оригинальная модель диффузии инноваций в пространстве свойств, позволяющая анализировать возможное изменение свойств инновационных продуктов и наметить пути к предсказанию появления товаров с принципиально новыми свойствами.

Ключевые слова: диффузия инноваций, эволюционная теория.
JEL: C02, C31, C63.

1. Эволюционный подход к исследованию экономических явлений

Эволюционная экономическая теория насчитывает около 100 лет — если считать ее началом вышедшую в 1911 году работу Йозефа Шумпетера «Теория экономического развития», который, в частности, писал: «...под развитием следует понимать лишь такие изменения хозяйственного кругооборота, которые экономика сама порождает, то есть случайные изменения „предоставленного самому себе“, а не приводимого в движение импульсами извне народного хозяйства» [Шумпетер, 2007].

Подробный анализ аспектов эволюционной теории Шумпетера приведен в ставшей классической монографии Ричарда Нельсона и Сиднея Уинтера «Эволюционная теория экономических изменений» [Нельсон, Уинтер, 2012].

Наиболее полная систематизация результатов, полученных в эволюционной экономике, содержится в работе [Safarzynska, van den Bergh, 2010]. В частности, авторы работы приводят математические модели, близкие к тем, которые рассмотрены

* Автор выражает глубокую благодарность Льву Ильичу Розоноэру, идеи которого вдохновили работу над настоящей статьей и который в течение многих лет уделяет большое внимание курированию наших исследований.

в: [Розоноэр, Седых, 1979а], но в этой обзорной статье нет упоминания о моделировании эволюционных процессов в пространстве характеристик, когда эти характеристики непрерывны, а не дискретны, что делает цикл работ Л. Розоноэра и Е. Седых уникальным.

Начиная с 1990-х годов эволюционную теорию стали применять в теории игр, что позволило разрешить проблему выбора конкретного равновесия в играх с множественными равновесиями по Нэшу. Эти исследования были стимулированы работами биологов. В частности, применение «биологического» подхода дает возможность отказаться от требования о рациональности или о совершенной информированности игроков либо ослабить его. Кроме того, эволюционный подход позволил игрокам совершенствовать свои стратегии, основываясь на методе «проб и ошибок». Дальнейшее развитие эволюционной теории игр связано с введением мутаций, понимаемых как последовательность небольших стохастических шоков. Одна из наиболее известных работ в этой области принадлежит [Kandori et al., 1993]. Используя наработки биологов, они предположили, что агенты при выборе стратегий не обязаны моментально реагировать на изменения окружающей среды (что может быть определено как инертность), действуют недальновидно и существует возможность случайной смены ими стратегий под воздействием мутаций.

В работе [Fudenberg, Imhof, 2006] обращается внимание на важность мутаций при выборе агентами имитационных стратегий, при этом они имитируют лишь те стратегии, которые ранее использовались в игре и приводили к успеху.

В статье [Hodgson, Huang, 2012] исследуется взаимосвязь двух основных подходов к изучению эволюционных процессов в экономике: эволюционной экономики и эволюционной теории игр. Авторы отмечают, что сотрудничество между двумя этими направлениями вполне возможно, но оно наталкивается на «доктринальные» барьеры. Экономисты, работающие в этих направлениях, в значительной степени придерживаются различных взглядов на методы исследований и концептуально по-разному подходят к пониманию экономических явлений. Более того, разделение с течением времени стало институализированным настолько, что «эволюционные» экономисты оказались в департаментах бизнес-школ, в то время как специалисты по эволюционной теории игр работают в департаментах экономики.

Нельзя не отметить использование эволюционных подходов в экспериментальной экономике. Показательной является работа [Xu, Wang, 2008] по проведению эксперимента, в котором участвовали две группы агентов, представлявшие взаимодействующие популяции.

Игра под названием «скромность и распущенность» была исследована математическими биологами еще в конце 1970-х годов и описана с помощью системы дифференциальных уравнений. Целью исследования было построение фазовых портретов. Интересно, что полученные исследователями фазовые портреты игры, в которой участвовали по

8 добровольцев с каждой из двух сторон, оказались близкими к тем, что были получены компьютерным моделированием соответствующих систем дифференциальных уравнений.

Класс эволюционных моделей процесса создания инноваций также рассматривается в работе [Полтерович, Хенкин, 1988].

2. Описание модели

В отличие от цитировавшихся ранее работ нами будет выбрана математическая модель, описывающая эволюционные процессы, но по сравнению с подходом Нельсона и Уинтера, которые рассматривали в качестве агентов фирмы, осуществляющие имитационную или инновационную деятельность, мы будем опираться на эволюционные процессы, происходящие в пространстве признаков или характеристик продуктов. При таком моделировании экономические агенты, отвечающие за инновационную деятельность, неявно присутствуют, но их параметры при математической формализации фигурируют лишь в виде «диффузионных» членов уравнений. В работе [Левин, Матросова, 2015] содержится подробное изложение теории потребления Келвина Ланкастера, в которой объектами выбора потребителя являются характеристики товаров. Тем самым инновационная деятельность направлена на улучшение существующих характеристик или же на создание товаров с новыми характеристиками.

«Диффузия инноваций» в заглавии данной статьи — в значительной степени дань традиции. На деле же в этой работе рассматривается не распространение технологий среди фирм, а процесс, скорее напоминающий физическое явление диффузии в средах, — в нашем случае средой является пространство характеристик.

В цикле работ [Розоноэр, Седых, 1979a, 1979b, 1979c] рассматриваются математические модели, описывающие процесс видообразования, или если перейти от «биологической» интерпретации к более широкой «естественнонаучной», то речь в этих работах идет об описании эволюции самовоспроизводящихся систем.

Наиболее общее уравнение, описывающее процессы эволюции, задано следующим образом:

$$\frac{\partial n}{\partial t}(x,t) = f(x,\{n(\xi,t)\})n(x,t) + M(x,\{n(\xi,t)\}), \tag{1}$$

где: $n(x,t)$ — плотность эволюционирующей среды, f — слагаемое правой части уравнения (1), отвечающее за самовоспроизведение и конкуренцию элементов среды. Отметим, что аргумент в фигурных скобках $\{n(\xi,t)\}$ является оператором от плотности $n(\xi,t)$, и в дальнейшем этот оператор будет задаваться в виде интеграла $\int K(x,\xi)\,n(\xi,t)d\xi$, причем в зависимости от выбора ядра $K(x,\xi)$ можно промоделировать широкий класс взаимодействий элементов самовоспроизводящейся системы. Второе слагаемое в правой части уравнения $M(x,\{n(\xi,t)\})$

отвечает за «мутации», то есть случайные изменения среды, не описываемые направленным отбором или каким-либо иным воздействием окружающей среды на систему.

Насколько обоснованно использование этой модели для описания процесса диффузии инноваций? Нам представляется, что модель может быть адекватным описанием процесса создания и конкуренции инновационных продуктов. В данном случае плотность $n(x, t)$ рассматривается в пространстве потребительских свойств продуктов (это конечномерное пространство, например можно взять R^N или же какое-либо из его множеств). С таким же успехом модель применима для описания диффузии инновационных процессов и технологий, всё зависит от интерпретаций пространства свойств (аналогичное пространство называется пространством признаков).

Одной из задач данной работы является демонстрация того, что за счет «мутационного» члена уравнения (1), отвечающего в нашей интерпретации за инновационное создание продуктов с принципиально новыми свойствами, решения уравнения (1) имеют более высокую размерность носителя (более строгое описание будет представлено ниже), чем размерность носителя начальной функции, а именно $n(x, 0)$.

Чтобы конкретизировать модель, обратимся к уравнению (2), заимствованному из [Розоноэр, Седых, 1979c]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = [u(x) - \int K(x, \xi)\, n(\xi, t) d\xi] n(x, t) + D\Delta n. \tag{2}$$

Это уравнение является нелинейным интегро-дифференциальным второго порядка и представляет собою частный случай уравнения (1).

«Мутационный» член, отвечающий за возникновение новых свойств, имеет вид $D\Delta n$, где, по аналогии с уравнением теплопроводности (оно же уравнение диффузии), коэффициент $D > 0$ мы будем называть коэффициентом диффузии, в то время как $\Delta = \sum_1^N \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ — оператор Лапласа.

Слагаемое $[u(x) - \int K(x, \xi)\, n(\xi, t) d\xi] n(x, t)$ уравнения (2) нуждается в подробной интерпретации. Экзогенно задаваемая функция $u(x)$ на эволюционном языке называется «рельефом отбора» и призвана отражать априорные тенденции в видообразовании (например, утолщение слоя подкожного жира млекопитающих в ответ на изменение климата и т. д.).

Поскольку нашей задачей является выяснение вопроса о возникновении новых свойств, а не совершенствование уже существующих, то проще всего положить $u(x) = const$, что будет свидетельствовать об «однородности», то есть о независимости темпов роста от x. Другими словами, все существующие и будущие свойства одинаково ценны.

Это условие принято с целью упрощения математического моделирования и может быть впоследствии ослаблено, так как на практике априорные тенденции совершенствования технологий не задаются константой и обычно известны, в отличие от фундаментальной науки, в которой происходят спонтанные, заранее не планируемые открытия.

Интегральный оператор $\int K(x,\xi)\, n(\xi,t) d\xi$ характеризует взаимодействие элементов системы (здесь предполагается, что ядро $K(x,\xi) > 0$). Подавление эволюционирования элементов системы обеспечивается знаком минус в правой части уравнения (2). Под подавлением эволюционирования понимается как наложение законодательных ограничений, препятствующих нововведениям, так и конкурентная борьба между инновационными продуктами, приводящая к вытеснению менее передовых продуктов.

В работе [Розоноэр, Седых, 1979c] особое внимание уделяется интегральному оператору типа свертки, когда интеграл имеет вид $\int K(x-\xi)\, n(\xi,t) d\xi$. Подобный вид оператора позволяет сымитировать «локальный» характер конкуренции, то есть взаимодействие элементов системы лишь с близкими признаками. Кроме того, уравнение, содержащее свертку двух функций при использовании известных интегральных преобразований Фурье или Лапласа, допускает в ряде случаев явное аналитическое решение.

Диффузия инноваций в случае однородной среды и локальной конкуренции

Если выбрать уравнение (3) в качестве основной математической модели, описывающей диффузию инноваций, то нам предстоит обсудить следующие вопросы: в каком классе функций будем искать решение? Каковы свойства ядра оператора свертки? Каковы начальные условия?

$$\frac{\partial n}{\partial t}(x,t) = [a - \int K(x-\xi)\, n(\xi,t) d\xi]\, n(x,t) + D\Delta n, \tag{3}$$

где: $a = const$, $D > 0$.

В работе [Розоноэр, Седых, 1979a, 1979b] предполагалось, что плотность в пространстве признаков принадлежит классу C^2 при $t > 0$, а начальная функция $n(x,0)$ кусочно-непрерывна.

Нам потребуется расширение класса функций, в котором ищется решение уравнения (3).

Здесь следует отметить, что в случае биологического видообразования плотность популяции является функцией, заданной в конечном (пусть и в большом) числе точек N-мерного пространства (дискретная, а не непрерывная плотность).

Моделирование процесса видообразования с помощью интегро-дифференциального уравнения типа (3) имеет ряд неоспоримых преимуществ перед системой обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию популяции во времени. Так, например, «мутационный» член уравнения (3) в виде оператора Лапласа гораздо точнее описывает случайную изменчивость видов, чем его дискретный аналог. Не говоря уже о том, что интегро-дифференциальные уравнения в частных производных позволяют также моделировать направленную эволюцию, чего дискретный аналог не предполагает.

Мы предлагаем максимально расширить класс исследуемых решений уравнения (3), а именно — исходным классом функций будем считать класс обобщенных функций медленного роста. Это позволит «перебросить мостик» между непрерывными и дискретными плотностями, используя в качестве начальных функций дельта-функции.

Мы предлагаем без ограничения общности считать, что инновационные продукты обладают лишь двумя свойствами. Замена общего случая на R^2 не ограничивает общности, но при этом технически проще работать в пространстве двух измерений. Другим упрощением, имеющим чисто технический характер, является работа со всем R^2, а не только с неотрицательным квадрантом (что было бы логичным) R^2. При рассмотрении уравнения (3) в неотрицательном квадранте R^2_+ пришлось бы пользоваться преобразованием Лапласа обобщенных функций. Техника такой работы вполне успешно зарекомендовала себя при решении уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами (см., например: [Владимиров, 1979]). Мы же воспользуемся в качестве исходного класса функций пространством обобщенных функций медленного роста, определенных на R^2, и будем применять преобразование Фурье.

На данном этапе будем считать, что ядро свертки $K(x_1, x_2)$ — кусочно-непрерывная, четная, интегрируемая, неотрицательная функция, при этом $(x_1, x_2) \in R^2$. Под четностью понимается следующее свойство: $K(\pm x_1, \pm x_2) = K(x_1, x_2)$ при любой комбинации знаков перед x_1, x_2. Пусть дополнительно $\int K(x)dx = \overline{K} > 0$.

Покажем, что инновационный процесс, описываемый уравнением (3), приводит к появлению продуктов с новыми свойствами. Однако нелинейность уравнения (3) не позволяет непосредственно воспользоваться преобразованием Фурье без его предварительной линеаризации.

Отметим, что уравнение (3) имеет нетривиальное решение $u_0 = a/\overline{K}$ (проверяется непосредственной подстановкой, константа $\overline{K}$ была определена выше). Интерпретация этого решения в терминах теории инновационных процессов такова: оно является стационарным (не зависящим от времени), обусловленным тем, что при $u = u_0$ постоянный темп роста популяции a уравнивается противодействием среды (слагаемое в виде свертки $K \times u_0$). С точки зрения диффузионных процессов такое стационарное решение является нереалистичным, порожденным допущением о постоянстве темпов роста вне зависимости от расположения инновационного продукта в пространстве свойств, $a = const$ для всех $x \in R^2$. Как отмечалось ранее, постоянный темп роста является вынужденным компромиссом, позволяющим провести линеаризацию уравнения (3). В оправдание этого допущения можно отметить, что это допущение может быть ослаблено, если считать, что $a(x) = const$ в окрестности носителя решения уравнения, что вполне оправданно, в частности, если дополнительно предположить, что значения функции быстро стремятся к нулю на бесконечности или же что носитель ядра $K(x)$ компактен.

Рассмотрим динамику решения уравнения (3). Для этого представим искомое решение в виде $u(x,t) = u_0 + v(x,t)$. Искомая функция $v(x,t)$ будет предполагаться малой «в среднем», то есть величина интеграла $\int v(x,t)dx$ будет предполагаться малой для всех $t \geq 0$.

Уравнение относительно функции $v(x,t)$ будет иметь вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t}(x,t) = -K \times v(v + u_0) + D\Delta v. \qquad (4)$$

Пренебрежем «квадратичным» членом $(K \times v)v$. Получим линеаризованное уравнение:

$$\frac{\partial v}{\partial t}(x,t) = -u_0 K \times v + D\Delta v. \qquad (5)$$

Пусть $\tilde{v}(\xi,t) = F_x[v(x,t)]$, где F — преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста, а $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in R^2$.

Преобразуя уравнение (5) по Фурье, получим:

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} = -[u_0 \tilde{K} + D(\xi_1^2 + \xi_2^2)]\tilde{v}. \qquad (6)$$

Здесь $\tilde{K} = F_x[K(x)](\xi_1, \xi_2)$. Решая это линейное уравнение относительно неизвестной функции $\tilde{v}$, получаем:

$$\tilde{v}(\xi,t) = C(\xi)\exp\{-[u_0\tilde{K} + D|\xi|^2]t\},\ |\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2. \qquad (7)$$

Воспользуемся операцией обратного преобразования Фурье для обобщенных функций (см.: [Владимиров, 1979]): $v(x,t) = F_\xi^{-1}[\tilde{v}]$.

Будем считать, что в момент $t = 0$ на рынке инновационных продуктов присутствует лишь один продукт, обладающий только свойством 1, численное значение которого равняется $x_1^0 > 0$, при этом объем выпуска данного продукта равен $\alpha > 0$. «Малость» v регулируется величиной α. Начальная плотность линеаризованного уравнения $v(x_1, x_2, 0) = \alpha\delta(x_1 - x_1^0)\delta(x_2)$, эта функция с точностью до множителя является прямым произведением двух δ-функций.

Тем самым поставлена задача Коши:

$$\frac{\partial v}{\partial t}(x,t) = -u_0 K \times v + D\Delta v \quad \text{и} \quad v(x,0) = \alpha\delta(x_1 - x_1^0)\delta(x_2). \qquad (8)$$

Преобразуем по Фурье начальную функцию $\tilde{v}(\xi,0) = \alpha\exp(ix_1^0\xi_1)1(\xi_2)$, где использовано общепринятое обозначение $1(x) \equiv 1$.

Опираясь на свойство непрерывности оператора Фурье, мы получим $C(\xi) = \tilde{v}(\xi,0)$. Тогда решение исходной задачи Коши представлено в виде интеграла Фурье:

$$v(x,t) = F_\xi^{-1}\{[\alpha\exp(ix_1^0\xi_1)]\exp[-(u_0\tilde{K} + D|\xi|^2)t]\}. \qquad (9)$$

Чтобы исследовать свойства решения (9), нам потребуется дальнейшая конкретизация свойств ядра $K(x)$. В отличие от выбора ядра в работе [Розоноэр, Седых, 1979с], где предполагалось, что могут взаимодействовать лишь элементы системы, свойства которых не различаются более чем $\delta > 0$ по каждому из признаков в пространстве R^N, мы будем полагать, что инновационные продукты конкурируют даже в том случае, если их свойства сильно различаются. Другое дело, что конкуренция продуктов, далеко отстоящих друг от друга в пространстве признаков, будет пренебрежимо мала. Тем самым мы будем работать с ядрами с неограниченным (не финитным) носителем, но принадлежащими пространству основных функций Шварца $S(R^N)$. Напомним свойства основных функций [Владимиров, 1979].

Функция $\varphi(x)$ принадлежит $S(R^N)$ при выполнении следующих условий: $\varphi(x)$ бесконечно дифференцируема, убывает вместе со всеми своими производными быстрее любой степени $1/|x|$. Типичным представителем этого класса является $\varphi(x) = \exp(-|x|^2)$. Преобразование Фурье отображает взаимно однозначно и взаимно непрерывно пространство основных функций $S(R^N)$ на себя. Кроме того, нам понадобится следующее свойство преобразования Фурье: при $\sigma > 0$ $F[\varphi(\sigma x)](\xi) = (1/\sigma^N)F[\varphi(x)](\xi/\sigma)$.

Параметр $\sigma > 0$ позволяет регулировать степень взаимодействия инновационных продуктов в зависимости от меры их близости по своим свойствам. Чем больше σ, тем меньше конкуренция среди продуктов, близких по своим свойствам, но не являющихся совершенно идентичными, и наоборот.

Отметим, что для Фурье-образов этих функций большее значение $\sigma > 0$, напротив, означает, что $F[\varphi]$ спадает более плавно. Так, например, на числовой прямой $F[\exp(-\sigma^2 x^2)] = (\sqrt{\pi}/\sigma)\exp(-\xi^2/4\sigma^2)$, и значение Фурье-образа уменьшается в e раз при $\xi = \pm 2\sigma$.

Основной результат этого раздела (о возникновении продуктов с новыми свойствами) мы получим, сформулировав две леммы. Формулировки даны для $N = 2$, хотя, разумеется, они останутся верными для любого числа свойств N.

Лемма 1

Пусть ядро $K(x) > 0$ принадлежит пространству основных функций $S(R^2)$ и $\widetilde{K} = F[K]$. Тогда для любого $\sigma > 0$ можно найти такое $D > 0$, что $\chi(\xi) = (1/\sigma^2)\widetilde{K}(\xi/\sigma) + D|\xi|^2$ монотонно возрастает относительно конуса R^2_+. Другими словами — $\chi(\xi^2) > \chi(\xi^1)$ при $\xi^2 - \xi^1 \in \operatorname{int} R^2_+$.

Доказательство основано на следующем наблюдении: для любого $M > 0$ и $\sigma > 0$ можно найти такое $D > 0$, что в шаре (круге) $|\xi| \le M$ минимум $(\partial\chi/\partial\xi_i)$ (любой из производных) будет больше нуля, за исключением, быть может, $\xi = 0$. Тем более что эти производные положительны вне указанного шара в силу быстрого убывания производных функции $\widetilde{K}$.

Лемма 2

$$\iint\limits_{R^2} \cos(\beta_1\xi_1)\cos(\beta_2\xi_2)\exp[-\chi(\xi_1, \xi_2)]d\xi_1 d\xi_2 > 0 \tag{10}$$

для всех β_1, β_2. Здесь $\chi(\xi) = (1/\sigma^2)\widetilde{K}(\xi/\sigma) + D|\xi|^2$.

Доказательство. В силу четности подынтегральной функции можно ограничиться рассмотрением интеграла по первому квадранту. Квадрант R_+^2 может быть разбит на прямоугольники вида:

$$[\frac{\pi}{2\beta_1}(2i_1 - 1), \frac{\pi}{2\beta_2}(2i_1 + 1)] \times [\frac{\pi}{2\beta_2}(2i_2 - 1), \frac{\pi}{2\beta_2}(2i_2 + 1)],$$

где переменные i_1, i_2 принимают целочисленные значения (начальные значения этих переменных равны $^1/_2$).

Тогда, используя теорему о среднем для интегралов, можно свести интеграл (10) к знакочередующемуся ряду, члены которого по модулю монотонно убывают. Неотрицательность суммы такого ряда вытекает из теоремы Лейбница для числовых рядов.

Утверждение

Решение задачи Коши (8) положительно для всех $t > 0$ и $x_2 > 0$.

Доказательство. Нам предстоит доказать, что

$$v(x,t) = F_\xi^{-1}\{[\alpha\exp(ix_1^0\xi_1)]\exp[-(u_0\widetilde{K} + D|\xi|^2)t]\} > 0$$

для $x_2 > 0$ и $t > 0$. По определению обратного преобразования Фурье

$$v(x,t) = \frac{\alpha}{(2\pi)^2}\iint\limits_{R^2} \exp[-i(x,\xi) + ix_1^0\xi_1 + (-u_0\widetilde{K} - D|\xi|^2)t]d\xi_1 d\xi_2. \tag{11}$$

Прежде всего отметим, что в силу четности K Фурье-образ $\widetilde{K}$ тоже является четной функцией. Пользуясь четностью подынтегральной функции по ξ, можно перейти к интегралу по неотрицательному квадранту; кроме того, интегралы от синуса дадут ноль. Поэтому получаем:

$$v(x,t) = \frac{4\alpha}{(2\pi)^2}\iint\limits_{R_+^2} \cos(x_1 - x_1^0)\xi_1 \cos x_2\xi_2 \exp[(-u_0\widetilde{K} - D|\xi|^2)t]d\xi_1 d\xi_2.$$

Применение *леммы 2* дает требуемый результат.

Интерпретация

Решение задачи Коши, определяемое формулой (11), описывает эволюцию и появление инновационных продуктов во времени. При этом нами доказано, что возможно появление продуктов с новыми свойствами. Форма решения задачи отчетливо показывает, что за появление новых свойств ответственно диффузионное слагаемое $D\Delta$.

Конкуренция инновационных продуктов

В этом разделе мы лишь анонсируем еще одно направление исследований, а именно: моделирование с помощью уравнения (2) целенаправленного влияния на «видовой отбор», то есть с целью получения улучшенных существующих характеристик или выработки принципиально новых. Так, например, основной причиной, сдерживающей отказ от двигателей внутреннего сгорания и замену их на электромобили, является низкая емкость существующих аккумуляторных батарей. Похоже, что задача по созданию батареи принципиально нового типа откладывается до тех пор, пока не будет проделана соответствующая работа в области фундаментальной науки — в данном случае химии.

Дальнейшее направление совершенствования характеристик может быть задано с помощью функции $u(x)$ — так называемым рельефом отбора. Скорее всего, аналитических решений уравнения (2) получить не удастся, но можно применить компьютерное моделирование решений.

Литература

1. *Владимиров В. С.* Обобщенные функции в математической физике: 2-е изд., испр. и доп. М.: Наука, 1979.
2. *Левин М. И., Матросова К. А.* Управление инновациями с учетом рекламы и комплементарности общественного и частного уровня технологий // Экономическая политика. 2015. Т. 10. № 6. С. 109—132.
3. *Полтерович В. М., Хенкин Г. М.* Эволюционная модель взаимодействия процессов создания и заимствования технологий // Экономика и математические методы. 1988. Т. 24. № 6. С. 1071—1083.
4. *Розоноэр Л. И., Седых Е. И.* О механизмах эволюции самовоспроизводящихся систем. I // Автоматика и телемеханика. 1979a. № 2. С. 110—119.
5. *Розоноэр Л. И., Седых Е. И.* О механизмах эволюции самовоспроизводящихся систем. II // Автоматика и телемеханика. 1979b. № 3. С. 119—130.
6. *Розоноэр Л. И., Седых Е. И.* О механизмах эволюции самовоспроизводящихся систем. III // Автоматика и телемеханика. 1979c. № 5. С. 137—148.
7. *Шумпетер Й.* Теория экономического развития. Капитализм, социализм и демократия. М.: Эксмо. 2007.
8. *Fudenberg D., Imhof L. A.* Imitation processes with small mutations // Journal of Economic Theory. 2006. Vol. 131. No 1. P. 251–262.
9. *Hodgson G. M., Huang K.* Evolutionary game theory and evolutionary economics: Are they different species? // Journal of Evolutionary Economics. 2012. Vol. 22. No 2. P. 345—366.
10. *Kandori M., Mailath G. J., Rob R.* Learning, mutation, and long run equilibria in games // Econometrica. 1993. Vol. 61. No 1. P. 29—56.
11. *Safarzynska K., van den Bergh J.* Evolutionary models in economics: A survey of methods and building blocks // Journal of Evolutionary Economics. 2010. Vol. 20. No 3. P. 329—373.
12. *Xu B., Wang Z.* Evolutionary dynamical pattern of “coyness and philandering”: Evidence from experimental economics // Proceedings of the Eighth International Conference on Complex Systems. Vol. 8. Cambridge, MA: NECSI Knowledge Press, 2011. P. 1313—1326.

Ekonomicheskaya Politika, 2015, vol. 10, no. 6, pp. 133–143

Kirill BUKIN, Cand. Sci. (Phys.-Math.). E-mail: kbukin@hse.ru.

National Research University Higher School of Economics (26, Shabolovka ul., Moscow, 119049, Russian Federation).

Diffusion of Innovations: A Model of the Evolutionary Processes

Abstract

This paper proceeds an analysis of the diffusion of innovations. The aim of the study is to create a model of innovative processes in the coordinate of attributes or characteristics of the products. We present the original model investigating diffusion of innovations in the space of properties, allowing to analyze possible changes in the properties of innovative products and identify ways to predict the appearance of products with fundamentally new properties.

Key words: diffusion of innovation, attributes, evolutionary theory.
JEL: C02, C31, C63.

References

1. Vladimirov V. S. *Generalized functions in mathematical physics*. Moscow: Nauka, 1979, pp. 320.
2. Levin M., Matrosova K. Innovations management with the advertizing and complementarity of the public and private technologies. *Ekonomicheskaya Politika,* 2015, vol. 10, no. 6, pp. 109-132.
3. Polterovich V., Henkin G. Evolutionary model of interaction processes of creation and technology adoption. *Ehkonomika i Matematicheskie Metody*, 1988, vol. 24, no. 6, pp. 1071-1083.
4. Rozonoehr L. I., Sedyh E. I. About the mechanisms of evolution of self-replicating systems. I. *Avtomatika I telemekhanika*, 1979, no. 2, pp. 110-119.
5. Rozonoehr L. I., Sedyh E. I. About the mechanisms of evolution of self-replicating systems. II. *Avtomatika I telemekhanika*, 1979, no. 3, pp. 119-130.
6. Rozonoehr L. I., Sedyh E. I. About the mechanisms of evolution of self-replicating systems. III. *Avtomatika I telemekhanika*, 1979, no. 5, pp. 137-148.
7. Schumpeter J. The Theory of Economic Development. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1934.
8. Fudenberg D., Imhof L. A. Imitation processes with small mutations. *Journal of Economic Theory*, 2006, vol. 131, no. 1, pp. 251-262.
9. Hodgson G. M., Huang K. Evolutionary game theory and evolutionary economics: Are they different species? *Journal of Evolutionary Economics*, 2012, vol. 22, no. 2, pp. 345-366.
10. Kandori M., Mailath G. J., Rob R. Learning, mutation, and long run equilibria in games. *Econometrica*, 1993, vol. 61, no. 1, pp. 29-56.
11. Safarzynska K., van den Bergh J. Evolutionary models in economics: A survey of methods and building blocks. *Journal of Evolutionary Economics*, 2010, vol. 20, no. 3, pp. 329-373.
12. Xu B., Wang Z. Evolutionary dynamical pattern of “coyness and philandering”: Evidence from experimental economics. *Proceedings of the Eighth International Conference on Complex Systems*, vol. 8. Cambridge, MA: NECSI Knowledge Press, 2011, pp. 1313-1326.