Катречко С.Л.

Платоновский четырехчастный отрезок (Линия): Платон и Кант о природе (специфике) математического знания[1]

Абстракт. Статья посвящена сопоставлению взглядов на природу (специфику) математики Платона, Канта и (отчасти) Гуссерля. Основой для этого выступает знаменитая Линия Платона, а решающее развитие понимание математической деятельности как познания посредством конструирования понятий (через схемы) получает в трансцендентализме Канта.

Ключевые слова: Платон, четырехчастный отрезок (Линия), математическое мышление (διάνοια, dianoia), Кант, трансцендентализм, конструирование понятий в интуиции (посредством схем), Гуссерль, эйдетическая интуиция, процедура (свободного) варьирования.

KEYWORDS: Plato’s divide line, mathematical reasoning (διάνοια, dianoia), Kant’s transcendentalism, the construction of mathematical concepts in intuition, the scheme, ἰδέα (*idea*) vs. εἶδος (*eidos*), Husserl’s eidetic intuition, the method of free variation.

ABSTRACT. The paper is dedicated to the comparison of views on the nature (specific) of the mathematics of Plato, Kant and Husserl. The basis for this comparison is famous the Divide Line of Plato (The Republic). The crucial development of such an understanding of mathematical reasoning (as the construction of (mathematical) concepts in intuition (by means of schemata)) is going on in Kant's transcendental philosophy.

* * *

Концепт «четырехчастного отрезка» (*the Divided Line*), приводимый в кн. 6 «Государства» (509d – 510a), занимает важное место в учении Платона и, в частности, выступает концептуальным основанием для знаменитого платоновского мифа о пещере. Вместе с тем платоновская *Линия*, которая лежит в основе античной проблемы Единого – Многого[2], предопределяет, начиная с неоплатонического учения о Едином, онто–гносеологическую парадигму последующего европейского философствования.

В частности, имеется существенная связь между платоновским концептом Линии и трансцендентализмом Канта. Так, А. Доброхотов в своей статье[3] отмечает концептуальную близость платоновского беспредпосылочного *начала* (resp. неоплатонического Единого) и кантовского концепта *трансцендентального единства апперцепции*. Развивая этот мысленный ход можно сказать, что Кант, как представитель Нового времени, совершает своеобразное эпистемологическое переосмысление платоновской (античной) онтологической проблемы Единого и Многого. В процессе нашего познания чувственное *многообразие* (Многое) оформляется априорные формами познающего субъекта и синтезируется в знание, основанием для чего и выступает *единство* (Единое) нашего сознания (апперцепции): «внешнее» чувственное много-

---

[1] Данное исследование поддержано грантом РГНФ № 12–03–00503.

[2] В рамках нашей интерпретации мы располагаем платоновскую Линию вертикально, а три ее нижних части рассматриваем как разные типы *множественности*, каждая из которых представляет собой «размножение» сущностей предшествующего типа. Тем самым платоновская Линия сопоставима не только с мифом о пещере, но и «гипотезами» из платоновского «Парменида», которые соответствуют разным типам бесконечности вплоть до «дурной бесконечности» (в смысле канторовской теории множеств).

[3] Доброхотов А. «Беспредпосылочное начало» в философии Платона и Канта //Его же. Избранное. — М.: Изд. дом. «Территория будущего», 2008. — с. 228 – 244.

образие, оформленное нашей познавательной способностью в качестве *представлений*, располагается на внутреннем [трансцендентальном] «экране сознания»[4].

Однако сейчас я хотел бы подробнее остановиться на другом аспекте платоновской Линии, а именно: на сопоставлении взглядов Платона и Канта по поводу ее третьей части, в которой Платон определяет рассудочное познание (*διάνοια; dianoia*), основополагающим модусом которой выступает математическая деятельность (на примере геометрии). Платон определяет ее специфику следующим образом:

«Те, кто занимается геометрией, счетом и тому подобным, предполагают в любом своем исследовании, будто им известно, что такое чет и нечет, фигуры, три вида углов и прочее… [И] когда **они пользуются чертежами и делают отсюда выводы, их мысль обращена не на чертеж, а на те фигуры, подобием которых он служит** [чертеж же является «образным выражением [подобием] того, что можно видеть не иначе как мысленным взором» *(там же)*]. **Выводы свои они делают только для четырехугольника самого по себе и его диагонали, а не для той диагонали, которую они начертили**…» [510c – 511a; вставки и выделение жирным наши. — С.К.][5].

Обратим внимание на выделяемые здесь Платоном собственно *математические предметы*, фиксируемых выражениями типа «четырехугольник сам по себе» и/или «диагональ сама по себе», которые, в отличие от их визуальных подобий, т.е. *образов* (= «образных выражений»), выраженных, например, чертежами, «видятся» (точнее, мыслятся) *мысленным взором*. Стандартным образом платоновский мысленный (или идеальный) четырехугольник понимается как *идея*, однако следует обратить внимание на то, что это только интерпретация, а не прямое текстологическое соответствие: сам Платон здесь (напрямую) об *идеях* не говорит[6].

Привлечение трансцендентальной концепции (математики) Канта позволяет прояснить (и уточнить) онтологический и эпистемический статус выделяемых Платоном

---

[4] Неправильно трактовать данный «экран сознания» как субъективный. Скорее, он напоминает линзу телескопа (пример–метафора Г.Фреге), на котором формируются изображение, или образ, звезды (как вещи для нас): этот образ, конечно, не является самой звездой, т.е. вещью самой по себе, но он и не ментальный (субъективный) образ нашей психики. Изображения на линзе телескопа (resp. представления на «экране сознания») имеют интер– или транс–субъективный, или *трансцендентальный* статус.

5 [510ξ] ἀλλ᾽ αὖθις, ἦν δ᾽ ἐγώ: ῥᾷον γὰρ τούτων προειρημένων μαθήσῃ.οἶμαι γάρ σε εἰδέναι ὅτι οἱ περὶ τὰς γεωμετρίας τε καὶλογισμοὺς καὶ τὰ τοιαῦτα πραγματευόμενοι, ὑποθέμενοι τό τεπεριττὸν καὶ τὸ ἄρτιον καὶ τὰ σχήματα καὶ γωνιῶν τριττὰ εἴδηκαὶ ἄλλα τούτων ἀδελφὰ καθ᾽ ἑκάστην μέθοδον, ταῦτα μὲν ὡςεἰδότες, ποιησάμενοι ὑποθέσεις αὐτά, οὐδένα λόγον οὔτε αὑτοῖςοὔτε ἄλλοις ἔτι ἀξιοῦσι περὶ αὐτῶν διδόναι [510δ] ὡς παντὶ φανερῶν, ἐκ τούτων δ᾽ ἀρχόμενοι τὰ λοιπὰ ἤδηδιεξιόντες τελευτῶσιν ὁμολογουμένως ἐπὶ τοῦτο οὗ ἂν ἐπὶσκέψιν ὁρμήσωσι…οὐκοῦν καὶ ὅτι τοῖς ὁρωμένοις εἴδεσι προσχρῶνται καὶ τοὺςλόγους περὶ αὐτῶν ποιοῦνται, οὐ περὶ τούτων διανοούμενοι,ἀλλ᾽ ἐκείνων πέρι οἷς ταῦτα ἔοικε, τοῦ τετραγώνου αὐτοῦ ἕνεκατοὺς λόγους ποιούμενοι καὶ διαμέτρου αὐτῆς, ἀλλ᾽ οὐ [510ε] ταύτης ἣν γράφουσιν, καὶ τἆλλα οὕτως, αὐτὰ μὲν ταῦταἃ πλάττουσίν τε καὶ γράφουσιν, ὧν καὶ σκιαὶ καὶ ἐν ὕδασινεἰκόνες εἰσίν, τούτοις μὲν ὡς εἰκόσιν αὖ χρώμενοι, ζητοῦντες [511α] δὲ αὐτὰ ἐκεῖνα ἰδεῖν ἃ οὐκ ἂν ἄλλως ἴδοι τις ἢ τῇδιανοίᾳ (Plato. Plato in Twelve Volumes, Vols. 5 & 6 (trans. by Paul Shorey). Harvard University Press; London, 1969; http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext%3A1999.01.0168%3Abook%3D6%3Asection%3D510c).

[6] В наши цели не входит подробный текстологический анализ данного платоновского фрагмента, который выражает самую суть его понимания (концепции) математики. Скорее, здесь мы хотели бы обратить внимание на возможность такой нестандартной трактовки математических предметов (самих по себе), основой для которой и выступает прочтение Платона через концепцию схематизма Канта.

математических предметов[7], которые отличаются, например, от физических объектов, или «вещей», принадлежащих второй области платоновской Линии[8]. Кант определяет природу (специфику) математической деятельности в качестве «познания посредством *конструирования* понятий»[9] и характеризует ее следующим образом:

«Конструировать понятие — значит показать a priori соответствующее ему созерцание. Следовательно, для ***конструирования понятия требуется не эмпирическое созерцание****, которое, стало быть, как созерцание есть единичный объект, но тем не менее, будучи конструированием понятия (общего представления), должно выразить в представлении общезначимость для всех возможных созерцаний, подходящих под одно и то же понятие. Так, я конструирую треугольник, показывая предмет, соответствующий этому понятию, или при помощи одного лишь воображения в чистом созерцании, или вслед за этим также на бумаге в эмпирическом созерцании, но и в том и в другом случае совершенно a priori, не заимствуя для этого образцов ни из какого опыта. Единичная нарисованная фигура эмпирична, но тем не менее служит для выражения понятия без ущерба для его всеобщности, так как в этом эмпирическом созерцании я всегда имею в виду* ***только действие по конструированию понятия****, для которого многие определения, например величины сторон и углов, совершенно безразличны, и потому я отвлекаюсь от [их точного задания], не изменяющих понятия треугольника*» ([КЧР, B741–2]; выделение наше. — С.К.).

Прежде всего, хотелось бы обратить внимание на удивительное сходство в понимании математической деятельности у Платона и Канта, хотя эти описания разделяют более чем две тысячи лет, в течение которых облик этого типа познания значительно изменился (усложнился). Однако, несмотря на значительное усложнение техники математической работы, суть математики остается неизменной: наглядные образы (чертежи) или другие вспомогательные конструкции, которые использует математик в своей деятельности важны не сами по себе, а служат для выражения *общезначимых* «идей», или связанных с этими «подобиями» предметов самих по себе.

Одной из важнейших здесь выступает характеристика *общезначимости* математического знания, поскольку хотя математик и иллюстрирует свой результат лишь каким-то частным случаем, например чертежом (образом) того или иного определенного треугольника, — однако полученный результат верен для любого предмета данного типа. Доказывая, например, теорему о сумме углов треугольника, геометр доказывает ее для любого треугольника (треугольника самого по себе), хотя и обращается при этом к чертежу лишь какого-то частного/конкретного треугольника[10]. Этим мате-

---

[7] Гениальность Платона состоит в том, что он впервые в истории мысли выявил и отрефлексировал особый статус (специфику) математических (точнее – геометрических) предметов. Более того, это понимание можно распространить (конечно, с некоторыми mutatis mutandis) на любые математические объекты, в том числе и современные сложные математические конструкции.

[8] Об отличии (и сходстве) *математических предметов* от *идей*, находящихся в более высокой области Линии (при ее вертикальном расположении) мы еще будем говорить ниже.

[9] При этом Кант так же, как и Платон противопоставляет математику философии: «философское познание есть *познание разумом посредством понятий* [т.е. философия является не–предметным типом познания. — К.С], а математическое знание есть познание посредством *конструирования* понятий…» [КЧР, B741-2; см. продолжение этой цитаты см. в тексте]. Однако и эту интересную тему соотношения философии и математики у Канта (как, впрочем, и у Платона) мы оставляем здесь без проработки.

[10] Это кантовский пример собственно математического [остенсивного] конструирования (см. [B 741] и далее), приводимый Кантом в продолжение приведенной выше цитаты.

матика (как «знание») принципиально отличается «мнения» предшествующей части платоновской Линии: она рассуждает не о той или иной (конкретной) «вещи», а вещи самой по себе (Платон), или некоторой «понятийной» вещи (Кант). И именно поэтому математическое знание занимает срединное положение между Единым и Многим (множественностью вещей): ее выводы справедливы для некоторого нижележащего множества (класса) вещей. В отличие же от *идей*, математические предметы являются не *качественным* (объединение по какому-то содержательному признаку[11]), а *количественным* единством[12], т.е. выступают как другой тип «единения» множественности. В концептуальном отношении математические концепты являются не *универсалиями* (общими понятиями), а (символическими) *переменными*, значениями которых выступают конкретные вещи, точнее ментальные образы или чертежи.

Вместе с тем Кант вносит в платоновское понимание математики несколько новых моментов, существенно проясняющих (уточняющих) специфику этого типа познания и природу математических предметов. Выделим два главных из них.

Во-первых, математическая деятельность, по Канту, является не чисто рассудочной («дианойной»), или умозрительной. Рассудок осуществляет свою математическую деятельность не чисто умозрительно, а «работает» в паре с воображением, которое поставляет необходимые для математического познания *образы* (resp. предметы). Математика, в отличие от философии, является познанием *предметного типа*: свои выводы математик делает о некоторых общезначимых — математических — предметах. Хотя об этом знает уже и Платон, который в «Тимее» [52 в] говорит о «незаконном умозрении» или «гибридном рассуждении» (П. Дюгем), сочетающем мышление и чувственное ощущение (resp. воображение). В этом смысле, область математического должна располагаться несколько ниже на платоновской Линии, ближе к чувственнопостигаемому: или занимать нижнюю часть второй (если считать сверху) области, или образовывать дополнительную пятую, между второй и третьей частями, часть Линии. Хотя, по другому основанию, поскольку математика отвлекается от *качественных* (содержательных) признаков, или (как говорит Аристотель) абстрагируется от «материи» вещей, — то ее статус может быть даже выше, чем область «идей» (хотя в большей степени это относится к «числовой» (арифметике, алгебре…), а не к «пространственной» (геометрии, топологии…) математике)[13]

Во-вторых, Кант не только подробнее (и точнее) говорит об *общезначимой* природе математических (созерцательных) конструкций, которые как бы просвечивает сквозь единичные эмпирические образы/чертежи, но и предлагает в этой связи объяснительную концепцию этого феномена математики[14]. Такими общезначимыми

[11] Грамматически выражаемых, как правило, *прилагательными*.

[12] Грамматически выражаемых *числительными*. Подробнее о специфике «математических» предикатов мы говорим в: «Как возможна метафизика: на пути к научной [трансцендентальной] метафизике» (Вопросы философии №3, 2012. с. 3 – 15 (http://vphil.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=489&Itemid=52).

[13] Заметим, что к подобному решению склоняются неоплатоники (Плотин, Прокл), которые в этой связи выделяют обычные (математические) и «эйдосные» (идеальные) числа. Кант в этой связи говорит о другом типе конструирования, *символическом конструировании* (см. [В 745].

[14] Приведенная выше цитата [B741-2] неявным, но недвусмысленным образом отсылает к главе «О схематизме чистых рассудочных понятий» *Критики* (см. [B179-81] и особенно [B180]), в которой под «чистыми чувственными понятиями» как раз и фигурируют математические концепты/предметы (в отличие от «эмпирических» понятий физики). В частности, вот что Кант пишет там, продолжая тему треугольника из [B741-2]: «*Схема треугольника не может существовать нигде, кроме как в мысли, и означает правило синтеза воображения в отношении чистых фигур в пространстве*» (ср. с «мысленным взором» из платоновского описания математической деятельности в фр. [510e]).

мысленными конструктами в кантовской концепции выступают *схемы*, которые представляют собой «действия» по построению соответствующего рассудочного концепта, т.е. алгоритм его конструирования. *Схема*, по Канту, отличается от *образа* (во–*браж*–ения) тем, что она существует только в мысли и суть «представление об общем способе (или методе), каким воображение доставляет понятию (рассудка) образ» [B180-1]. Например, *схемой треугольника* выступает следующий алгоритм его построения (который в логике именуют также «генетическим определением»): «треугольник — это замкнутая плоская геометрическая фигура, образованная двумя изломами (изменениями направления) в ходе проведения некоторой прямой линии». Именно «деятельностный» подход (= «деятельность по конструированию понятия» [B 741]) гарантирует схеме ее общезначимый характер, т.е. применимость этого [чистого] «чувственного понятия» [B 186] «без ущерба для его всеобщности» к любому треугольнику вне зависимости от величины его сторон и/или углов [B 741], или (все)общность подобного понятия, благодаря которой оно «приложимо ко всем треугольникам – прямоугольным, остроугольным и т.п.» [B 180][15]. Общезначимый характер схемы связан не с переходом к более высокому роду (посредством отвлечения от некоторых признаков) как это происходит при образовании универсалий, а с общностью алгоритма построения некоторого класса фигур. Тем самым Кант развивает учение о новом типе абстракции, которая отличает математические концепты/предметы от других типов понятий, соотносимых с платоновскими «идеями».

Соответственно, математические предметы не являются абстракциями от реальных физических предметов (Платон vs. Аристотель), а имеют особый онтологический (трансцендентальный) статус и вводятся как некие ментальные умозрительные конструкции по определению [B755–60], согласно *принципу абстракции* Юма – Фреге[16].

В заключение снова вернемся к Платону. Переходя на платоновский язык, кантовские *схемы* точнее всего соотнести не с *идеями,* а с *эйдосами* (ἰδέα (*idea*) vs. εἶδος (*eidos*); А. Лосев). Об этом говорит уже Гуссерль (опять-таки на примере математических предметов; см. его *Идеи-1* (§§ 3–8, 69–72 и др.) в своей *эйдетической интуиции* (*eidetic intuition*), в основе которой лежит процедура (свободного) *варьирования* (*variation*): эйдосы (сущности) образуются путем варьирования несущественных признаков предметов (ср. с кантовским описанием конструирования: *схема*/*эйдос* как *общезначимое* созерцание). Тем самым Гуссерль продолжает дело Платона и Канта в осмыслении математической деятельности как особого рода познания, находящегося в середине платоновской *Линии* между философией и эмпирическими науками и определенным образом синтезирует их подходы к пониманию (специфики) математики своих великих предшественников. Но это уже тема для следующей статьи.

---

[15] Конструктивный подход Канта в XX в. получил дальнейшее развитие в эрлангенской программе «методического конструктивизма» (Г. Динглер, П. Лоренцен, П. Янких). Правда, в отличие от *физикалистского* характера «эрлангенского конструктивизма», схематический конструктивизм Канта имеет *ментальный* характер: схемы являются не физическими, а наши ментальными «действиями чистого мышления» [B 81]. Для фиксации этого отличия конструктивизм Канта можно назвать *трансцендентальным*. Подробнее об этом см. нашу работу «Трансцендентальный конструктивизм как программа обоснования математики» (http://philosophy.ru/library/katr/my_text/katr_philmath2009.html). Тем самым Кант предвосхитил не только математический интуиционизм, но и математический конструктивизм.

[16] Подробнее о принципе *абстракции Юма* см.: http://en.wikipedia.org/wiki/Hume's_principle или наш доклад «Трансцендентальный анализ математического знания: математика как "работа" с абстрактными объектами (Платон, Аристотель, Кант, Фреге, Гильберт, Гудстейн, Хинтикка, Залта» (http://www.philosophy.ru/library/katr/phil_math/katr_philmath_doclad_18032011.doc).