А.Н. БУФЕТОВА, Л.С. ВЕСЕЛАЯ, А.И. СУЗДАЛЬЦЕВ, Д.А. ФЁДОРОВЫХ

ЗАДАЧИ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА ОЛИМПИАДЫ ПО ЭКОНОМИКЕ, ПРОВОДИМОЙ В РАМКАХ XIX МЕЖРЕГИОНАЛЬНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО ФЕСТИВАЛЯ ШКОЛЬНИКОВ «СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ» 28 февраля – 3 марта 2012 года, г. Бердск

Аннотация

В статье представлен разбор задач заключительного этапа олимпиады школьников по экономике, проводимой в рамках межрегионального экономического фестиваля школьников «Сибириада. Шаг в мечту» в 2012 г.

Ключевые слова: олимпиада школьников по экономике, олимпиадные задачи

Annotation

Final stage of economic Olympiad for pupils took place in February 2012 within interregional economic festival for school pupils «Sibiriada. Step to a dream». Solutions of Olympiad tasks are presented in the article.

Key words: economics Olympiads for school pupils, Olympiad tasks

Задача 1 (Веселая Людмила)

Монополист, эластичность и оптимум

Известно, что месячный спрос на продукцию монополиста линеен и при объеме производства и продаж менее 80 ед. товара характеризуется как эластичный, а при объеме производства и продаж более 80 ед. товара – как неэластичный. Максимум выручки монополист может получить, если будет продавать продукцию по цене 50 эконо за единицу товара. Средние переменные издержки монополиста не зависят от объема производства и равны 30 эконо, а величина его средних постоянных издержек при оптимальном объеме производства на 40% меньше величины предельных издержек при объеме производства, обеспечивающем монополисту максимум выручки.

а) Рассчитайте величину общих постоянных издержек монополиста.

б) Определите максимальную прибыль монополиста.

в) Покажите решение на графике, указав на нем величину общих постоянных издержек и прибыль монополиста.

Решение.

Пусть функция спроса задана уравнением $Q = a - \frac{a}{b} \cdot P$, или $P = b - \frac{b}{a} \cdot Q$.

Из свойств линейной функции спроса следует (это можно доказать, но можно и сослаться на знание этих свойств), что:

а) максимум выручки можно получить при цене, равной $\frac{b}{2}$, и объеме продаж, равном $\frac{a}{2}$;

б) максимум выручки соответствует точке, в которой функция спроса обладает единичной эластичностью.

Из условия, что «при объеме производства и продаж менее 80 ед. товара (спрос) характеризуется как эластичный, а при объеме производства и продаж более 80 ед. товара — как неэластичный», следует, что спрос обладает единичной эластичностью при объеме производства и продаж, равном 80 ед. товара, а значит $a = 160$.

Из условия, что «максимум выручки монополист может получить, если будет продавать продукцию по цене 50 эконо за единицу товара», получаем, что $b = 100$.

Отсюда получаем, что функция спроса на продукцию монополиста имеет вид $Q = 160 - 1,6 \cdot P$, или $P = 100 - 0,625 \cdot Q$. Следовательно, функция предельного дохода монополиста имеет вид $MR = 100 - 1,25 \cdot Q$.

Так как «средние переменные издержки монополиста не зависят от объема производства и равны 30 эконо», то общие переменные издержки будут равны $TVC = 30 \cdot Q$, а значит, предельные издержки будут равны $MC = 30$, т.е., как и средние переменные издержки, они не зависят от объема производства и равны 30 эконо.

Приравниваем MR и MC. Получаем, что оптимальный объем производства равен 56 ед. товара.

Находим величину средних постоянных издержек при оптимальном объеме производства $AFC = 0,6 \cdot 30 = 18$. (Напоминаем, что в нашем случае предельные издержки не зависят от объема производства). Отсюда следует, что общие постоянные издержки будут равны $TFC = 18 \cdot 56 = 1008$ эконо.

Цена, которую установит монополист для получения максимальной прибыли, равна $P = 100 - 0,625 \cdot 56 = 65$. Значит, выручка монополиста будет равна $TR = P \cdot Q = 65 \cdot 56 = 3640$ эконо.

Издержки монополиста будут равны $TC = TFC + TVC = 1008 + 30 \cdot 56 = 2688$ эконо. Таким образом, максимальная прибыль монополиста будет равна $3640 - 2688 = 952$ эконо.

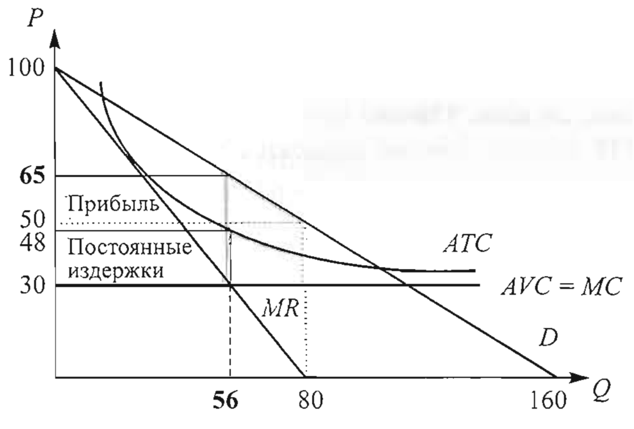

Рис. 1

На рис. 1 представлен график, иллюстрирующий решение задачи.

Ответ.

а) Общие постоянные издержки монополиста равны 1008 эконо.

б) Максимальная прибыль монополиста равна 952 эконо.

в) См. рис. 1.

Задача 2 (Веселая Людмила)

Путешествие Карлсона

Автор идеи — Борисов Иван (старший преподаватель кафедры экономической теории УрФУ)

Карлсон собирается в путешествие по крышам столиц европейских государств. Он предусмотрительно решил запастись всем необходимым и, прежде всего, любимыми продуктами — медом и вареньем. На их покупку у Карлсона есть всего 800 крон, и от того, сколько на эти деньги можно купить меда и варенья, зависит, сколько дней он сможет путешествовать. Дневной рацион Карлсона известен — 2 баночки меда и 3 баночки варенья. Известны и цены на любимые продукты Карлсона — одна баночка любого лакомства стоит 20 крон.

а) Изобразите графически множество всех доступных Карлсону наборов (на оси Ox указывайте количество баночек с медом, а на оси Oy — количество баночек с вареньем) и рассчитайте, сколько дней намерен путешествовать Карлсон.

б) Узнав о планах Карлсона, продавец варенья предложил ему получить дисконтную карту, которая дает право на скидку в 50%, но только если Карлсон купит у него сначала 10 баночек варенья по цене без скидки. Покажите на графике, как изменится множество всех доступных Карлсону наборов, и оцените, сколько дней теперь сможет путешествовать Карлсон.

в) Продавец меда тоже решил поддержать Карлсона и предложил ему купить одну коробку меда (в коробке 25 баночек) со скидкой 26%. Однако, если меда надо больше, то его придется докупать по цене без скидки, а если покупать меньше коробки, то скидки тоже не будет. Покажите на графике, как теперь изменится множество всех доступных Карлсону наборов, и оцените, сможет ли Карлсон в этом случае еще продлить путешествие.

Решение.

Все наборы, состоящие из баночек с медом и баночек с вареньем, которые представляют для Карлсона интерес, лежат на прямой, имеющей вид $Y = 1,5X$, где X — это количество баночек с медом, а Y — количество баночек с вареньем. Эта прямая соответствует

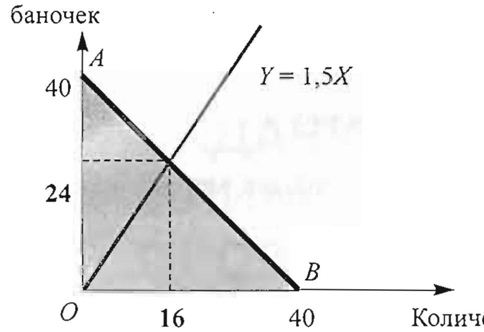

Рис. 2

условию, что ежедневно Карлсону нужно 2 баночки меда и 3 баночки варенья.

А) Множество доступных Карлсону наборов (треугольник AOB) определяется бюджетным ограничением, которое описывается функцией $Y = 40 - X$, при $0 \le X \le 40$ (рис. 2). Если Карлсон все деньги потратит на варенье, то сможет купить 40 баночек, а если на мед, то тоже только 40 баночек. Оптимальное решение в данном случае будет — купить 18 баночек меда и 24 баночки варенья. Это решение мы нашли, приравняв соответствующие функции $40 - X = 1{,}5X$.

А это значит, что путешествовать с данным запасом меда и варенья Карлсон сможет 8 дней.

Б) Предложение продавца варенья расширит множество доступных Карлсону наборов. Если он будет покупать меньше 10 баночек варенья, то бюджетное ограничение у него будет описываться прежней функцией $Y = 40 - X$, а дальше начинает действовать дисконтная карта продавца варенья — теперь одна баночка варенья будет стоить для Карлсона только 10 крон. Снижая объем покупки меда на 1 баночку, он теперь имеет возможность дополнительно купить 2 баночки варенья. И если Карлсон все деньги потратит на варенье, то сможет купить $10 + \frac{(800 - 10 \cdot 20)}{10} = 70$ баночек.

В общем виде бюджетное ограничение в данном случае можно записать следующим образом:

$$Y = \begin{cases} 70 - 2X, & \text{при} \quad 0 \le X \le 30; \\ 40 - X, & \text{при} \quad 30 \le X \le 40. \end{cases}$$

Множество доступных Карлсону наборов — это четырехугольник A_1OBC. Линия, соответствующая рациональному выбору Карлсона, пересекает новую бюджетную линию при объемах покупки варенья больше 10, а значит, мы может получить оптимальный набор, приравняв соответствующие функции $70 - 2X = 1{,}5X$ (рис. 3).

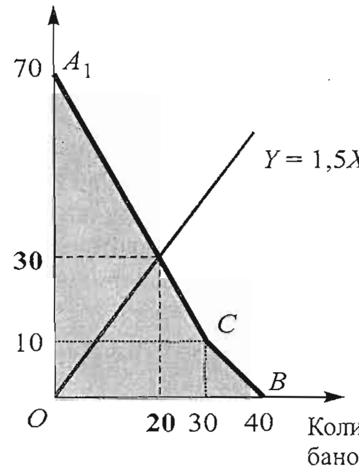

Рис. 3

Оптимальное решение в данном случае будет — купить 20 баночек меда и 30 баночек варенья.

С таким запасом Карлсон может путешествовать уже 10 дней.

В) Предложение продавца меда еще больше расширит множество доступных Карлсону наборов. Если он будет покупать меньше 25 баночек меда, его бюджетное ограничение будет описываться прежней функцией $Y = 70 - 2X$. А при покупке 25 баночек меда (т.е. целой коробки), у него появляются дополнительные возможности, связанные с возможностью экономии. Экономия составит $(25 \cdot 0{,}26 \cdot 20) = 130$ крон. На эти деньги дополнительно можно приобрести 13 баночек варенья, т.е. теперь при покупке 25 баночек меда Карлсон имеет возможность купить уже не 20, а 33 баночки варенья. Если же Карлсон захочет большее количество меда, то в дальнейшем ради дополнительной баночки меда ему придется снижать количество закупаемого варенья на 2 баночки. Такое положение дел будет продолжаться до тех пор, пока количество закупаемых баночек варенья не сократится до 10. При покупке менее 10 баночек варенья Карлсон остается без дисконтной карты и вынужден за каждую баночку варенья, как и за баночку меда, платить 20 крон. Однако из-за того, что он сэкономил 130 крон на покупке коробки с медом, он дополнительно может купить $\frac{130}{20} = 6{,}5$ баночек меда. (Нецелое количество баночек — это, конечно, не очень хорошо, но что делать — таковы оказались условия сделки.) Итак, при условии расходования всех денег на мед, Карлсон потенциально может приобрести 46,5 баночек меда.

В общем виде бюджетное ограничение в данном случае можно записать следующим образом:

$$Y = \begin{cases} 70 - 2X, & \text{при} \quad 0 \le X \le 25; \\ 83 - 2X, & \text{при} \quad 25 \le X \le 36{,}5; \\ 46{,}5 - X, & \text{при} \quad 36{,}5 \le X \le 46{,}5. \end{cases}$$

И такое бюджетное ограничение расширяет возможности использования наборов для Карлсона. Наиболее наглядно это можно увидеть на рисунке. Теперь множество доступных Карлсону наборов — это многоугольник $A_1OB_1C_1DF$ (рис. 4). Следует обратить особое внимание на то, что множество доступных наборов расширилось не только за счет наборов, которые можно купить, но и за счет наборов, которые купить нельзя, но которые оказались доступны в силу того, что при покупке набора, соответствующего точке на плоскости с координатами (X, Y), потребителю оказываются доступны наборы с координатами (x, y), где $x \le X$ и $y \le Y$. А это значит, что множество доступных наборов для Карлсона расширилось и на треугольник FDC. Теперь приобретая набор, соответствующей точке D (25 баночек меда и 33 баночки варенья), Карлсону становится доступен набор (22 баночки меда и 33 баночки варенья).

Итак, у Карлсона появилась возможность использовать набор — 22 баночки меда и 33 баночки варенья, и с таким запасом он может путешествовать на один день больше, т.е. путешествие может длиться 11 дней. При этом у него остаются 3 баночки меда, которые хотя и пригодятся Карлсону по возвращении из путешествия, но в рамках поставленной задачи не имеют для него никакой ценности. Вот если бы можно было обменять у Фрекен Бок одну баночку меда на 3 дополнительные баночки варенья… Тогда можно было бы путешествовать еще на один день больше.

Ответ на вопрос, сколько дней будет путешествовать Карлсон, также можно получить, если выполнить совсем несложные расчеты, по сути не требующие никаких специальных знаний.

А) Без скидки расходы Карлсона на покупку «дневного» набора составляют:

$$Q_{\text{меда}} \cdot P_{\text{меда}} + Q_{\text{варенья}} \cdot P_{\text{варенья}} =$$
$$= 2 \cdot 20 + 3 \cdot 20 = 100 \text{ крон}.$$

Значит, он сможет путешествовать $\frac{800}{100} = 8$ дней, купив $(2 \cdot 8) = 16$ баночек меда и $(3 \cdot 8) = 24$ баночки варенья.

Б) Получив предложение скидки от продавца варенья, Карлсон мог рассуждать примерно так: «И без скидки я могу путешествовать 8 дней, значит со скидкой наверное смогу купить продуктов больше, и тогда удастся продлить путешествие. На 8 дней мне теперь потребуется всего

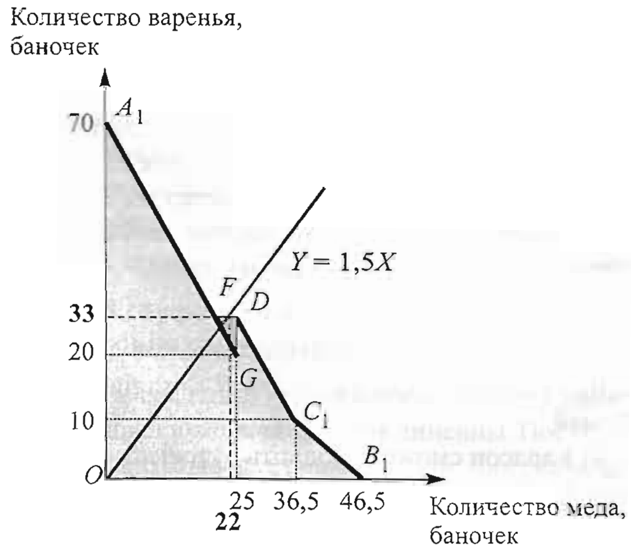

Рис. 4

$$\underbrace{(10 \cdot 20) + (24 - 10) \cdot (20 \cdot 0{,}5)}_{\text{расходы на покупку варенья}} + \underbrace{(16 \cdot 20)}_{\text{расходы на покупку меда}} =$$
$$= (200 + 140) + 320 = 660 \text{ крон}.$$

Экономия составила $(800 - 660) = 140$ крон.

Поскольку “дневной” набор теперь стоит $(2 \cdot 20 + 3 \cdot (20 \cdot 0{,}5)) = 70$ крон, то это значит, что сэкономленных денег хватит еще на $\frac{140}{70} = 2$ дня путешествия. Итак, теперь можно путешествовать 10 дней, купив $(2 \cdot 10) = 20$ баночек меда и $(3 \cdot 10) = 30$ баночки варенья».

В) Что дает оптовая скидка продавца меда? Покупать больше 20, но меньше 25 баночек меда Карлсону совсем не выгодно, так как придется сокращать объем покупки варенья, а значит, и путешествовать 10 дней уже не получится. А вот если купить коробку меда (25 баночек), то с учетом оптовой скидки (26%) расходы на покупку меда составят $(25 \cdot 20 \cdot 0{,}74) = 370$ крон. Посчитаем, сколько теперь можно купить варенья. Купив коробку меда и 10 баночек варенья (без скидки) Карлсон израсходует:

$$\underbrace{370}_{\text{расходы на покупку меда}} + \underbrace{(10 \cdot 20)}_{\text{расходы на покупку варенья}} = 570 \text{ крон}$$

На оставшиеся деньги $(800 - 570) = 230$ крон Карлсон может купить $\frac{230}{10} = 23$ баночки варенья. Всего получается $(10 + 23) = 33$ баночки варенья. Оценим, сколько дней с таким набором (25 баночек меда и 33 баночки варенья) сможет путешествовать Карлсон. Варенья ему хватает на $\frac{33}{3} = 11$ дней, а меда —

на $\frac{25}{2} = 12{,}5$ дней. Найдем минимум из этих двух чисел min(11 и 25) дней.

Итак, Карлсон может продлить путешествие еще на один день. На 11 дней ему требуется 33 баночки варенья и 22 баночки меда. Еще осталось 3 баночки меда, их хватило бы еще на один день, но на покупку дополнительного варенья уже нет денег.

Ответ.

а) Карлсон намерен путешествовать 8 дней.

б) Теперь Карлсон сможет путешествовать 10 дней.

в) Карлсон сможет продлить путешествие еще на один день. Он сможет путешествовать 11 дней.

Задача 3 (Суздальцев Алексей) Рациональная аренда — 2

Молодой преподаватель экономики снимает квартиру в городе N. В начале каждого месяца он платит за аренду 26000 руб., снимая деньги со своего счета в банке. Ежемесячно на сумму остатка на счете банк начисляет 1%.

Придя в начале очередного месяца за деньгами, хозяин квартиры предложил молодому экономисту следующую «сделку»: если сейчас арендная плата будет внесена сразу за $k > 1$ месяцев, то арендная плата за каждый из этих месяцев составит 25000 руб. Значение k определяет сам арендатор.

Стоит ли экономисту соглашаться на это предложение? Если да, то каково оптимальное для него значение k?

При решении учитывайте, что до окончания договора аренды остается ровно год, и преподаватель, принимая решение, максимизирует сумму, которая останется у него на счете на эту дату. Кроме того, предполагайте, что сумма, которая имеется на счете у арендатора, достаточно велика: ее хватит для оплаты аренды в течение года при любом выбранном варианте.

Решение.

Для наглядности представим таблицу, которая отражает возможные варианты «сделки» в зависимости от величины k.

Теперь собственно перейдем к решению.

Пусть X — это сумма, которая первоначально была у арендатора на счете до начала всех платежей, S_0 — сумма, которая будет на счете через год, если арендатор откажется от предложения, а S_k — сумма, которая будет на счете через год, если арендатор согласится на «сделку» и заплатит за $k > 1$ месяцев вперед.

Тогда:

$$S_0 = X \cdot 1{,}01^{12} - 26000 \cdot 1{,}01^{12} - 26000 \cdot 1{,}01^{11} - 26000 \cdot 1{,}01^{10} - 26000 \cdot 1{,}01^{9} - \ldots - 26000 \cdot 1{,}01;$$

Ежемесячные платежи арендатора за квартиру, тыс. руб.

Условия «сделки»	Количество месяцев, в течение которых уплаченные деньги могли бы оставаться на счете и приносить доход											
	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Отказ от «предложения»	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
$k = 2$	25 • 2		26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
$k = 3$	25 • 3			26	26	26	26	26	26	26	26	26
$k = 4$	25 • 4				26	26	26	26	26	26	26	26
$k = 5$	25 • 5					26	26	26	26	26	26	26
$k = 6$	25 • 6						26	26	26	26	26	26
$k = 7$	25 • 7							26	26	26	26	26
$k = 8$	25 • 8								26	26	26	26
$k = 9$	25 • 9									26	26	26
$k = 10$	25 • 10										26	26
$k = 11$	25 • 11											26
$k = 12$	25 • 12											

$$S_2 = X \cdot 1{,}01^{12} - (25000 \cdot 2) \cdot 1{,}01^{12} - 26000 \cdot 1{,}01^{10} - 26000 \cdot 1{,}01^{9} - \ldots - 26000 \cdot 1{,}01;$$

$$S_k = X \cdot 1{,}01^{12} - (25000 \cdot k) \cdot 1{,}01^{12} - 26000 \cdot 1{,}01^{12-k} - 26000 \cdot 1{,}01^{12-(k+1)} - \ldots - 26000 \cdot 1{,}01;$$

$$S_{k+1} = X \cdot 1{,}01^{12} - (25000 \cdot (k+1) \cdot 1{,}01^{12} - 26000 \cdot 1{,}01^{12-(k+1)} - \ldots - 26000 \cdot 1{,}01.$$

Посмотрим, выгодно ли соглашаться на предложение при $k = 2$.

Рассмотрим разницу ($S_2 - S_0$). Если это выражение окажется больше 0, то предложение выгодно, а если меньше 0, то невыгодно.

Нетрудно посчитать, что эта разница составит величину:

$$(-25000 \cdot 2) \cdot 1{,}01^{12} - (-26000 \cdot 1{,}01^{12} - 26000 \cdot 1{,}01^{11}) = 1{,}01^{11} \cdot (-24000 \cdot 1{,}01 + 26000) = 1{,}01^{11}(-24240 + 26000) > 0.$$

(Заметим, что для нахождения этой разницы нам не пришлось считать сумму прогрессии, при вычитании все одинаковые слагаемые сократились!)

Итак, уже при $k = 2$ предложение выгодно.

Теперь надо определиться с тем, за какое количество месяцев выгодно сразу внести плату, т.е. найти оптимальное k.

Перспектива поочередно перебирать все значения k кажется нам не очень рациональной. Поэтому попытаемся выработать алгоритм, позволяющий выбрать из всех S_k наибольшее.

Рассмотрим выражение ($S_{k+1} - S_k$) при $k > 1$. Если это выражение окажется больше 0 для некого k, то очевидно, что это k не оптимально для арендатора и ему выгоднее выбрать значение k на единицу больше.

$$S_{k+1} - S_k = (-25000 \cdot 1{,}01^{12} + 26000 \cdot 1{,}01^{12-k}) = 1{,}01^{12-k} \cdot (-25000 \cdot 1{,}01^{k} + 26000).$$

Заметим, что эта разность при малых k положительна, но убывает с ростом k. Следовательно, надо найти наибольшее k (обозначим его k^*), при котором эта разность остается положительной. Тогда оптимальным будет значение k, равное ($k^* + 1$), т.е. арендатору надо объявить о готовности заплатить за (k^*+1) месяцев вперед.

Значит, оптимальным является $k = 4$, и арендатору надо заплатить сразу за четыре месяца вперед.

Ответ.

Предложение выгодно, преподавателю экономики следует соглашаться на это предложение; для него оптимальным решением будет оплатить аренду сразу за четыре месяца.

Задача 4 (Буфетова Анна) Торговля гаджетами

В двух соседних странах функции внутреннего спроса и предложения гаджетов линейны. После того как в начале 2011 г. страны начали торговать друг с другом, стало известно, что в стране-импортере цена гаджета изменилась на 6 ден. ед., а функция импорта описывается уравнением $Imp = 80 - 5P_W$, где P_W — равновесная мировая цена (ден. ед.). О стране-экспортере известно, что увеличение разрыва между равновесной мировой ценой и равновесной внутренней ценой на 1 ден. ед. приводит к увеличению потенциальных объемов экспорта на 10 ед.

а) Определите мировую цену и объемы международной торговли, если расходы на транспортировку гаджетов из страны в страну отсутствуют.

б) После наступления 2012 г. в стране-экспортере произошли некоторые изменения. Во-первых, теперь приходится платить фирме-посреднику по t ден. ед. за каждый перевозимый гаджет. Во-вторых, в стране была внедрена технология, снизившая издержки и позволившая производить на 10 гаджетов больше при любом уровне цены. В результате этих изменений объемы торговли гаджетами между странами сократились на треть. Определите, сколько приходится платить фирме-посреднику за перевозку одного гаджета, и как изменились доходы от экспорта и расходы на импорт в обеих странах.

Решение.

А) Импорт равен нулю, если мировая цена равна внутренней равновесной. Из уравнения импорта $0 = 80 - 5 \cdot P_e$ получаем, что $P_e = 16$. В стране-импортере внутренняя цена всегда выше мировой, следовательно, $P_W = 16 - 6 = 10$ ден. ед. Подставив значение мировой цены в функцию импорта, получаем $Imp = 80 - 5 \cdot 10 = 30$ ед.

k	($S_{k+1} - S_k$)	Расчет выражения	Больше или меньше 0?
2	($S_3 - S_2$)	$= 1{,}01^{10} \cdot (-25000 \cdot 1{,}01^{2} + 26000) = 1{,}01^{10} \cdot (-25502{,}5 + 26000)$	> 0
3	($S_4 - S_3$)	$= 1{,}01^{9} \cdot (-25000 \cdot 1{,}01^{3} + 26000) = 1{,}01^{9} \cdot (-25757{,}525 + 26000)$	> 0
4	($S_5 - S_4$)	$= 1{,}01^{8} \cdot (-25000 \cdot 1{,}01^{4} + 26000) = 1{,}01^{8} \cdot (-26015{,}1 + 26000)$	< 0

Б) Внутренняя равновесная цена страны-экспортера — это константа, поэтому увеличение разрыва между ней и мировой ценой на единицу эквивалентно увеличению мировой цены на единицу. Поскольку такое увеличение, по условию, всегда ведет к увеличению потенциальных объемов экспорта на 10, то нетрудно понять, что функция экспорта при $P_W > P$ имеет вид: $Exp = a + 10 \cdot P_W$, где a — это некоторая константа. Из пункта А) решения задачи мы знаем, что при $P_W = 10$ экспорт равен 30, значит выполняется равенство $30 = a + 10 \cdot 10$. Отсюда находим, что $a = -70$ и, следовательно, $Exp = 10 \cdot P_W - 70$.

Функция экспорта есть разность функций предложения и спроса: $Exp = Q_S - Q_D$. Поэтому рост предложения на 10 ед. при любой цене увеличит экспорт также на 10 ед. Получаем новую функцию экспорта $Exp_{new} = Q_S + 10 - Q_D = Exp + 10 = 10 \cdot P_W - 60$.

После введения платы посреднику в размере t ден. ед. за каждый перевозимый гаджет цены в странах должны отличаться на величину этой платы: $P_{exp} + t = P_{imp}$. Кроме того, экспорт должен быть равен импорту и равен 20 ед. (на треть меньше, чем раньше). Получаем $10 \cdot P_{exp} - 60 = 80 - 5 \cdot P_{imp} = 20$. Решая эту систему уравнений, находим $P_{imp} = 12$ ден. ед., $P_{exp} = 8$ ден. ед., $t = P_{imp} - P_{exp} = 12 - 8 = 4$ ден. ед.

Доходы от экспорта равны $8 \cdot 20 = 160$ ден. ед., а расходы на импорт — $12 \cdot 20 = 240$ ден. ед. В исходной же ситуации (пункт А) доходы от экспорта и расходы на импорт совпадали и были равны 300 ден. ед., то есть после всех событий доходы от экспорта сократились на 140 ден. ед., а расходы на импорт — на 60 ден. ед.

Ответ.

а) $P_W = 10$ ден. ед., $Imp = Exp$ 30 ед.

б) Перевозка одного гаджета обходится в 4 ден. ед.; доходы от экспорта сократились на 140 ден. ед.; расходы на импорт сократились на 60 ден. ед.

Задача 5 (Фёдоровых Данил) Два индекса

Пусть I_1 — величина, показывающая, во сколько раз в текущем периоде подорожал по сравнению с прошлым набор товаров и услуг, который потребитель покупал в прошлом периоде, а I_2 — величина, показывающая, во сколько раз в текущем периоде подорожал по сравнению с прошлым набор товаров и услуг, который потребитель покупает в текущем периоде. Какая из этих величин, скорее всего, будет больше? Объясните свой ответ.

Решение.

Первый индекс $I_1 = \frac{P_1Q_0}{P_0Q_0}$ (известный как индекс цен Ласпейреса), скорее всего, будет больше, чем второй $I_2 = \frac{P_1Q_1}{P_0Q_1}$ (известный как индекс цен Пааше).

Потребитель переключается с дорожающих товаров на заменители (которые, возможно, дорожают меньше или даже дешевеют). Первый индекс учитывает удорожание потреблявшихся ранее товаров, второй индекс, напротив, не принимает эти товары во внимание.

Можно рассмотреть следующий пример. Если на прошлой неделе в супермаркете была распродажа апельсинов, то потребитель был склонен их купить. На текущей неделе распродажа апельсинов закончилась, но зато началась распродажа яблок — в результате потребитель покупает яблоки, а апельсины — нет. Первый индекс учтет только подорожание апельсинов (по сравнению с распродажей), а второй — только удешевление яблок.

Задача 6 (Буфетова Анна) Оценка эластичности

Ценовая эластичность спроса на практике измеряется с использованием сложных статистических методов. Ниже приводятся два простых метода, которые дают предпринимателям возможность составить представление о степени эластичности спроса на их продукты.

Метод 1. Задайте клиенту два вопроса:

1) Сколько вы сейчас платите за единицу моего продукта? Назовем это ценой P_1;

2) При какой цене вы вообще перестали бы покупать мой продукт? Назовем это ценой P_2.

Чувствительность спроса к изменению цены зависит от отношения P_2 к P_1. Чем это отношение больше, тем менее эластичен спрос.

Метод 2. Представьте себе, что произошло снижение цены вашего продукта. Задайте себе два вопроса.

1) На сколько увеличилась выручка благодаря продаже дополнительных единиц продукции? Назовем ответ на этот вопрос величиной A.

2) На сколько уменьшилась выручка от продаж из-за более низкой цены продукции? Назовем ответ на этот вопрос величиной B.

Тогда о степени чувствительности спроса к изменению цены можно судить по отношению $\frac{A}{B}$. Чем оно больше, тем эластичнее спрос.

Используя микроэкономическую теорию, покажите, что эти методы действительно дают верное представление о степени эластичности спроса для случая линейных функций спроса.

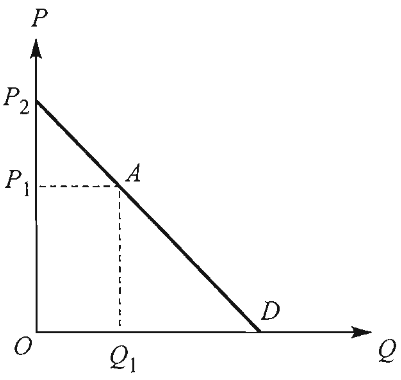

Рис. 5

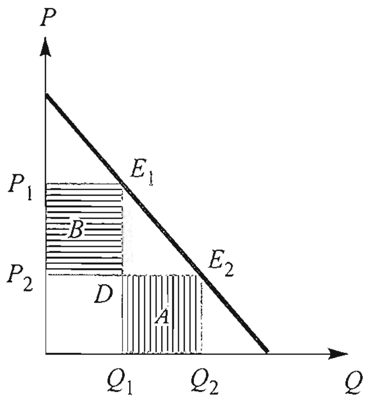

Рис. 6

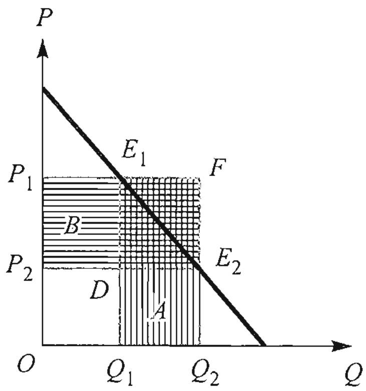

Рис. 7

Решение.

Метод 1.

Известно, что $E_D^P(A) = dQ / dP \cdot P / Q = OP_1 / P_1P_2$. Это формула отношения длин отрезков (см. рис. 5).

Следовательно,

$$|E_D^P(A)| = OP_1 / P_1P_2 = OP_1 / (OP_2 - OP_1) = 1 / (OP_2 / P_1 - 1).$$

$$OP_2 = P_2;\ OP_1 = P_1 \rightarrow |E_D^P(A)| = 1 / (P_2 / P_1 - 1).$$

Очевидно, чем больше отношение P_2/P_1, тем больше знаменатель и тем меньше дробь, т.е. тем меньше эластичность спроса по цене в точке A, что и требовалось доказать.

Доказать верность утверждения можно, используя и формулу дуговой эластичности (хотя использование точечной эластичности представляется более правильным). $E_D^P = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}$. Так как $Q_2 = 0$, то $|E_D^P| = \frac{P_1 + P_2}{P_2 - P_1} = \frac{1 + \frac{P_2}{P_1}}{\frac{P_2}{P_1} - 1} = \frac{1}{\frac{P_2}{P_1}} + \frac{\frac{P_2}{P_1}}{\frac{P_2}{P_1} - 1}$. Очевидно, что чем больше отношение $\frac{P_2}{P_1}$, тем меньше как первое, так и второе слагаемое. То есть меньше значение коэффициента эластичности. Что и требовалось доказать.

Метод 2.

Вспомним, что если при снижении цены выручка растет, то спрос эластичный, если снижается — не эластичный. На рис. 6 изменение выручки в результате снижения цены — это разница площадей прямоугольников $OP_2E_2Q_2$ и $OP_1E_1Q_1$, или, что то же самое, площадей прямоугольников $Q_1Q_2E_2D$ и $P_2P_1E_1D$. Площадь $Q_1Q_2E_2D$ равна $P_2(Q_2 - Q_1)$, то есть увеличение выручки за счет роста объемов продаж, или величина A. Площадь $P_2P_1E_1D$ равна $Q_1(P_1 - P_2)$, или уменьшение выручки в результате снижения цены, то есть величина B. Таким образом $\Delta TR = P_2 \cdot (Q_2 - Q_1) + Q_1 \cdot (P_2 - P_1) = P_2 \cdot (Q_2 - Q_1) - Q_1(P_1 - P_2) = A - B$. Если по абсолютному значению первое слагаемое превышает второе, то выручка растет, и значит, спрос эластичен. Итак, если $A > B$, или иначе $A/B > 1$, то спрос эластичен, и чем больше это отношение, тем выше степень его эластичности. Чем оно меньше, тем менее эластичен спрос, а когда $A/B < 1$, спрос становится неэластичным, и чем меньше это соотношение, тем выше степень его неэластичности.

Примечание. В данном варианте решения мы использовали один из способов разложения изменения выручки по факторам. Возможно получить такое же разложение при противоположной системе взвешивания (рис. 7). Тогда $\Delta TR = P_1 \cdot (Q_2 - Q_1) + Q_2 \cdot (P_2 - P_1) = P_1 \cdot (Q_2 - Q_1) - Q_2(P_1 - P_2) = A - B$. Соответственно, прирост выручки за счет роста продаж (величина A) равен площади фигуры $Q_1Q_2FE_1$, или $P_1 \cdot (Q_2 - Q_1)$, а сокращение выручки из-за снижения цен (величина B) — площади фигуры $P_1P_2E_2F$, или $Q_2 \cdot (P_2 - P_1)$. Однако, фактически это разница площадей тех же самых прямоугольников $Q_1Q_2E_2D$ и $P_2P_1E_1D$. Далее — как в предыдущем случае.

Важно! При разложении изменения выручки следить за весами: если изменение за счет одного фактора получается в результате базисного взвешивания, то изменения за счет второго фактора должны быть получены за счет текущего взвешивания.

Авторы

Анна Николаевна Буфетова — *к.э.н., старший научный сотрудник ИЭОПП СО РАН, доцент НИУ НГУ.*

Людмила Степановна Веселая — *старший научный сотрудник ИЭОПП СО РАН, старший преподаватель НИУ НГУ.*

Алексей Игоревич Суздальцев — *магистрант Российской экономической школы.*

Данил Александрович Фёдоровых — *преподаватель кафедры микроэкономического анализа НИУ ВШЭ.*