

УДК 336.767

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВА ЭФФЕКТИВНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ. АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ НА РОССИЙСКОМ РЫНКЕ*

Д. Г. ХАНИН,

кандидат экономических наук,

доцент кафедры

государственных и муниципальных финансов

E-mail: khdg@rambler.ru

Нижегородский институт управления –

филиал Российской академии народного хозяйства

и государственной службы

при Президенте Российской Федерации

В статье представлен алгоритм построения приближенной линии эффективного фронта, основанный на авторских формулах. Последовательность введения инструментов в портфель отражает их приоритеты. Применение алгоритма для разных рыночных условий, для узкой и широкой баз расчета выявили его работоспособность.

Ключевые слова: *доходность, среднеквадратическое отклонение, структурный продукт, множество эффективных портфелей, линия эффективного фронта, толерантность к риску.*

В статье [2] показано формирование портфеля ценных бумаг удовлетворительной доходности (рентабельности вложенных средств) на примере акций российских эмитентов с использованием долгового инструмента для понижения риска. Принципиальный подход заключался в формировании структурного продукта с такими показателями ожидаемых доходности и риска, которые позволяли включить в портфель значительную долю не удовлетворительного по своим характеристикам

инструмента, но желательного для применения в качестве объекта прямого инвестирования. При этом полученный портфель должен был превосходить индекс РТС, выбранный в качестве бенчмарка, и по доходности, и по надежности реализации прогноза. Были отмечены реализуемость поставленных целей, устойчивость результата по отношению к временным изменениям на рынке, дополнительные возможности по улучшению результата.

Вместе с тем при формировании структурного продукта в рамках метода теории эффективных портфелей [1, 3] был использован простой и наглядный алгоритм минимизации риска искомого продукта, доходность его обеспечивалась удовлетворительными доходностями компонентов и в расчетах участия не принимала. Очевидно, что достаточность данного подхода не означает, что игнорировать выбор продукта на линии эффективного фронта целесообразно. Возможность подбора лучших вариантов была отмечена и послужила целью построения эффективного фронта на заданном наборе ценных бумаг.

Алгоритм расчета состава портфеля с учетом показателей риска и доходности, а также предпочтений инвестора относительно их соотношения (толерантности к риску) является расширением представленного ранее алгоритма.

* Статья предоставлена Информационным центром Издательского дома «ФИНАНСЫ и КРЕДИТ» при Нижегородском государственном университете имени Н. И. Лобачевского – Национальном исследовательском университете.

При наличии отобранной базы исходных инструментов в виде наборов их доходностей, дисперсий и ковариаций (показатели риска и связей элементов в данном случае удобнее использовать не в виде соизмеримых с доходностью среднеквадратических отклонений и коэффициентов корреляции, а в виде традиционных для классической постановки задачи дисперсий и ковариаций) алгоритм выглядит следующим образом.

Цель обозначается как минимизация параметра a с учетом запрета на короткие продажи

$$a = -\lambda E + V \rightarrow \min,$$

где a – параметр, подлежащий минимизации, но не имеющий значения в качестве результата;

λ – толерантность инвестора к риску;

E – доходность искомого портфеля;

V – дисперсия искомого портфеля.

На первом шаге минимизация параметра a достигается выбором из базы пары элементов A и B , дающих минимальное его значение по формуле

$$a_{\min} = (-\lambda E_C + V_C)_{\min} = \frac{(-\lambda E_A + V_A)(-\lambda E_B + V_B) - \left(-\lambda \frac{E_A + E_B}{2} + C_{AB}\right)^2}{V_A + V_B - 2C_{AB}},$$

где $C_{AB} = kA + (1 - k)B$ – линейная комбинация элементов A и B . Доли элементов A и B рассчитываются по формуле

$$k_{\min} = \frac{\lambda(E_A - E_B) + V_B - C_{AB}}{V_A + V_B - 2C_{AB}},$$

где k_{\min} – доля элемента A ; $(1 - k_{\min})$ – доля элемента B . Результат является удовлетворительным при $0 \leq k_{\min} \leq 1$.

Каждый следующий шаг состоит из выбора сочетания полученной на предыдущем шаге линейной комбинации $C = kA + (1 - k)B$ с одним из оставшихся в базе элементов D , дающего минимальное значение параметра a . Ковариация рассчитывается по формуле

$$C_{CD} = kC_{AD} + (1 - k)C_{BD},$$

где $k = k_{\min}$ – доля, полученная на предыдущем шаге.

Дальнейшие статистические расчеты не требуются. Критерием остановки в данном случае выбрана ситуация, когда при игнорировании каждого уже отобранного в портфель инструмента в качестве очередного кандидата на включение, дальнейшее добавление инструментов не уменьшает параметра a .

Данные формулы полностью согласуются с формулами, представленными в статье [2], так как минимум среднеквадратического отклонения и дисперсии портфеля достигается на одном наборе инструментов.

Поскольку доходность и дисперсия – величины несоизмеримые, проигнорируем предположение о том, что каждый инвестор знает свое отношение к риску в виде конкретного значения параметра λ и может рассчитать свой портфель. В этом случае параметр λ варьируется с достаточно грубым шагом для построения ориентировочной линии фронта, затем интересующий интервал может быть достроен с меньшим шагом изменения параметра.

Следует иметь в виду, что диапазон изменения параметра λ , при котором полученный портфель проходит по всей линии фронта от минимума риска до максимума доходности единственного инструмента исходной базы, заранее не известен и зависит исключительно от характеристик отдельных инструментов. Выбор шага изменения параметра можно осуществить без затруднений, если в первую очередь определить его, то предельное значение, при котором портфель будет состоять из одного самого доходного и рискованного инструмента. В этом случае решение возникает на первом шаге, и поиск такого значения нетрудоемкий. Когда известен весь диапазон изменений, шаг изменения параметра определяется индивидуально.

Рассмотрим результаты расчетов двух моделей 2006 и 2010 гг. для выяснения зависимости предложенного подхода от уровня стабильности рынка. Принципы селекции ценных бумаг и формирования базы расчета показаны в статье [2].

Для модели 2006 г. структурный продукт составлялся на базе, представленной в табл. 1.

Фронт, полученный на данной малой базе, удобен для рассмотрения в том смысле, что не входит в портфель единственный элемент GAZA (не проходит по параметрам), а дальнейшее изменение

Таблица 1

База расчета состава портфеля модели 2006 г.

Тикер	Наименование	Доходность	Риск (СКО)
RTKM	ОАО «Ростелеком», ао*	0,0864	0,1880
LKOH	ОАО «ЛУКОЙЛ», ао	0,1608	0,1654
GAZA	ОАО «ГАЗ», ао	0,1642	0,2819
NTMK	ОАО «НТМК», ао	0,1835	0,2071
SBER	ОАО Сбербанк России, ао	0,2165	0,1810
URKA	ОАО «Уралкалий», ао	0,3205	0,2857

* Акция обыкновенная.

состава сводится к постепенному исключению элементов (рис. 1).

Вся линия фронта при этом получена при изменении параметра λ на интервале $[0;1]$, принятый шаг изменения 0,05. Как видим, имеет место практически полное совпадение линии, построенной по представленному алгоритму, и теоретической линии, полученной численным приближением высокой точности встроенной в пакет Excel функции «Поиск решения» от значений, найденных по алгоритму. Для сравнения значений этих линий достаточно, а вопрос точного и однозначного построения линии эффективного фронта по аналитическим формулам пока открыт.

Зависимость значений долей инструментов от параметра λ представлена на рис. 2.

Действительные зависимости долей от параметра λ представлены на рис. 3.

Наблюдается заметная погрешность алгоритма при некоторых значениях λ . Из сравнения рисунков можно сделать следующие выводы:

- малое количество итераций алгоритма приводит к видимым отклонениям долей инструментов от псевдотеоретических, встречаются области изменения параметра λ , на которых отклонения долей от действительных значений очень велики и превышают 10%;

- отклонения долей не приводят к заметным погрешностям целевых характеристик портфеля, отклонения доходности и риска не превосходят 0,1%, что может быть удовлетворительным для прогноза, построенного на акциях;

- избавиться от погрешностей можно путем изменения критерия остановки алгоритма, например инструменты, уже включенные в портфель, не

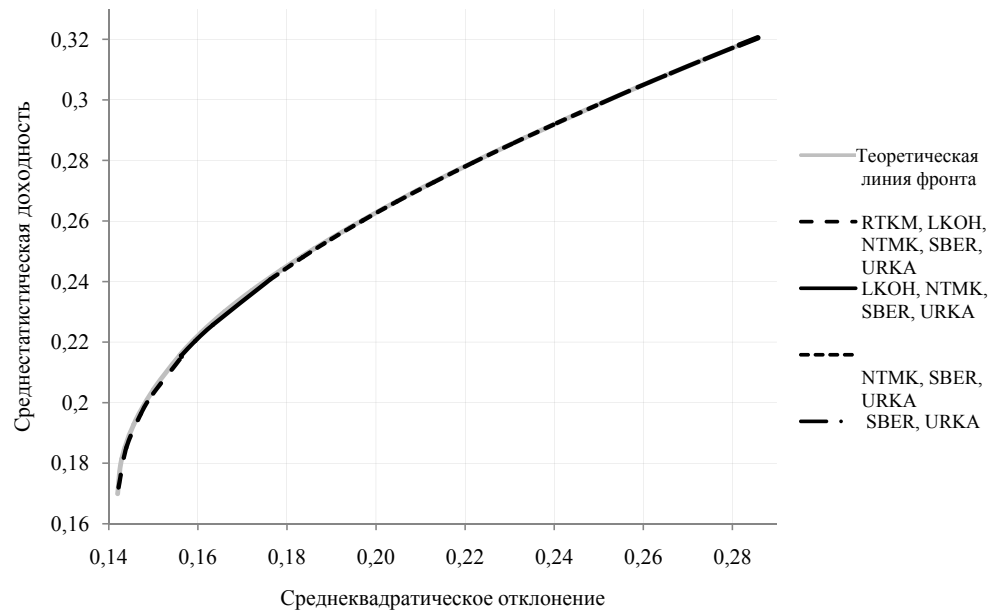


Рис. 1. Линии эффективного фронта модели 2006 г.

7.LSNG	8.BANEP	IRGZ	WBDF	SNGS	Доходность	СКО
0,034311	0,016255	–	–	–	0,235620	0,309405
0,071554	0,025882	0,027862	0,059411	0,130867	0,294806	0,343548

Рис. 2. Доли инструментов в портфелях, рассчитанных по алгоритму

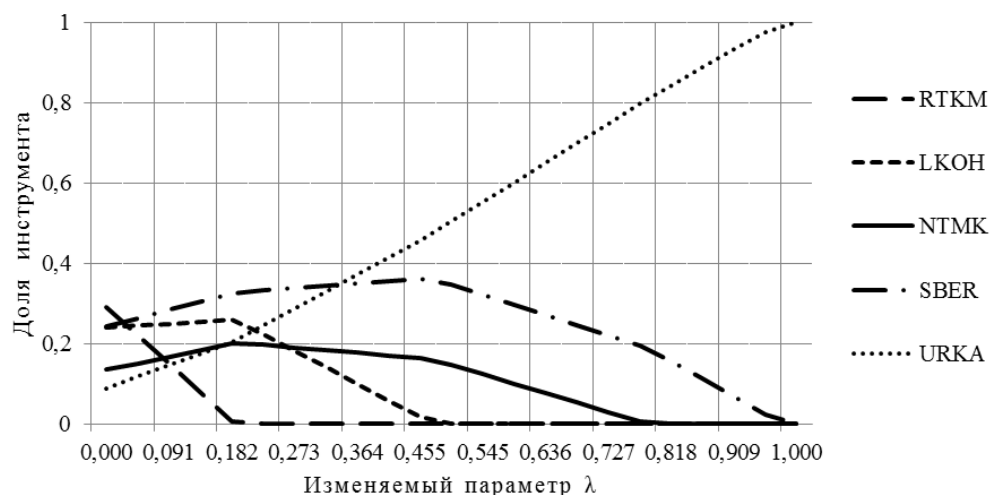


Рис. 3. Доли инструментов в портфелях, рассчитанных по приближению

Таблица 2

База расчета состава портфеля модели 2010 г.

Тикер	Наименование	Доходность	Риск (СКО)
AFLT	ОАО «Аэрофлот», ао*	0,2128	0,3507
BANE	ОАО «Башнефть», ао	0,2956	0,5861
BANEP	ОАО «Башнефть», ап**	0,3356	0,6758
GAZA	ОАО «ГАЗ», ао	0,2208	0,5374
GMKN	ОАО «ГМК «Норильский никель», ао	0,2508	0,4220
IRGZ	ОАО «Иркутскэнерго», ао	0,2647	0,4925
KHEL	ОАО «Казанский вертолетный завод», ао	0,3021	0,8392
KZOS	ОАО «Казаньоргсинтез», ао	0,1952	0,6995
LKOH	ОАО «ЛУКОЙЛ», ао	0,1364	0,2940
LSNG	ОАО «Ленэнерго», ао	0,2209	0,5785
LSNGP	ОАО «Ленэнерго», ап	0,2139	0,4995
NNSI	ОАО «Волгателеком, ао	0,2505	0,5598
RTKMP	ОАО «Ростелеком», ап	0,2109	0,5012
SBER	ОАО «Сбербанк России», ао	0,3490	0,5715
SNGS	ОАО «Сургутнефтегаз», ао	0,1091	0,2907
SNOSP	ОАО «Сургутнефтегаз», ап	0,1111	0,3221
SPTL	ОАО «Северо-Западный Телеком», ао	0,1673	0,5110
TRNFP	ОАО «АК «Транснефть», ап	0,2232	0,6086
UFNC	ОАО «Уфанефтехим», ао	0,3563	0,6897
UFNCP	ОАО «Уфанефтехим», ап	0,4167	0,7254
URKA	ОАО «Уралкалий», ао	0,5885	0,7733
URSI	ОАО «Уралсвязьинформ», ао	0,2025	0,4798
VSMO	ОАО «Корпорация ВСМПО-АВИСМА», ао	0,4443	1,0354
VZRZ	ОАО «Банк Возрождение», ао	0,9611	1,7312
WBDF	ОАО «Вимм-Билль-Данн Продукты Питания», ао	0,1767	0,4668

* Акция обыкновенная.

** Акция привилегированная.

исключаются из дальнейшего отбора (т. е. могут быть добавлены в портфель), количество итераций приравнивается к количеству инструментов в базе расчета.

Шире и разнообразнее выглядит соответствующий продукт для модели 2010 г., исходная база которой составила 25 инструментов (табл. 2).

Предельное значение λ для данной базы равняется 15. Линия эффективного фронта рассчитывалась для шага изменения 0,5.

Участок фронта, обозначенный сплошной линией (рис. 4), означает несовпадения с теоретическим расчетом (т. е. численным расчетом высокой точности) по долям инструментов, а в некоторых случаях и по долям, и по составу портфеля. Вместе с тем подобные несовпадения составов тем заметнее, чем шире база расчета, меньше шаг изменения λ и грубее критерий останова алгоритма. То есть подобные участки существуют и в модели 2006 г., они могут быть обнаружены на графиках зависимости долей инструментов от λ . Этими участками являются интервалы между теоретическими и практическими значениями λ , при которых происходит появление или исчезновение инструмента в составе портфеля (в ТЭП – критические значения λ). Соответственно, доли данных инструментов и их влияние на результат расчета малы. При наложении подобных интервалов критическое суммарное влияние погрешностей на результат не отмечено.

Поскольку отражение полного результата расчета не вписывается в формат статьи, приведем общий анализ соответствия результатов, полученных при

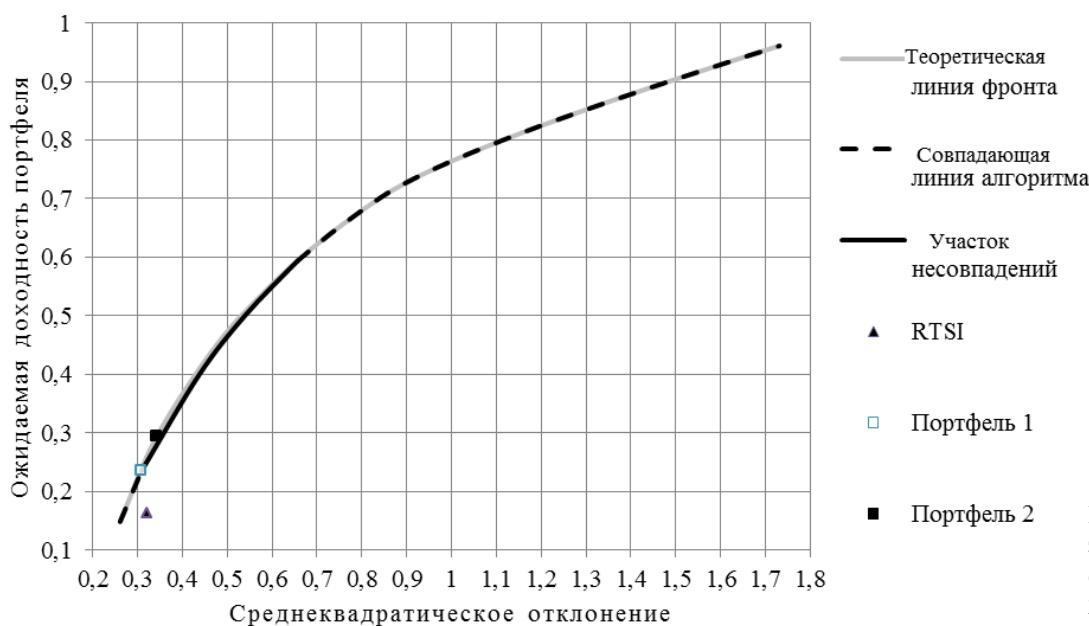


Рис. 4. Линии эффективного фронта модели 2010 г.

Таблица 3

Состав портфелей при $\lambda = 0$

Погрешность	1.AFLT	2.SNGS	3.LKOH	4.WBDF	5.KHEL	6.LSNG	Дох.	СКО
По алгоритму	0,251791	0,481384	0,188463	0,051029	0,018526	0,008806	0,148344	0,261143
По приближению	0,255893	0,476435	0,196401	0,046712	0,017701	0,006858	0,148318	0,261144

Таблица 4

Состав портфелей при $\lambda = 0,5$

Погрешность	1.AFLT	2.LKOH	3.URKA	4.RTKMP	5.KHEL	6.UFNC	7.LSNG	8.BANEP	IRGZ	WBDF	SNGS	Доходность	СКО
По алгоритму (портфель 1)	0,329004	0,318797	0,107597	0,100011	0,062028	0,031989	0,034311	0,016255	–	–	–	0,235620	0,309405
По приближению (портфель 2)	0,231262	–	0,190475	0,082148	0,086619	0,093919	0,071554	0,025882	0,027862	0,059411	0,130867	0,294806	0,343548

Таблица 5

Состав портфелей при $\lambda = 2$

Погрешность	1.URKA	2.VZRZ	3.BANEP	4.KHEL	Доходность	СКО
По алгоритму	0,606551	0,168474	0,207281	0,017694	0,593790	0,656713
По приближению	0,598507	0,181309	0,193785	0,026399	0,599495	0,664968

использовании представленного алгоритма и при использовании встроенной в пакет Excel функции «Поиск решения» от значений, найденных по алгоритму.

При $\lambda = 0$ решения практически совпадают. Затем растет количество инструментов, и появляются расхождения, достигающие максимума при значении $\lambda = 0,5$. В дальнейшем количество инструментов и погрешности снижаются, и со значения $\lambda = 2$ восстанавливается приближенное совпадение. Максимальное количество инструментов получено в точке $\lambda = 0,5$ для алгоритма 8, для дальнейшего приближения – 10. Структура портфелей, соответствующих данным значениям представлена в табл. 3–5.

Несмотря на различие в данном случае итоговых характеристик, портфели 1 и 2 выведены на линию эффективного фронта (рис.), причем первый – всего за 8 итераций. То же можно утверждать и относительно других аналогичных отклонений.

Для модели 2010 г. действительны сделанные ранее выводы, а также:

- в случае расчета под конкретное значение λ следует выбрать иной критерий остановки, позволяющий провести значительное количество итераций;
- при построении линии фронта для выбора удовлетворительного портфеля не стоит акцентироваться на значениях λ ;
- значительная трудоемкость расчета предпола-

гает автоматизацию алгоритма для широкой базы (более 10 инструментов);

- несомненным преимуществом алгоритма по сравнению с методами, дающими только конечный результат, является информация о последовательности вхождения инструментов в портфель, поскольку теоретические доли инструментов так или иначе не смогут быть точно соблюдены на практике, и, следовательно, актуален вопрос приоритетов инструментов между собой;
- значительная устойчивость характеристик портфеля к изменению долей инструментов и даже его состава не может однозначно декларироваться для любых инструментов, но заметна лишь для выделенных при использовании алгоритма.

Актуальность представленного алгоритма, а также рассмотренной модели 2010 г. подтверждается данными о реализованных доходностях эффективных портфелей за разные периоды (рис. 5–7).

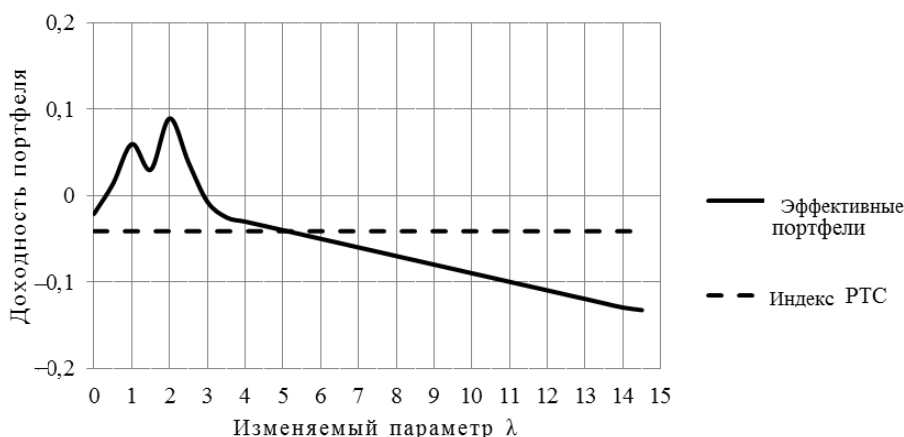


Рис. 5. Реализованные полугодовые доходности на 01.10.2010

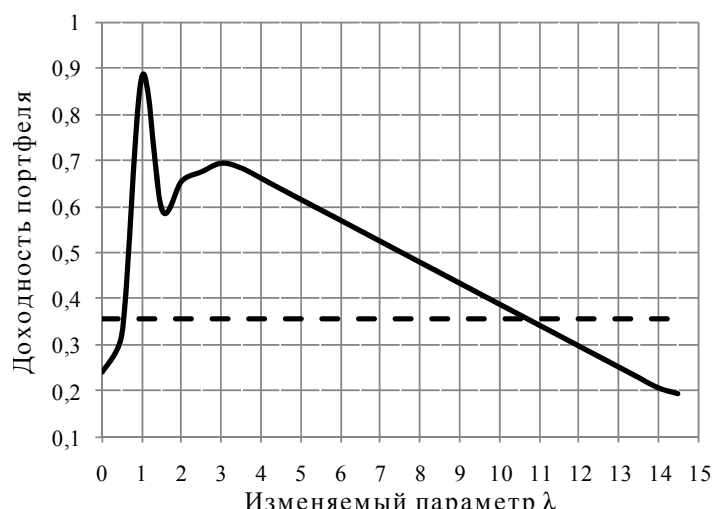


Рис. 6. Реализованные полугодовые доходности на 01.04.2011

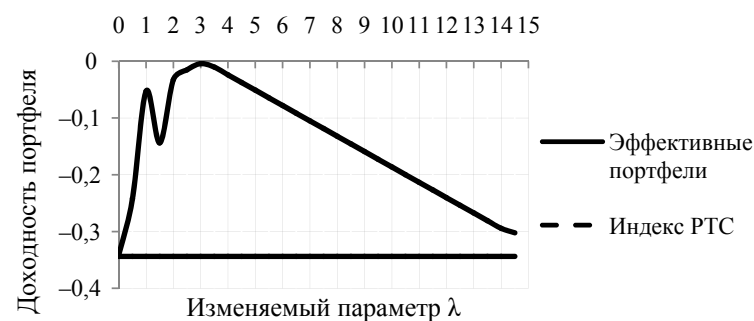


Рис. 7. Реализованные полугодовые доходности на 01.10.2011

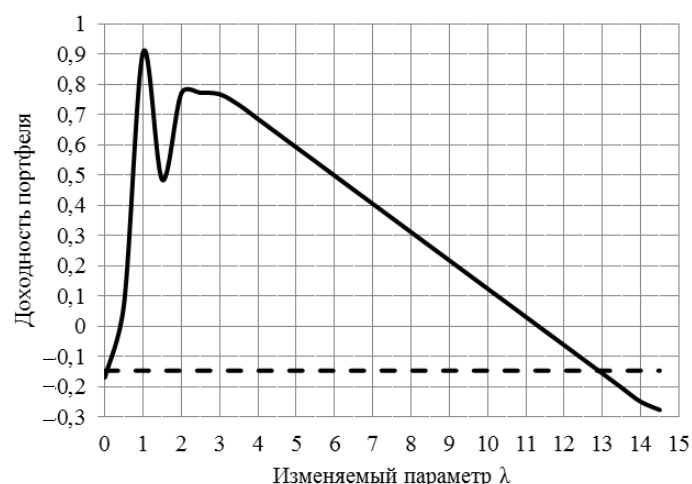


Рис. 8. Реализованные полуторогодовые доходности

На рис. 5 и 6 представлены осуществившиеся риски для достаточно высоких λ , кроме того, во втором полугодии (рис. 6) портфели низкого риска оказались менее доходными, нежели индекс РТС. Вполне ожидаемый результат. Перепады графика при значениях λ от 1 до 3, возможно, объяснимы погрешностями алгоритма и могли бы быть ус-

ранены увеличением количества итераций в расчетах на указанном интервале наибольших отклонений между результатами, полученными по алгоритму и по приближению.

В отношении третьего полугодия (II и III кварталы 2011г.), надо заметить, что объединение предприятий связи не отразилось на модели, поскольку в портфель попадают лишь акции присоединяющего ОАО Ростелеком, в противном случае была бы возможна замена акций в соответствии с конвертацией (рис. 7). Здесь при отрицательных доходностях заметен превосходящий индекс результат для всех значений λ , подобная случайность служит хорошим утешением для долгосрочных инвесторов (и тех, кто не успел своевременно выйти «в деньги»).

Следует отметить, что структура портфеля рассчитана на 01.04.2010 и не изменялась.

Результаты долгосрочного инвестирования (на полуторогодовом интервале) представлены на рис. 8. Здесь очевидно превосходство портфеля над индексом в части и относительной, и абсолютной доходности для средних значений λ .

При всех очевидных плюсах и минусах представленного алгоритма построения эффективного фронта большой теоретический интерес вызывает способ точного определения эффективных портфелей по формулам.

Список литературы

1. Буренин А. Н. Управление портфелем ценных бумаг. М.: Научно-техническое общество имени академика С. И. Вавилова, 2007.
2. Ханин Д. Г. Возможности применения теории эффективных портфелей на российском фондовом рынке // Экономический анализ: теория и практика. 2011. № 6.
3. Markovits H. Portfolio selection // Journal of Finance. 1952. № 7.