Переход Минского в модели с инстинктом доверия и стадным поведением

Minsky’s tension in a model with “animal spirit” of confidence and herding behavior

Николаенко Дмитрий Николаевич

Аспирант кафедры фондового рынка и рынка инвестиций факультета экономики Национального исследовательского университета Высшая школа экономики (НИУ ВШЭ), г. Москва.

Dmitry N. Nikolaenko

Postgraduate student. The National Research University Higher School of Economics (NRU HSE), Moscow, Department of Finance, Subdepartment of Stock and Investments Market.

Абдухамидов Антон Вадимович

Соискатель учёной степени кандидата экономических наук кафедры экономики и финансов фирмы факультета экономики Национального исследовательского университета Высшая школа экономики (НИУ ВШЭ), г. Москва.

Anton V. Abdukhamidov

Applicant for the Candidate of Sciences degree. The National Research University Higher School of Economics (NRU HSE), Moscow, Department of Finance, Subdepartment of Economics and Finances of the Firm.

Аннотация

Предложена теоретико-игровая модель перехода Минского, иллюстрирующая логику действия потенциальных продавцов в контексте проявления инстинкта доверия и стадного поведения в ситуации образования сомнений в продолжении роста цены актива у существенной массы игроков в период, начиная с заключительной фазы эйфории, и до начала паники. Выявлены логика принятия решений потенциальных продавцов актива, а также особенности влияния на них инстинкта доверия.

Abstract

Game-theoretic model of Minsky's tension is proposed. This model illustrates logic of actions for potential sellers in the context of «animal spirit» of confidence realization and herding behavior for situation when sufficient mass of players has doubts about further market price rise in a period from the end of euphoria until the beginning of panic. The logic of behavior for potential sellers and features of the way «animal spirit» of confidence influences them are revealed.

Ключевые слова

Инстинкты, доверие, переход Минского, стадное поведение, поведенческие финансы, глобальные игры.

Keywords

«Animal spirits», confidence, Minsky's tension, herding, behavioral finance, global games.

Введение

Авторы выражают большую благодарность Национальному исследовательскому университету Высшая школа Экономики, как минимум потому что без его влияния на мышление, знания и навыки, авторы не смогли бы написать эту работу. Непосредственно в отношении процесса создания статьи отдельное большое спасибо адресовано кафедрам фондового рынка и рынка инвестиций, экономики и финансов фирмы, микроэкономического анализа. Авторы выражают исключительную признательность Владимиру Петровичу Бусыгину, Марку Иосифовичу Левину, поделившимся идеей экономических исследований в контексте инстинктов, мнением в отношении работ Хаймана Минского и объяснившим, в каком направлении необходимо

стремиться мыслить при написании любой научной работы, Елене Александровне Буяновой, Николаю Иосифовичу Берзону, Сергею Михайловичу Меньшикову, Роману Николаевичу Божьей-Воле, Ивану Ивановичу Родионову, Ирине Васильевне Ивашковской, сформировавшим подход к написанию экономических исследований, а также Алле Александровне Фридман, Игорю Геннадьевичу Муравьёву, Максиму Игоревичу Никитину, выразившим мнение о теоретико-игровой конструкции модели.

В книгах [1; 2] замечательно изложен общий принцип развития типичного кризиса, который был разработан Минским. Утверждается, что ситуация, которая впоследствии приведёт к кризису, начинается с появления экзогенного для макроэкономической системы шока. Если он оказывается достаточно сильным, то в реальности приводит к появлению новых больших возможностей получения прибыли фирм как минимум в одном секторе экономики. Например, при рассмотрении ситуации появления экономического пузыря на фондовом рынке в таком случае ввиду ожиданий роста прибыли компании растёт цена её акций.

В какой-то момент времени начинается эйфория, в которой игроки всё чаще покупают акции компании для того, чтобы извлекать прибыль от перепродаж ввиду ожиданий дальнейшего роста цены, растёт оптимизм относительно возможностей получения прибыли, однако со временем ожидания агентов оказываются завышенными. Исходя из книги [3], у игроков, живущих эйфорией, проявляется инстинкт доверия: агенты чаще принимают решения о покупке актива для перепродажи, основываясь на вере в то, что цена будет расти в связи с благоприятной обстановкой наличия новых возможностей получения компанией прибыли. В этой ситуации игроки склонны недооценивать или не уделять должное внимание имеющейся информации о рынке, которой обычно пользуются при рациональном поведении, даже если эта информация обработана ими, и руководствоваться именно инстинктом доверия. Ввиду того, что цена на рынке устанавливается исходя из заявок агентов, основанных на их ожиданиях, во время эйфории цена актива растёт.

В соответствии с книгой [3], со временем наступает период времени, когда у существенной массы игроков убеждённость в росте цен перерастает в убеждение о падении цен. В общем случае промежуточным звеном является появление подозрений. В книге [2] сказано, что эйфория переходит в период изменения отношения к торговле, когда потенциальные покупатели всё в меньшей степени нацелены на приобретение, а потенциальные продавцы всё больше проявляют интерес к продаже актива. В книге [2] говорится, что вследствие этого развивается период «финансовых трудностей» («financial distress»). В такой ситуации, когда покупатели меньше горят желаниям покупать актив, чем продавцы – продавать, цена актива может сильно упасть. Однако после уменьшения цены бывают случаи сохранения или образования существенной массы агентов, которые склонны предполагать, что падение является временным. В результате борьба спроса и предложения может проявиться в чередовании периодов падений и роста цены. Согласно книге [2], если уменьшение цены продолжается, то всё большее количество игроков проявляют интерес к продаже актива, что может перерасти в панику. Последняя, согласно [3] характеризуется тем, что основная масса агентов, поведение которой и определяет цену, руководствуется инстинктом доверия к падению цены.

Под переходом Минского в данной работе понимается период, начиная с появления у существенной массы игроков подозрений и сомнений, которое знаменует заключительную фазу эйфории, и до начала паники. Существование такого этапа в развитии кризиса сложно назвать исключительной находкой Минского, но поскольку характеристика данного промежутка времени является частью этого выдающимся образом изложенного общего принципа развития типичного кризиса, в данной работе он назван именем Минского. Согласно [2], период «финансовых трудностей» возникает из-за того, что появляется существенная масса агентов, желающих обменять актив на деньги. Поэтому в части теоретико-игрового моделирования явным образом рассматриваются именно действия игроков, анализирующих вопрос целесообразности продажи актива. Однако не все владельцы этих активов обязаны быть среди таких игроков. Речь идёт только о тех потенциальных продавцах, у которых появились подозрения. В книге [3] утверждается, что в ситуации ослабления доверия агент видит поспешность и нерациональность ранее принятых торговых решений и подхода к их принятию. В связи с этим можно сделать вывод, что при появлении подозрений игрок склонен вдумчиво анализировать всю доступную ему информацию, а также стараться действовать по правилам рационального поведения и прогнозировать состояние цен более обдуманно.

Согласно [2], сами по себе падения цены в период «финансовых трудностей» могут быть как постепенными, так и резкими. Последний случай вероятен, только если существенное количество игроков принимает схожие торговые решения разом, то есть толпой. Это необязательно означает, что они в действительности договариваются между собой, но просто думают, что мнений о перспективах развития ситуации по сути может быть не так много. Более того, чтобы сдвинуть цену вниз в рассматриваемом случае «финансовых трудностей», когда появляется существенная масса агентов, желающих обменять актив на деньги, необходимо значимо изменить предложение. Такое изменение не произойдёт без схожих действий существенной массы продавцов актива, то есть толпы. Поэтому при переходе Минского в данной работе рассматривается ситуация, когда игроки, желающие обменять актив на деньги, уже осознают или просто предполагают, что есть существенная масса агентов, которые тоже рассматривают вариант продажи актива.

Научная новизна исследования заключается в синтезе принципов модели Минского и подхода учёта инстинктов («animal spirits»), восходящего к Кейнсу [4] и возрождаемого, в частности, Акерловым и Шиллером [3]. В работе представлена модель перехода Минского, изложенная в контексте того, как инстинкт доверия сказывается на поведении потенциальных продавцов, сомневающихся в дальнейшем повышении цены актива. Анатомия перехода Минского в контексте инстинктов доверия к росту цены подчёркивает новизну работы.

Представленная в исследовании игра является важным элементом периода преобразования эйфории в панику. Согласно исследованию, эйфория может сохраняться по причинам недостаточной точности прогнозов или ввиду проявлений инстинктов, возникающих при по-настоящему благоприятной ситуации для роста цены. На основании модели приводятся доводы в пользу того, что существуют такие уровни точности прогнозов агентов, из-за которых нельзя утверждать, что эйфория обязательно продлится вечно, несмотря на возможность продолжения этого периода и при наличии существенной массы игроков, сомневающихся в дальнейшем росте цены. Краеугольным камнем, приводящим к этому выводу, оказывается предположение, что у существенной массы игроков возникают сомнения о продолжении роста цены. Также в работе обнаруживается возможность проявления инстинкта стремления к наживе, способного оказывать влияние на смену тенденции роста цены её падением. Однако, скорее всего, динамика силы его действия является ответом на уровень доверия к продолжению роста цен, а не наоборот.

Исследование выполнено на актуальную тему, потому что посвящено изучению особенностей влияния инстинктов, по своей природе способных действовать в разрез с принципами рационального поведения и разумного прогнозирования, на принятие торговых решений. Согласно [3; 4], в реальности инстинкты оказывают существенное влияние на глобальные экономические события (например, в данной статье рассматривается ситуация возможности смены продолжительного роста цены актива её падением), которые могут привести к существенному перераспределению доходов в обществе, а также на развитие капитализма вообще. Поэтому должное понимание таких важных событий невозможно без осознания закономерностей проявления инстинктов и их связи с рациональным поведением. Само по себе исследование перехода Минского, основанное на предложенной в работе теоретико-игровой конструкции, необходимо, потому что оно позволяет понять, как устроена природа изменения торговых решений, приводящая период роста цены к её падению.

Текст работы устроен следующим образом. В главе 1 раскрываются условия модели, в главе 2 приведено описание важных идей, используемых при построении функции ожидаемой чистой выгоды потенциального продавца актива, глава 3 посвящена доказательству утверждений, раскрывающих особенности связи между логикой принятия решений потенциальными продавцами и проявлениями инстинкта доверия в отношении продолжения роста цены.

1. Модель

Рассматривается конструкция в духе модели возможности исчезновения экономического пузыря с неполной информацией, изложенной в работе [5]. В принципе, для соответствия данной модели подходит любой актив, который может перепродаваться на рынке с целью спекуляций. Одним из наиболее ярких примеров является акция. Вводится параметр состояния цен θ:

$$\theta = \frac{F - M + B}{B}. \tag{1}$$

В формуле (1) F – это некоторая начальная цена актива (ориентир), о величине которой (которого) имеют представление все участники рынка (для акции это может быть, например, цена первичного размещения), M – это цена актива, которая *сложится* в результате двойного аукциона на рынке, B – это разница между максимальной среди игроков индивидуально ожидаемой ценой, которую готовы платить за единицу актива, и F. Рассматривается ситуация, когда агенты считают, что ещё в течение какого-то времени F не превысит M, а также что $B>0$. Таким образом, θ принадлежит промежутку [0;1]. Если бы F, B и торговые решения игроков, которые будут приняты, были известны заранее, то, воспользовавшись механизмом аукциона двойной цены, можно было бы рассчитать M, а затем θ. Однако обычно именно таким знанием ни один агент не обладает, поэтому каждый игрок каким-то образом строит прогноз θ.

Само по себе появление в модели такого определения параметра состояния цен оправдано идеей рыночного аукциона, определяющего цену, по которой будут проводиться сделки купли-продажи актива в торговом залпе. Оценивая, произойдёт ли падение цены, важно осознавать, что если цена слишком сильно приблизится к максимальной среди игроков сумме денег, которую готовы платить за единицу актива, то после этого может остаться меньше шансов продать актив даже не по более высокой цене, а по той же. Так получается из-за того, что игроки, которые в таком случае купят актив, являются агентами с наиболее высокими ценами заявок. Если в следующем залпе на их смену не придёт достаточное количество игроков с такими же высокими ценами заявок на покупку, то цена, устанавливаемая в результате аукциона, впоследствии упадёт. Таким образом, в целом показатель состояния цен рассматривается участниками рынка как индикатор возможного масштаба падения цен впоследствии: при меньшей величине показателя, цена сильно приближается к максимальным оценкам, поэтому её падение может оказаться более сильным.

При появлении подозрений об истинном положении дел на рынке игрок решает, нужно ли продавать единицу актива. Если для состояния цен θ доля агентов, продающих актив, достаточно велика, то в результате происходит снижение цены, поскольку в такой ситуации и при небольшом её падении формируется достаточный для смещения цены вниз объём предложения. Цель продавца заключается в том, чтобы успеть реализовать актив по ценам, близким к тем, что имеют место до снижения, а затем, если нужно, купить актив позже по уже снизившимся ценам, но не продавать актив, если цена по-прежнему будет расти. В ситуации, когда изменение предложения способно сместить цену вниз, не у всех продавцов может получиться реализовать актив по ценам, близким к сложившимся в начале периода их уменьшения. Поэтому каждый агент осознаёт, что величина его экономической прибыли от операции продажи актива в случае, если сбить цену получится, вычисляется по равенствам (2):

$$\pi = M - F - d - t = B - d - B\theta - t = e - B\theta - t. \qquad (2)$$

В формуле (2) π обозначает прибыль, $F+d$ – это цена, по которой можно будет купить единицу подешевевшего актива, t – положительные затраты, связанные с проведением операции продажи. Каждый игрок получает сигнал о параметре состояния цен, на основании которого он строит условное математическое ожидание прибыли:

$$E(\pi \mid x_i) = e^* - BE(\theta \mid x_i) - t. \qquad (3)$$

Однако если агент не атакует положительный тренд, то его чистая выгода непосредственно от продажи равна *0*. В формуле (3) x_i - это сигнал *i*-го агента, *B* не воспринимается игроком как случайная величина ввиду определения этого показателя, e^* - это прогноз *e* из формулы (2), который учитывает вероятность продажи актива по не самой выгодной цене. Данное предположение о едином для всех показателе e^* вводится, потому что состояние цен показывает, насколько цена, по которой реализуется наибольшее количество сделок, давит на возможное осознание игроками того, что она впоследствии упадёт. Чем меньше число, иллюстрирующее состояние цен, тем более сильным является осознание игроками возможности большего масштаба падения цен, то есть и большей прибыли от продажи актива.

В модели исследуется случай, когда у игроков нет уверенности, что пришёл период паники, а есть мнение, что существует не менее могущественная толпа потенциальных продавцов, у которых по каким-то причинам сигнал о состоянии цен более оптимистичный или пессимистичный. Это мнение объясняется пониманием того, что и другие потенциальные продавцы, отошедшие от слепой эйфории, несмотря на такую же сильную неуверенность и неопределенность, всё равно могут *инстинктивно* склоняться к более пессимистичному или оптимистичному видению ситуации. Тем не менее сами агенты изначально не представляют точно, является ли их инстинкт пессимистичным или оптимистичным, потому что они не знают, каким на самом деле будет состояние цен, а просто сомневаются ввиду неопределённости. Кроме того, обычно пессимисты и оптимисты не отдают себе серьёзного отчёта в том, что они именно такие, то есть не считают, что их отношение к реальности неправильное, иначе эти агенты, скорее всего, сразу бы попытались скорректировать это отношение.

Игроки думают, что существует такое ($0<\bar{\theta}<1$) $\bar{\theta}$, что $e^{*}-B\bar{\theta}-t=0$. То есть рассматривается ситуация, когда они до получения сигналов по-прежнему верят, что могут реализоваться такие состояния рынка, при которых падения цены не будет, потому что его осуществление выглядит неприбыльным для потенциальных сомневающихся продавцов.

Условия игры

1. *Выполнены все указанные выше условия.*
2. *При переходе Минского ни один агент до получения сигнала не имеет никакого представления о том, чему будет равно θ, ввиду сомнений и подозрений, пришедших на смену эйфории, поэтому, следуя точке зрения Лапласа [6], каждый агент до получения сигнала видит θ как случайную величину, распределённую равномерно на отрезке [0;1].*

3. *Неопределенность, выраженная в неточности прогноза, порождает неуверенность, иллюстрирующуюся тем, что предполагаемое игроком состояние цен – это с равной вероятностью любое состояние, которое принадлежит промежутку возможных значений этого параметра, порождённому сигналом агента. Поэтому каждый агент группы i считает, что получает сигнал x_i, который извлекается из равномерного распределения на отрезке $[\theta - e; \theta + e]$, где e – положительная величина, определяющая масштаб неопределённости, θ – истинное состояние цен, а сигналы, посланные разным игрокам, независимы. Предполагается, что сам масштаб неопределённости является общим знанием (common knowledge) таких потенциальных продавцов, потому что, как и в жизни, исходя из опыта и аналитики, можно достоверно определить весь теоретический спектр потенциальных вариантов развития событий. Сигналы агентов разных групп считаются независимыми, потому что игроки таких групп видят друг друга как людей, которые могут понимать ситуацию далеко не схожим образом. Получив сигнал, каждый агент самостоятельно решает, что делать: продавать актив или нет, поэтому стратегия игрока определяется как функция, которая переводит значение сигнала в действие.*
4. *Потенциальные продавцы верят в существование такого $\tilde{\theta}$, меньшего $\bar{\theta}$, что если $\tilde{\theta}$ больше θ, то для падения цены достаточно атаки игроков одной группы (первый тип игры), а если θ не меньше $\tilde{\theta}$, то для этого нужна волна продаж обоих групп агентов (второй тип игры). Таким образом, промежуток, где $\tilde{\theta}$ больше θ, иллюстрирует состояния цен, которые видятся игрокам вызывающими недоверие среди участников рынка настолько, что цена упадёт, если агенты хотя бы одной группы сомневающихся продадут актив.*

5. *Платежами игроков в каждой определенной ситуации являются соответствующие чистые выгоды (как в [7], при равенстве чистых выгод от действий «продавать» и «отказаться от продажи» агент выбирает второе).*
6. *Агенты знают условия 1-5 игры и понимают, что все знают это, а также что все знают, что все знают, что все знают и т.д.*

Таб. 1. Первый тип игры

1 тип игр		*2 группа*			
		Продавать		*Не Продавать*	
1 группа	*Продавать*	$\pi(\theta)$	$\pi(\theta)$	$\pi(\theta)$	*0*
	Не продавать	*0*	$\pi(\theta)$	*0*	*0*

Таб. 2. Второй тип игры

2 тип игр		*2 группа*			
		Продавать		*Не продавать*	
1 группа	*Продавать*	$\pi(\theta)$	$\pi(\theta)$	*-t*	*0*
	Не продавать	*0*	*-t*	*0*	*0*

Предполагается, что, зная исторические примеры эйфории, паники и промежуточного по отношению к ним периода, игроки, находившиеся под влиянием эйфории и заразившиеся чрезмерным доверием, знают содержание пункта 3 условий исследуемой игры, но получают сигналы, которые отдалены от $\bar{\theta}$ на расстояние, не меньшее *e*, в сторону увеличения значений сигналов. Согласно [3], рассматривается ситуация, когда в период эйфории такие сигналы строились игроками под воздействием назревшей склонности недооценивать или не уделять должное внимание имеющейся информации о рынке, которой они обычно пользуются при рациональном поведении, в связи с чем их видение положения дел в действительности оказалось слишком радужным. Поэтому те сигналы являлись в большей степени продуктом инстинкта доверия, а не разумных оценок. Вследствие этого предполагается, что если агент совсем не применит разум, и погрязнет в эйфории, то получит сигнал, равный максимальному из возможных физически ($1+e$), хотя истинное состояние цен как раз может не входить в то множество вариантов θ, которые предсказываются в таком случае участником рынка, исходя из правила пункта 3 условий игры. Аналогично если разум совсем не сработает в ситуации полного недоверия к росту цен, то игрок увидит сигнал $-e$, но ни одному из них не удивится, потому что работа разума в его решениях в таких случаях не присутствует. При эйфории (панике) в случаях с сигналами, близкими к крайним, агент может приводить не самым должным образом проверенные доводы о реальности продолжения роста цены (падения цены).

Будем считать, что при построении прогноза совсем не проявился ни инстинкт доверия к росту цены, ни инстинкт недоверия, если он получил сигнал, который в точности равен настоящему θ. В целом инстинкты доверия и недоверия рассматриваются фактически как стороны одной медали, потому что при данном настоящем θ более высокие сигналы олицетворяют большее влияние на видение ситуации инстинкта доверия, чем недоверия, а влияние разумных прогнозов и рационального поведения на сигнал тем больше, чем он ближе к истинному значению.

Возникающие при переходе Минского сомнения потенциальных продавцов в том, что они верно представляют себе ситуацию, заставляет их попытаться сконцентрироваться и выявить сигнал о состоянии цен на основе разумных воззрений. Однако сами по себе инстинкты никуда не исчезают, а оказываются стеснёнными применением принципов рационального поведения и разумного прогнозирования, и вместе с ними порождают сигнал о состоянии цены.

Веры потенциальных продавцов

В зависимости от параметра θ существуют два вида платёжных матриц, в которых могут оказаться агенты. Каждый потенциальный продавец формирует веры по поводу реализации платёжных матриц двух типов. Сигнал может принимать значения из промежутка [-e;1+e]. То есть игроки видят возникшие сомнения так, что даже понимают возможность реализации сигналов, отражающих мнение об истинной ситуации, слепое доверие к которому означало бы убеждённость даже в таких реалиях, когда цена на самом деле по каким-то причинам превысит максимальную по величине оценку готовности платить за актив или сразу окажется меньше некоторого начального ориентира F.

Если значение сигнала принадлежит [e;1-e], то $\theta \in [x_i - e; x_i + e]$. Длина промежутка возможных состояний цен характеризует размах неопределённости, то есть их многообразие. В других случаях многообразие вариантов истинных рыночных ситуаций уменьшается: если $x_i \in [-e; e]$, тогда $\theta \in [0; x_i + e]$, если $x_i \in [1-e; 1+e]$, то $\theta \in [x_i - e; 1]$. Так получается, потому что часть сигналов, на которые воздействуют инстинкты, игрок в условиях неслепой веры в них считает неразумными ввиду осознания границ состояний цен. Агенты помнят, что если θ меньше $\tilde{\theta}$, то атаки одной группы хватит, чтобы обвалить цену, поэтому вероятность матрицы платежей первого типа – это вероятность того, что θ меньше $\tilde{\theta}$ при условии, что агент i знает x_i. Условно предполагается, что каждый игрок считает переломными одни и те же состояния $\tilde{\theta}, \bar{\theta}$, так как в процессе принятия решений он оценивает веры в реализацию различных возможностей падения цены и ожидаемые значения прибыли от продажи при условии реализовавшегося сигнала, основываясь не только на представлениях о значениях этих параметров, но и, например, на величине пропитанного инстинктом сигнала о состояниях цен. На принятие решений оказывают влияние изначально именно оценки этих вероятностей и условных математических ожиданий прибыли, поэтому различия в отношениях к возможному развитию событий на рынке как раз и отражаются в отличиях между сигналами, полученными под влиянием разных проявлений инстинктов. Таким образом, возможные различия в мнениях о величинах параметров переломных моментов $\tilde{\theta}, \bar{\theta}$ автоматически считаются включенными в сигналы. Есть смысл считать значения параметров $\tilde{\theta}, \bar{\theta}$ некоторыми известными агентами обычными (исторически типичными или средними) состояниями цен, при которых происходит изменение отношения существенной массы игроков к возможности падения цены, то есть уровня доверия общества к продолжению роста цены.

Тогда если $x_i \in [e;1-e]$ и $\tilde{\theta} \in [x_i - e; x_i + e]$, то для каждого i $p_1 = \frac{\tilde{\theta} - x_i + e}{2e}$, $p_2 = \frac{x_i + e - \tilde{\theta}}{2e}$ (индекс при вероятности указывает в точности вид платёжной матрицы). Когда $\tilde{\theta} < x_i - e$, тогда игрок не чувствует уверенности в падении цены, поэтому p_1=0, p_2=1. Если $\tilde{\theta} > x_i + e$, то наоборот он уверен в её уменьшении. Когда $x_i \in [-e;e]$, тогда если $x_i \geq \tilde{\theta} - e$, то $p_1 = \frac{\tilde{\theta}}{x_i + e}$, $p_2 = 1 - \frac{\tilde{\theta}}{x_i + e}$. Когда $x_i < \tilde{\theta} - e$, тогда p_1=1, p_2=0. Если $x_i \in [1-e;1+e]$, тогда если $x_i \leq \tilde{\theta} + e$, то $p_1 = \frac{\tilde{\theta} - x_i + e}{1 - x_i + e}$, $p_2 = \frac{1 - \tilde{\theta}}{1 - x_i + e}$. Когда $x_i > \tilde{\theta} + e$, тогда p_1=0, p_2=1.

Если подходить к данной модели как к математической задаче, то при существующих условиях надо помнить, что длина промежутка $[\tilde{\theta} - e; \tilde{\theta} + e]$ равна $2e$, поэтому он может оказаться внутри отрезка $[e;1-e]$, если $e < 0{,}25$. Соответственно, он не будет полностью лежать внутри сегмента $[e;1-e]$, если $e > 0{,}25$.

Получив значение x_i, зная закон распределения сигнала и то, за какими пределами не окажется истинное значение θ, каждый агент может указать промежуток, за который не выходит сигнал другого игрока. Следуя логике нахождения равновесия Байеса-Нэша, каждый агент обдумывает, что будет, если другой потенциальный продавец придерживается проверяемой стратегии. Согласно [6-8], в рассматриваемой игре смены режима присутствует единственное равновесие Байеса-Нэша, в нём каждый игрок руководствуется стратегией с пороговым сигналом $\bar{x}$: продаёт единицу актива, если значение сигнала меньше $\bar{x}$, и не продаёт в ином случае. В контексте модели с инстинктами такая стратегия автоматически представляет собой компромиссное решение в отношении следования или неследования проявлениям инстинкта и принципам рационального поведения. Решение заключается в том, чтобы классифицировать проявления инстинкта как прибыльные и неприбыльные для действия, заключающегося в продаже актива, с позиции ожидаемой чистой выгоды и осуществлять при каждой реализации инстинкта продажу актива, если и только если она характеризуется положительной ожидаемой чистой выгодой. Это именно компромиссное решение, потому что проявления инстинкта по-прежнему оказывают существенное влияние на выбор действия фактически ввиду того, что внутренний мир человека сложно изменить, так как инстинкты всё равно воздействуют на видение перспектив рынка.

Для каждого потенциального граничного значения $\bar{x}$, любой игрок может оценить, насколько вероятно, что сигнал другого агента лежит левее или правее $\bar{x}$. Так каждый игрок формирует веры относительно выбранной другим агентом стратегии.

Если $x_1 \in [e;1-e]$, то $x_2 \in [x_1-2e; x_1+2e]$. Когда $x_1 \in [1-e;1+e]$, тогда $x_2 \in [x_1-2e;1+e]$. Если $x_1 \in [-e;e]$, то $x_2 \in [-e; x_1+2e]$. Пусть $x_1 \in [e;1-e]$. Если $\bar{x} \in [x_1-2e; x_1+2e]$, то для первого агента вероятность решения о продаже, принадлежащего игроку второй группы, равна $p_a = \dfrac{\bar{x}-x_1+2e}{4e}$, а вероятность, с которой второй агент не продаёт актив, равна $p_{na} = \dfrac{x_1+2e-\bar{x}}{4e}$. Если $\bar{x} < x_1 - 2e$, то p_a =0, p_{na} =1. Когда $\bar{x} > x_1+2e$, тогда p_a =1, p_{na} =0.

Пусть $x_1 \in [1-e;1+e]$. Если $\bar{x} \ge x_1 - 2e$, то $p_a = \dfrac{\bar{x} - x_1 + 2e}{1+3e-x_1}$, $p_{na} = \dfrac{1+e-\bar{x}}{1+3e-x_1}$. Когда $\bar{x} < x_1 - 2e$, тогда p_a =0, p_{na} =1.

Пусть $x_1 \in [-e;e]$. Если $\bar{x} \le x_1 + 2e$, то $p_a = \dfrac{\bar{x}+e}{x_1+3e}$, $p_{na} = 1 - \dfrac{\bar{x}+e}{x_1+3e}$. Когда $\bar{x} > x_1 + 2e$, тогда p_a =1, p_{na} = 0.

2. Функция ожидаемой чистой выгоды потенциального продавца

Рассмотрим какого-то определённого игрока из двух, например, первого (точно такие же рассуждения верны для второго агента, если везде поменять первого на второго). Пусть далее всегда x - сигнал, который получит именно этот агент (первый игрок). Тогда пусть $p_1(x,\tilde{\theta}), p_2(x,\tilde{\theta}), p_a(x,\bar{x}), p_{na}(x,\bar{x})$ - функции его вер в отношении указанных выше событий. Вид функции веры на каждом мыслимом промежутке полученного сигнала выбирается корректно исходя из возможных значений параметров $\tilde{\theta}, \bar{x}$ и описанной выше схемы соответствия вида веры, промежутков сигнала и параметров. Значения каждой функции всегда лежат в сегменте [0;1]. Ожидаемая чистая выгода игрока от решения продавать актив записывается равенствами (4):

$$F(x,\bar{x},\tilde{\theta}) = p_1(x,\tilde{\theta})E\pi(\theta \mid x) + (1 - p_1(x,\tilde{\theta}))(p_a(x,\bar{x})E\pi(\theta \mid x) - (1 - p_a(x,\bar{x}))t) =$$

$$E\pi(\theta \mid x)(1 - p_2(x,\tilde{\theta})p_{na}(x,\bar{x})) - tp_2(x,\tilde{\theta})p_{na}(x,\bar{x}). \qquad (4)$$

Если получено определённое значение x из промежутка [e;1-e], то истинным θ, которое, по мнению игрока, станет реальностью, равновероятно может быть любое значение θ, находящееся в радиусе, не большем e от заданного x. Поэтому если $x \in [e;1-e]$, то $E(\theta \mid x) = x$. Если $x \in [-e;e]$, то $E(\theta \mid x) = 0{,}5(x+e)$, Если $x \in [1-e;1+e]$, то $E(\theta \mid x) = 0{,}5(x+1-e)$. В последних двух случаях будем обозначать такие $E(\theta \mid x)$ как x_a. Следует заметить, что x_a обозначает $E(\theta \mid x)$ (на тех сегментах, где мы его определили) и ничего больше; фраза «в точке x_a» означает, что x_a

подставляется вместо $E(\theta | x)$, а везде на место x ставится тот x, который соответствует x_a по определению x_a. Пусть $g(x)$ – кусочная функция, которая задаёт $E(\theta | x)$ описанным выше способом. Тогда $E\pi(\theta | x) = h(x) = e^* - t - Bg(x)$.

Из второй строчки определения $F(x, \bar{x}, \tilde{\theta})$, отражённого в равенствах (4), следует, что если условное ожидание чистой выгоды по сигналу в ситуации, когда цена, по мнению игрока, точно упадёт, отрицательно ($h(x) < 0$), то $F(x, \bar{x}, \tilde{\theta}) < 0$, то есть уже для любого x (соответственно, x_a на тех сегментах, где он определён), находящегося в бесконечно малой ε-окрестности точки $\bar{\theta}$, но справа от этой точки (для более оптимистичных сигналов, чем $\bar{\theta}$), верно, что $F(x, \bar{x}, \tilde{\theta}) < 0$.

Пусть $l(x, \bar{x}, \tilde{\theta}) = p_2(x, \tilde{\theta}) p_{na}(x, \bar{x})$. Тогда

$$\frac{\partial l(x, \bar{x}, \tilde{\theta})}{\partial x} = \frac{\partial p_2(x, \tilde{\theta})}{\partial x} p_{na}(x, \bar{x}) + \frac{\partial p_{na}(x, \bar{x})}{\partial x} p_2(x, \tilde{\theta}). \tag{5}$$

Очевидно, оценка вероятности события, когда агент считает, что цена не упадёт из-за оптимистичных представлений второй группы потенциальных продавцов, не убывает по величине сигнала (фактически по степени силы воздействия инстинкта доверия на прогноз состояния цен), то есть $\frac{\partial l(x, \bar{x}, \tilde{\theta})}{\partial x} \geq 0$, так как производные этих вероятностей положительные, и сами вероятности, конечно, неотрицательны.

Рассмотрим

$$\frac{\partial F(x, \bar{x}, \tilde{\theta})}{\partial x} = -\frac{\partial l(x, \bar{x}, \tilde{\theta})}{\partial x} h(x) + \frac{\partial h(x)}{\partial x}(1 - l(x, \bar{x}, \tilde{\theta})) - t\frac{\partial l(x, \bar{x}, \tilde{\theta})}{\partial x}. \tag{6}$$

Ясно, что если $h(x) > 0$, то обязательно $\frac{\partial F(x, \bar{x}, \tilde{\theta})}{\partial x} < 0$. То есть в ситуации положительной ожидаемой прибыли от случая, когда цена падает, в целом ожидаемая чистая выгода от продажи растёт, если доверие падает. Применительно к соответствующим сегментам сигнала: если $x < \bar{\theta} - \varepsilon$ или, соответственно, $x_a < \bar{\theta} - \varepsilon$ для любого бесконечно малого (но положительного) ε, то уже точно $\frac{\partial F(x,\bar{x},\tilde{\theta})}{\partial x}<0$. Такое влияние инстинкта доверия возникает, потому что сигналы гораздо меньше тех, при которых может образоваться ситуация уверенности в отсутствии падения цен. Когда видно, что на каком-то сегменте сигнала, содержащем $\bar{\theta}$, $\frac{\partial l(x,\bar{x},\tilde{\theta})}{\partial x}>0$, то уже при $x=\bar{\theta}$ (соответственно, $x_a=\bar{\theta}$) $\frac{\partial F(x,\bar{x},\tilde{\theta})}{\partial x}<0$.

Таким образом, в точке $x=\bar{\theta}$ (для $x\in[e;1-e]$) и, соответственно, в точке $x_a=\bar{\theta}$ (для $x\in[-e;e]$ и $x\in[1-e;1+e]$) $F(x,\bar{x},\tilde{\theta})$ и $\frac{\partial F(x,\bar{x},\tilde{\theta})}{\partial x}$ будут только неположительными.

Потенциально первый игрок может получить сигнал, в точности равный $\bar{x}$. Если $\bar{x}\in[e;1-e]$, то $\bar{x}$ делит промежуток возможных значений сигнала другого агента пополам. Поэтому веры относительно действий второго игрока равны 0,5. В таком случае ожидаемая чистая выгода первого агента от продажи имеет следующий вид:

$$F(\bar{x},\tilde{\theta})=\pi(\bar{x})(1-0,5p_2(\bar{x},\tilde{\theta}))-0,5tp_2(\bar{x},\tilde{\theta}). \qquad (7)$$

При различном расположении $\tilde{\theta}$ график этой функции может быть прямой с отрицательным наклоном или параболой с ветвями вверх, так как $p_2(\bar{x},\tilde{\theta})$ положительно и линейно зависит от $\bar{x}$, а $\pi(\bar{x})$ - отрицательно и линейно.

Если первым агентом получен сигнал, оказавшийся равным граничному значению, $\bar{x}\in[-e;e]$, тогда тот промежуток уже не делится пополам значением $\bar{x}$, если только оно не равно *e*. Тогда его ожидаемая чистая выгода от решения атаковать выглядит так:

$$F(\bar{x},\tilde{\theta})=\pi(x_a)\left(1-p_2(\bar{x},\tilde{\theta})\left(\frac{3e}{\bar{x}+3e}\right)\right)-tp_2(\bar{x},\tilde{\theta})\left(\frac{3e}{\bar{x}+3e}\right), \qquad (8)$$

где p_2 принимает все мыслимые значения, не равные 1 (конкретное число зависит от расположения $\tilde{\theta}$). Из определения x_a следует, что он положительно зависит от $\bar{x}$ ($\bar{x}$ как полученный сигнал).

Если полученный сигнал $\bar{x}$ принадлежит $[1-e;1+e]$, то промежуток возможных сигналов другого игрока не делится пополам значением $\bar{x}$, если только $\bar{x}$ не равняется $1-e$. Ожидаемая чистая выгода от решения атаковать такая:

$$F(\bar{x},\tilde{\theta}) = \pi(x_a)\left(1 - p_2(\bar{x},\tilde{\theta})\left(\frac{1+e-\bar{x}}{1+3e-\bar{x}}\right)\right) - tp_2(\bar{x},\tilde{\theta})\left(\frac{1+e-\bar{x}}{1+3e-\bar{x}}\right), \tag{9}$$

где p_2 может принимать все не равные нулю мыслимые значения (конкретное число зависит от расположения $\tilde{\theta}$).

Для функции $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ похожим образом получается, что в точке $\bar{x}=\bar{\theta}$ (для $\bar{x}\in[e;1-e]$) и, соответственно, в точке $\bar{x}_a=\bar{\theta}$ (для $\bar{x}\in[-e;e]$ и $\bar{x}\in[1-e;1+e]$) $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ и $\frac{\partial F(\bar{x},\tilde{\theta})}{\partial \bar{x}}$ могут быть только неположительными. Если все вероятности, использующиеся в $F(\bar{x},\tilde{\theta})$, оказываются ненулевыми на нужных промежутках сигнала, то в указанных точках ($\bar{x}=\bar{\theta}$ и $\bar{x}_a=\bar{\theta}$) $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ и $\frac{\partial F(\bar{x},\tilde{\theta})}{\partial \bar{x}}$ могут быть только отрицательными.

3. Стратегии потенциальных продавцов в равновесии Байеса-Нэша

Сначала $\tilde{\theta},\bar{\theta}$ каким-то образом располагаются на отрезке [0;1]. Для определения равновесия Байеса-Нэша каждый раз при заданных определённым образом параметрах модели первый агент пытается найти стратегию (продавать при сигнале меньше граничного, не продавать – в противном случае), которая могла бы быть равновесной. Предполагая, что второй игрок будет руководствоваться этой стратегией, первый агент каждый раз самостоятельно ищет уровень граничного сигнала, а затем проверяет, что ему (первому агенту) не имеет смысла в одиночку отклоняться от неё.

Утверждения 1-4. *Для всех возможных значимых расположений параметров* $\tilde{\theta},\bar{\theta}$ *в равновесии Байеса-Нэша*

1) *функция* $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ *ожидаемой чистой выгоды игрока от продажи актива обращается в ноль только в одном значении (*$\bar{x}$*) сигнала x, оно принадлежит внутренности промежутка* $[-e;1+e]$*;*
2) *если* $\bar{x}\in[-e;1-e]$*, то* $\bar{x}<\bar{\theta}$ *;*
3) *если* $\bar{\theta}\le 1-e$*, то* $\bar{x}$ *не принадлежит* $[1-e;1+e]$*;*
4) $\bar{x}>\tilde{\theta}-e$.

Доказательство. Первый (ввиду симметричности рассуждения верны и для второго игрока, если везде поменять первого на второго) агент рассуждает, что будет, если он увидит в качестве сигнала как раз граничный уровень доверия $\bar{x}$, который ему ещё предстоит найти при каждый раз заданных параметрах модели. Потенциальный продавец строит предположения, где может находиться искомый граничный уровень.

Пусть $\bar{x}\in[e;1-e]$.

Отрезок $[\tilde{\theta}-e;\tilde{\theta}+e]$ таков, что хотя бы один из его концов всегда лежит в рассматриваемом сегменте (возможно даже прямо на границе сегмента, здесь $\tilde{\theta}-e$ может оказаться только на левой границе отрезка $[e;1-e]$, поскольку условия модели просят соблюдения $1>\bar{\theta}>\tilde{\theta}$; также мы предположили, что $\tilde{\theta}$ не может быть нулём, то есть $\tilde{\theta}+e$ может появляться только на правой из границ отрезка $[e;1-e]$). Конечно, может быть так, что он лежит полностью внутри отрезка $[e;1-e]$ (обсуждалось) или даже совпадает с ним. Судя по верам относительно платёжных матриц, если $\bar{x}$ лежит левее (в том числе и на левой границе) $[\tilde{\theta}-e;\tilde{\theta}+e]$, то $p_1=1$, если правее (в том числе, и на правой границе), то $p_2=1$. Строго внутри отрезка обе вероятности положительны, но не превосходят 1. Если $p_1=1$, то игрок уверен в панике одного залпа после реализации состояния цены, а точнее в том, что основная масса рыночных сил (даже если в неё не входит другая группа потенциальных продавцов) будет уверена в падении цены именно в этом одном торговом залпе после образования θ. Когда эта вероятность положительна, но не превосходит 1, агент сомневается в такой панике, но не уверен, что её не будет.

Пусть $\bar{x} \le \tilde{\theta} - e$, тогда $p_2 = 0$. Уравнение $F(\bar{x}, \tilde{\theta}) = 0$ (каждый раз нужно отбирать верный вид функции $F(\bar{x}, \tilde{\theta})$ в зависимости от сегмента, в котором может лежать $\bar{x}$) говорит, что $\pi(\bar{x}) = 0$, то есть $\bar{x} = \bar{\theta}$, но $\bar{x} \le \tilde{\theta} - e < \bar{\theta}$ даст противоречие. Значит, в таком промежутке $\bar{x}$ лежать не может.

Пусть $\bar{x} \ge \tilde{\theta} + e$, тогда $p_2 = 1$. Поскольку $F(\bar{x}, \tilde{\theta}) = 0$, то $\pi(\bar{x}) - t = 0$. Решение последнего уравнения удовлетворяет неравенству $\bar{x} < \bar{\theta}$, поскольку $\pi(\bullet)$ - убывающая функция и $\pi(\bar{\theta}) = 0, t > 0$. Но $\bar{\theta}$ может быть выбрано достаточно свободно (однако в соответствии с условиями модели: $\tilde{\theta} < \bar{\theta}$). Если $\bar{\theta} \le \tilde{\theta} + e$ (ситуация с состоянием цен достаточно шаткая), то искомое $\bar{x}$ обязано лежать слева от $\bar{\theta}$, то есть и слева от $\tilde{\theta} + e$. Значит, для таких $\bar{\theta}$ искомое $\bar{x}$ не может находиться в сегменте $\bar{x} \ge \tilde{\theta} + e$. Если верно неравенство $\bar{x} \ge \tilde{\theta} + e$, то $p_2 = 1$, поэтому $F(\bar{x}, \tilde{\theta}) = 0,5(\pi(\bar{x}) - t)$. Это убывающая функция по $\bar{x}$, при $\bar{x} = \bar{\theta}$ она принимает отрицательное значение. Но в таком виде эта функция пробудет только справа от $\tilde{\theta} + e$ в $[e; 1-e]$, то есть в самом $\bar{x} = \tilde{\theta} + e$ $F(\bar{x}, \tilde{\theta})$ принимает отрицательное значение (так как $\bar{\theta}$ выбран слева от него). В таком случае при $\bar{x} = 1 - e$ функция $F(\bar{x}, \tilde{\theta})$ тоже отрицательна. Если при $\bar{x} \ge \tilde{\theta} + e$ значение $\bar{\theta}$ лежит правее $\tilde{\theta} + e$, то $\bar{\theta}$ может лежать как на $[e; 1-e]$, так и строго правее $1 - e$. При $\bar{x} \ge \tilde{\theta} + e$ на сегменте $[e; 1-e]$ $F(\bar{x}, \tilde{\theta}) = 0,5(\pi(\bar{x}) - t)$. Если $\bar{\theta} \in [e; 1-e]$, то в $\bar{x} = \bar{\theta}$ $F(\bar{x}, \tilde{\theta})$ отрицательна. Когда $\bar{\theta}$ лежит строго правее $1 - e$, можно мысленно продолжить график функции за «разрешённый её виду» промежуток и понять, что в точке $\bar{x} = 1 - e$ $F(\bar{x}, \tilde{\theta})$ тоже отрицательна. То есть для этих двух ситуаций искомое $\bar{x}$ находится слева от $\min\{\bar{\theta}, 1-e\}$. Может так получиться, что прямая $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ успеет пересечь ноль правее значения $\tilde{\theta}+e$ (или в самом этом значении). В точке $\bar{x}=\tilde{\theta}+e$ происходит переход (очень важно то, что все без исключения переходы между кусками графиков функции $F(\bar{x},\tilde{\theta})$, будь то локальные или глобальные, происходят без скачков; это объясняется построением вероятностей как долей таким образом, что свойства вероятностей и математических ожиданий по построению всегда выполняются на замкнутых отрезках) с одного куска (не глобальный переход, связанный со сменой одного из трёх крупных сегментов сигналов, а локальный, отражающий изменение вида вероятности) графика функции $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ на другой. Если прямая успела пересечь ноль нелевее точки $\tilde{\theta}+e$, то новый кусок начнётся (если идти справа налево) с неотрицательного значения функции. Этот кусок имеет вид параболы с ветвями вверх, начиная с точки $\bar{x}=\tilde{\theta}+e$ до значений, которые нелевее точки e. Левее $\tilde{\theta}+e$ до e вероятности обеих игр положительны, а $\bar{\theta}$ находится правее $\tilde{\theta}+e$. То есть функция $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ убывает слева направо левее точки $\bar{x}=\tilde{\theta}+e$. Значит, в точке смены кусков $\bar{x}=e$ значение $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ положительно. Если прямая $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ не успеет пересечь ноль правее (или прямо в значении) точки $\tilde{\theta}+e$, то в $\bar{x}=\tilde{\theta}+e$ значение $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ отрицательно. Тот же аргумент относительно расположения $\bar{\theta}$ говорит, что от e до $\tilde{\theta}+e$ $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ падает. Если эта часть графика пересекает ноль от e до $\tilde{\theta}+e$ (включая e), то в $\bar{x}=e$ значение $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ неотрицательно, если нет, то отрицательно. Если $\tilde{\theta}-e<e$ и $\bar{\theta}\le e$, то с $\bar{x}=e$ до $\tilde{\theta}+e$ график $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ будет параболой. Здесь для $\bar{x}\in[e;\tilde{\theta}+e)$ веры относительно игр положительны, то есть уже в $\bar{x}=\bar{\theta}$ значение $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ будет отрицательным. Далее оно будет отрицательным для всех $\bar{x}$, что правее $\bar{\theta}$. То есть значение $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ в точке e тоже будет отрицательным. В этом случае искомый $\bar{x}$ не может находиться на $[e;1+e]$. Получается, что если искомый $\bar{x}$ лежит на отрезке $[e;1-e]$, то он обязательно должен быть

левее $\bar{\theta}$, где бы ни располагался $\bar{\theta}$. Кроме того, для точек отрезка $[e;1-e]$ выполнено, что если $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ равно нолю в какой-то точке на $[e;1-e]$, то слева от неё функция положительна, а справа – отрицательна. Может быть так, что $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ не обращается в ноль ни в одной точке отрезка $[e;1-e]$, то есть на данном промежутке значения функции не меняют знак.

Пусть $\bar{x}\in[1-e;1+e]$.

Если $\bar{\theta}\le 1-e$, то, как следует из вышесказанного, значение $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ в точке $1-e$ будет отрицательным. Помним, что $\bar{x}=1-e=x_a$, поэтому этой точке соответствует $E(\theta\,|\,x)$, меньшее $\bar{\theta}$, то есть для всех точек правее $1-e$ значения $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ могут быть только отрицательными ввиду непрерывности. Значит, для такого случая функция не имеет нулей на рассматриваемом сегменте.

Пусть $\bar{\theta}>1-e$. Если функция $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ в точке $1-e$ неположительна, то предыдущий аргумент говорит, что нулей на рассматриваемом сегменте не будет, если нуля нет в точке $1-e$. Для всех значений сигнала из промежутка $[1-e;1+e]$ $x_a=0,5(1-e+\bar{x})$. Видно, что для каждого $\bar{x}$ из этого сегмента $x_a<\bar{x}$, если только $\bar{x}$ не равно $1-e$, для которого выполняется равенство. Все вероятности ненулевые, то есть в точке $\bar{x}$, соответствующей $x_a=\bar{\theta}$, $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ отрицательна, слева от неё функция точно убывает, а справа точно принимает отрицательные значения. Следовательно, в какой-то точке слева (насколько слева, зависит от параметров модели, попадающих в запись функции $F(\bar{x},\tilde{\theta})$, в т.ч., конкретно от e, которое обладает влиянием через уравнение для x_a) от этого $\bar{x}$ график функции пересечёт ноль. Причём этого может и не произойти на сегменте $\bar{x}\in[1-e;1+e]$, тогда в точке $\bar{x}=1-e$ $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ примет отрицательное значение. Важно, что $F(1+e,\tilde{\theta})=\pi(1)$, но $\pi(1)<0$, то есть если $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ равна нолю на сегменте $\bar{x}\in[1-e;1+e]$, то точно левее $\bar{x}=1+e$.

Можно подобрать параметры так, что график $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ пересечёт этот сегмент в точке $\bar{x}=1$ или в точках правее 1, но левее $1+e$.

Пусть $\bar{x}\in[-e;e]$.

Если $\bar{x}\le\tilde{\theta}-e$, то $p_2=0$, график функции $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ превращается в прямую. Важно, что $x_a=0,5(\bar{x}+e)$, то есть $x_a>\bar{x}$ для всех $\bar{x}$, принадлежащих сегменту $[-e;e]$, кроме точки e, где выполняется равенство. Если при $\bar{x}\le\tilde{\theta}-e$ происходит пересечение с нулём, тогда $\pi(x_a)=0, x_a=\bar{\theta}$, но $\bar{x}\le\bar{\theta}$ из-за $\bar{x}\le e$. Кроме того, $\bar{x}=2x_a-e$. В таком случае если $\bar{\theta}<e$ и график функции пересекает ноль при $\bar{x}\le\tilde{\theta}-e$, тогда $\bar{x}=2\bar{\theta}-e\le\tilde{\theta}-e$, значит, $2\bar{\theta}\le\tilde{\theta}$. Это противоречит предпосылкам модели. В таком регионе функция $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ не имеет нулей и положительна, поскольку сигнал $\bar{x}=-e$ даёт уверенность в том, что $\theta=0<\tilde{\theta}$, то есть одиночная атака принесёт положительную ожидаемую прибыль.

Если $\bar{x}>\tilde{\theta}-e$, вероятности будут положительными. В силу неравенства, только что указавшего на противоречие, как раз в данном регионе функция $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ может обращаться в ноль. Пусть $\bar{\theta}\in(\tilde{\theta}-e;e]$. Если $x_a=\bar{\theta}$, то соответствующий ему $\bar{x}$ лежит левее $\bar{\theta}$, функция положительна левее этого $\bar{x}$, а правее него будет отрицательной на сегменте $[-e;e]$. Если в точке e значение $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ неотрицательно, то искомое $\bar{x}$ уже реализовалось либо на промежутке $[e;1-e]$, либо на сегменте $[1-e;1+e]$, поскольку $\pi(1)<0$. Если искомое $\bar{x}$ реализовалось, то $\bar{\theta}$ будет лежать либо на промежутке $[e;1-e]$, либо на сегменте $[1-e;1+e]$.

Рассуждение показывает, что график функции $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ пересечёт ноль во внутренности отрезка $[-e;1+e]$. Если $F(\bar{x},\tilde{\theta})$ равна нолю в каком-то искомом $\bar{x}$, то на сегменте $[-e;1+e]$ справа от этого $\bar{x}$ функция принимает отрицательные значения, а слева от него – положительные. Это доказывает единственность граничного сигнала для заранее заданного набора параметров модели.

Агент может видеть, что $F(\bar{x},\bar{x},\tilde{\theta}) = F(\bar{x},\tilde{\theta})$, то есть $F(x,\bar{x},\tilde{\theta}) = 0$ при x, равном найденному граничному $\bar{x}$. В каждом случае этот пороговый $\bar{x}$ лежал не правее того значения сигнала, которому соответствовало $h(x) = 0$. Применяя свойства функции $F(x,\bar{x},\tilde{\theta})$, получаем, что слева от найденного граничного сигнала $F(x,\bar{x},\tilde{\theta})$ принимает положительные значения, а справа от него – отрицательные. То есть каждому агенту невыгодно отклоняться в одиночку от проверяемой в ходе всего доказательства чистой стратегии с пороговым сигналом, если другой агент придерживается этой же самой стратегии. Значит, пара таких симметричных стратегий, действительно, составляет равновесие Байеса-Нэша.

Заключение

В период эйфории, который описывается в модели Минского как ситуация, когда покупатели больше горят желаниям покупать актив, чем продавцы – продавать, на рынке могут присутствовать игроки, сомневающиеся в росте цены, то есть считающие, что вероятность её падения не равна нолю. Однако такая вероятность должна быть достаточно маленькой. Этих агентов может быть так много, что они при определённом уменьшении доверия способны своими действиями привести цену к падению. Таким образом, в период эйфории в основной массе, которая способна повлиять на цену существенно, необязательно будут состоять только игроки, уверенные в продолжении роста цены, но возможно наличие существенной массы агентов, в некоторой степени сомневающихся и уже применяющих попытки разумного прогнозирования в соответствии с принципами рационального поведения, а также всерьёз задумывающихся о возможности продажи актива и перспективе падения цены.

Если бы основная масса игроков не переходила в разряд сомневающихся, то время эйфории продолжалось бы всегда. Изложенная в работе игра является важным элементом периода преобразования эйфории в панику. Последовательность торговых залпов, в каждом из которых всякий раз реализуется представленная в данном исследовании игра, формирует переход Минского.

Предложенная в работе модель иллюстрирует то, что даже после потери существенной массой игроков уверенности в дальнейшем росте цены проявление инстинкта доверия (выражающегося в силе доверия или недоверия) оказывает важное влияние на выбор решения о продаже актива. Так получается, потому что, несмотря на стеснённость его проявлений попытками применения разумного прогнозирования и рационального поведения, спонтанная реализация инстинкта всё равно оказывает влияние на прогноз состояния цены. Решение о продаже принимается после сравнения значения сигнала, на который влияет инстинкт, с некоторым граничным уровнем, выбираемым, исходя из принципов рационального поведения, но не зависящим от сигнала.

В модели, показывающей, что период эйфории может продолжаться даже при некоторых сомнениях игроков, существуют такие уровни точности (сходства промежутка предполагаемых, исходя из полученного сигнала, состояний цен с реальным сегментом состояний, которые могли породить сигнал в связи с существующей силой действия инстинктов) прогнозов, при которых возможно исчезновение периода эйфории. То есть существуют такие точности прогнозов, из-за которых нельзя утверждать, что эйфория обязательно продлится вечно. Так получается, потому что граничный уровень доверия должен принадлежать внутренности промежутка всех сигналов. Если представить ситуацию в динамике как повторение предложенных в работе игр, то вероятность того, что эйфория будет сохраняться вечно, равна нолю. На деле это говорит в пользу того, что эйфория не может длиться вечно.

Исходя из предложенной игры, сохранение периода эйфории может происходить из-за того, что

1) точность прогнозов состояний цен мала, потому что разумное прогнозирование и рациональное поведение всё ещё не удалось применить должным образом в ситуации бушующих инстинктов,

2) даже в условиях полного сходства промежутка предполагаемых, судя по полученному сигналу, состояний цен с реальным сегментом состояний, которые могли породить сигнал, но ввиду того, что реальное состояние цен оказывается настолько оптимистичным, что сигналы, полученные о нём, отражают высокий уровень доверия, не меньший граничного.

Если рассматриваемая модель свидетельствует в пользу того, что при образовании у существенной массы агентов сомнений в продолжении роста цен, эйфория и период перехода к панике не могут длиться вечно, то также эта модель создаёт доводы, объясняющие, что когда-то падением сменятся все ситуации роста цен, возникающие либо из-за образования не оправданных разумным прогнозированием и рациональным поведением слишком оптимистичных ожиданий о росте цен основной массы игроков, либо из-за ожиданий существенной массы агентов того, что другие игроки в основном не осознают завышенность растущих цен. Краеугольным камнем, приводящим к этому выводу, оказывается предположение, что у существенной массы игроков возникают сомнения о продолжении роста цены.

Исследование также показывает, что вне зависимости от величины состояния цен, про которое агенты думают, что при нём обычно или в среднем на исторических данных появляется уверенность в панике торгового залпа, граничный уровень доверия не может лежать в промежутке сигналов, иллюстрирующих высокое доверие, если состояние цен, которое игроки считают переломным в отношении к уверенности основной массы агентов в продолжении роста цены, не является достаточно большим. Таким образом, вне зависимости от типичной шаткости рынка в сторону появления паники из состояния уверенности в продолжении роста (расстояния между двумя параметрами переломных моментов отношения к перспективам развития рынка) слишком высокий граничный уровень доверия является прежде всего следствием большого значения оценки обычного состояния цены, при котором появляется именно уверенность (а не отсутствие уверенности) в том, что цена не упадёт.

Согласно результатам работы, граничный уровень всегда выше уровней доверия, гарантирующих, по мнению агента, что произойдёт паника торгового залпа. Это связано с тем, что помимо ситуации такой паники игрок может получить шанс выиграть положительную прибыль от продажи, когда для падения цены нужны атаки двух групп. То есть стремление к наживе у агентов, нейтральных к риску, приводит к возможности снижения цены ещё до того, как игроки оказываются полностью уверенными в панике торгового залпа. Сами граничные уровни доверия в целом будут более близкими к менее высоким значениям сигналов при увеличении несклонности к риску, а к более высоким – при уменьшении несклонности к риску. Поскольку на ожидаемую чистую выгоду, то есть на желание заработать деньги, оказывает влияние реализация сигнала, то меньшие его реализации (по сравнению с более высокими уровнями доверия), демонстрирующие пропитанный инстинктом относительно низкий уровень доверия к продолжению роста цены, могут означать инстинктивное усиление желания заработать деньги. Таким образом, сдвиги в осознании излишней импульсивности в каких-то ситуациях могут являться сдвигами инстинктивного стремления к наживе.

В работе доказано, что когда граничный уровень доверия находится среди сигналов низкой или средней величины (два левых сегмента разбиения общего множества сигналов), то есть в ситуациях достаточно скромных типичных представлений о смене отношения основной массы игроков к дальнейшему росту цены, тогда минимальное по размаху пространство сигналов, при которых агенты сомневаются в продолжении роста цены, включает в себя все уровни доверия, более оптимистичные, чем сигнал, равный состоянию цен, при котором наступает уверенность в сохранении тенденции роста цены, до сигналов, считающихся игроками гарантиями продолжения её роста. Таким образом, наличие сомнений в увеличении цены, при которых её рост не прерывается падением, говорит в пользу того, что инстинкт наживы при данном уровне несклонности к риску усиливается или утихает в зависимости от уровня доверия, но не наоборот.

Библиографический список

1. **Minsky H. P.** Stabilizing an Unstable Economy. McGraw Hill, 2008 (1986).
2. **Kindleberger C. P., Aliber R. Z.** Manias, Panics and Crashes: A History of Financial Crises. Palgrave Macmillan, 2005 (1978).
3. **Akerlof G. A., Shiller R. J**. Animal Spirits: How Human Psychology Drives the Economy, and Why It Matters for Global Capitalism. Princeton University Press, 2009.
4. **Keynes J. M.** The General Theory of Employment, Interest and Money. Macmillan Cambridge University Press, 1973 (1936).
5. **Николаенко Д. Н.** Предположение о сегментах определённости в модели возможности исчезновения экономического пузыря с неполной информацией // Интеграл. 2012. № 3. С. 78-79.
6. **Morris S., Shin H. S.** Global Games: Theory and Applications. Cowles Foundation Discussion paper no. 1275R, 2001.
7. **Morris S., Shin H. S.** Unique Equilibrium in a Model of Self-Fulfilling Currency Attacks // American Economic Review. 1998. Vol. 88. P. 587–597.
8. **Morris S., Shin H. S.** Common Belief Foundation of Global Games. Working paper, 2007.